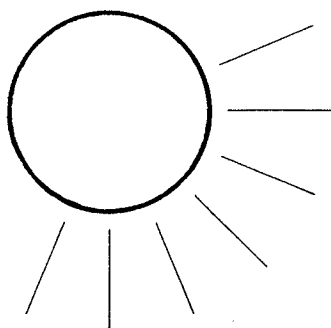


KOBLET FUGT- OG VARMETRANSPORT I BYGNINGSKONSTRUKTIONER

– FUGTFYSIK

CARSTEN RODE PEDERSEN

LABORATORIET FOR VARMEISOLERING
DANMARKS TEKNISKE HØJSKOLE
RAPPORT NR. 89-2 APRIL 1989

FORORD

Nærværende rapport er blevet til i forbindelse med et igangværende licentiatstudium indenfor området "Koblet fugt- og varmetransport i bygningskonstruktioner". Målet med studiet er primært at udvikle og validere EDB-programmer til simulering af de koblede transportfænomener. Det er i den forbindelse fundet relevant at afdække den bagvedliggende fysiske problemstilling, som den er beskrevet – overvejende i udenlandsk litteratur.

En del af teorien blev præsenteret ved licentiatstudiets bundne forelæsning den 3. januar 1989. For at følge forelæsningen op, gengives en del af det gennemgåede stof her i rapporten, idet der dog medtages lidt mere af de termodynamiske love for faseligevægte, der ligger til grund for kendskabet til bygningsmaterialers evne til at oplagre fugt.

Rapporten ventes at indgå som en del af den endelige licentiatafhandling.

Lejligheden skal også benyttes til at takke min vejleder lektor, lic.techn. Preben Nordgaard Hansen, der sammen med adjunkt, lic.techn. Kurt Kielsgaard Hansen og civilingeniør, stud.lic.techn. Morten Hjorslev Hansen begge fra Laboratoriet for Bygningsmaterialer, DTH, har hjulpet med kritisk og konstruktiv læsning af manuskriptet.

April 1989 Carsten Rode Pedersen

INDHOLDSFORTEGNELSE

FORORD	..	..	..	..	..	..	..	..	1
INDHOLDSFORTEGNELSE	..	..	..	..	..	..	..	..	3
RESUMÉ	..	..	..	..	..	..	..	..	5
SUMMARY	..	..	..	..	..	..	..	..	6
SYMBOLLISTE	..	..	..	..	..	..	..	..	7
1. DEFINITIONER, FUGTIG LUFT, TERMODYNAMIK	..	..	..	..	..	..	..	..	11
1.1 Fugtig luft	..	..	..	..	..	..	..	..	11
1.1.1 Partialtryk og koncentrationer	..	..	..	..	..	..	..	..	11
1.1.2 Mætning	..	..	..	..	..	..	..	..	13
1.1.3 Relativ fugighed	..	..	..	..	..	..	..	..	22
1.2 Symboler for fugt i materialer	..	..	..	..	..	..	..	..	23
1.2.1 Fugtindhold	..	..	..	..	..	..	..	..	23
1.2.2 Mætningsgrad	..	..	..	..	..	..	..	..	25
1.3 Basal litteratur	..	..	..	..	..	..	..	..	26
2. FUGTBINDING	..	..	..	..	..	..	..	..	27
2.1 Porøse bygningsmaterialer	..	..	..	..	..	..	..	..	27
2.1.1 Porestruktur	..	..	..	..	..	..	..	..	27
2.1.2 Porestørrelse	..	..	..	..	..	..	..	..	29
2.2 Fysisk fugtbinding	..	..	..	..	..	..	..	..	31
2.2.1 Adsorption af vanddamp	..	..	..	..	..	..	..	..	32
2.2.2 Kapillarkondensation	..	..	..	..	..	..	..	..	38
2.2.3 Osmotiske kræfter	..	..	..	..	..	..	..	..	45
2.3 Sorptions- og suctionkurver	..	..	..	..	..	..	..	..	46
2.3.1 Sorptionskurver	..	..	..	..	..	..	..	..	46
2.3.2 Suctionkurver	..	..	..	..	..	..	..	..	56
3. FUGTTRANSPORT	..	..	..	..	..	..	..	..	59
3.1 Damptransport	..	..	..	..	..	..	..	..	59
3.1.1 Fick's lov	..	..	..	..	..	..	..	..	59
3.1.2 Stefan's diffusion	..	..	..	..	..	..	..	..	64
3.1.4 Slip flow	..	..	..	..	..	..	..	..	65

3.1.5	Termisk diffusion	..	..	..	..	..	66
3.1.6	Fick-diffusion under termiske gradienter						66
3.1.7	Kombineret transport i damp- og væskefase						67
3.2	Væsketransport	..	..	..	..	..	69
3.2.1	Poiseuille's og Darcy's love			..	..	..	69
3.2.2	Temperaturindflydelse på væsketransporten						73
3.3	Konvektiv fugttransport	..	..	..	..	..	74
3.3.1	Konvektion i rør og sprækker			..	..	..	74
3.3.2	Strømning gennem porøse materialer				..	..	78
3.3.3	Naturlig konvektion	..	..	..	..	..	78
3.3.4	Konvektivt overgangstal		..	..	..	..	79
4.	VARMETRANSPORT	..	..	..	..	..	83
4.1	Varmeledning	..	..	..	..	..	83
4.2	Stråling	..	..	..	..	..	87
4.3	Konvektion	..	..	..	..	..	90
4.3.1	Konvektion fra overflader			..	..	..	90
4.3.2	Konvektion gennem porøse materialer					..	91
5.	KOBLEDE TRANSPORTLIGNINGER	..	..	..	..	..	93
5.1	Kontinuitetsligninger	..	..	..	..	..	93
5.1.1	Kontinuitetsligning for fugt			..	..	..	93
5.1.2	Kontinuitetsligning for entalpi				..	..	96
5.2	Koblet differentiaalligningssystem				..	..	98
5.2.1	Transient transportligning for fugt					..	98
5.2.2	Transient transportligning for entalpi					..	105
5.2.3	Luikov's ligningssystem	..	..	..	..	..	108
5.3	Beskrivelse ved grundlæggende potentialer					..	112
KONKLUSION	..	..	..	..	..	..	117
LITTERATUR	..	..	..	..	..	..	121
APPENDIX	..	..	..	..	..	..	125

RESUMÉ

Flere aspekter af den koblede fugt- og varmetransport kræver forståelse for grundlæggende termodynamiske sammenhænge — navnlig vedrørende fase-lige-vægte. I rapportens første kapitel gennemgås den mest nødvendige teori til at bibringe denne forståelse. Yderligere gengives definitioner på de vigtigste af de størrelser, der benyttes til at beskrive luftens og materialernes fugtmæssige tilstand.

Den i kapitel 1 gennemgåede teori benyttes i kapitel 2 til at give sammenhængen mellem materialernes fugtindhold og de damptryk, der hersker i den luft, materialet er i ligevægt med, samt de tryk, der er i porevæsken. Der bygges her på en fysisk beskrivelse af de kræfter, der binder fugten til materialet — overvejende ved adsorption og kapillarkondensation. Sorptions- og suctionkurverne defineres til at beskrive de omtalte sammenhænge.

Kapitel 3 omhandler den måde hvorpå fugt transporteres på damp- og på væskeform, først og fremmest beskrevet ved Fick's og Darcy's love. Herunder omtales, hvordan temperaturens gradienter på forskellig vis kan forårsage en fugttransport. Grundlaget for at beregne den konvektivt medførte transport gennemgås også.

Kapitel 4 giver den basale teori for, hvordan varmen transporteres ved ledning, stråling og konvektion, samt indikationer af hvordan fugtens transport influerer på varmebalancen.

I kapitel 5 benyttes teorien til formulering af transiente transportligningssystemer, der opstilles ved hjælp af kontinuitetsbetragtninger for kontrolelementer. Et sådant velkendt ligningssystem, der tilskrives A.V. Luikov, opstilles. Sådanne ligningssystemer beskriver den tidsafledede af henholdsvis temperaturen og fugtindholdet som kvasilineære funktioner af disse to størrelses anden stedsafledede. Alternativt vises, hvordan man med henblik på løsning med numeriske metoder, kan anvende ligningerne fra kapitlerne 2 til 4 direkte på kontrolvolumener og derved bruge fysikkens oprindelige potentialer til at beskrive transporten.

SUMMARY

A number of aspects of combined heat and moisture transfer requires an understanding of the basic thermodynamic rules — especially those describing phase equilibria. The first chapter gives the most necessary theory to bring this understanding. Furthermore, definitions are given for the most important quantities involved in describing the moistness state of the air and the construction materials.

The theory from chapter 1 is used in the next chapter to give the connections between the moisture contents of the materials and the equilibrium vapor pressures of the air as well as the liquid pressures of the pore water. A physical description is employed for the forces that bind moisture to the material — mostly by adsorption and capillary condensation. The sorption and suction curves are defined to describe these connections.

Chapter 3 deals with the way in which moisture is transported as vapor and as liquid, primarily described by Fick's and Darcy's laws. It is mentioned how gradients of temperature in various ways give reason to transport of moisture. Further the basis on how to calculate the convectively transported moisture is also described.

Chapter 4 gives the basic theory on how heat is transported by means of conduction, radiation and convection, and it is indicated how the transport of moisture affects the heat balance.

The previous theory is gathered in chapter 5 and applied in the formation of systems of transient transport equations formulated with the help of continuity considerations for control volumes. A such well known system of equations attributed to A.V. Luikov is set up. Such systems of equations describe the time derivatives of temperature and moisture content as quasi linear functions of the second space derivatives of these two quantities. It is shown alternatively it is possible with numerical simulations in mind to use the equations from chapters 2 to 4 directly on control volumes in describing the transport using original potentials from the physics.

SYMBOLLISTE

Symboler:

A	Areal	m^2
a	Areal dækket af ét molekyle	m^2
B	Specifik permeabilitet	m^2
c	Koncentration	kg/m^3
c	BET-konstant	—
c_p	Specifik varmekapacitet (isobart)	$J/(kg \cdot K)$
D	Diffusionstal for vanddamp i luft	m^2/s
D	Diffusivitet	m^2/s (oftest)
d	Rørdiameter	m
E	Bestrålingsstyrke	W/m^2
f	Friktionsfaktor	—
G	Gibbs' fri energi	J
g	Specifik Gibbs' fri energi	J/mol
g	Masseflux	$kg/(m^2s)$
g_z	Tyngdeaccelerationen	m/s^2
H	Entalpi	J
h	Molspecifik entalpi	J/mol
$\bar{h}$	Massespecifik entalpi	J/kg
Δh	Faseovergangsentalpi	J/mol
h	Kapillær stighøjde	m
h	Varmeovergangstal	$W/(m^2K)$
I	Produktion ved faseomdannelse	$kg/(m^3s)$
K	Hydraulisk ledningsevne	$kg/(Pa \cdot m \cdot s)$
L	Rørlængde	m
M	Molmasse	kg/mol
m	Masse	kg
N	Avogadro's tal	mol^{-1}
n	Antal mol	—
P	Totaltryk af væske eller luft	Pa
p	Partialtryk	Pa
Q	Volumenstrøm	m^3/s
Q	Varmemængde	J
q	Varmeflux	W/m^2
R	Den universelle gaskonstant	$J/(mol \cdot K)$
R	Krumningsradius	m
R_i	Komponentens gaskonstant	$J/(kg \cdot K)$
Re	Reynoldtallet	—
r	Kapillarradius	m
S	Mætningsgrad	—
S	Entropi	J/K
S	Kilde (produktion af masse)	$kg/(m^3s)$
S_q	Entalpikilde	W/m^3
s	Specifik entropi	$J/(K \cdot mol)$
s	Areal af molekyllag (BET-teori)	m^2
T	Temperatur	K
U	Indre energi	J

u	Fugtbrøk	kg/kg, %
V	Volumen	m ³
v	Specifikt volumen	m ³ /mol
v	Molekylarvolumen pr. areal (BET)	m ³ /m ²
v	Hastighed	m/s
W	Arbejde udført på et system	J
w	Fugtindhold	kg/m ³
x	Generel 1-dimensional koordinat	m
x	Vandindhold i fugtig luft	kg/kg
z	Højdekoordinat	m
α	Temperaturledningstal	m ² /s
α	Absorptans	—
β_c	Konvektivt fugtovergangstal	m/s
β_p	Konvektivt fugtovergangstal	kg/(Pa·m ² ·s)
γ	Overfladespændingens temperaturkoefficient	K ⁻¹
δ	Termogradientkoefficient	K ⁻¹
δ_c	Diffusionstal for porøst materiale	m ² /s
δ_p	Diffusionstal for porøst materiale	kg/(Pa·m·s)
ϵ	Åben porøsitet	m ³ /m ³
ϵ	Emissionstal	—
ϵ	Kondenseringsfaktor	—
θ	Anlægsvinkel	rad
λ	Varmeledningsevne	W/(m·K)
μ	Kemisk potentiale	J/mol
μ	Diffusionsmodstandsfaktor	—
μ	Dynamisk viskositet	kg/(m·s)
ν	Andel mol i en opløsning	—
ν	Kinematisk viskositet	m ² /s
Ξ	Fugtkapacitet fra suctionkurven	Pa ⁻¹
ξ	Fugtkapacitet fra sorptionskurven	—
ξ	Tryktabsfaktor	—
ψ	Volumenrelateret fugtindhold	m ³ /m ³
π	Overfladetryk (faststof/fluid)	N/m
ρ	Densitet	kg/m ³
ρ	Reflektans	—
σ	Overfladespænding (vand/luft)	N/m
σ_s	Stefan-Boltzmann's konstant	W/(m ² K ⁴)
τ	Snoningsfaktor	—
τ	Transmittans	—
Φ	Potentiale for væsketransport	J/kg
φ	Relativ fugtighed	—, %
Ψ	Potentiale for væsketransport	J/kg

Indices:

a	Tør luft (air)
g	Gas (—blanding)
h	Hydraulisk
i	Generelt index
is	Is
k	Konvektion
l	Generelt index for væske (liquid)
m	Monolag (ved adsorption)
s	Faststof (solid)
s	Mættet tilstand (saturation)
s	Stråling

t	Refererende til temperaturen
u	Refererende til fugtbrøken
v	Vanddamp (vapour)
w	Vand på væskeform (water)
0	Tør tilstand

En række øvrige indices er selvforklarende eller forklaret i teksten.

KAPITEL 1

DEFINITIONER, FUGTIG LUFT, TERMODYNAMIK

I dette kapitel defineres de størrelser for registrering af fugt i luft og i porøse materialer, der almindeligvis anvendes i litteraturen om fugttransport. Da vores byggematerialer udveksler fugt med den omgivende luft — enten i en ligevægtssituation eller under dynamiske uligevægtsbetingelser — gennemgås først luftens fugtmæssige egenskaber og måleenhederne for disse. Herunder berøres emner fra den klassiske termodynamik, der udtaler sig om processers muliggørelse (herunder hvornår ligevægt indstiller sig) men ikke om disse processers hastighed (tiden som parameter optræder ikke i den klassiske termodynamik).

1.1 FUGTIG LUFT

1.1.1 PARTIALTRYK OG KONCENTRATIONER

I fugtmekanisk henseende kan den fugtige luft med god tilnærmelse betragtes som en ideal blanding af de to gasser tør luft (a) og vanddamp (v). Der ses altså bort fra, at den tørre luft igen er en blanding, der overvejende består af kvælstof (78 vol-%), ilt (21 %), argon (0.9 %) og kuldioxyd (0.03 %).

Idet hver enkelt af de to hovedkomponenter antages at opføre sig som ideale gasarter, kan man nu benytte gasarternes tilstandsligning for den samlede blanding af tør luft og damp samt for hver af de to komponenter:

$$PV = nRT \quad (1.1.1)$$

$$p_a V = n_a RT \quad (1.1.2)$$

$$p_v V = n_v RT \quad (1.1.3)$$

hvor

$$P = \text{Atmosfærens totaltryk} \quad (\text{Pa})$$

$$p_i = \text{Komponent i's partialtryk} \quad (\text{Pa})$$

$$V = \text{Det volumen, alle komponenter (sammen og hver for sig)}$$

	udspænder	(m ³)
n	=	Det samlede antal mol (—)
n _i	=	Moltallet for komponent i (—)
R	=	Den universelle gaskonstant (8,314 J/(mol·K))
T	=	Den absolutte temperatur (K)

Ved addition af ligningerne 1.1.2 og 1.1.3 og da antallet af mol i blandingen er lig summen af hver enkelt komponents antal mol, fås Dalton's lov:

$$P = p_a + p_v \quad (1.1.4)$$

Undertiden benyttes gaskonstanten for hver enkelt komponent:

$$R_a = \frac{R}{M_a} = \frac{8,314 \text{ J/(mol·K)}}{28,96 \text{ g/mol}} = 287,1 \frac{\text{J}}{\text{kg·K}} \quad (1.1.5)$$

$$R_v = \frac{R}{M_v} = \frac{8,314 \text{ J/(mol·K)}}{18,02 \text{ g/mol}} = 461,5 \frac{\text{J}}{\text{kg·K}} \quad (1.1.6)$$

hvor

$$\begin{aligned} R_i &= \text{Gaskonstanten for komponent i} & \left(\frac{\text{J}}{\text{kg·K}}\right) \\ M_i &= \text{Molmassen for komponent i} & \left(\frac{\text{g}}{\text{mol}}\right) \end{aligned}$$

Ved hjælp af denne definition kan eksempelvis tilstandsligningen for vanddamp (1.1.3) nu skrives:

$$p_v V = m_v R_v T \quad (1.1.7)$$

hvor

$$m_v = \text{Vanddampens masse} \quad (\text{kg})$$

da der som bekendt gælder: $m_v = n_v M_v$. Koncentrationen af vanddamp er nu let at definere:

$$c_v = \frac{m_v}{V} \quad \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \quad (1.1.8)$$

Ved indsættelse af dette udtryk i ligning 1.1.7 fås sammenhængen mellem partialtrykket og koncentrationen for vanddamp:

$$p_v = c_v R_v T \quad (1.1.9)$$

Man ser, at de to størrelser ved normalt forekommende temperaturer (hvor T 's variation er lille i forhold til de knap 300K) er næsten proportionale – og naturligvis fuldstændig proportionale under isoterme forhold. Vanddampens partialtryk og koncentration er de to absolutte mål for luftens fugtindhold, der hyppigst anvendes indenfor fugtmekanikken.

Ventilationsteknikere anvender ofte størrelsen x , der udtrykker massen af vanddamp i forhold til den tørre lufts masse:

$$x = \frac{m_v}{m_a} \quad (-) \quad (1.1.10)$$

Ved benyttelse af ligning 1.1.7 og den tilsvarende ligning for tør luft fås:

$$x = \frac{R_a p_v}{R_v p_a} = 0,622 \cdot \frac{p_v}{p_a} \quad (1.1.11)$$

Daltons lov kan nu benyttes for sammenhængen mellem x og p_v :

$$x = 0,622 \cdot \frac{p_v}{P - p_v} \quad (1.1.12)$$

$$p_v = \frac{x}{0,622 + x} \cdot P \quad (1.1.13)$$

1.1.2 MÆTNING

I en ligevægtssituation vil der i luften umiddelbart over en plan overflade af rent vand herske et partialtryk af vanddamp, som kun afhænger af temperaturen på det pågældende sted. Prøver man at tilsætte mere vanddamp og dermed øge partialtrykket, vil en tilsvarende mængde kondensere på vandoverfladen. Hvis man omvendt forsøger at sænke partialtrykket ved at fjerne vanddamp fra luften, vil en tilsvarende mængde fordampe fra vandet. Der hersker altså en ligevægt mellem de to faser af vand: vand på væskeform og vanddamp. Da spørgsmålet om faseligevægt igen bliver taget op i kapitlet om fugtbinding, vil den nødvendige termodynamik vedrørende dette emne her blive gennemgået.

FASELIGEVEGT:

For enhver forløbende proces gælder termodynamikkens anden hovedsætning, der i Clausius' formulering lyder:

$$\oint \frac{dQ}{T} \leq 0 \quad (1.1.14)$$

hvor:

$$Q = \text{Den tilførte varme} \quad (J) \quad (J)$$

Entropien, S ($\frac{J}{K}$), for et system er en tilstandsfunktion, der defineres ud fra den måde, hvorpå den ændrer værdi (fra tilstand 1 til tilstand 2):

$$\Delta S_{\text{system}} = \int_1^2 \frac{dQ_{\text{rev}}}{T} \quad (1.1.15)$$

En reversibel (rev) varmeoverførsel er karakteriseret ved at overføre entropi fra et legeme til et andet uden at forøge universets entropi. En sådan proces må foregå over infinitesimale temperaturforskelle. For en kredsproces $1 \rightarrow 2 \rightarrow 1$, hvor et system tilføres varme på vilkårlig vis fra tilstand 1 til tilstand 2 og reversibelt fra 2 til 1, fås af ligning 1.1.14:

$$\begin{aligned} \oint \frac{dQ}{T} &= \int_1^2 \frac{dQ}{T} + \int_2^1 \frac{dQ_{\text{rev}}}{T} = \\ & \int_1^2 \frac{dQ}{T} - \Delta S_{\text{system}} \leq 0 \end{aligned} \quad (1.1.16)$$

For små ændringer kan ligning 1.1.16 skrives:

$$dS_{\text{system}} - \frac{dQ}{T} \leq 0 \quad (1.1.17)$$

Her gælder lighedstegnet for en reversibel proces, som man eksempelvis har i en faseligevægt, mens ulighedstegnet gælder for irreversible processer, der forøger universets entropi, og som derfor kan forløbe spontant. Af termodynamikkens første hovedsætning og definitionen på entalpi:

$$dU = dQ + dW \quad (J) \quad (1.1.18)$$

$$H = U + PV \quad (J) \quad (1.1.19)$$

hvor:

$$\begin{aligned} U &= \text{Indre energi} \\ dW &= \text{Arbejde udført på systemet} \\ H &= \text{Entalpi} \end{aligned}$$

fås for isobare forhold:

$$dQ = dH_{\text{system}} \quad (1.1.20)$$

For et system kan man altså i stedet for ligning 1.1.17 benytte:

$$dH - TdS \leq 0 \quad (P \text{ konstant}) \quad (1.1.21)$$

Det er nu naturligt at indføre Gibbs' fri energi, som en nyttig størrelse til at undersøge om en isobar og isotherm proces er i ligevægt, eller hvad vej, den i givet fald vil løbe:

$$G = H - TS \quad (J) \quad (1.1.22)$$

Der ses nemlig, at differentialet af Gibbs' fri energi

$$dG = dH - TdS - SdT \quad (1.1.23)$$

under isoterme forhold lyder

$$dG = dH - TdS \leq 0 \quad (T, P \text{ konstant}) \quad (1.1.24)$$

Også her gælder lighedstegnet for en proces i ligevægt, mens ulighedstegnet gælder for spontant forløbende processer. Man ser af ligning 1.1.24, at en sådan spontan

proces eksempelvis kunne være en exoterm reaktion, hvor systemets entalpi mindskes (som det er tilfældet, når en gas fortættes) eller en reaktion, der giver større entropi (som det eksempelvis er tilfældet, når en væske fordampes). Ligevægt optræder altså under betingelser, hvor entropitilvæksten står i et givet forhold til entalpiformindskelsen.

Gibbs' fri energi skrives ofte på molspecifik form, således at:

$$\mu_i = \frac{\partial G}{\partial n_i} \quad \left(\frac{\text{J}}{\text{mol}} \right) \quad (1.1.25)$$

og μ_i kaldes da det kemiske potentiale for komponent i. Denne størrelse er for eksempel nyttig ved studier af reaktionskinetik indenfor kemien, men kan i princippet benyttes på vilkårlige processer, der forløber isobart og isotermt. Når systemet kun består af én komponent benyttes blot et lille g for den specifikke Gibbs energi:

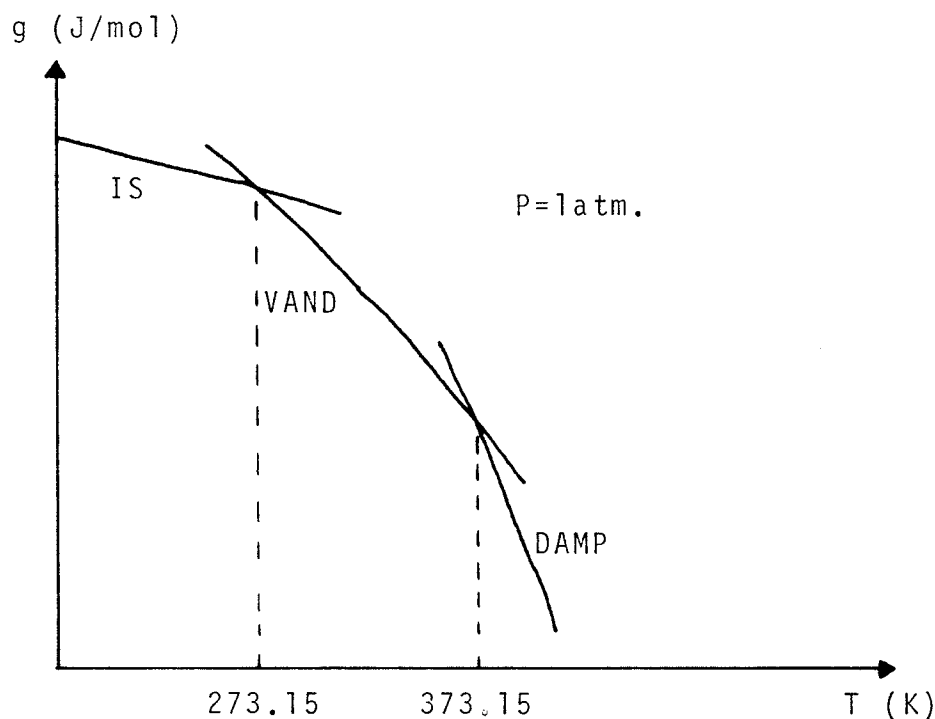
$$g = \frac{G}{n} \quad (1.1.26)$$

Ved for et givet tryk at optegne den specifikke Gibbs energi for de forskellige faser af vand som funktion af temperaturen, ses det let hvilke temperaturer, der tillader to faser at eksistere samtidigt (figur 1.1). Ved sådanne temperaturer skal den specifikke Gibbs energi for to nabofaser nemlig være den samme, således at $dg=0$ ved den overgang, der flytter vand fra en fase til en anden. For øvrige temperaturer er den stabile fase den, der giver den mindste Gibbs energi.

Antag nu, at man for en given, konstant temperatur T har fasebalance ved det konstante tryk P. Hvilken konstant temperatur $T+dT$ giver da fasebalance ved det konstante tryk $P+dP$? Af definitionen på Gibbs' fri energi, definitionen på entalpi og termodynamikkens 1. hovedsætning fås ændringen i Gibbs energien, når tryk og temperatur ændres reversibelt:

$$\begin{aligned} dG &= dH - TdS - SdT = \\ &= dU + PdV + VdP - TdS - SdT = \\ &= dQ + dW + PdV + VdP - TdS - SdT = \\ &= VdP - SdT \end{aligned} \quad (1.1.27)$$

da $dW = -PdV$ og da $dQ = TdS$ for en reversibel ændring.



Figur 1.1 Den specifikke Gibbs' fri energi angiver de stabile faser og faseovergangspunkterne.

Ved T og P var $g_l = g_g$ (l = liquid, g = gas for faseovergangen vand/damp). Dette må også gælde ved $T+dT$ og $P+dP$.

$$\begin{aligned}
 g_l + dg_l &= g_g + dg_g & \Rightarrow \\
 dg_l &= dg_g & \Rightarrow \\
 v_l dP - s_l dT &= v_g dP - s_g dT & (1.1.28)
 \end{aligned}$$

Som i ligning 1.1.26 for Gibbs energien benyttes her også små bogstaver for molspecifikt volumen og entropi. Forholdet mellem dP og dT isoleres af ligning 1.1.28 og bliver:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{s_g - s_l}{v_g - v_l} \quad (1.1.29)$$

Da lighedstegnet gælder i ligning 1.1.24 for ligevægte fås:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\Delta h}{T \cdot \Delta V} \quad (1.1.30)$$

hvor

$$\Delta h = \text{Den molspecifikke faseændringsentalpi} \quad \left(\frac{\text{J}}{\text{mol}} \right)$$

Dette er Clapeyron's ligning, der er basal ved alle typer faseændringer af enkomponentsystemer. Når den ene af de undersøgte faser er en gasfase gøres almindeligvis følgende tilnærmelse:

$$\Delta v = v_g - v_{\text{kondensfase}} \simeq v_g = \frac{RT}{P} \quad (1.1.31)$$

idet det molspecifikke volumen for en gas almindeligvis er væsentligt større end for den kondenserede fase (ca. 50.000 gange for vand/damp ved normale temperaturer og tryk). Til sidst i ligning 1.1.31 er det antaget, at gasfasen følger tilstandsligningen for ideale gasser.

Indsættes 1.1.31 nu i 1.1.30 fås:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\Delta h P}{RT^2} \quad (1.1.32)$$

Isoleres P og T på hver side, har man Clausius–Clapeyron ligningen:

$$d(\ln P) = \frac{\Delta h}{R} \cdot \frac{dT}{T^2} = - \frac{\Delta h}{R} d\left(-\frac{1}{T}\right) \quad (1.1.33)$$

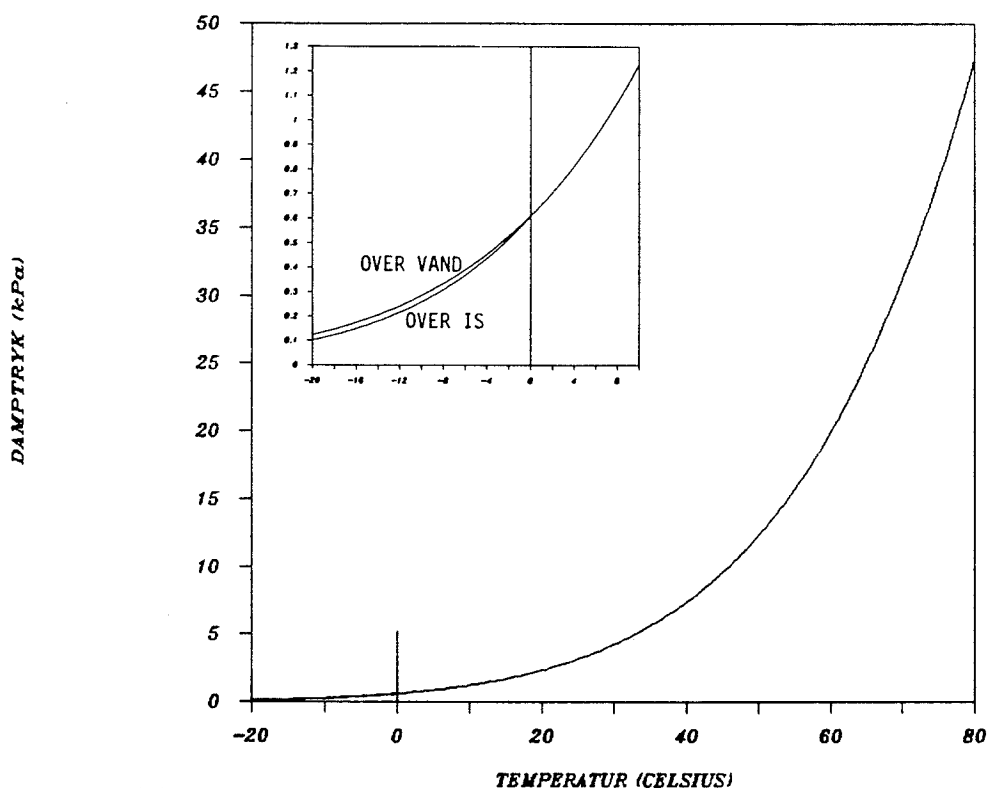
Δh ændres en smule med temperaturen, men hvis man i mindre intervaller ser bort fra dette, kan 1.1.33 integreres til:

$$P = P_0 \cdot \exp\left(-\frac{\Delta h}{R} \left(-\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)\right) \quad (1.1.34)$$

Hermed har man en simpel funktion til at generere sammenhørende værdier af tryk og temperatur for opnåelse af faseligevægt i omegnen af et sådant kendt sæt (P_0 , T_0). Numerisk kan disse integrationer foretages over små intervaller med den for intervallerne gældende værdi for entalpidifferensen, og derved fås ganske præcise værdier for $(P, T)_{\text{faseligevægt}}$.

MÆTNINGSDAMPTRYK:

De viste udledninger vedrørte fase­lige­væg­te for enkompon­entsys­te­mer. For fugtig luft gælder det, at vand­damp­ens partialtryk ved mætning er lig med det totaltryk, der hersker i en ren damp­fase i lige­vægt med frit vand – alt ved samme tempe­ra­tur. Dette mætning­spartialtryk indi­ce­res i det føl­gen­de med s (saturation). p_s er en mono­to­nt vok­sen­de, kon­ti­nu­ert funk­tion af T som af­bil­det på figur 1.2.



Figur 1.2 Mætning­spartialtryk­ket for vand­damp som funk­tion af T.

Mætning­spartialtryk­ket kan findes i utallige tabel­værker. En sådan tabel er ved­lagt denne rap­port som bilag. Ligeledes i bilagene findes en graf, der viser mætning­svær­di­erne af henholdsvis damptryk­ket (mmHg) og af vand­damp­kon­cen­tra­tionen (g/m^3). Enhederne for denne graf er valgt, så tal­stør­relsen af c_s og p_s bliver næsten den samme. Undertiden bliver de to størrelser op­fattet som væren­de iden­ti­ske eller pro­por­tionale, men som det ses, er det ikke helt til­fæl­det jæn­v­før kom­men­ta­ren til for­mel 1.1.9. Da enheden på vand­damp­dia­gram­met i Bygningers fugtisolering, SBI-anvisning 139 (1984) således også indeholder en for­veksling mellem p_s og c_s , gen­gives ligeledes i bilagene et tilsvarende vand­damp­dia­gram der viser damp­kon­cen­tra­tionen ved forskellige relative fugtigheder.

Da mætningsværdierne hyppigt indgår i EDB-programmer for fugttransport, vil det være rart at have et analytisk udtryk for p_s som funktion af temperaturen. Som det fremgår af det forrige afsnit, findes der ikke et sådant eksakt analytisk udtryk, mens formel 1.1.34 kan give en tilnærmelse i omegnen af et kendt sæt (p_{s0} , T_0). Forskellige tilnærmede udtryk findes imidlertid i litteraturen med forskellige gyldighedsintervaller og nøjagtigheder. I Danvak, grundbog, 1988, gengives flere sådanne formler. En af disse er:

$$p_s = \exp(23,5771 - \frac{4042,9}{T-37,58}) \quad (\text{Pa}) \quad (1.1.35)$$

hvor T indsættes som absolut temperatur. Nøjagtigheden angives som bedre end $\pm 0,15\%$ for temperaturer mellem frysepunktet og 80°C .

Ved ud fra de fysiske data for vand at udvikle sublimationsentalpien $is \rightarrow \text{damp}$ som en lineær funktion af temperaturen og derefter indsætte dette udtryk i Clausius—Clapeyron ligningen 1.1.33, fås følgende løsning for mætningsdamptrykket over is:

$$p_s = \exp(32,2527 - \frac{6279,46}{T} - 0,5079 \cdot \ln T) \quad (\text{Pa}) \quad (1.1.36)$$

Det sidste led i dette udtryk kan med god tilnærmelse Taylorudvikles ud fra frysepunktet. Derved spares en regnetidsforbrugende logaritmefunktion, og man får et udtryk, der stadig har en rimelig nøjagtighed til dette brug:

$$p_s = \exp(29,9113 - \frac{6279,46}{T} - \frac{T}{537,80}) \quad (\text{Pa}) \quad (1.1.37)$$

Afvigelsen er mindre end $0,45\%$ for temperaturer ned til -20°C .

Over underafkølet vand er damptrykket højere, end det ville være over is ved samme temperatur. Dette beror på smeltevarmens påvirkning af Δh i Clausius—Clapeyron ligningen. Som det ses af figur 1.2 er denne forskel dog forholdsvis begrænset, og den optræder i et område, hvor de drivende tryk ikke er så store. Selv om man i mikrokapillære materialer har en vis frysepunktssænkning, vil det derfor næppe give anledning til betydelige fejl at benytte ligning 1.1.37 for p_s under frysepunktet. For mætningssdamptrykket over underafkølet vand kan

ligning 1.1.35 stadig benyttes med rimelig tilnærmelse. Fejlen på p_s er 0,7% ved -15°C .

DUGPUNKTET:

På grund af entydigheden mellem p_s og T (for konstant P) kan man som et nyt mål for luftens partialdamptryk angive den temperatur, T_{dug} , hvor en kondensdannelse starter for den pågældende, fugtige luft. Der gælder således:

$$p = p_s(T_{\text{dug}}) \quad (1.1.38)$$

Dugpunktstemperaturen er en hyppigt anvendt angivelse af luftens fugtighed, der naturligtvis viser sig praktisk, når man eksempelvis skal udregne kriterier for at undgå overfladekondens på konstruktioner. Ingen overflade må da være koldere end luftens dugpunkt – eller luften må ikke være mere fugtig, end svarende til et dugpunkt lig den koldeste flades temperatur. Automatisk registrering af dugdannelsen på et spejl, hvis temperatur man kender, benyttes undertiden som målemetode for luftfugtighed.

KØLEGRÆNSEN:

Et lille legeme (med negligerbar termisk masse), der holder en fugtig overflade, vil i ligevægt med den omgivende, hurtigt cirkulerende luft holde en bestemt temperatur, "kølegrænsen", hvis værdi ligger mellem dugpunktstemperaturen og lufttemperaturen. Umiddelbart sker der en fordampning fra legemet. Entalpibehovet hertil fås ved en hurtig sænkning af legemets temperatur. I ligevægtssituationen har legemet en temperatur, hvor damptryksdifferencen til den omgivende luft giver en fordampningsrate, hvis entalpibehov svarer til den varmemængde, der tilføres konvektivt ved den aktuelle temperaturdifference.

Beroende på den negligerbare termiske masse (i forhold til fordampningsentalpien) og det konstante forhold mellem det konvektive stof- og varmeovergangstal, bliver kølegrænsen en entydig funktion af luftens fugtindhold og omgivelsernes temperatur. Dette udnyttes eksempelvis i det såkaldte aspirationspsykrometer, hvor man benytter et termometers kviksølvbeholder, overtrukket med en våd "strømpe", som det termisk lille legeme, der tilnærmelsesvis opnår kølegrænsen

som temperatur. Luftens temperatur måles parallelt med et tørt termometer. Kølegrænsen er således primært et måleteknisk mellemresultat og bruges ikke som praktisk målangivelse for luftfugtigheden.

1.1.3 RELATIV FUGTIGHED

Den relative luftfugtighed, φ , defineres som forholdet mellem den mængde fugt, der aktuelt er i luften og den mængde, der maksimalt kan være ved den pågældende temperatur:

$$\varphi = \frac{c}{c_s} \quad (-) \quad (1.1.39)$$

Ved brug af tilstandsligningen 1.1.3 fås, at den relative fugtighed lige såvel kan udtrykkes ved partialtrykkene:

$$\varphi = \frac{p}{p_s} \quad (-) \quad (1.1.40)$$

Som det ses, er den relative fugtighed (RF) dimensionsløs med værdier mellem 0 og 1, men ofte angives RF også i %.

En ulempe ved den relative fugtighed er, at man også må kende temperaturen, den er målt ved, hvis man ønsker at finde en af de absolutte fugtstørrelser (koncentration, damptryk og dugpunktstemperatur). Omvendt har den relative fugtighed den fordel, at den på god vis har sammenhæng med porøse materials fugtoptag, som det vises i næste kapitel.

Måleteknisk er RF også meget brugt, da man i hårhygrometre kan udnytte den entydige sammenhæng, der er mellem et hårs længde og den omgivende lufts relative fugtighed. Hårhygrometre indbygges undertiden sammen med et bimetal termometer og et skriverarrangement som en såkaldt termohygrograf. Derudover bliver den relative fugtighed målt med elektriske metoder, der udnytter, at et hygroskopisk materials elektriske modstand eller dets kapacitans ændres med den omgivende lufts relative fugtighed. Alle de nævnte RF-målemetoder kræver dog hyppig kalibrering.

1.2 SYMBOLER FOR FUGT I MATERIALER

Angivelse af hvor meget fugt, der er bundet i et materiale burde i sig selv være ganske simpel. Ikke desto mindre findes der en del forskellige måder, hvorpå man kan angive, hvor fugtigt et materiale er. Selv om de hver især er defineret på ganske simpel vis, bidrager disse forskellige angivelser sammen med de forskellige angivelser for luftens fugtighed til noget af den forvirring, der synes at have været indenfor fugtmekanikkens symboler og enheder. Da man tit relaterer materialernes fugtindhold til omgivelsernes væske- eller damptryk, er det ofte yderligere nødvendigt at beherske de forskellige enheder for tryk.

Denne forvirring bliver ikke fjernet i de følgende definitioner af de størrelser, man hyppigt benytter til at angive fugtindholdet i materialer. Derimod gives de grundlæggende sammenhænge imellem dem, så man bliver i stand til at udføre eventuelle nødvendige transformationer. Hvordan størrelserne hænger sammen med omgivelsernes tryk og/eller koncentrationer af vand gennemgås først i kapitel 2.

1.2.1 FUGTINDHOLD

FUGTBRØK, FUGTKVOTE, VAND/TØRSTOFFORHOLD, u :

I fremstillingen her vil denne størrelse normalt blive benyttet som mål for materialets bundne fugt. Derfor vil betegnelsen fugtindhold normalt referere til u , selvom den lige så godt kunne gå på de næste to definitioner, der vises. Fugtbrøken benytter – i modsætning til de to andre – kun den gravimetriske masse som mål for de indgående komponenters mængde:

$$u = \frac{m_{\text{H}_2\text{O}}}{m_{\text{tørt materiale}}} \quad \left(\frac{\text{kg}}{\text{kg}}, -, \% \right) \quad (1.2.1)$$

I tælleren indgår massen af vand (i alle faser), mens der i nævneren kun indgår det tørre materiales vægt. Denne størrelse er således i analogi med størrelsen x fra ligning 1.1.10 fra vandindholdet i luft. Enheden for fugtbrøken angives omtrent lige hyppigt på de tre viste måder. Fugtindholdet for et materiale bestemmes almindeligvis ved bestemmelse af masserne m_1 og m_2 henholdsvis før og efter en

udtørring i ovn ved 105°C. Man får da:

$$u = \frac{m_1 - m_2}{m_2} \quad (1.2.2)$$

FUGTINDHOLD, w:

Denne størrelse benytter – i analogi med c for fugtig luft – massen af vand i forhold til materialets volumen:

$$w = \frac{m_{H_2O}}{V_{materiale}} \quad \left(\frac{kg}{m^3}\right) \quad (1.2.3)$$

I tilfælde af svelning benyttes materialets tørre volumen, og derved fås relationen mellem u og w:

$$w = \rho_0 \cdot u \quad (1.2.4)$$

hvor

$$\rho_0 = \text{Materialets tørdensitet} \quad \left(\frac{kg}{m^3}\right)$$

VOLUMENRELATERET FUGTINDHOLD, ψ :

Til udregning af denne størrelse benyttes kun volumenenheder:

$$\psi = \frac{V_{H_2O}}{V_{materiale}} \quad \left(\frac{m^3}{m^3}, -, \text{vol. \%}\right) \quad (1.2.5)$$

Man får da sammenhængen til u:

$$\psi = \frac{\rho_0}{\rho_w} \cdot u \quad (1.2.6)$$

hvor

$$\rho_w = \text{Vandets densitet} \quad \left(\frac{kg}{m^3}\right)$$

1.2.2 MÆTNINGSGRAD

VACUUMMÆTNINGSGRAD, S_{vac} :

Vacuummætningsgraden defineres som forholdet mellem den tilstedeværende vandmængde og den mængde, der kan være, hvis hele materialets porevolumen var fyldt med vand. Da en sådan total fyldning som regel umuliggøres af indesluttede luftmængder, benytter man sig af vacuum under vandmætningen. Prøvens mættede masse kaldes m_{vac} , og man får med m_1 og m_2 som før:

$$S_{vac} = \frac{m_1 - m_2}{m_{vac} - m_2} \quad (-) \quad (1.2.7)$$

Sammenhængen til u bliver:

$$S_{vac} = \frac{u}{u_{vac}} = \frac{\rho_0}{\epsilon \cdot \rho_w} \cdot u \quad (1.2.8)$$

hvor

ϵ = Den åbne porøsitet (Tilgængeligt porevolumen i forhold til det totale volumen)

Ved måling på små materialeprøver af inhomogene materialer skulle vacuummætningsgraden give mindre spredning end fugtbrøken (u) gør, da effekten af ikke-vandsugende korn (eksempelvis stentilslag i beton) bliver negligeret. S_{vac} benyttes blandt andet til at angive en kritisk tilstand over for frostbestandighed.

KAPILLÆR MÆTNINGSGRAD, S_{cap} :

Den kapillære mætningsgrad er defineret som mængden af tilstedeværende vand i forhold til den mængde, der opnås ved fri, kapillær opsugning. Hvis materialets masse efter en sådan opsugning er m_{cap} fås:

$$S_{cap} = \frac{m_1 - m_2}{m_{cap} - m_2} = \frac{u}{u_{cap}} \quad (-) \quad (1.2.9)$$

S_{cap} har frem for S_{vac} den fordel at også inhomogeniteter i fordelingen af store luftporer bliver negligeret, og dermed fås en endnu mindre spredning ved måling på flere små prøver. Dette beror på, at de store porer ofte ikke bliver vandfyldte

ved kapillaropsugning, da luftens passage gennem de små porer allerede er forhindret.

1.3 BASAL LITTERATUR

I dette kapitel har det været sparsomt med litteraturhenvisninger, da der er tale om basale definitioner, der i forskellige variationer går igen i grundlitteraturen. De angivne definitioner og sammenhænge samt eventuelle supplerende oplysninger findes blandt andet i:

Danvak, 1988	(Fugtig luft, fugtmåling)
Freiesleben Hansen, 1986	(Termodynamik)
Zemansky & Dittman, 1981	(Termodynamik)
Kamp, 1986	(Termodynamik)
Hjorslev Hansen, 1988	(Data for vand)
Nielsen, 1984	(Grundlæggende fugtmekanik, definitioner)
Nielsen, 1987	(Symboler og enheder)
Lund-Hansen, 1967	(Grundlæggende fugtmekanik)
SBI-anvisning 139, 1984	(Grundlæggende fugtmekanik)

KAPITEL 2

FUGTBINDING

I dette kapitel redegøres der for, hvordan porøse bygningsmaterialer er i stand til at opsuge fugten fra den omgivende, fugtige luft. Det viser sig, at fugtindholdet i et porøst materiale har en i reglen veldefineret sammenhæng med damptrykket i luften og med væsketrykket i porernes indre. Da denne sammenhæng blandt andet afhænger af det porøse materiales indvendige struktur, gennemgås først lidt teori om materialers porøsitet og porestørrelsesfordeling. Sidenhen gennemgås, hvordan materialerne optager fugten på henholdsvis damp- og væskeform, og hvordan man beskriver det ved materialernes sorptions- og suctionkurver. Herunder beskrives nogle af de faktorer så som temperaturen og fugthistorien, der gør, at disse kurver i reglen ikke er helt entydige.

2.1 PORØSE BYGNINGSMATERIALER

2.1.1 PORESTRUKTUR

Den indvendige struktur af de bygningsmaterialer, der normalt anvendes, kan tage sig ud på mange forskellige måder. Strukturen kan beskrives ved såvel poreform som porestørrelse, og når man så tænker på, hvor forskelligartede bygningsmaterialer vi har, kan man forestille sig hvor vanskeligt det er, at beskrive materialerne ud fra en generel metodik, der kan anvendes når man ønsker at vide, hvordan poresystemet fyldes med væske og damp.

I den ene ende af skalaen har man de kompakte og ikke-porøse materialer, hvis molekyler eksempelvis sidder i en tæt gitterstruktur. Der kan navnlig være tale om metaller, som man vel kan regne for helt at være ude af stand til at opsuge fugt, men også om kompakte plasticmaterialer, der jo som bekendt består af lange molekylkæder i en tæt sammenfiltret struktur, der ikke tillader infiltration af vand, eller der kan være tale om glas, der jo egentligt er en meget tyktflydende væske — ligeledes ude af stand til at akkumulere fugtmolekyler af betydning. Materialerne betegnes som værende ikke-hygroskopiske. Porøsiteten (luftandelen)

er i disse materialer lig nul.

I den anden ende af skalaen finder man de meget åbne – eller porøse – materialer, som mineraluld og plastikskum, der typisk anvendes som isoleringsmaterialer. Mineraluld har en næsten spaghettagtig struktur, hvor uldens fibre kun udgør en lille volumenmæssig andel af det samlede materiale, mens resten udgøres af luft i et åbent "pore"-system. De forskellige typer skummaterialer, der findes på markedet, består af en matrice af faststof – i reglen et plastmateriale – der omspænder den volumenmæssigt overvejende luftandel i åbne eller lukkede, cylindriske og kugleformede porer. Porøsiteten for disse materialer er i størrelseordenen 95 % (volumenmæssigt). På grund af den store luftandel og det grove poresystem, betragtes materialerne ofte (ikke altid helt korrekt) for også at være ikke-hygroskopiske.

I mellem disse to grupper finder man de materialer, man måske hyppigst tænker på, når man snakker om bygningsmaterialer. Tegl, træ, beton, gasbeton, gips og jordarter som sand og ler er alle materialer, der densitetsmæssigt ligger imellem metallerne og isoleringsmaterialerne. Dette skyldes ud over faststofmatricens densitet, at de har porøsiteter, der spænder fra betons 15–20 % til gasbetons ca. 70 %. Materialerne har oftest ganske gode evner i retning af at optage fugt fra omgivelserne, og de betegnes derfor som værende hygroskopiske

Poreformen kan være meget variabel fra det ene hygroskopiske materiale til det andet, men selv i det samme materiale kan der ses forskellige typer poresystemer. Et for fugtforskere meget yndet materiale er gasbeton, hvis porer i det makroporøse område (porestørrelser omkring 10^{-5} – 10^{-4} m.) er kugleformede, mens porerne i det mikroporøse område (omkring 10^{-8} – 10^{-7} m.) består af den luftmængde, der er til rådighed mellem et stav- og pladeformet faststof. Grænsen mellem mikro- og makroporer går ved 10^{-7} m., så de angivne intervaller er et udtryk for, hvilke størrelsesordener gasbetons porer er koncentreret omkring. På trods af denne divergens i porernes typiske udseende er det en hyppig tilnærmelse at regne porerne for at være cylindriske, da man så lettere kan opstille lovmæssigheder for, hvordan porerne fyldes med vand og damp. Som man vil forstå er denne tilnærmelse god for visse materialer, mens den for andre materialer (eksempelvis mineraluld) må betragtes som noget af en tilsnigelse. Man taler derfor også om en ækvivalent poreradius, når man vil angive en pores dimensioner – det vil sige den radius, der for en cylindrisk pore optager vandet på samme måde, som det aktuelle materiale gør.

I det følgende afsnit vil materialernes porestørrelse, der nok er den vigtigste parameter for evnen til at optage fugt, være relateret til denne ækvivalente poreradius.

2.1.2 PORESTØRRELSE

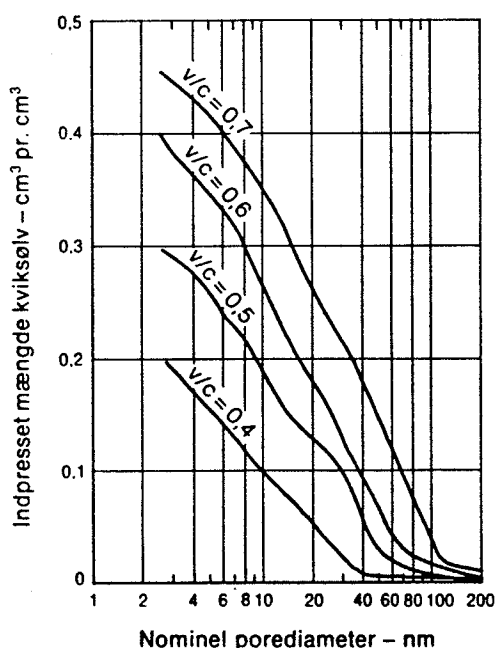
Fordelingen af porestørrelser i et porøst materiale kan bestemmes ved mikroskopering af den indre struktur i materialet. Dette arbejde er imidlertid ikke så ligetil, da der som allerede nævnt kan være tale om forskelle på en faktor 10^4 – og ofte mere – i størrelsesorden mellem de største og de mindste poreradier. Det er yderligere vanskeligt at give en fortolkning af hvilken ækvivalent poreradius, der svarer til de undertiden ganske ureelle poreformer, man vil se i mikroskopet. Med moderne billedbehandlingsudstyr er man godt nok i stand til at give en vis sortering af porerne, da sådant udstyr eksempelvis for hver pore kan opmåle dens tværnitsareal og dens perimeter og derefter underkaste disse størrelser en statistisk analyse. Man ved imidlertid endnu ikke, hvor godt sådanne porestørrelsesanalyser stemmer overens med de målinger af ækvivalent porestørrelsesfordeling, man har gjort efter de principper, der beskrives efterfølgende, og endnu er et komplet laboratorium med mikroskoper og billedbehandlingsudstyr på computer også ganske kostbart.

Man har derfor hidtil udnyttet, at væsker, der befinder sig i et cirkulært rør med en lille radius, har et tryk forskelligt fra atmosfæretrykket, der afhænger af væskens overfladespænding og af rørets radius. Teorien for, hvordan man beregner denne trykforskel, der kan være meget stor i sammenligning med atmosfærens tryk, vendes der tilbage til i afsnit 2.2.2. Når man kender sammenhængen mellem rørradius og trykdifferens, kan man ved sammenhørende målinger af dette tryk og den mængde væske, der er tilstede i poresystemet bestemme fordelingen af porestørrelser.

De fleste væsker har, som vand, en positiv overfladespænding, og det tryk man måler i porerne vil da være mindre end atmosfæretrykket – det kan sågar hyppigt være negativt, så man må opfatte væsken som et flydende materiale under trækspænding. Sådanne væsker vil først blive suget ind i de fineste porer, hvor væsketrykket er mest negativt, så i den ovenfor nævnte sammenhæng mellem poretryk og akkumuleret vandmængde befinder vandet sig i porer med en

ækvivalent radius mindre end eller lig med den radius, der svarer til det målte porevæsketryk. Poretrykkenes størrelse kan bestemmes, når befugtningen sker i en centrifuge i en centrifuge, eller for de meget lave tryks vedkommende ud fra den senere nævnte sorptionskurve.

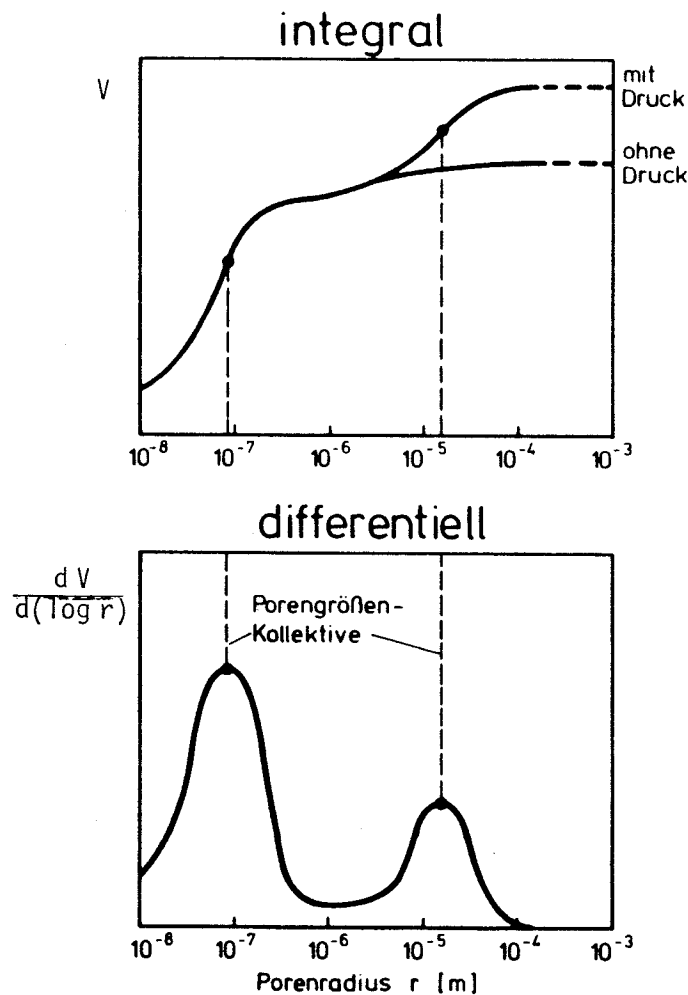
Omvendt har kviksølv en negativ overfladespænding, så der skal benyttes overtryk for at presse kviksølvet ind i porerne. Her vil det først være de store porer, der fyldes, mens man skal op på store tryk for at kunne fylde de fine, kapillære porer. Måske brister nogle af dem endda undervejs.



Figur 2.1 Resultat af en kviksølvporemetrisk analyse på forskellige blandinger af cementpasta (fra Beton-Bogen, 1985)

Resultatet af en sådan porestørrelsesanalyse kan præsenteres på flere måder. Figur 2.1 viser sammenhørende værdier af indpresset volumen kviksølv og den ækvivalente porediameter, der svarer til det målte overtryk. Det almindelige er imidlertid at bearbejde de målte data, således at man får enten en integral eller også en differentiell kurve for porestørrelsesfordelingen. Den integrale porestørrelsesfordelingskurve viser det samlede volumen af porer med radius mindre end eller lig den radius, man går ind på abscissen med, mens den differentielle viser $\frac{dV}{dr}$ som funktion af poreradius. Ideen i dette er illustreret i

figur 2.2, der viser de to porestørrelsesfordelingskurver for et materiale, der har to porestørrelseskollektiver – det vil sige to områder indenfor hvilke de fleste poreradier findes. Som det ses, vil de store porer ikke altid kunne fyldes med vand, da den indespærrede luft først må fortrænges med enten et vandovertryk eller et luftvakuum.



Figur 2.2 Integral og differentiell porestørrelsesfordelingskurve for et materiale med to porestørrelseskollektiver (fra Kießl, 1983).

2.2 FYSISK FUGTBINDING

I dette afsnit beskrives, hvordan vand og vanddamp bliver tiltrukket i et porøst materiales indre ved fysiske (i modsætning til kemiske) kræfter alene. De egentlige kemiske bindinger, der i reglen er stærkere, bliver ikke omtalt. Denne opdeling i fysisk og kemisk bundet vand falder praktisk taget sammen med en anden hyppigt

set inddeling i fordampeligt og ikke-fordampeligt vand (ved 105°C) (Ahlgren, 1972).

2.2.1 ADSORPTION AF VANDDAMP

Som bekendt består vanddampmolekylet af to brintatomer og et iltatom, hvor brintatomerne er placeret på to ud af de fire hjørner i et tetraeder rundt om iltatomet. Da de kovalente bindinger mellem iltatomet og de to brintatomer trækker det fælles elektronpar hen imod iltatomet, der er det mest positive, kommer det samlede molekyle til at virke som en dipol med et stærkt elektrisk felt omkring sig. Ved den indvendige overflade af et porøst materiale kan der ligeledes være et elektrisk felt, der hidrører fra materialet selv, men hvis det ikke er tilfældet, kan tilstedeværelsen af vandmolekyler ved overfladen inducere et sådant felt (Ahlgren, 1972). Udover disse elektriske kræfter, vil der mellem to molekyler virke kræfter, der på en gang frastøder molekylerne fra hinanden (når molekylerne er så tæt på hinanden, at deres elektronskyer begynder at overlappes) og tiltrækker hinanden (over større afstande). Den samlede effekt af de attraktive og repulsive kræfter samt dipolkræfterne betegnes van der Waalske kræfter eller intermolekylære kræfter.

Når den indre overflade af et porøst materiale kommer i kontakt med luft, der indeholder vanddamp, vil de nævnte van der Waalske kræfter være så stærke, at der meget nemt binder sig et molekyllag af vanddamp på materialets ydre, svarende til at vandet er bundet med en ganske stor energi. Denne bindingsenergi aftager imidlertid ret hurtigt for hvert nyt lag molekyler, der sætter sig uden på det første, og det har derfor vist sig at være en god antagelse at regne bindingsenergien fra det andet molekyllag og udefter lig med bindingsenergien for frit vand. Med denne antagelse kan man forholdsvis enkelt danne et udtryk for den relative fugtighed i luften og den mængde vand, der er adsorberet på de indvendige overflader. Teorien tillægges Brunauer, Emmett og Teller, 1938, og omtales som BET-teorien af blandt andre Hillerborg, 1985, Nielsen, 1988, samt Freiesleben Hansen, 1985.

I det følgende gengives et resumé af den gennemgåede teori, som den fremstilles i de nævnte kilder. I udledningen betegner s_i arealet af den indvendige overflade, der er fyldt med i lag molekyler. På det mikroskopiske niveau, der er tale om, kan materialeoverfladen betragtes som værende helt plan. Ved ligevægt vil der hele

tiden fordampe molekyler fra de steder, hvor de kun sidder i ét lag, men denne fordampning opvejes af en tilsvarende kondensation på den bare materialeoverflade andre steder, således at arealet uden adsorberede molekyler holdes konstant. Antallet af molekyler, der sætter sig på den bare materialeoverflade er proportionalt (proportionalitetsfaktor a_1) med det areal s_0 , den fylder, og med tætheden af gasmolekyler i luften — det vil sige med damptrykket p . Antallet af molekyler, der fordamper fra det første overfladelag vil være proportionalt (proportionalitetsfaktor b_1) med dets areal s_1 og med en konstant k_1 , hvis værdi ifølge Langmuir's teori for monomolekylær adsorption kan sættes lig $\exp(-\frac{\Delta h_1}{RT})$, hvor Δh_1 er adsorptionsentalpien for det første molekyllag. Yderligere antages, at a_1 , b_1 og k_1 ikke afhænger af hvor mange molekyler, der allerede er tilstede i lagene. Ved at sætte fordampningen fra lag 1 lig med kondensmængden i lag 0 fås balanceligningen for lag 0:

$$a_1 p s_0 = b_1 k_1 s_1 \quad (2.2.1)$$

En tilsvarende balance for lag 1 skal opstilles ved at tage hensyn til kondensation på lag 1 (dannelse af lag 2) og fordampning fra lag 1 som de to effekter, der vil mindske det areal, der netop er dækket af ét molekyllag, mens kondensation på materialeoverfladen og fordampning fra lag 2 er de to effekter, der øger lag 1's størrelse:

$$a_2 p s_1 + b_1 k_1 s_1 = a_1 p s_0 + b_2 k_2 s_2 \quad (2.2.2)$$

Ligning 2.2.1 elimineres i ligning 2.2.2, og man får:

$$a_2 p s_1 = b_2 k_2 s_2 \quad (2.2.3)$$

Nu kan balancen for lag 2 opstilles, og man vil da ved at eliminere ligning 2.2.3 få:

$$a_3 p s_2 = b_3 k_3 s_3 \quad (2.2.4)$$

Generelt:

$$a_i p s_{i-1} = b_i k_i s_i \quad (2.2.5)$$

Det totale overfladeareal er:

$$A = \sum_{i=0}^{\infty} s_i \quad (2.2.6)$$

Mens det totale volumen, der er adsorberet, er:

$$V = v_0 \sum_{i=0}^{\infty} i s_i \quad (2.2.7)$$

Hvor

v_0 = Volumen af adsorbat i et helt fyldt første lag pr. areal af dette lag

Man kan nu opskrive hvor stort et volumen, der er adsorberet totalt i forhold til det volumen, V_m , der kan være i et helt fyldt første lag (et monolag):

$$\frac{V}{V_m} = \frac{V}{A v_0} = \frac{\sum_{i=0}^{\infty} i s_i}{\sum_{i=0}^{\infty} s_i} \quad (2.2.8)$$

For at kunne udføre denne summation, udtrykkes s_i ved s_0 , og det er her, man udnytter, at fordampningsentalpien for alle ydre lag kan sættes lig fordampningsentalpien over frit vand og dermed $k_2, k_3, \dots, k_i = k_k$. De nævnte proportionalitetsfaktorer kan ligeledes for alle ydre lag sættes lig hinanden og indiceres da med et k (a_k og b_k). Af ligning 2.2.1 fås nu:

$$s_1 = \frac{a_1 p}{b_1 k_1} \cdot s_0 = y \cdot s_0 \quad (2.2.9)$$

Og af 2.2.3 til 2.2.5 fås:

$$s_2 = \frac{a_k p}{b_k k_k} \cdot s_1 = x \cdot s_1 \quad (2.2.10)$$

$$s_3 = x \cdot s_2 = x^2 \cdot s_1 \quad (2.2.11)$$

$$s_i = x^{i-1} \cdot s_1 = x^{i-1} \cdot y \cdot s_0 = c \cdot x^i \cdot s_0 \quad (2.2.12)$$

Det fremgår, hvordan hjælpestørrelserne x og y undervejs er definerede. c 'et, der indføres i ligning 2.2.12 kan skrives:

$$c = \frac{y}{x} = \frac{a_1}{b_1} \cdot \frac{b_k}{a_k} \cdot \frac{k_k}{k_1} = \frac{a_1}{b_1} \cdot \frac{b_k}{a_k} \cdot \exp\left(-\frac{\Delta h_1 - \Delta h_k}{RT}\right) \quad (2.2.13)$$

Ligning 2.2.8 kan nu skrives:

$$\frac{V}{V_m} = \frac{cs_0 \sum_{i=1}^{\infty} ix^i}{s_0 \left[1 + c \sum_{i=1}^{\infty} x^i \right]} \quad (2.2.14)$$

For de viste uendelige summer gælder der heldigvis nogle formler, der kan gøre udtrykkene pænere:

$$\sum_{i=1}^{\infty} x^i = \frac{x}{1-x} \quad (2.2.15)$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} ix^i = x \frac{d}{dx} \sum_{i=1}^{\infty} x^i = \frac{x}{(1-x)^2} \quad (2.2.16)$$

Man får så:

$$\frac{V}{V_m} = \frac{cx}{(1-x)(1-x+cx)} \quad (2.2.17)$$

Hvis damptrykket ude er lig med mætningsdamptrykket p_s , vil der kunne sætte sig uendeligt mange lag kondensat uden på hverandre, og dermed bliver $V = \infty$. Som man ser af ligning 2.2.17, vil dette svare til $x_s = \frac{a_k p_s}{b_k k_k} = 1$. Da således $\frac{a_k}{b_k k_k} = \frac{1}{p_s}$ ses, at x udtrykker den relative fugtighed:

$$x = \frac{a_k p}{b_k k_k} = \frac{p}{p_s} = \varphi \quad (2.2.18)$$

Indsættes φ nu på x 's plads i ligning 2.2.17, og omformes ligningen, kan følgende udtryk fås:

$$\frac{1}{V} \cdot \frac{\varphi}{1-\varphi} = \frac{1}{V_m c} + \frac{c-1}{V_m c} \cdot \varphi \quad (2.2.19)$$

Kender man eksperimentelt sammenhængen mellem den relative fugtighed og hvor stort et volumen vand, der er absorberet i en materialeprøve, giver ligning 2.2.19 en forskrift for en lineær sammenhæng mellem φ (som absцisse) og $\frac{1}{V} \cdot \frac{\varphi}{1-\varphi}$ (som ordinat). Betegnes denne linies hældning A og skæringen med ordinaten for B, fås:

$$V_m = \frac{1}{A+B} \quad c = 1 + \frac{A}{B} \quad (2.2.20)$$

Ud fra eksperimentelle data kan disse to konstanter bestemmes, og man har da et analytisk udtryk for den mængde, der optages ved adsorption:

$$V = \frac{V_m c \varphi}{(1-\varphi)(1-\varphi+c\varphi)} \quad (2.2.21)$$

En forudsætning, for at dette udtryk er rigtigt, er, at der er plads til uendeligt mange monolag vandmolekyler udefter. Dette vil naturligvis ikke være tilfældet i en cylindrisk pore, og Brunauer, Emmett og Teller, 1938, angiver derfor formler svarende til 2.2.21 for adsorption op til et vist antal lag n, dels i homogene cylindriske rør, dels i cylindriske rør med et varierende tværsnit.

Når man ovenfor har bestemt V_m , er man også i stand til at bestemme materialets indvendige overfladeareal s_m :

$$s_m = a \cdot \frac{V_m N}{M_v} \cdot \rho_w \quad (\text{m}^2/\text{m}^3 \text{ materiale}) \quad (2.2.22)$$

hvor

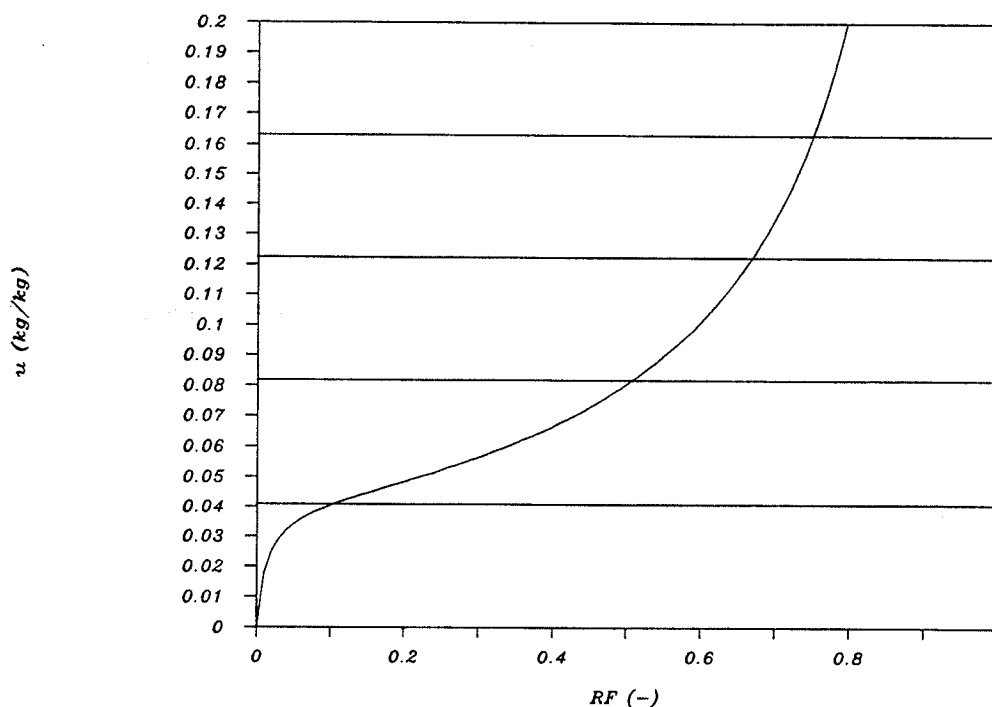
$$\begin{aligned} a &= \text{Areal dækket af ét molekyle} = 1.14 \cdot 10^{-19} \text{ m}^2 \\ N &= \text{Avogadros tal} = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \\ M_v &= \text{Molekylvægten for vand} = 0,01802 \text{ kg/mol} \\ \rho_w &= \text{Vandets densitet} = 1000 \text{ kg/m}^3 \end{aligned}$$

For cementpasta findes i Nielsen, 1988, $V_m = 0.082 \text{ m}^3/\text{m}^3$, og man får da:

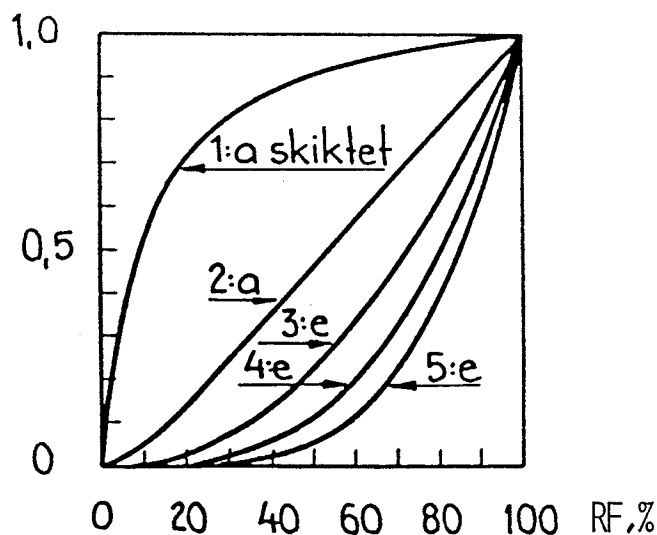
$$s_m = 3.8 \cdot 10^9 \text{ m}^2/\text{m}^3 \cdot V_m = 3.1 \cdot 10^8 \text{ m}^2/\text{m}^3 \quad (2.2.23)$$

I én liter cementpasta findes der altså et indvendigt overfladeareal, der svarer til 50 fodboldbaner!

Ligeledes fra Nielsen, 1988, findes for cementpasta en angivelse af konstanten c til 74,33 (—). Man kan udfra dette benytte ligning 2.2.21 til at optegne sammenhængen mellem φ og V . Betragtes én kubikmeter af pastaen udtrykker V faktisk det volumenrelaterede fugtindhold, ψ , der efter formel 1.2.6 kan omregnes til fugtbrøken u . Resultatet ses af figur 2.3. På figuren er der indtegnet en række vandrette streger, der hver svarer til ét monolags vandmængde. Som det ses, bliver det første monolag ganske hurtigt fyldt op, i området med relative fugtigheder under ca. 15%. Når man kommer over $RF = 40\%$, bliver der hurtigt fyldt flere og flere vandlag op ifølge teorien, selvom der måske i det virkelige materiales porer slet ikke er plads til det. Figur 2.4 viser skematisk, hvor fyldte de adsorberede lag er i et porøst materiale efter adsorptionsteorien. Faktisk skal man nok kun regne den første krumning med inden vendepunktet i en beskrivelse af adsorptionsoptagelsen. Hvad der sker herover afhænger yderligere af kapillarkondensationsfænomenerne, som nævnt i næste afsnit. Hillerborg, 1985, har imidlertid dannet udtryk, der tager hensyn til den effekt, der er fra kapillarkondensationen ved relative fugtigheder under 100%.



Figur 2.3 Adsorberet mængde vanddamp for cementpasta.



Figur 2.4 Andelen af fyldte lag som funktion af den relative fugtighed (fra Ahlgren, 1972).

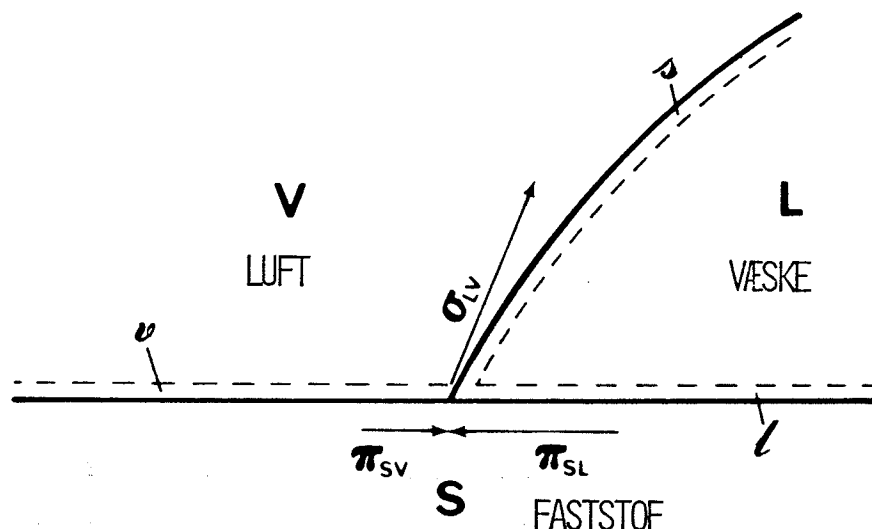
2.2.2 KAPILLARKONDENSATION

OVERFLADESPÆNDING OG POREVANDSTRYK:

Som omtalt i afsnit 1.1, vil der kondensere fugt på en plan væskeoverflade, hvis damptrykket i luften når op på mætningsdamptrykket ved den pågældende temperatur – og omvendt vil et lavere damptryk end svarende til mætning forårsage en fordampning fra væskeoverfladen. Som det skal vises her, er denne sammenhæng ikke helt så simpel for damptrykkene over poresystemets væskeoverflader. Det skyldes, at væskeoverfladen i en sådan pore ikke vil være plan, men derimod have en krumning, hvis størrelse afhænger af den delvis fyldte pores diameter.

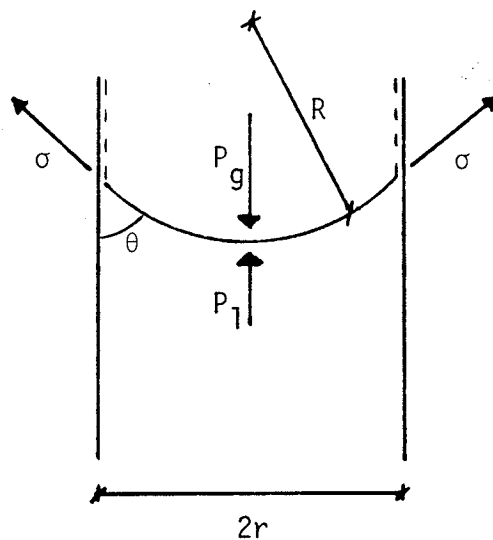
For en væske som vand vil de intermolekylære kræfter forårsage, at der er en ganske betydelig overfladespænding, der for en fri vanddråbe vil forsøge at minimere overfladens areal. Det er derfor man ser, at en dråbe trækker sig sammen, når den ligger på en plan overflade, selvom dens tyngdepunkt da samtidigt løfter sig i modsat retning af tyngdens kraft. Overfladespændingen er også skyld i, at to vanddråber slår sig sammen i én, når de mødes – det giver mindre overflade og dermed et samlet lavere niveau af potentiel energi.

Disse betragtninger om minimal overflade gælder imidlertid kun for den rene vandfase. I det tilfælde, hvor såvel en fase af fast materiale, en væskefase og en luftfase skal kunne eksistere sammen, vil de intermolekylære kræfter mellem faserne indbyrdes to og to bevirke, at væskefasen har en bestemt anlægsvinkel til faststoffet. Dette er illustreret i figur 2.5. Luften tiltrækkes til den faste fase (indenfor området v) og udøver derfor et overtryk π_{sv} mod fasegrænselinien. Tilsvarende tiltrækkes væsken af faststoffet (indenfor området l) og udøver derfor et tryk π_{sl} mod fasegrænselinien. I væskens overflade tiltrækkes væskemolekylerne mod væskens indre, og det giver anledning til overfladekræfterne σ_{lv} , der virker kontraherende på væskeoverfladen. En kraftbalance resulterer i en vis anlægsvinkel for væsken til overfladen. I grænselagene v og l vil fluidernes densiteter være større end i "bulken", mens væskens densitet vil være formindsket i overfladelaget s .



Figur 2.5 Forholdene omkring en trefasegrænselinie (fra Padday, 1978)

For de porøse materialer betragter man som nævnt ofte forholdene i cylindriske porer. I en sådan pore vil vandoverfladen stå som en krum menisk på grund af de nævnte overfladespændinger og de anlægsvinkler, der forårsages. Ved at foretage en projektion af de kræfter, der virker på den krumme overflade, vil man se, at der må være et undertryk i væskefasen sammenlignet med trykket i luften. Dette er illustreret på figur 2.6.



Figur 2.6 Kræfter, der påvirker en krum menisk i en cylindrisk pore.

Ved at projicere de viste kræfter på lodret fås:

$$P_g - P_l = \frac{2 \cdot \sigma \cdot \cos \theta}{r} \quad (2.2.24)$$

hvor

P_g	=	Luftens tryk	(Pa)
P_l	=	Væsketrykket	(Pa)
σ	=	Overfladespændingen (vand/luft)	(N/m)
θ	=	Anlægsvinklen	(rad)
r	=	Kapillarradius minus tykkelsen af det adsorberede lag	(m)

Overfladespændingen for vand afhænger noget af temperaturen. Når T indsættes i °C gælder (fra Pitts & Sissom, 1977):

$$\sigma = 0,0738 \cdot (1 - 0.00244 \cdot T) \quad (\text{N/m}) \quad (2.2.25)$$

Anlægsvinklen ansættes som tilnærmelse ofte til 0° , således at $\cos$ -leddet falder væk i ligning 2.2.24. Ellers kan leddet $\frac{\cos \theta}{r}$ erstattes med meniskens krumningsradius, R , i nævneren. I det mere generelle tilfælde, at poren ikke er cylindrisk, vil menisken også have en anden form, og der gælder da et andet udtryk, der inkluderer meniskens to hovedkrumningsradier. I udtrykket er forskellen mellem væskens og luftens tryk, $P_l - P_g$, erstattet med det hydrauliske

tryk, P_h :

$$P_h = -\sigma \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (2.2.26)$$

Det fremgår således, at der er en sammenhæng mellem væskens tryk og den poreradius, der er tale om. For små porer kan det hydrauliske tryk i bygningsmaterialer let overstige atmosfæretrykket således, at der er et negativt totaltryk i porevæsken – vandet er under trækspænding, men har "styrke" op til 1000 atm = 100 MPa, (Radjy, 1971), før molekylerne trækkes fra hinanden. At der i de vandfyldte porer ikke dannes dampbobler (kogning) som normalt over en plan væskeoverflade, når trykket falder til dampenes mætningstryk, p_s , skyldes at disse dampbobler vil have en krum overflade med en største radius, der svarer til porens radius, og i et sådant tilfælde er mætningstrykket et andet end for det plane tilfælde, som det snart vil blive vist.

Hvis man tænker sig den cylindriske pore som et lodretstående rør, hvis ene ende er neddyppet i et vandkar, vil undertrykket i porevæsken være i stand til at suge vand op i røret mod tyngdekraften. Det resulterende tryk i denne vandsøjle vil da være det hydrauliske undertryk overlejret af det hydrostatiske tryk. Vandsøjleens maksimale stighøjde bliver da (med g_z som tyngdeaccelerationen):

$$h = \frac{-P_h}{\rho_w g_z} \quad (m) \quad (2.2.27)$$

Denne maksimale stighøjde benyttes hyppigt som mål for væsketrykket (specielt blandt hydrologer og geoteknikere). Man taler også ofte om det såkaldte suction-tryk, der blot er den absolutte størrelse af det negative hydrauliske tryk:

$$P_{suc} = -P_h \quad (2.2.28)$$

Endelig støder man af og til på den såkaldte pF-værdi, hvor $pF = \log h$, når h indsættes i cm.

KELVINLIGNINGEN:

Hvordan er da sammenhængen mellem væsketrykket og mætningsdamptrykket i det generelle tilfælde, hvor væskeoverfladen ikke er plan? I en ligevægtssituation mellem to faser af et stof vil der gælde, at den specifikke Gibbs energi er den samme for de to, $g_l = g_g$. For en virtuel ændring vil der da gælde:

$$dg_l = dg_v \quad (2.2.29)$$

Under isoterme forhold får man fra ligning 1.1.27:

$$dg_v = v_v dp_v = dg_l = v_l dP_l \quad (2.2.30)$$

For det molspecifikke volumen af dampfasen gælder gasarternes tilstandsligning, mens det specifikke volumen for væsken for praktiske formål kan regnes at være konstant. Man får da:

$$\frac{RT dp_v}{p_v} = v_l dP_l = v_l dP_h \quad (2.2.31)$$

En tilstand kendes — nemlig den fra den plane væskeoverflade, hvor P_l er lig atmosfæretrykket P_g — det vil sige at $P_h = 0$, og damptrykket er lig mætningsdamptrykket p_s . Der integreres nu derfra til den ønskede tilstand:

$$\int_{p_s}^{p_v} \frac{dp_v}{p_v} = -\frac{v_l}{RT} \cdot \int_0^{P_h} dP_h \quad (2.2.32)$$

Man får da ved indførelse af gaskonstanten for vanddamp og ved at invertere $\frac{v_l}{M_v}$ til ρ_w :

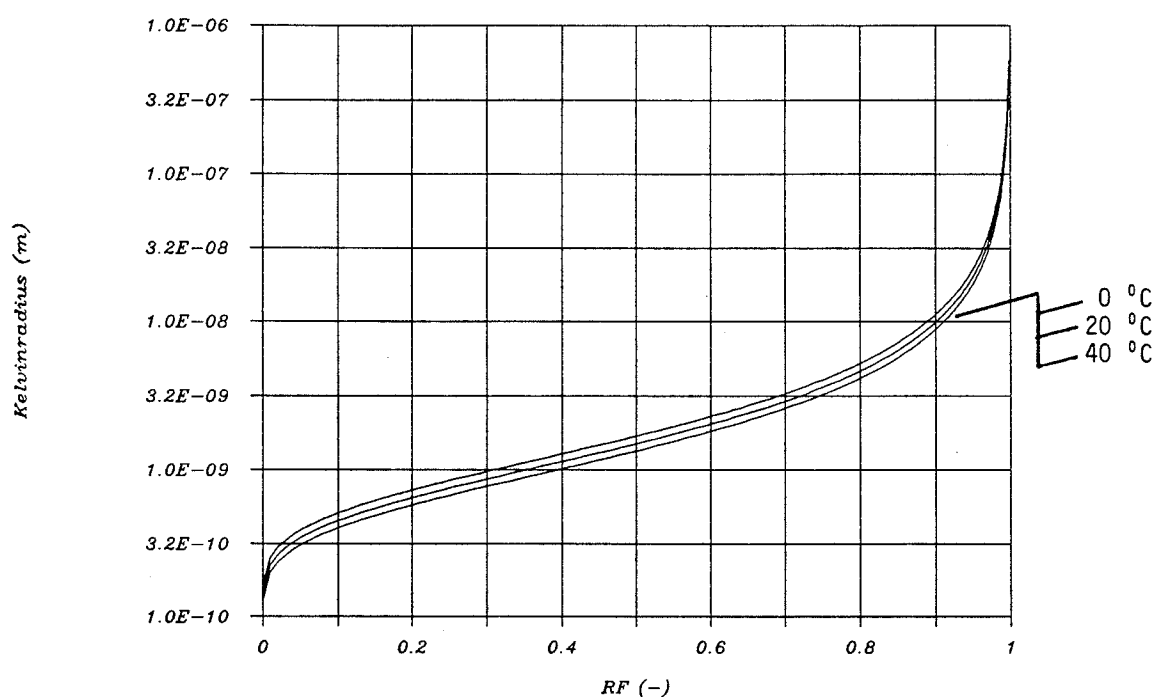
$$\ln\left(\frac{p_v}{p_s}\right) = \ln(\varphi) = -\frac{P_h}{\rho_w R_v T} \quad (2.2.33)$$

For det hydrauliske porevandstryk kan man indsætte udtrykket fra ligning 2.2.24:

$$\ln(\varphi) = -\frac{2\sigma \cos \theta}{\rho_w r R_v T} \quad (2.2.34)$$

For ligningerne 2.2.33 og 2.2.34 benyttes i flæng navnene Kelvin's ligning og Thomson's lov. Forvirringen har en enkel forklaring: Lord Kelvin (1824–1907) var Mr. William Thomson, før han blev Lord. Med ligning 2.2.34 kan man nu optegne sammenhængen mellem Kelvinradius — det vil sige meniskens krumningsradius — og den relative fugtighed. Dette er gjort på figur 2.7. På en sådan graf kan man gå ind med en given relativ fugtighed og finde den radius, op til hvilken porene vil

være fyldte (når der er faseligevægt), forudsat $\cos\theta=0$. Ligningen 2.2.34 anvendes i reglen i intervallet $0,5 \cdot 10^{-9} < r < 10^{-7}$ m. Intervallets nedre grænse, der svarer til $\varphi = 13 \%$ (ved 20°C), sættes af den omtrentlige diameter for et vandmolekyle (og faktisk skal der vel nogle molekyldiameterer til før man kan snakke om en krum væskeoverflade). Den øvre grænse er den, hvor damptryksænkningen bliver ubetydelig.



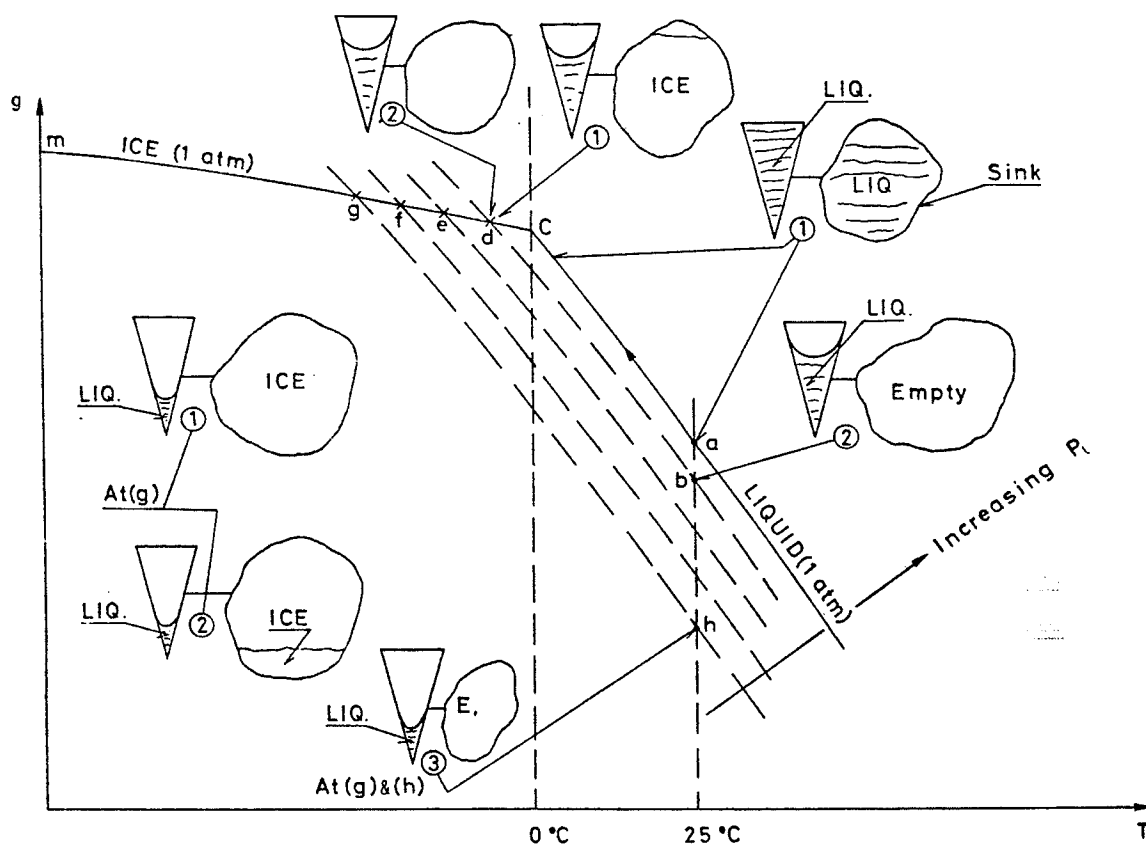
Figur 2.7 Sammenhæng mellem meniskens kelvinradius og den omgivende relative fugtighed.

Vi kan nu også forklare, at det porevand, der er undertryk i, i reglen ikke begynder at koge. En dampboble i det porøse system kan naturligvis ikke have en diameter, der er større end porens. Boblens overflade vil da også udgøre en krum menisk, og den ovenfor beskrevne teori redegør for hvordan damptrykket er sænket i ligevægt med det negative hydrauliske væsketryk. Der vil derfor ikke ske indvendig "kogning", før omgivelsernes relative fugtighed når ned på den, man får af Kelvinligningen og den aktuelle poreradius (Kamp, 1986).

Med kendskab til det porøse materiales porestørrelsesfordeling kan man ved hjælp af Kelvinligningen finde ud af hvilket porevolumen, der er blevet fyldt ved en given relativ fugtighed. Omvendt kan Kelvinligningen selvfølgelig bruges, hvis man allerede kender denne sammenhæng eller sammenhængen mellem væsketryk og opsuget vandmængde, og man ønsker at finde porestørrelsesfordelingen.

FRYSEPUNKTSSÆNKNING:

For at gøre snakken om faseændringer i porøse materialer færdig, vil frysepunktssænkningen i porøse materialer blive behandlet allerede her. Udgangspunktet er et diagram som det viste i figur 1.1. Den specifikke Gibbs fri energi ses af ligning 1.1.27 at afhænge af trykket. Hvis v_l antages at være konstant (inkompressibel væske), ser man, at den specifikke Gibbs energi vokser med trykket. Ifølge Radjy, 1971, vil den is, der bliver dannet i det porøse system altid migrere til de grove porer i systemet, hvor den vil være i ligevægt ved trykket



Figur 2.8 Specifik Gibbs fri energi for is ved 1 atm. og vand ved forskellige hydrauliske undertryk. Den dannede is migrerer til den grove pore mærket "sink". Man følger tre situationer af afkøling fra 25°C : 1. Mætning ved a, begyndende frysning ved c, frysningen følges over d til g. 2. Umættet tilstand ved b, der svarer til begyndende frysning ved d. 3. Ved h er porevandstrykket så lavt, at frysning først begynder ved g. I alle tre tilfælde er porevandstrykket og -mængden ens i punktet g. (Fra Radjy, 1971).

1 atm. Den nævnte trykkorrektion skal derfor ikke foretages for is' linie i diagrammet. Man ser da af figur 2.8, hvordan ligevægtspunkternes temperatur falder med væskens poretryk.

Isdannelsen sker altså gradvist, da dannelsen af is fjerner porevand fra systemet og dermed yderligere mindsker den radius under hvilken, der findes porevand, og dermed sænkes også porevandstrykket og frysepunktstemperaturen. Radjy har ved termodynamiske overvejelser, svarende til de her i rapporten viste for andre fase- og ligevægte, udledt et udtryk for sammenhængen mellem frysepunktstemperaturen og den Kelvinradius, hvorunder man finder porevand:

$$\ln \frac{T}{273,15 \text{ K}} = \frac{-2 v_l \sigma}{\Delta h_{is}} \cdot \frac{1}{r} \quad (2.2.35)$$

hvor

Δh_{is} = Middel af den molære smeltevarme for is mellem temperaturerne T og 273 K $\approx 5,9$ kJ/mol.

2.2.3 OSMOTISKE KRÆFTER

Porevæsken i et porøst bygningsmateriale vil ofte være ganske saltholdig. Over en saltopløsning vil damptrykket være lavere end over rent vand, og det saltholdige materiale vil derfor optage mere fugt fra omgivelserne end svarende til hvad adsorptions- og kapillarkræfterne alene formår. Luikov, 1966, angiver følgende formel for damptrykssænkningen over en saltholdig opløsning:

$$\frac{p_s - p}{p_s} = \nu \quad (2.2.36)$$

I dette udtryk er ν forholdet mellem saltets molal og opløsningens totale antal mol. Da opløseligheden af forskellige salte har en endelig størrelse, ser man, at der svarende til saltmætning er en nedre grænse for den osmotiske damptrykssænkning. Under denne grænse spiller tilstedeværelsen af salte ingen rolle for materialets fugtoptagende evne. For almindeligt kogsalt (NaCl) er det relative damptryk over en mættet opløsning 75,5 % ved 20°C.

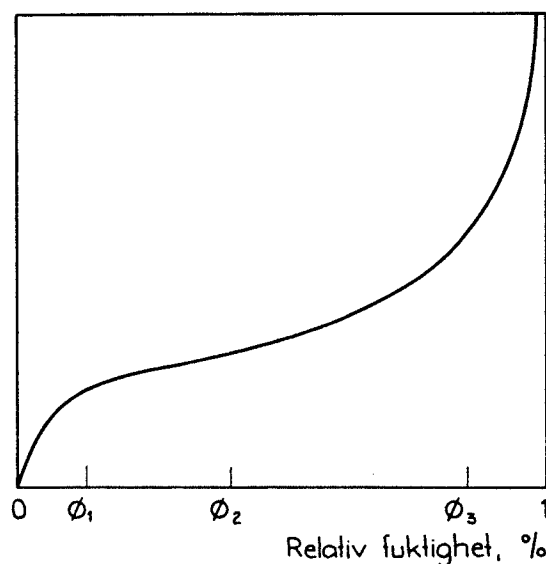
2.3 SORPTIONS— OG SUCTIONKURVER

2.3.1 SORPTIONSKURVER

Som det har været indikeret i det ovenstående, søger man ofte at udtrykke de porøse materials evne til at optage vand ved sammenhængen mellem luftens relative fugtighed og den mængde vand, der er optaget i materialet ved ligevægt. I de ovennævnte afsnit 2.2.1 til 2.2.3 er der redegjort for de vigtigste årsager til materialernes fugtoptagende evne. Når disse effekter adderes og optegnes i én graf, får man en såkaldt sorptionskurve. Kurven kaldes undertiden en sorptionsisoterm, da materialernes fugtsugende evner er noget temperaturafhængige, og en sådan sorptionskurve er da karakteristisk for den temperatur, den er fundet ved.

I figur 2.9 ses en typisk sorptionskurve, der har et karakteristisk S-formet forløb. Den første nedad hule krumning dækker det område, hvor adsorption i det første monolag yder det dominerende bidrag til sorptionen. Siden følger et lineært stykke, hvor polymolekylær adsorption finder sted, og ved omtrent 40% RF og derover begynder kapillarkondensationen at blive betydende. På det sidste stykke, hvor

Fuktkvot



Figur 2.9 Typisk sorptionsisoterm. Dominerende effekter:

$\varphi < \phi_1$ Monomolekylær adsorption.

$\varphi > \phi_1$ Polymolekylær adsorption

$\varphi > \phi_2$ Kapillarkondensation

$\varphi > \phi_3$ Osmotisk binding, hvis der salte tilstede.

(Fra Ahlgren, 1972).

kurven er opad hult, er kapillarkondensation og eventuelle osmotiske kræfter de dominerende faktorer.

Som for mætningsdamptrykket er det rart at have et analytisk udtryk for sorptionskurven, der kan indgå i numeriske beregninger. Kielsgaard Hansen, 1986, gennemgår et antal af sådanne analytiske udtryk og anvender et, der er forslået af Freiesleben Hansen, 1985 – oprindeligt tilpasset hærnet betons sorptionskurve. Den angivne formel er af Kielsgaard Hansen anvendt i udarbejdelsen af et helt katalog af sorptionsisotermier for diverse hyppigt anvendte bygningsmaterialer. Eksperimentelle sorptionsdata finder man blandt andet i Ahlgren, 1972, Tveit, 1966 og Krischer, 1963, og disse data udgør da også en stor del af baggrundsmaterialet for det nævnte sorptionsisotermkatalog. Det anvendte analytiske udtryk lyder:

$$u = u_h \cdot \left(1 - \frac{\ln \varphi}{A}\right)^{-\frac{1}{n}} \quad (2.3.1)$$

hvor

- u_h = Det maksimale hygroskopiske fugtindhold ved absorption (er her en regnemæssig størrelse for fugtindholdet ved 100% RF, men svarer normalt til fugtindholdet ved 98% RF)
- A, n = Empirisk bestemte konstanter

For en række typiske materialer gengives sorptionsisotermierne i figur 2.10.

Et materiales evne til at akkumulere fugt fra omgivelserne betegnes ved dets fugtkapacitet. Fugtkapaciteten, ξ , findes som hældningen af sorptionskurven ved det aktuelle fugtighedsniveau:

$$\xi = \frac{\partial u}{\partial \varphi} \quad (-) \quad (2.3.2)$$

En høj fugtkapacitet giver sig udslag i en stabiliserende indflydelse på den relative fugtighed (materialet kan optage en del fugt, uden at RF ændres betydeligt), som det eksempelvis ses for træbaserede produkter. Omvendt har tegl og mineraluldsmaterialer ofte kun en beskeden fugtkapacitet i det hygroskopiske område. Fugtkapaciteten for træ er illustreret på figur 2.11, hvorefter det ses, at den varierer en del med hvilken relativ fugtighed, man har. Ved relative fugtigheder omkring 50% er fugtkapaciteten således kun i størrelsesordenen en tiendedel af

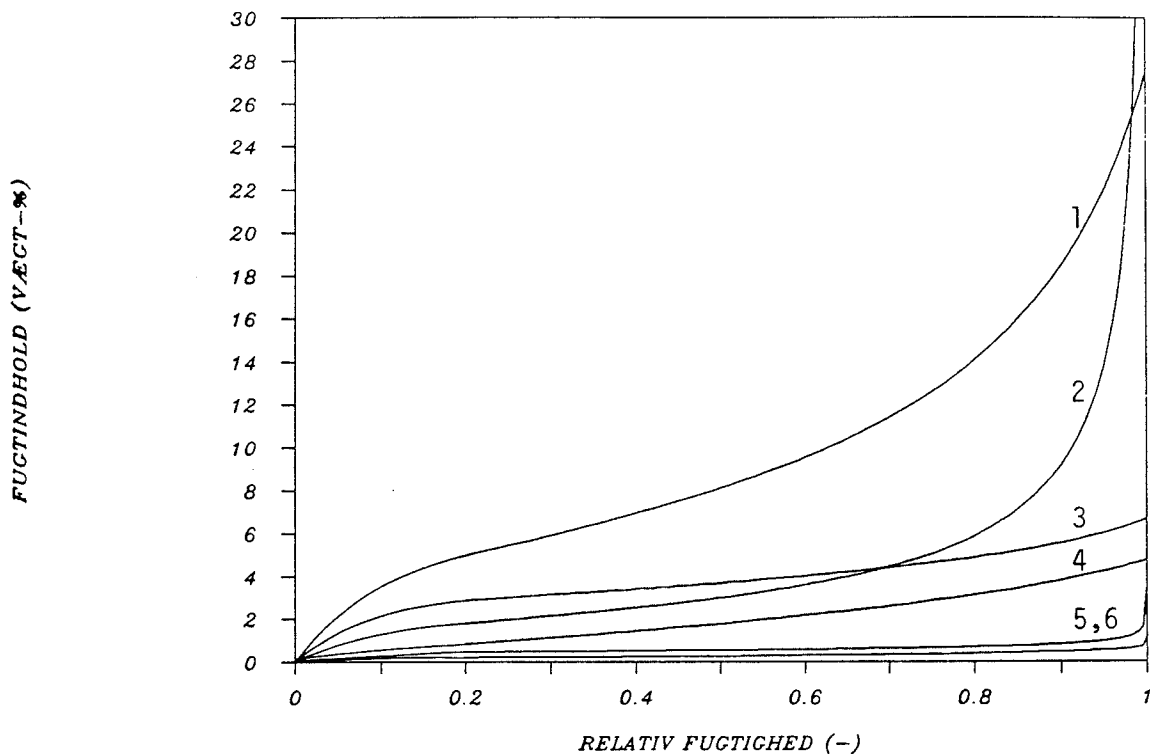


Fig. 2.10 Sorptionsisotermes for en række typiske bygningsmaterialer

1. Træ
2. Gasbeton (500 kg/m^3)
3. Expanderet polystyren (31 kg/m^3)
4. Beton (2300 kg/m^3 , $v/c=0.48$)
5. Rockwool (42 kg/m^3)
6. Tegl (1890 kg/m^3)

(Kielsgaard Hansens analytiske udtryk benyttet for $20\% < RF < 100\%$)

værdien i det hygroskopiske områdes yderpunkter.

Sorptionskurverne viser sig desværre ikke helt entydigt at beskrive sammenhængen mellem den relative fugtighed og materialets fugtindhold. Det er for eksempel allerede nævnt, at temperaturen influerer på ligevægtsfugtindholdet. I det følgende vil dette og andre forhold, der forårsager ikke-entydighed, blive gennemgået.

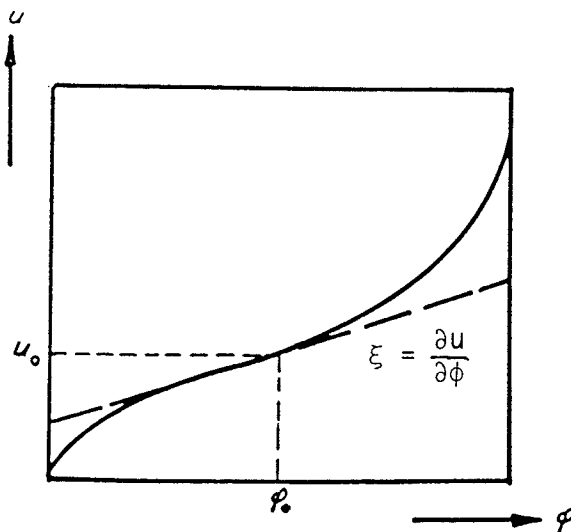


Fig. 2.11 Fugtkapaciteten aflæses som hældningen af sorptionskurven (fra Lund-Hansen, 1967).

SORPTIONSHYSTERESE:

Figur 2.12 illustrerer for et porøst materiale, hvordan ligevægstfugtindholdet afhænger af det, der kan betegnes som "fugthistorien". Når et materiale har været tørt og er på vej til at blive fugtet op, følges en absorptionskurve, mens et drivvåd materiale, der er under udtørring, følger en desorptionskurve. Da de fleste materialer udsættes for moderate svingninger i den relative fugtighed uden at nå helt ud til en af terminaltilstandene, vil det i reglen være en af de såkaldte scanningkurver der bliver fulgt. Scanningkurverne forløber mellem absorptions- og desorptionskurverne asymptotisk nærmende sig den ene af dem, som fugtigheden enten stiger eller falder. Sorptionshysteresen er i litteraturen tillagt forskellige årsager, hvoraf nogle vil blive resumeret i det følgende.

En første hypotese omkring hysteresen er den simple, at hysteresen er en illusion. Fænomenet skulle således kun skyldes, at de målte sorptionskurver ikke er ligevægtsskurver. Den virkelige hygrotermiske ligevægtssituation vil først optræde efter lang tid. I det følgende vises ikke desto mindre nogle argumenter for, at en ligevægtssituation godt kan afhænge af fugthistorien.

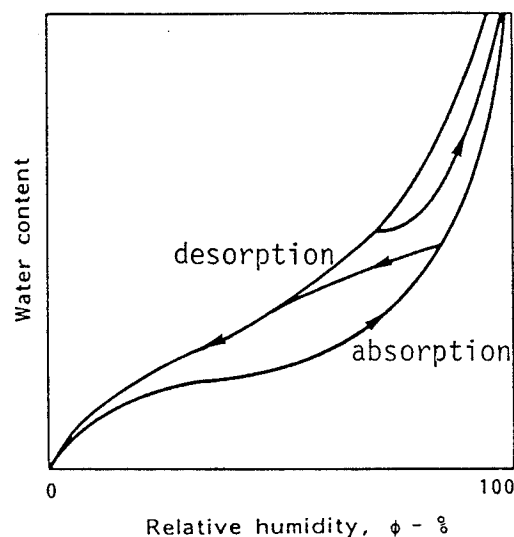


Fig. 2.12 Sorptionskurver under henholdsvis absorptions-, desorptions- og scanningforløb (fra Ahlgren, 1972).

Ved lave relative fugtigheder skyldes optagelsen af vanddamp som nævnt adsorption, og i dette område vil sorptionshysteresen ikke være særligt udpræget. Den hysteres, der dog ses, skyldes ifølge Ahlgren, 1972, urenheder i den gas, der adsorberes til materialets overflade. Det vil hyppigt være tør luft, der adsorberes i stedet for vand, når materialet kommer fra en tør tilstand, selv om selvfølgelig vandmolekylerne har den største bindingskraft. Under vakuum ser man således ikke hysteresen forekomme, da der så kun vil være vanddampmolekyler tilstede som gas.

Luikov, 1966, angiver en anden forklaring på, hvorfor hysteresen ikke forekommer under vakuum. Vi er nu oppe på højere fugtniveauer, hvor kapillarkondensationen har ansvaret for fugtoptagelsen. I den del af porevæggen, hvor vandmenisken ikke når op, er der adsorberet både vanddamp og tør luft. Tilstedeværelsen af det adsorberede luftlag skulle påvirke meniskens anlægsvinkel under absorption, således at $\cos\theta < 1$. Under desorption, hvor menisken trækker sig tilbage, skulle man få fuldstændig befugtning af porevæggen, hvorved $\cos\theta = 1$. Dette betyder, at samme relative fugtighed giver en større Kelvinradius (jævnfør formel 2.2.34) og dermed større fugtindhold under desorption end under absorption.

En anden måde hvorpå anlægsvinklen ændres fra absorption til desorption, fremhæves af van Minnen & Vos, 1965, som en hypotese. Ideen, der er vist i figur

2.13, er, at selv en tilsyneladende glat porevæg på mikroskopisk niveau vil være ru. Under absorption vil man derfor på mikroskopisk niveau have anlægsvinkler på 0° (figurens billede A), mens disse på makroskopisk niveau godt kan fremtræde som værende forskellige fra 0° (billede B). Billede A er således en forstørrelse af de fine krumninger i materialet fra billede B på det sted, hvor menisken lægger an. Tre mulige placeringer er vist på billede A, hvoraf de to øverste makroskopisk set vil give anlægsvinkler forskellige fra 0° . Under desorption efterlades en vandfilm, der fylder de små ruheder i overfladen, så den makroskopiske anlægsvinkel altid vil være 0° (billede C).

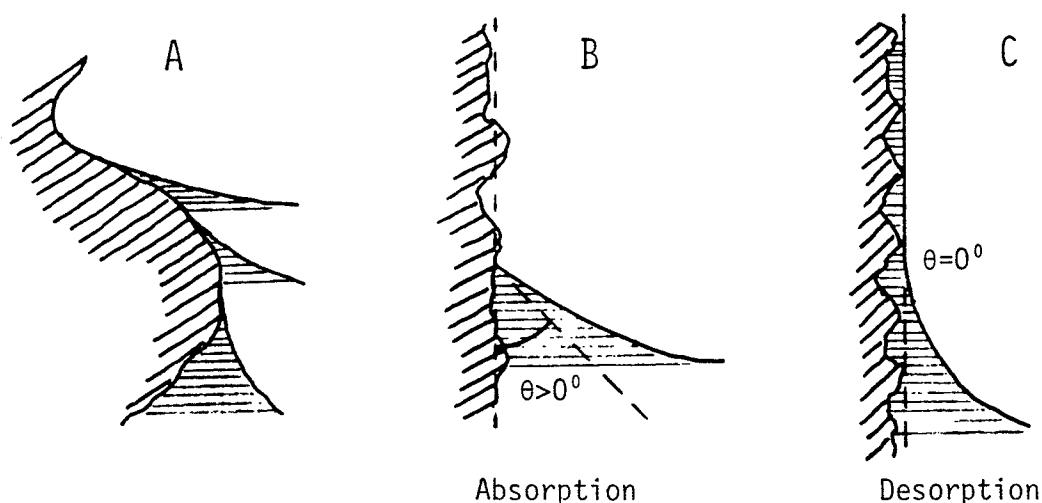


Fig. 2.13 Forskelle i mikroskopisk og makroskopisk anlægsvinkel.

Den hyppigst sette forklaring på hysteresefænomenet er måske den såkaldte ink-bottle beskrivelse (figur 2.14). Under absorption, hvor "flasken" starter med at være tør (a), vil man undervejs under opfugtning nå en relativ fugtighed, der svarer til at flaskehalsen og dens omgivelser fyldes kapillært (b). Bortset fra de små hjørner i flasken vil der ikke absorberes mere vand, før pludseligt den relative fugtighed svarer til at kunne fylde hele flasken (c), da den indre radius for flasken her svarer til kelvinradius for den pågældende RF. Under udtørring bliver fugten i flasken til den relative fugtighed i omgivelserne når så langt ned, at flaskehalsen og dermed pludseligt resten af flasken kan tømme (d). Man indser også, at den i figurens billede B viste, åbne pore kan fungere på samme måde.

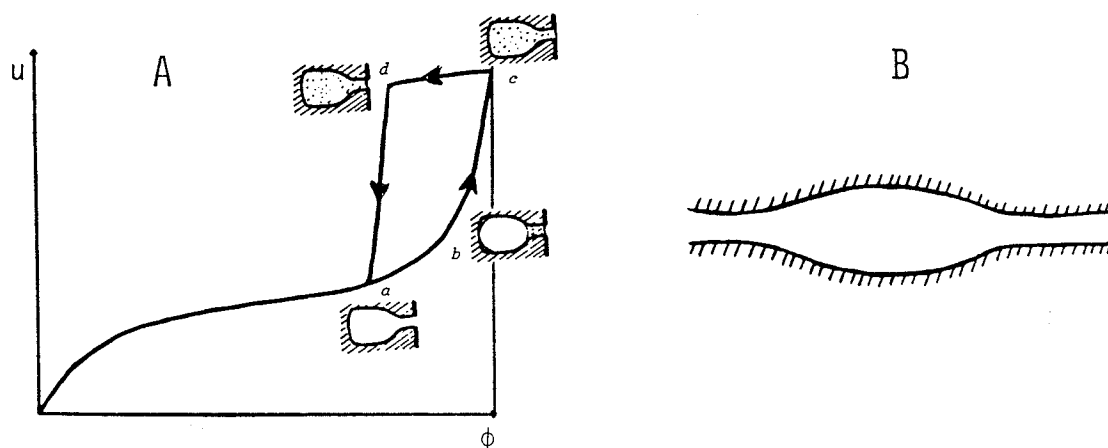


Fig. 2.14 Sorptionshysteresis på grund af "ink-bottles" (fra Laboratoriet for Bygningsmaterialer, 1980).

Endeligt kan luften i de grove porer medvirke til en tilsyneladende hysteresis. Når poresystemet fyldes med vand, bliver først de små porer fyldte og siden de store. Der vil imidlertid være en del store porer inde i materialet, der under opfugtningen vil være fyldte med luft og som kun har forbindelse med materialets overflade via de små og måske allerede fyldte porer. Disse store porer vil derfor ikke fyldes hurtigere end luften fortrænges, og det kan nu kun ske ved en uhyre langsommelig diffusionsproces af luft gennem de snævre pores vandfase. Omvendt vil porerne under udtørring ikke tømmes hurtigere for vand, end luften kan nå ind i systemet. Denne situation er altså udtryk for den først nævnte hypotese om en uligevægtstilstand, der ligner ligevægt, men hvor tiden må med som en parameter i beskrivelsen.

SORPTIONSKURVENS TEMPERATURAFHÆNGIGHED:

Som allerede nævnt flere steder, afhænger sorptionsevnerne for et materiale af temperaturniveauet. Dette illustreres af figur 2.15, der viser sorptionsisoternerne for træ ved en skare af forskellige temperaturer. Man ser, at ligevægtsfugtindholdet ligger lavere, jo højere temperaturen er – eller omvendt: for konstant holdt fugtindhold vil den relative fugtighed stige med temperaturen.

Årsagen til denne temperaturafhængighed kan deles op i årsager, der påvirker adsorptionen, og årsager, der påvirker kapillarkondensationen.

Adsorption af molekyler på en overflade er en exoterm proces, og man har deraf (Le Chatelier's princip), at en temperaturforøgelse vil styrke den modsat rettede proces i ligevægten – nemlig løsrivelse af molekyler fra overfladen og dermed opnåelse af et mindre bundet kvantum vand til materialet. Det skal nu vises, hvordan denne sammenhæng mellem sorptionsvarme og sorptionskurvens temperaturafhængighed kan kvantificeres. Clapeyronligningen 1.1.30 kan generaliseres til at omfatte vand i en adsorberet fase:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\Delta h_{ads}}{\Delta V \cdot T} \quad (2.3.3)$$

hvor

Δh_{ads} = Den molspecifikke fordampningsentalpi (damp/adsorberet fase)
(J/mol)

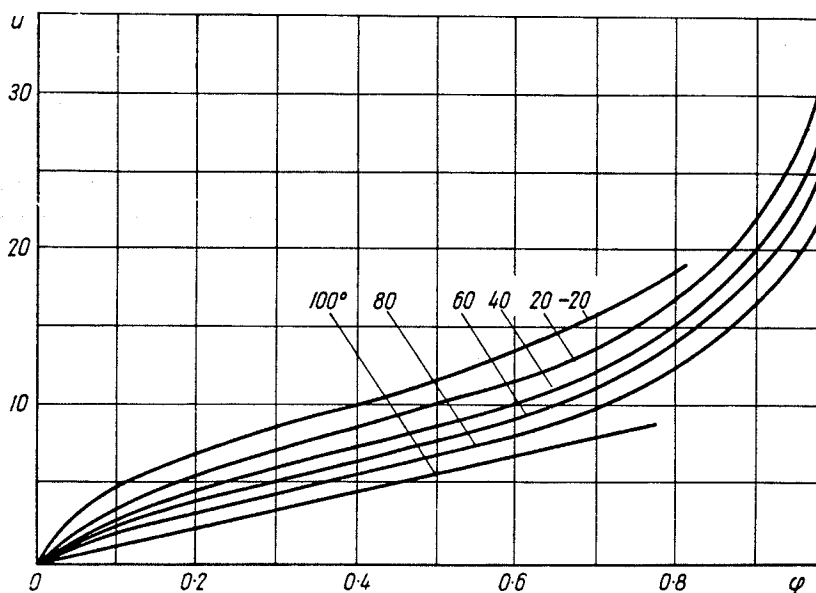


Fig. 2.15 Sorptionsisotermer for træ ved en skare af forskellige temperaturer (fra Luikov, 1966).

Med tilnærmelsen 1.1.31 fås nu en ny Clausius—Clapeyron ligning:

$$\frac{d(\ln p)}{d(\frac{1}{T})} = - \frac{\Delta h_{ads}}{R} \quad (2.3.4)$$

Venstresiden kan omskrives som følger:

$$\frac{d(\ln p)}{d(\frac{1}{T})} = \frac{d(\ln(\varphi \cdot p_s))}{d(\frac{1}{T})} = \frac{d(\ln \varphi)}{d(\frac{1}{T})} - \frac{\Delta h}{R} \quad (2.3.5)$$

Her er ligning 1.1.30 benyttet med Δh som den sædvanlige fordampningsentalpi for frit vand. Ligning 2.3.4 giver sammen med ligning 2.3.5:

$$d(\ln \varphi) = \frac{\Delta h - \Delta h_{ads}}{R} \cdot d(\frac{1}{T}) \quad (2.3.6)$$

For bindingsvarmen Δh_b , der er lig entalpidifferensen $\Delta h_{ads} - \Delta h$, angiver Krischer, 1963 et udtryk, der gælder for materialer, hvori der ikke optræder hydratiserings-, omdannelses- eller opløsningsvarme:

$$\Delta h_b = -RT \cdot \ln \varphi \quad (2.3.7)$$

Dette udtryk gælder ikke for små relative fugtigheder, hvor der sker monomolekylær adsorption ($\varphi \rightarrow 0$ ville efter ligning 2.3.7 medføre $\Delta h_b \rightarrow \infty$). Her gælder:

$$\Delta h_b = RT \cdot \ln(c \cdot u_m \cdot (1 - \frac{u}{u_m})) \quad (2.3.8)$$

hvor

c = BET-teoriens c -konstant

u_m = Fugtindholdet ved ét fyldt monolag

For træ (der ikke opfylder betingelserne for ligning 2.3.7) varierer Δh_{ads} fra 65 kJ/mol ved $\varphi=0\%$ til 45 kJ/mol for frit vand ved $\varphi=100\%$ (ifølge Krischer, 1963). Bindingsvarmen har således værdier mellem 0 og 20 kJ/mol. Ligning 2.3.6 kan omskrives, så man får et eksplicit udtryk for den relative fugtigheds ændring med temperaturen, givet fugtindholdet er konstant:

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial T} \right|_u = \frac{\Delta h_b \varphi}{RT^2} \quad (2.3.9)$$

Som man ser, indgår φ , som vokser mellem værdierne 0 og 1, mens Δh_b aftager fra ca. 20 til 0 kJ/mol. φ 's afhængighed af temperaturen kan således optegnes som en klokkeformet funktion af φ , med et maksimum ikke langt fra $\varphi=50\%$. En sådan udregning finder man i Freiesleben Hansen, 1985, for cementpasta, og der vises pæn overensstemmelse med visse eksperimentelle data.

Også den kapillært optagne fugtmængde viser sig at afhænge af temperaturen. Som det ses af figur 2.7, afhænger sammenhængen mellem den relative fugtighed og den tilhørende Kelvinradius af temperaturen på grund af overfladespændingens temperaturafhængighed. For et fastholdt fugtindhold kan man således udregne et $\frac{\partial \varphi}{\partial T}$ ud fra Kelvinligningen. I afsnittet om suctionkurver vil det blive vist, hvordan temperaturen influerer på væskens hydrauliske undertryk, og denne indflydelse kan man om ønsket omregne til indflydelsen på den relative fugtighed.

AFHÆNGIGHED AF SALTINDHOLDET:

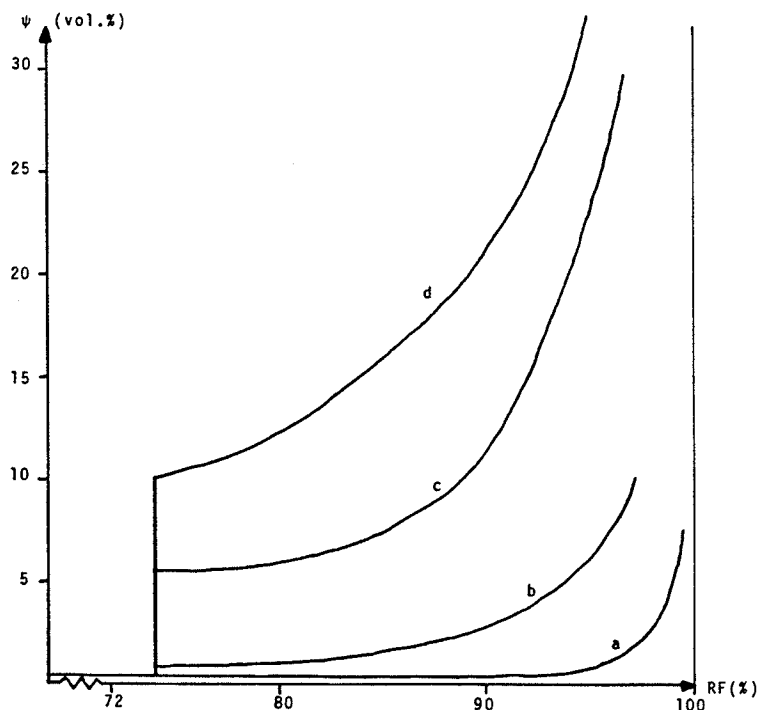


Fig. 2.16 Sorptionskurver for tegl ved forskellige koncentrationer af NaCl (efter Vos & Tammes, 1969).
a. 0 mg/cm³ b. 4 mg/cm³ c. 20 mg/cm³ d. 40 mg/cm³

Som tidligere nævnt, sker der en sænkning af damptrykket over en mættet eller umættet opløsning af salt, og således også over et saltholdigt materiale. For samme fugtindhold i materialet, vil den relative fugtighed således være lavere jo højere saltkoncentrationen er. Dette ser man i sorptionskurven ved, at kurverne for det saltholdige materiale ligger over det saltfrie materiales kurve. På figur 2.16 er vist en sorptionskurve for tegl ved forskellige saltkoncentrationer (NaCl).

2.3.2 SUCTIONKURVER

Som det eksempelvis ses af figur 2.9, giver sorptionsisotermen en dårlig beskrivelse af den absorberede vandmængde, når den relative fugtighed kommer tæt på 100%. Der kan imidlertid i dette område stadig være en betydelig lagringskapacitet tilbage i materialet, før alle porer er vandfyldte, men denne sidste vandmætning foregår under en ubetydelig damptrykssænkning. Det er altså ikke længere damptrykket, der virker som den dominerende drivende kraft ved fugttransporten i dette område, der betegnes som det overhygroskopiske område (over 98% RF). De drivende kræfter for transporten er her porevandets hydrauliske tryk, og det vil derfor være naturligt at have en kurve, der i analogi med sorptionskurven beskriver sammenhængen mellem porevandstrykket og materialets vandindhold. Da trykket i reglen er negativt, er der altså tale om et suctiontryk, og en sådan kurve har derfor fået navnet en suctionkurve.

Figur 2.17 viser suctionkurven for gasbeton. Som det ses, kan man ved at benytte Kelvinligningen medtage det hygroskopiske område på denne kurve, så man kunne i realiteten lade suctionkurven stå alene om at beskrive materialets fugtakkumulerende egenskaber. Man ser endvidere, at det på grund af de store trykvariationer er hensigtsmæssigt at lade potentialaksen være logaritmisk afbildet.

Suctionkurverne ses i litteraturen gengivet på flere forskellige måder. Dels kan valget af potentialer være forskelligt (trykpotentiale, sugehøjde eller fugtbindingsenergi), dels har disse potentialer naturligvis som trykket et utal af enheder. Hyppigt ser man også, at der er byttet om på akserne, således at potentialet er afbildet som funktion af vandindholdet (eller undertiden af mætningsgraden). Hydrogeologer, der hyppigt anvender suctionkurver (og kalder dem retentionskurver), afbilder således ofte den kapillære sugehøjde (m) som funktion af vandindholdet (vol %).

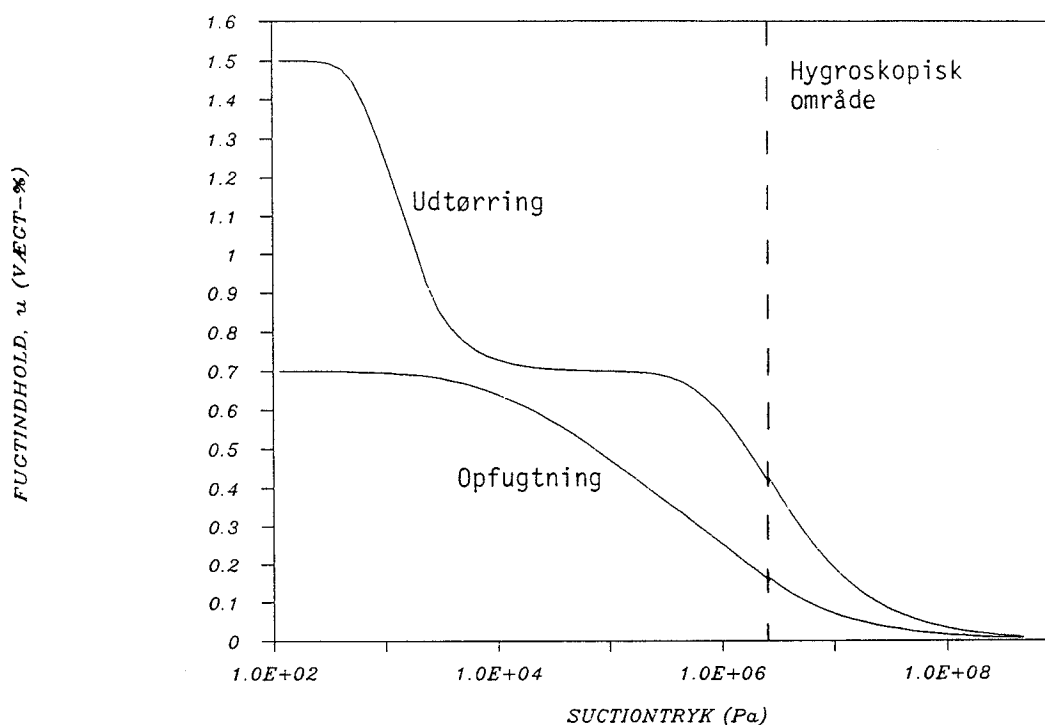


Fig. 2.17 Suctionkurve for gasbeton.

Man ser af figur 2.17, at der i det område, suctionkurven dækker, er en måske endnu større tendens til hysteres i ligevægtstilstanden, end der er i sorptionskurvens område. Årsagerne til denne hysteres er de samme som nævnt i afsnittet om sorptionskurverne, men man ser her ved de høje fugtigheder den store betydning af indespærret luft. Ved kapillær opsugning i gasbeton er det således kun muligt at fylde ca. halvdelen af materialets porer, så opfugtningskurven ender ved $u=u_{\text{cap}}$. Udtørningskurven forudsætter, at materialet til start har været helt opfugtet til u_{vac} , ved at materialet har været udsat for vand under overtryk eller, at luften har været fjernet med vakuum.

Den viste udtørningskurve har et topuklet forløb, der kan føres tilbage til de to porestørrelseskollektiver, gasbeton har. Når et stort antal porer med omtrent samme radius tømmes for vand, falder fugtindholdet meget, uden at det tilsvarende væsketryk ændres synderligt, da det jo hele tiden skal svare til Kelvinradius for de porer, hvor vandmeniskerne står. Man ser, at porerne i porestørrelseskollektivet med de største radier slet ikke bliver fyldt med vand under kapillær opsugning.

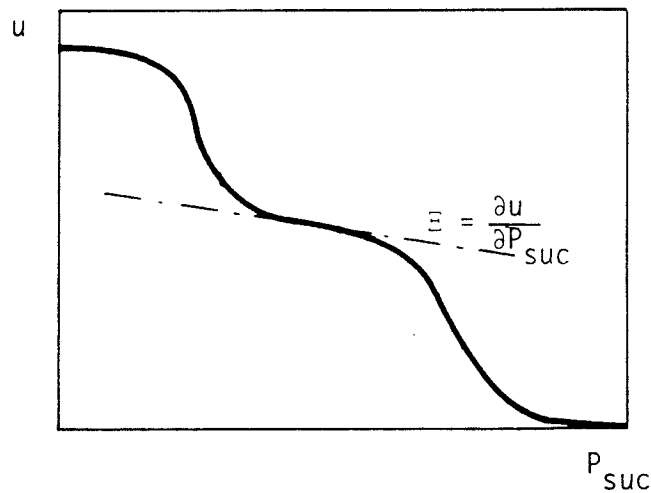


Fig. 2.18 Definition af fugtkapacitet i suctionområdet. Den rette linie skal tages symbolsk, da abscissen er logaritmisk (fra Sandberg, 1973).

Som i det hygroskopiske område for sorptionskurven kan der også her defineres en fugtkapacitet ud fra suctionkurvens hældning (se figur 2.18). I analogi dermed benyttes der også her det græske symbol xi:

$$\Xi = \frac{\partial u}{\partial P_{suc}} \quad (\text{Pa}^{-1}) \quad (2.3.10)$$

VÆSKETRYKKETS TEMPERATURAFHÆNGIGHED:

Som nævnt i afsnittet om sorptionskurver, afhænger væsketrykket af temperaturen på grund af overfladespændingens afhængighed. Man kan således ved hjælp af ligning 2.2.24 som Philip & de Vries, 1957, opskrive:

$$\frac{\partial P_h}{\partial T} = \frac{\partial P_h}{\partial \sigma} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial T} = \frac{P_h}{\sigma} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial T} = \gamma \cdot P_h \quad (2.3.11)$$

hvor

$$\gamma = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial T} = \text{Overfladespændingens temperaturkoefficient (K}^{-1}\text{)}$$

γ kan praktisk taget regnes at være konstant.

KAPITEL 3

FUGTTRANSPORT

I de forrige kapitler redegjordes der for, hvordan porøse materialer i ligevægt med den omgivende luft var i stand til at ophobe fugt. Det vil i dette kapitel blive gennemgået, hvordan fugten flytter sig i materialerne i situationer, hvor der forekommer gradienter i de potentialer, der er drivende for fugten. Disse drivende potentialer kan opdeles i nogle, der står i relation til materialets fugtindhold – for eksempel damp- og væsketryk (henholdsvis afsnit 3.1 og 3.2), samt i "udefrakommende" potentialer som lufttrykket, der driver en luftstrøm igennem materialet eller konstruktionen og derved giver anledning til en konvektiv fugttransport (afsnit 3.3). Temperaturen fremhæves ofte som et af de drivende potentialer for fugttransport, men da den vigtigste effekt af temperaturen er dens indflydelse på trykpotentialerne, vil temperatureffekterne her blive behandlet sammen med trykpotentialerne i de to første afsnit.

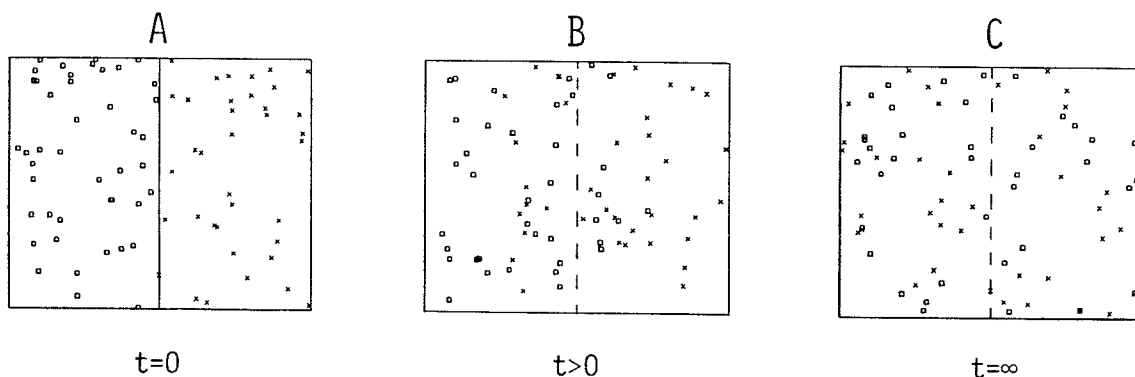
3.1 DAMPTRANSPORT

3.1.1 FICK'S LOV

Fugttransport beskrevet ved diffusion efter Fick's lov (Ueber Diffusion, A. Fick, 1855) er velsagtens den mest velkendte måde at dimensionere konstruktioner fugtmæssigt efter. En metodik for dette er opstillet af Glaser, 1959, og man ser stadig ganske mange fugtberegninger udført efter dette koncept eller modifikationer heraf.

Diffusionsprocessen er for så vidt også ganske enkel at forstå. I luften bevæger molekyler af forskellig slags, herunder vanddampmolekyler, sig rundt i alle retninger og med forskellige hastigheder. Ved sammenstød mellem molekylerne ændres retningen og måske også hastigheden af molekylerne med hyppige mellemrum. På figur 3.1 vises, hvorledes diffusionsprocessen således er i stand til at udjævne opståede koncentrationsforskelle. På figurens billede A (til tiden 0) er to forskellige gasser fuldstændigt separerede af et spjæld. Molekylerne i hver af de

to gasser bevæger sig rundt indbyrdes, men gasserne har naturligvis ikke mulighed for at blive opblandet med hinanden. På billede B er spjældet åbnet, og der er gået lidt tid, så molekylernes bevægelse har medført en vis opblanding — hovedsageligt omkring spjældpositionen. Efter uendelig lang tid ses af billede C, hvordan molekylerne fra de to gasarter er blandet fuldstændigt op med hinanden. Allerede i situation B begynder nogle af molekylerne måske at bevæge sig tilbage, hvor de kom fra, men på grund af forskellen i koncentration fra den ene halvdel af kassen til den anden vil der alt i alt være flest molekyler der diffunderer over i den halvdel, hvor de ikke fandtes før. Selv ved ligevægt til $t=\infty$, bevæger molekylerne sig, men nu lige meget i begge retninger. Diffusionsprocessen er således det statistiske resultatet af en proces, der til stadighed fungerer i to modsatgående retninger.



Figur 3.1 Opblanding af to gasser ved diffusion.

Når de to gasser, der er tale om, er vanddamp og tør luft, vil opståede koncentrationsforskelle af vanddamp udjævnes ved, at der sker en resulterende transport, g_v , af dampmolekyler mod den laveste koncentration. Dette kan netop beskrives ved Fick's lov:

$$g_v = -D \cdot \frac{\partial c_v}{\partial x} \quad (3.1.1)$$

hvor

$$g_v = \text{Vanddampfluxen} \quad \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{s}} \right)$$

D	=	Diffusionstallet eller diffusionskoefficienten for vanddamp i luft	$(\frac{\text{m}^2}{\text{s}})$
c_v	=	Dampkoncentrationen	$(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3})$
x	=	Stedkoordinaten	(m)

Diffusionstallet for vanddamp i luft findes hyppigt angivet som funktion af luftens totaltryk og temperatur. Et sådant udtryk er (fra Krischer, 1963, der citerer Schirmer's målinger for temperaturområdet 20 til 90°C):

$$D = \frac{2,26}{P [\text{Pa}]} \cdot \left(\frac{T [\text{K}]}{273} \right)^{1,81} \quad (\text{m}^2/\text{s}) \quad (3.1.2)$$

Ved 20°C og atmosfæretryk fås $D = 2,54 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$.

For et porøst bygningsmateriale må man dels tage hensyn til, at kun en del af dets volumen består af åbne porer, og at disse porer i reglen ikke går ret igennem materialet fra dets ene overflade til den anden. Hartley, 1987, gengiver i sit review af koblet fugt- og varmetransport den måde, hvorpå man kan tage hensyn til disse to faktorer. Fick's lov for porøse materialer ser da således ud:

$$g_v = -D \cdot \tau \cdot (\epsilon - \psi) \cdot \frac{\partial c_v}{\partial x} \quad (3.1.3)$$

hvor

τ = Snoningsfaktoren, der tager hensyn til diffusionsvejens forlængelse og krumning gennem porerne (værdien 0,66 nævnes af Hartley)

$\epsilon - \psi$ = Den åbne porøsitet fratrukket den andel af porene, der er vandfyldt

τ betegnes på engelsk en tortuosity factor. Hartley angiver iøvrigt andre foreslåede korrektionsled. Koefficienten til koncentrationens afledede i ligning 3.1.3 slås oftest sammen, så man får:

$$g_v = -\delta_c \cdot \frac{\partial c_v}{\partial x} \quad (3.1.4)$$

hvor

δ_c = Diffusionstallet eller damppermeabiliteten for det porøse materiale
(m^2/s)

Navnlig i tysk litteratur støder man ofte på diffusionsmodstandsfaktoren, μ , der angiver forholdet mellem diffusionstallet for luft og for det aktuelle materiale:

$$\mu = \frac{D}{\delta_c} \quad (-) \quad (3.1.5)$$

Benyttes gasarternes tilstandsligning, fås en form af Fick's lov, hvor gradienten i dampkoncentrationen udtrykkes ved damptrykkets og temperaturens gradienter, der derved udgør de drivende potentialer:

$$g_v = - \frac{\delta_c}{R_v T} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\delta_c p}{R_v T^2} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \quad (3.1.6)$$

Indexet v udelades her for partialtrykkets vedkommende, således der ved p underforstået fremover menes vanddamperens partialtryk. Temperaturleddet i ligning 3.1.6 fremkommer ved, at dampkoncentrationen og partialdamptrykket ikke udvikles helt proportionalt, ved temperaturændringer. Dette led kan ved normalt forekommende temperaturniveauer indenfor bygningsfysikken give korrektioner i størrelsesordenen 5–6%. Man ser imidlertid ligning 3.1.6 uden temperaturkorrektionen anvendt lige så hyppigt som den oprindelige Fick's lov (ligning 3.1.4). Om man bruger en sådan tilnærmet form af Fick's lov eller den oprindelige, vil formodentlig ikke have nogen praktisk betydning, når man sammenligner med usikkerheden på materialedata. I det følgende benyttes ligning 3.1.6 uden temperaturkorrektionen, og koefficienten samles til én størrelse, δ_p :

$$g_v = - \delta_p \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \quad (3.1.7)$$

Man kan af det foregående forestille sig, hvordan beskrivelsen af materialernes diffusionstal bliver gjort ganske kompliceret ved den forskellige brug af drivende potentialer og de forskellige målstørrelser for eksempelvis tryk, længde og masse, der indgår. Omregningstabeller mellem de hyppigst angivne størrelser kan derfor blive ganske omfattende.

En række korrektioner knytter sig til Fick's lov, og disse vil blive gennemgået i det følgende.

3.1.2 STEFAN'S DIFFUSION

I en blanding af vanddamp og luft vil totaltrykket altid være lig den omgivende atmosfæres tryk. Der vil således ved fordampning fra en fri vandoverflade være en partialtryksgradient for den tørre luft, der er modsat rettet vanddampens partialtryksgradient, og følgelig vil der ske en diffusion af tør luft mod vandoverfladen. Da den tørre luft praktisk taget ikke absorberes af vandoverfladen, må den samlede transport, g_a , af tør luft imidlertid være lig nul, så samtidig med den diffusive transport må der være en overvejende konvektiv transport, der transporterer den samlede blanding af vand og tør luft væk fra vandoverfladen. For denne konvektive flux, der betegnes g_g , gælder:

$$g_g = g_{v,konv} + g_{a,konv} \quad (3.1.8)$$

For den tørre luft gælder, at den samlede flux kan sammensættes af et bidrag, der skyldes medføringstransporten (det konvektive bidrag, der ofte betegnes den molare transport – i modsætning til den molekyllære transport ved diffusion) og et bidrag, der skyldes diffusion i forhold til gasblandingens tyngdepunkt:

$$g_a = g_{a,dif} + g_{a,konv} = -\delta_p \cdot \frac{\partial(P-p)}{\partial x} + \frac{P-p}{P} \cdot g_g \quad (3.1.9)$$

Det er her udnyttet, at den tørre lufts partialtryk er $P-p$ og masseandelen af tør luft i luftblandingen er $\frac{P-p}{P}$. For diffusion af tør luft i vanddamp er diffusionstallet det samme som for diffusion af vanddamp i tør luft (δ_p). Da $g_a=0$, fås g_g af ligning 3.1.9:

$$g_g = \delta_p \cdot \frac{P}{P-p} \cdot \frac{\partial(P-p)}{\partial x} = -\delta_p \cdot \frac{P}{P-p} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \quad (3.1.10)$$

Svarende til ligning 3.1.9 kan den samlede transport af vanddamp nu opskrives:

$$\begin{aligned} g_v &= g_{v,dif} + g_{v,konv} = -\delta_p \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{p}{P} \cdot \delta_p \cdot \frac{P}{P-p} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} = \\ &= -\left(1 + \frac{p}{P-p}\right) \cdot \delta_p \cdot \frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{P}{P-p} \cdot \delta_p \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \end{aligned} \quad (3.1.11)$$

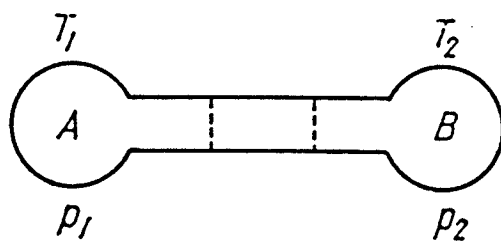
Af ligningerne 3.1.10 og 3.1.11 ses, at $g_g = g_v$, hvilket er naturligt nok, da $g_a = 0$. Ved ensidig diffusion, hvor en af komponenterne bremses af den ene rand, bliver den resulterende flux af den anden komponent således forstærket med en faktor,

der er omvendt proportional med $P-p$. Dette er Stefan's lov.

Ifølge Luikov, 1966, er forholdene i et kapillarporøst materiale anderledes end ved fordampningen fra en overflade på en sådan måde, at Stefan's korrektion ikke skal tages i anvendelse. Dette lyder rimeligt for et forholdsvis tørt materiale, hvor den tørre luft vil kunne finde andre veje udenom de fordampende menisker, men måske skal Stefankorrektionen benyttes når materialet er drivvådt, og fordampningen har en udpræget ensidig karakter i nærheden af materialets overflade? Omkring stuetemperatur betyder Stefan's lov højst en ændring på 2–3% i forhold til den sædvanlige Fick's lov, og dette bidrag er for mange praktiske formål ubetydeligt.

3.1.3 KNUDSEN DIFFUSION, EFFUSION

Middelvejlængden for molekylernes tilfældige bevægelser er for luft $0,64 \cdot 10^{-7}$ m og for vanddamp $0,42 \cdot 10^{-7}$ m ved 1 atmosfæres tryk og 15°C (Luikov, 1966). Der vil således for mange porøse bygningsmaterialer være et område med poreradier, der er store nok, til at dampmolekylerne kan komme ind i porene, men hvor de sædvanlige love, for hvordan molekylernes translatoriske bevægelser foregår, ikke længere gælder. Tænker man sig to makroskopiske rum forbundet med en sådan mikrokapillar (figur 3.2), vil transporten af gas fra det ene rum til det andet afhænge af sandsynligheden for at molekylerne støder ind i de store rums porevægge på det sted, hvor kapillarens åbninger er. Denne teori er opkaldt efter danskeren Martin Knudsen, der har beskrevet fænomenet i "The Kinetic Theory of Gases" fra 1934. For Knudsen flowet gælder:



Figur 3.2 Knudsen diffusion mellem to store rum A og B, der er forbundne med en mikrokapillar ($r < 10^{-7}\text{m}$). Mikrokapillaren kunne lige så godt være et mikroporøst materiale. (Fra Luikov, 1966).

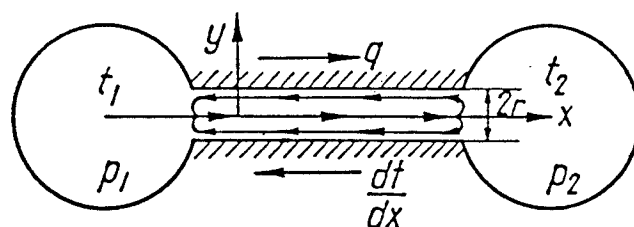
$$g_v = -\frac{8}{3} \cdot \sqrt{\frac{M_v}{2\pi R}} \cdot r \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{P}{\sqrt{T}} \right] \quad (3.1.12)$$

Dette er en generel formel, der gælder for alle gasser, når deres respektive molmasser indsættes i koefficientleddet. I stedet for at betragte hver gas for sig kan man indsætte en midlet molmasse for gasblandingen og benytte gassens totaltryk i det drivende potentiale. Med Knudsen diffusionen fås da en molar transport, der kan sammenlignes med den transport, man får ved det sædvanlige Poiseuille flow, der omtales i afsnit 3.2 og 3.3. Da fluxen ved Knudsen flowet er proportional med kapillarradius i første potens, mens fluxen ved Poiseuille flowet er proportional med kvadratet på kapillarradius, falder Knudsen flowets størrelse mindst med kapillarradius, og Luikov viser, hvordan det molare flow i en kapillar med en radius på 10^{-8} er 40 gange større efter Knudsen's ligning end efter Poiseuille's (ved 150°C).

Man ser også af ligning 3.1.12, hvordan temperaturen direkte indgår som en drivende kraft for masseflowet, og i modsætning til hvad man normalt ser, når det gælder fugttransport, er dette flow rettet fra lav mod høj temperatur. For Knudsen'sk diffusion ser man også betegnelsen termoeffusion.

3.1.4 SLIP FLOW

Hos Luikov, 1966, og andre steder i litteraturen støder man på fænomenet "slip flow", der gør sig gældende ved poreradier i mellemstørrelsen lige over det område, hvor man har Knudsen diffusion. Efter denne teori har man, som Luikov beskriver det, en nettoimpuls af bombarderende molekyler på porevæggen i retning mod den kolde temperatur på grund af den større hastighed partiklerne har, når de kommer fra de høje temperaturer. Ved sammenstødene mellem disse partikler og porevæggen får man imidlertid en reaktion fra porevæggen mod de nærmest beliggende gaspartikler, der derfor sendes i modsat retning – altså fra de lave mod de høje temperaturer. Denne transport mod den høje temperatur giver et forhøjet tryk i den varme ende, der slutteligt forårsager en transport i porens midte fra høj mod lav temperatur. Ordet slip kommer af, at fluidens hastighed ved porevæggen er forskellig fra nul, i modsætning til hvad man normalt regner med inden for hydrodynamikken. Figur 3.3 illustrerer fænomenet. Betydningen af slip flow er nok begrænset, men det er værd at lægge mærke til, at der også her fremkommer en krydskoblet effekt ved temperaturens påvirkning af masseflowet.



Figur 3.3 Illustration af "slip flow" (fra Luikov, 1966).

3.1.5 TERMISK DIFFUSION

Molekylærkinetiske overvejelser omkring impulsoverførslen ved sammenstød mellem molekyler af to forskellige slags i en gasblanding, hvorover der hersker en temperaturgradient, giver, at de molekyler, der har den mindste molekylvægt, vil modtage en impulsmængde, der i middel virker mest mod den varme side af gassen og vice versa. For en vanddamp/luftblanding er det vanddampens molekyler, der er de letteste, og en temperaturgradient over et hulrum, hvori en sådan blanding befinder sig, vil altså forårsage, at vanddampen transporteres mod den varme side.

Den termodiffusive effekt er i sig selv ikke særligt kraftig, men den bliver forstærket i kombination med den naturlige konvektion af luftblandingen, som temperaturgradienten også forårsager. Dette princip udnyttes således i den såkaldte Clusius–Dickel kolonne til separation af isotoper eller andre stoffer, der ligner hinanden meget. En sådan kolonne består af et lodret rør eller en spalte, hvori der er en vandret temperaturgradient. De tunge komponenter søger først mod den kolde side, og falder sammen med blandingen mod bunden (ved naturlig konvektion), hvor koncentrationen derfor vil blive størst af de tunge partikler. Fænomenet findes beskrevet af (blandt andre) Jost, 1960, og Jost & Hauffe, 1972. Betydningen er nok beskeden for den bygningsrelaterede, koblede fugt- og varmetransport.

3.1.6 FICK–DIFFUSION UNDER TERMISKE GRADIENTER

Hvis et materiale, der overalt har samme fugtindhold (i adsorberede lag og i fyldte kapillarer), udsættes for en temperaturgradient, vil der forekomme en ganske betydelig damptransport beskrevet ved Fick's lov. Årsagen er, at der til

materialets fugtindhold svarer en bestemt relativ fugtighed, der således også vil være den samme i hele prøvelegemet (hvis der ses bort fra hysteresseindflydelsen). Damptrykkenes fordeling vil derfor være proportional med mætningsdamptrykkets fordeling, der jo er ganske temperaturafhængig. Selv forholdsvis beskedne temperaturgradienter kan af denne årsag give ganske store damptransporter fra den varme side af et legeme mod den kolde, og dette må formodentligt betragtes som den vigtigste effekt af temperaturgradienterne på den samlede fugttransport i bygningsmaterialer.

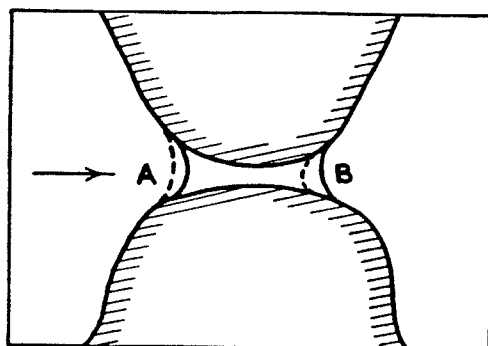
Efter denne beskrivelse kunne man tænke sig at benytte materialets fugtindhold sammen med temperaturen som drivende transportpotentialer. Hvordan dette gøres, vil blive beskrevet i kapitel 5.

Diffusionstallets variation med temperaturen må formodes også i de porøse materialer at følge den variation der for vanddamp i luft er givet ved formel 3.1.2. Man får således, at der ved et stigende temperaturniveau igennem hele materialet, vil ske en forøgelse af damptransportens størrelse – alt andet lige.

3.1.7 KOMBINERET TRANSPORT I DAMP– OG VÆSKEFASE:

Som tidligere omtalt, dannes der allerede ved ganske lave relative fugtigheder menisker af vand i de snævre porer. Disse vandfyldte porer tager del i fugtvandringen ved en transport, der virker i serie– eller parallelforbindelse med de omgivende større og dampfyldte porer. Man har således allerede fra ret lave fugtniveauer en transport, der ikke kan beskrives som ren damptransport. Hvordan en sådan serietransport foregår, har Philip og de Vries, 1957, foreslået en teori for, der illustreres i figur 3.4. I de store porer er damptrykkets gradient rettet således, at transporten sker i pilens retning. Den vandfyldte menisk ser oprindeligt ud som vist med den optrukne kurve, men damptransporten forårsager nu kondensation ved A og fordampning fra B, således at meniskernes krumninger ændres til de med stiplede kurver viste. Ændringen i de to kurveradier giver nu anledning til et hydraulisk "sug" af væske fra A mod B, og man får en væsketransport i den snævre pore, der svarer til damptransporten i de store porer.

Ifølge Philip og de Vries' teori vil væsketransporten altid instille sig, så den netop følger damptransporten (uden at begrænse den), og fluxen er da styret af damptryksgradienterne i de store, dampfyldte porer. Fluxen må da være større,

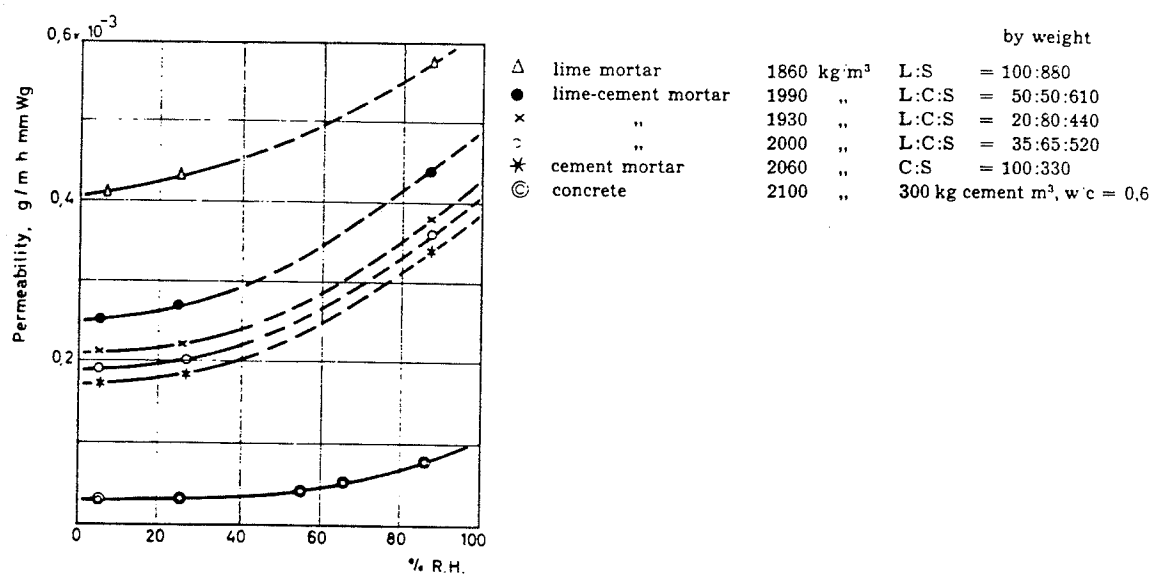


Figur 3.4 Serietransport, damp—væske—damp gennem en vandfyldt pore (fra Philip og de Vries, 1957).

end hvis transporten i de snævre porer skulle ske ved dampdiffusion, da denne i så fald hidtil største modstand i poresystemet er elimineret, men Philip og de Vries nævner endnu en årsag til, at den parallelle/serielle transport giver en forøget fugtflux. De opdeler nemlig den makroskopisk registrerede temperaturgradient i gradienter over damp—, væske— og faststofdelene af materialet, og her vil de mikroskopiske gradienter være størst over dampfasen, der har den laveste varmeledningsevne. Dermed fås også i de dampfyldte porer en større damptryksgradient og følger en større fugttransport.

Denne delvise væsketransport medregnes i reglen til damptransporten, der derfor ses at vokse med materialets fugtindhold. Det antages således fortsat, at Fick's lov giver en egnet beskrivelse af det kombinerede forløb, når blot man lader diffusionstallet afhænge af fugtniveauet. Figur 3.5 viser, hvordan diffusionstallet vokser med den relative fugtighed for en række mørtelblandinger og for beton.

På et tidspunkt når fugtindholdet så højt op, at de porer, der er vandfyldte, begynder at komme i indbyrdes kontakt. Der er således mulighed for, at der kan ske en transport i ren væskefase fra et område af materialet til et andet. Den grænse, hvor den rene væsketransport sætter ind, benævnes det kritiske fugtindhold, u_{cr} , og ligger i reglen omkring eller over det maksimale hygroskopiske fugtindhold. Hurtigt herefter vil et stigende fugtindhold give anledning til at transporten i væskefase bliver dominerende over transporten i dampfase. Efterhånden som de åbne porer bliver fyldt med vand, ophører muligheden for dampdiffusion, så ved fuldstændig vandmætning er diffusionen ophørt.



Figur 3.5 Diffusionstallets udvikling med den relative fugtighed (fra Tveit, 1966).

Overfladekrybning er et andet fænomen, der velsagtens også kan klassificeres som en slags kombineret damp- og væskefasetransport. Vandmolekyler, der er adsorberet på den indre overflade af materialet, vil af og til løsrive sig fra deres position på overfladen og derefter bevæge sig til en anden overfladeposition eller ud i gasfasen. Denne bevægelse afhænger af hvordan bindingskræfterne er fordelt over overfladen og af de termiske forhold. Som regel antages bevægelserne at være styret af forskelle i overfladekoncentration (molekylantal pr. overfladeenhed), men da denne koncentration hænger tæt sammen med den relative fugtighed i poren, og da transportens størrelse er vanskelig at kvantificere, vil man som regel medregne overfladekrybningen som en del af den transport, der i øvrigt beskrives ved andre af fugttransportens love.

3.2 VÆSKETRANSPORT

3.2.1 POISEUILLE'S OG DARCY'S LOVE

Transporten af væske gennem et porøst materiale skyldes trykforskelle i porevæsken, der kan optræde af tre forskellige grunde. (1) Hvis materialet er i kontakt med et frit væskereservoir, der er under tryk, vil væsken herfra blive

presset ind i materialets porer og vandre ud fra eventuelle frie materialeoverflader eller fra overflader, hvor væsketrykket er mindre, som man eksempelvis vil se det i en dæmning. (2) Som nævnt i forrige kapitel, svarer der til forskellige fugtindhold i materialerne forskellige porevandsundertryk, således at gradienter i fugtindhold også giver gradienter i porevandstryk, der vil kunne drive en transport. (3) Tyngden vil give anledning til vertikale forskelle i porevandstrykket og dermed udgøre et potentiale, der søger at drive fugten nedad i materialet. Samles effekterne af disse potentialer, vil man som resulterende drivende potentiale få:

$$P_1 + g_z \rho_w z \quad (3.2.1)$$

hvor

$$\begin{aligned} P_1 &= \text{Det samlede væsketryk fra effekterne (1) og (2) (Pa)} \\ g_z &= \text{Tyngdeaccelerationen} = 9,82 \text{ m/s}^2 \text{ (i Danmark)} \\ z &= \text{Højdekoordinaten (positiv opad)} \quad (\text{m}) \end{aligned}$$

Undertiden ser man også de tre kræfter sammensat i ét transportpotentiale, Φ .

$$\Phi = \Psi_p + \Psi_m + \Psi_g \quad \left(\frac{\text{J}}{\text{kg}}\right) \quad (3.2.2)$$

hvor

$$\begin{aligned} \Psi_p &= \text{Trykpotentialet (der skyldes de ydre tryk)} \\ \Psi_m &= \text{Matrixpotentialet (der skyldes de kapillære kræfter)} \\ \Psi_g &= \text{Gravitationspotentialet (der skyldes tyngdekraften)} \end{aligned}$$

Indsættes nu for de enkelte størrelser fås:

$$\Phi = \frac{(P - P_0)_{\text{ydre}}}{\rho_w} + \Psi_m(u, T) + (z - z_0) \cdot g_z \quad (3.2.3)$$

Index 0 angiver en referencetilstand, der eksempelvis kan være en fri væskeoverflade ved 1 atmosfæres tryk.

Hvordan får disse trykgradienter nu vandet til at flytte sig i poresystemet? For at kunne analysere dette benyttes som tidligere en cylindrisk pore som første tilnærmelse til porerne i det kapillære system. Endvidere antages almindeligvis, at flowet kan regnes for at være laminart (små vandhastigheder og små porediametre giver et lavt Reynoldstal, der defineres i afsnit 3.3). Det vil sige, at man har en væskestrøm i poren, hvor alle væskens molekyler flyder parallelt med porevæggen –

der er ingen turbulente fluktuationer vinkelret på strømningsretningen. Ved porevæggen er hastigheden nul, og ud fra den har man en parabolisk fordeling af hastigheden, der bliver maksimal i porens midte. Det, der giver strømmingen modstand, er friktionen mellem de enkelte molekyllag af væsken, der jo glider i forhold til hinanden med forskellige hastigheder. Man kan således udlede Hagen-Poiseuille's lov for sammenhængen mellem væskeflowet, porestørrelsen og trykgradienterne:

$$Q = - \frac{\pi \cdot r^4}{8\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \quad (3.2.4)$$

hvor

$$\begin{aligned} Q &= \text{Volumenstrøm} & \left(\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right) \\ \mu &= \text{Den dynamiske viskositet} & \left(\frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}} = \text{Pa} \cdot \text{s} \right) \end{aligned}$$

Indføres nu det samlede trykpotentiale fra ligning (3.2.1), fås:

$$\bar{Q} = - \frac{\pi \cdot r^4}{8\mu} \cdot \nabla(P_1 + g_z \rho_w z) \quad (3.2.5)$$

Dette er volumenstrømmen gennem en enkelt pore. Gradientoperatoren benyttes her, for at betragtningen skal være generel med hensyn til $\bar{Q}$'s retning i forhold til z-aksen. I et porøst materiale angiver $f(r)$ den differentielle porestørrelsesfordeling (den differentielle ændring af porenes samlede tværsnitsareal) $\left[\frac{\text{m}^2}{\text{m}} \right]$. Ved sammensætningen af porer fra materialets mindste, med radius r_1 , til den største pore, med radius r_2 , der er fyldt ved det aktuelle fugtindhold, fås, idet det som en første tilnærmelse antages, at flowet foregår parallelt i porer af forskellig størrelse:

$$\begin{aligned} \bar{Q} &= - \int_{r_1}^{r_2} \frac{\pi \cdot r^4}{8\mu} \frac{dn}{dr} dr \cdot \nabla(P_1 + g_z \rho_w z) = \\ &\quad - \int_{r_1}^{r_2} \frac{r^2}{8\mu} f(r) dr \cdot \nabla(P_1 + g_z \rho_w z) \end{aligned} \quad (3.2.6)$$

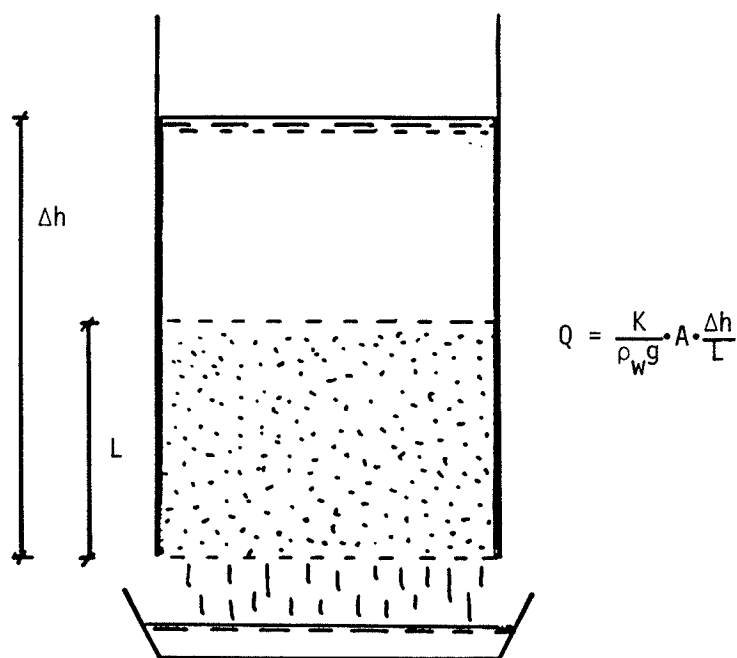
hvor

$$dn = \text{Antallet af porer, der har størrelser mellem } r \text{ og } r+dr.$$

Det er undervejs benyttet, at $f(r) = \pi^2 \cdot \frac{dn}{dr}$. Udtrykket vil formodentlig vise sig ikke at give helt korrekte resultater, af flere grunde. Dels vil porene være indbyrdes forbundne vinkelret på strømningsretningen og dermed forårsage, at der hele tiden er en trykudjævning på den led, dels vil porene konstant ændre tværsnitsareal og form, og endeligt vil den virkelige vejlængde gennem poresystemet være længere end den projicerede længde i flowretningen. Eksempler på sådanne korrektioner vises eksempelvis af van Minnen og Vos, 1965.

Porestørrelsesfordelingen alene kan således kun give et overslag over hvilken hydraulisk modstand, der er i et materiale. Man kan imidlertid få en ide om, hvordan fugtindholdet influerer kraftigt på materialets modstand, da det jo vil være sådan, at et faldende fugtindhold kun efterlader vand i stadigt mere snævre porer, der yder en større modstand mod flowet, end de store porer gør.

Har man mulighed for det, kan man eksperimentelt finde sammenhængen mellem væskefluxen for hele materialet og den tilhørende trykgradient. Imellem disse to størrelser vil man finde en proportionalitetsfaktor (der er lig integralet i ligning 2.2.6 gange en korrektionsfaktor). Sådanne forsøg har M.H.Darcy udført for vandgennemsvivningen igennem sandbunden på nogle springvand (figur 3.6) og beskrevet den proportionale sammenhæng i "Les fontaines publiques de la ville de Dijon" i 1856. Darcy's lov lyder:



Figur 3.6 Darcy's eksperiment.

$$\vec{g} = -K \cdot \nabla(P_1 + g_z \rho_w z) \quad (3.2.7)$$

hvor

$$K = \text{Den hydrauliske ledningsevne} \quad \left(\frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{Pa}} \right)$$

For porøse bygningsmaterialer, der ikke er helt vandmættede og i kontakt med frit vand under overtryk, vil matrixpotentialet være størrelsesordenen større end de andre to af de først i dette afsnit nævnte potentialer således, at man til det meste bygningstekniske brug vil kunne skrive Darcy's lov på en form, der kun indeholder det fra suctionfænomenet hidrørende tryk, P_h :

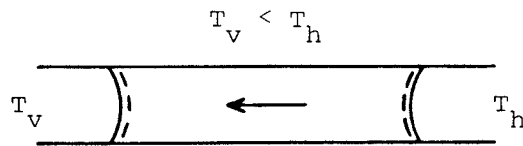
$$g = -K \cdot \frac{\partial P_h}{\partial x} \quad (3.2.7)$$

Her differentieres der altså atter med hensyn til en generel 1-dimensional koordinat, x .

3.2.2 TEMPERATURINDFLYDELSE PÅ VÆSKETRANSPORTEN

Som det omtales i slutningen af kapitel 2, påvirker temperaturen størrelsen af overfladespændingen og dermed af det hydrauliske undertryk på en sådan måde, at en højere temperatur giver anledning til en lavere overfladespænding og følgelig et lavere hydraulisk tryk. Har man således en cylindrisk, vandfyldt pore som vist på figur 3.7, hvor man i begge ender har en krum menisk med samme krumningsradius, men hvor temperaturen er højest i den højre ende, så vil det kapillære undertryk være lavest her. Den venstre menisk vil således suge vandet til sig fra højre, og man har en transport fra den kolde mod den varme side. Denne effekt virker altså i samme retning som den temperaureffekt, der var den vigtigste for damptransportens vedkommende, at mætningsdamptrykket stiger kraftigt med temperaturen. Temperaturgradienternes effekt på væsketransporten er imidlertid af en mindre betydende størrelsesorden, end den er for damptransporten, og man vil næppe begå store fejl ved at se bort fra den (Lund-Hansen, 1967).

Hvordan påvirker en generel temperaturstigning væsketransportens størrelse? Der er her to modsat rettede effekter, der gør sig gældende. Dels vil temperaturforøgelsen medføre generelt reducerede kapillære undertryk og dermed også reducerede trykgradienter. Omvendt falder viskositeten for væsker (i mod-



Figur 3.7 Væsketransport under en temperaturgradient.

modsætning til for gasser) med temperaturen, så væsken bliver mere tyndtflydende. Den hydrauliske ledningsevne er derfor en voksende funktion af temperaturen. Betydningen af viskositetens fald er dog noget større end for overfladespændingen, så alt i alt fås der en større transport, når temperaturen stiger.

3.3 KONVEKTIV FUGTTRANSPORT

Der er allerede i det foregående afsnit taget hul på diskussionen om, hvordan udefrakommende potentialer, der ikke står i direkte relation til det undersøgte materiales fugtindhold, kan medvirke til at drive fugten i materialet. Tyngden og et eventuelt udefrakommende vandtryk er eksempler på sådanne eksterne potentialer. Dette afsnit vil derfor handle mere om den konvektive fugttransport, det vil sige den medføringstransport af vanddamp, der vil være, når totaltryksforskelle over konstruktionen eller dele af den får luften til at bevæge sig gennem selve materialerne eller gennem huller og sprækker i konstruktionen. Ikke kun trykforskelle, men også temperaturforskelle over en konstruktion, vil kunne forårsage en luftbevægelse ved naturlig konvektion. Endelig nævnes den måde, den konvektive transport af vanddamp fra konstruktionsoverflader beskrives på.

3.3.1 KONVEKTION I RØR OG SPRÆKKER

Ved luftkonvektion gennem et materiale vil den mængde fugt, der medføres afhænge af masseforholdet mellem vanddamp og tør luft i blandingen. Man må herunder holde styr på, om luftblandingens under dens passage gennem konstruktionens dele opnår temperaturer under luftblandingens dugpunkt, da der så vil udfældes kondens. Fugttransporten vil eksempelvis kunne skrives (afhængigt

af om man regner i dampkoncentrationer eller partialdamptryk):

$$g_v = \frac{c_v}{\rho_g} \cdot g_g = \frac{p}{P} \cdot g_g \quad (3.3.1)$$

Hvis dampkoncentrationen eller partialdamptrykket er kendt, bliver opgaven altså at bestemme luftblandingens flux, g_g .

Hagen–Poiseuille's lov vil ikke gælde generelt, når det drejer sig om luftstrømning i huller og sprækker, da sprækkernes diameter og luftstrømmens hastighed ofte er større, end for væskestrømning i et porøst materiale, og strømningen da kan blive turbulent. Turbulent strømning i rør fås, når Reynold–tallet (Re) er større end 2000. Reynold–tallet er:

$$Re_d = \frac{v \cdot d}{\nu} \quad (-) \quad (3.3.2)$$

hvor

$$\begin{aligned} v &= \text{Flowets middelhastighed} && (\text{m/s}) \\ d &= \text{Rørets diameter} && (\text{m}) \\ \nu &= \text{Fluidets (luftens) kinematiske viskositet} = \frac{\mu}{\rho} && (\text{m}^2/\text{s}) \end{aligned}$$

Index d i Re –tallet indikerer, at rørets diameter benyttes som karakteristisk længde i ligning 3.3.2. For strømning i rør kan den generelle Darcy–Weisbach's ligning benyttes til at give sammenhængen mellem trykforskellen over røret og hastigheden af luftstrømmen:

$$\Delta P = f \cdot \frac{\rho L}{2d} \cdot v^2 \quad (3.3.3)$$

hvor

$$\begin{aligned} \Delta P &= \text{Trykfaldet over røret} && (\text{Pa}) \\ f &= \text{Friktionsfaktoren} && (-) \\ L &= \text{Rørets længde} && (\text{m}) \\ v &= \text{Luftens hastighed} && (\text{m/s}) \end{aligned}$$

Ligningen kunne naturligvis også skrives på differentiell form ved at dividere længden over og gøre den til en differentiell størrelse, dx , når x –koordinaten regnes at gå i rørets akseretning. Friktionsfaktoren afhænger af Reynoldtallet for flowet og af røroverfladens beskaffenhed, og findes af et Moody–diagram (figur 3.8). For

flowhastigheder i det laminare område ses friktionsfaktoren at være omvendt proportional med Re -tallet:

$$f = \frac{64}{Re_d} \quad (3.3.4)$$

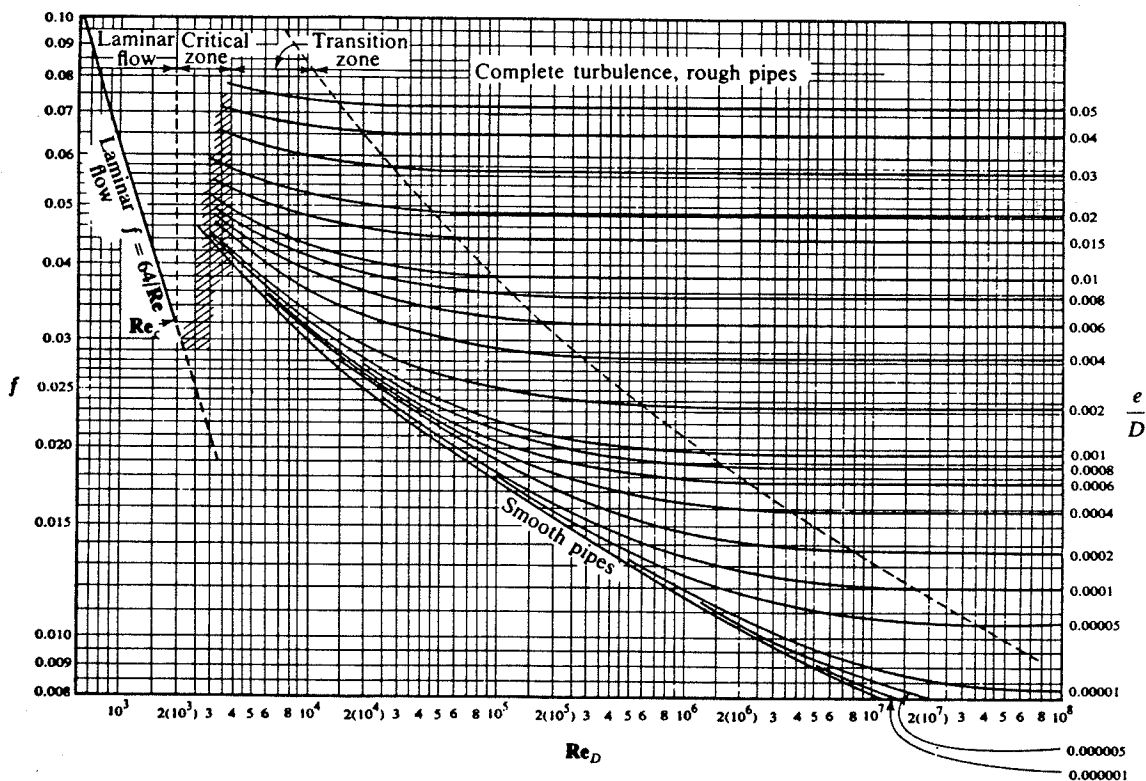
Indsættes dette i ligning 3.3.3, fås en lineær sammenhæng mellem trykfaldet og lufthastigheden:

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{64}{Re_d} \cdot \frac{\rho}{2d} \cdot v^2 = \frac{32\mu}{d^2} \cdot v \quad (3.3.5)$$

Gøres udtrykket differentielt og omregnes til volumenstrøm, fås den tidligere benyttede Hagen–Poiseuille's ligning (3.2.4).

$$Q = - \frac{\pi \cdot r^4}{8\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \quad (3.2.4)$$

Svarende til ligning 3.3.5 har man (stadigvæk med laminar strømning) for brede, rektangulære spalter med bredden, b , og højden, h :



Figur 3.8 Moody's diagram (fra Pitts & Sissom, 1977)

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{12\mu}{b^2} \cdot v \quad (3.3.6)$$

Volumenstrømmen udregnet ud fra de differentielle trykgradienter bliver da:

$$Q = - \frac{h \cdot b^3}{12\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \quad (3.3.7)$$

For lufthastigheder over det laminare område kommer Re-tallet ind i en overgangszone, hvor friktionsfaktoren afhænger af såvel Re-tallet som af overfladens ruhed. Ruhedsparameteren, e , ligger for bygningsmaterialer i intervallet 0.2 – 6.0 mm (Kronvall, 1980). Ved en yderligere forøgelse af flowhastigheden kommer hastighedsgradienterne til at blive ganske stejle tæt inde ved vægoverfladen, og derfor spiller rørtværsnittets størrelse ikke længere nogen rolle, men kun de lokale ruheder ved overfladen. Dette ses af, at friktionsfaktoren i det fuldt udviklede, turbulente område kun afhænger af ruhedsforholdet. I Darcy-Weisbach's ligning ses, at tryktabet bliver proportionalt med hastigheden i anden potens, da f nu er uafhængig af v . Man vil derfor omvendt få, at volumenstrømmen Q er proportional med kvadratroden af trykgradienten. I det generelle tilfælde regnes volumenstrømmen som:

$$Q \sim (\Delta P)^\beta \quad 0,5 < \beta < 1,0 \quad (3.3.8)$$

Det hidtil nævnte har drejet sig om strømning gennem huller og spalter, der har en vis dimension i flowets retning. For strømning gennem huller i membraner og tynde materialer vil der være et tryktab, der kan skrives som:

$$\Delta P = \xi \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} \quad (3.3.9)$$

hvor

$$\xi = \text{Tryktabsfaktoren} \quad (-)$$

For et cirkulært hul angiver Kronvall, 1980 værdien 2,85 for tryktabsfaktoren.

Også ved ind- og udløb af dybe huller vil der være tale om et tryktab, der kan angives på tilsvarende vis med en samlet tryktabsfaktor på cirka 1,8. Ud fra ligning 3.3.9 (sammen med ligning 3.3.3, hvis der er tale om dybe huller) kan man nu bestemme volumenstrømmen som funktion af det samlede tryktab. For dybe huller med ikke fuldt udviklet, turbulent strømning vil det dog involvere løsning af

en ligning, hvori flowhastigheden indgår i to led opløftet til forskellige potenser.

De beregnede volumenstrømme kan ved hjælp af hullernes dimensioner og luftens densitet omregnes til passende massefluxe, g_g , der kan indgå i ligning 3.3.1.

3.3.2 STRØMNING GENNEM PORØSE MATERIALER

Luften kan også strømme gennem selve det porøse materiale i dets poresystem på analog vis, som det for væskestrømningen blev beskrevet i afsnit 3.2. Også luftens strømning vil være laminar, så der er proportionalitet mellem fluxen af gennemsivende luft og trykgradienten over materialet. Det er således Darcy's lov, der gælder. Når det drejer sig om luftstrømning ser man hyppigt følgende form for Darcy's lov:

$$Q = -A \cdot \frac{B}{\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \quad (3.3.10)$$

hvor

A = Væggens areal (m²)

B = Materialets specifikke permeabilitet (m²)

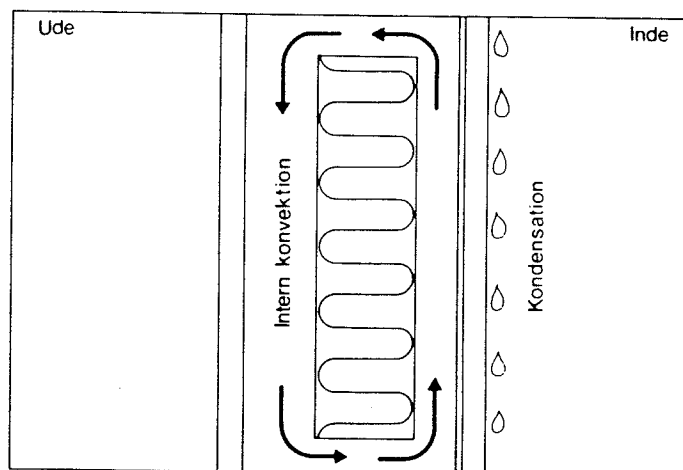
Denne ligning er mere generel end den tilsvarende ligning 3.2.7, da den specifikke permeabilitet er et tal, der udtrykker materialets modstand mod flowet uafhængigt af hvilket fluid, der er tale om. B er således en størrelse, der afhænger af det porøse materiales indvendige geometri. Indflydelsen fra hvilket fluid, der er tale om, kommer ind, som det ses, ved at viskositeten står i nævneren af udtrykket. Forkortes arealet væk i ligningen, og multipliceres med fluidets densitet, fås et udtryk for massefluxen til brug i ligning 3.3.1:

$$g_g = -\frac{\rho \cdot B}{\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \quad (3.3.11)$$

3.3.3 NATURLIG KONVEKTION

I en konstruktion af et meget åbent, porøst materiale, hvorover der hersker temperaturforskelle, kan der forekomme naturlig konvektion, som man eksempelvis kender det fra rent luftfyldte hulrum. Ved den kolde side får luften i porene en højere densitet, end luften ved den varme side. Der sker derfor et nedfald af luft

ved den kolde side, og omvendt vil den varme luft stige til vejrs. For materialer i lukkede hulrum vil luften derfor begynde at cirkulere rundt. For en ydervæg, der er isoleret med mineraluld, er fænomenet illustreret i figur 3.9.



Figur 3.9 Naturlig konvektion i en mineraluldsisoleret ydervæg. Konvektionen kan dels foregå udenom dårligt tilpassede batts, men også internt i materialet (fra SBI-anvisning 139, 1984).

Fugtmæssigt kan den naturlige konvektion få betydning af to grunde. Dels medfører luftbevægelsen en mængde fugt, så der bliver tale om en supplerende fugttransport. Dels påvirker konvektionen det termiske billede, så man, som det ses af figuren, får kondens på indvendige overflader, ved at deres temperatur falder under indeluftens dugpunkt. Det skal ikke her yderligere beskrives, hvordan man er i stand til at regne på den naturlige konvektion.

3.3.4 KONVEKTIVT OVERGANGSTAL

Som det er kendt fra varmetransporten (der beskrives i næste kapitel), har man også indenfor fugttransporten det fænomen, at der kan være en konvektiv modstand mod transporten fra overfladen og ud til den omgivende luft. Det drivende potentiale for denne transport vil, som i Fick's lov, være forskellen i enten partialdamptryk eller dampkoncentration mellem materialeoverfladen og luften. Transporten vil være proportional med denne forskel, hvor proportionaliteten er givet ved et konvektivt overgangstal, β :

$$g_v = \beta_p \cdot \Delta p = \beta_c \cdot \Delta c \quad (3.3.12)$$

hvor

β_p = Konvektivt fugtovergangstal refererende til damptryksforskelle
 $(\frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{Pa}})$

β_c = Konvektivt fugtovergangstal refererende til koncentrationsforskelle
 $(\frac{\text{m}}{\text{s}})$

For turbulente strømningsforhold over overfladen gælder, at det konvektive fugtovergangstal kan sættes til at være proportionalt med det tilsvarende termiske overgangstal (Sandberg, 1973). Under laminare forhold reduceres dette udsagn til blot at være en god tilnærmelse, der gælder for konvektion i luft. Proportionaliteten kan udtrykkes ved Lewis' lov:

$$\beta_c = \frac{h_k}{\rho \cdot c_p} \quad (3.3.13)$$

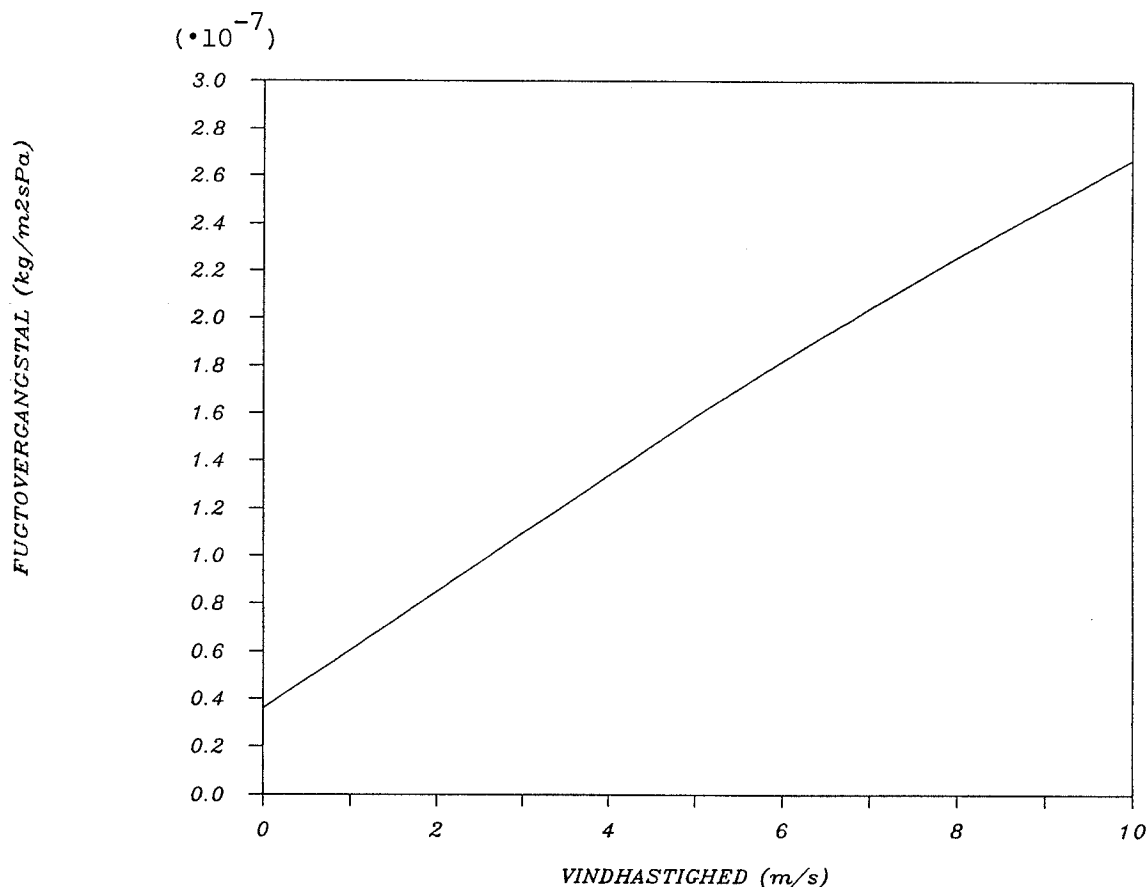


Fig. 3.10 Det konvektive fugtovergangstal, β_p , som funktion af vindhastigheden over overfladen.

hvor

$$h_k = \text{Det konvektive varmeovergangstal} \quad \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}\right)$$

$$c_p = \text{Luftens specifikke varmekapacitet} \quad \left(\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}\right)$$

Overgangstallene afhænger naturligt nok af strømningsforholdene omkring overfladen. For det termiske overgangstal findes der således en del formler, der angiver h_k som funktion af vindhastigheden, hvoraf en er angivet i afsnittet om varmeovergangsforhold i næste kapitel. Benyttes denne sammen med ligning 3.3.13, og omregnes til β_p , fås det konvektive fugtovergangstal som den funktion af vindhastigheden, der er optegnet i figur 3.10 (udregnet ved 10°C).

KAPITEL 4

VARMETRANSPORT

I de forrige kapitler er der flere gange vist eksempler på størrelser inden for fugtmeknikken, der afhænger af temperaturen. Den vigtigste af disse er måske vanddampens partialtryk ved mætning, der udviser en kraftig stigning med temperaturen, men også andre ligevægte er noget temperaturafhængige, ligesom transportparametrene er det. En beregning af temperaturforholdene vil derfor for næsten alle praktiske forhold være af afgørende betydning for den efterfølgende fugtberegning, da man kun sjældent inden for bygningsteknikken støder på konstruktioner, der under isoterme forhold volder fugtmæssige vanskeligheder. Der vil derfor i dette kapitel blive gennemgået det mest nødvendige grundlag for at kunne udføre en temperaturberegning for en konstruktion. Det vil i tre afsnit blive gennemgået, hvordan varmen transporteres ved ledning, stråling og konvektion.

4.1 VARMELEDNING

Varmen udbredes diffusivt på en måde, der svarer til den diffusive opblanding af gasser, under opståede koncentrationsgradienter. Hvis temperaturen i et område af et materiale er højere end i et tilstødende område, vil det varme områdes molekyler under sammenstødene med dem fra det kolde område tilføre noget af deres translatoriske energi til de langsommere, kolde molekyler. Der er altså tale om en energioverførsel fra det varme mod det kolde område, der vil resultere i en temperaturforøgelse i det kolde område og vice versa. Den transporterede varmemængde udregnes ved hjælp af Fourier's lov (J. Fourier, "Théorie analytique de la chaleur", 1822). Fourier's lov er varmetransportens analogi til stoftransportens Darcy's og Fick's love, men også andre steder i fysikken støder man på tilsvarende love for eksempelvis transporten af elektrisk strøm, den hydrodynamiske udbredelse af impuls etc.

$$q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \quad (4.1.1)$$

hvor

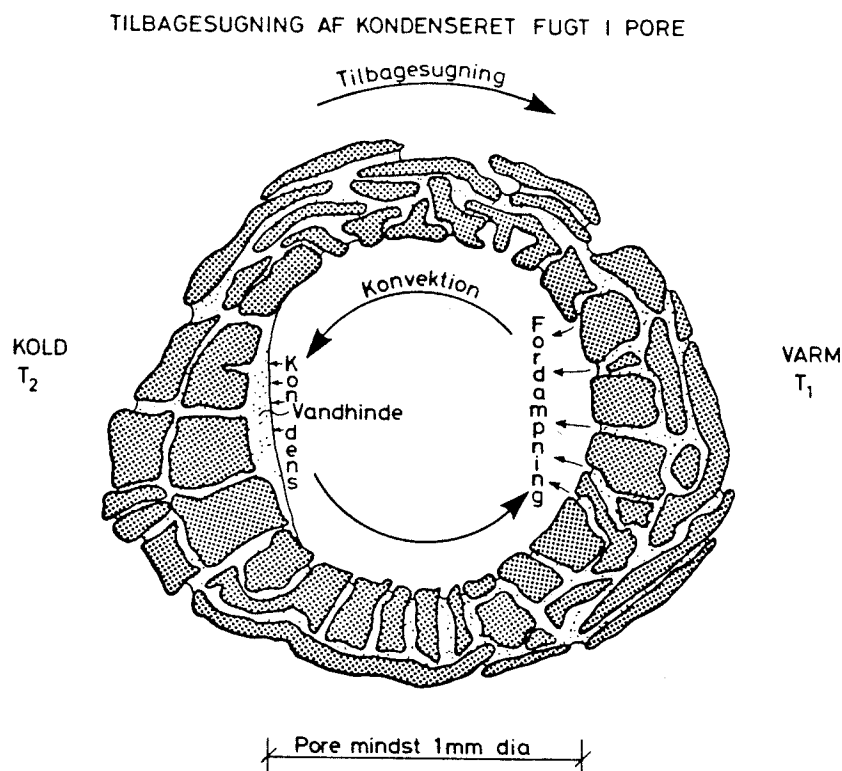
$$q = \text{Varmefluxen} \quad \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right)$$

λ	=	Varmeledningsevnen	$(\frac{W}{m \cdot K})$
T	=	Temperaturen	(K)

Temperaturen udgør således det drivende potentiale for varmetransporten. Varmedningsevnen kan for gasser udregnes ved hjælp af den kinetiske gasteori. Ligeledes for væsker har man teorier for, hvordan varmeledningsevnen kan bestemmes, mens man i almindelighed for faste stoffer er henvist til at måle sig til varmeledningsevnen. For porøse stoffer må varmeledningsevnen sammensættes som en funktion af varmeledningstallene for det indgående faststof og for de fluider, der udfylder porerummene. En temperaturgradient over et porøst materiale vil også betyde, at der bliver mulighed for naturlig konvektion internt i poresystemet, samt at materialets indvendige overflader overfører energi til hinanden ved stråling, så det resulterende varmeledningstal alt i alt bliver større end ud fra en simpel ledningsbetragtning. Denne korrektion har betydning for (isolerings-) materialer med lav densitet, men er ikke afgørende for øvrige materialer. Varmeledningstal for anvendte materialer findes gengivet i utallige opslagsværker.

Når der kommer fugt ind i materialets poresystem, vil varmeledningsevnen stige, da vandet leder varmen bedre end den tørre luft. Hvis yderligere vandet er i bevægelse i poresystemet, vil det give en varmetransport af to grunde. Dels giver vandbevægelsen en konvektiv varmetransport, som det kendes fra andre fluider, ved at væsken transporteres fra eksempelvis et varmt område mod et koldt, hvor den lagrede varme kan afgives. Dette bidrag er ikke særligt vigtigt, da fugttransporten oftest er ganske langsom. Men i det omfang transporten sker på dampform, er der også tale om en transport af latent varme, da der i den varme del af materialet bruges entalpi til at fordampe vandet med. Denne entalpi bliver senere frigjort i den kolde del, hvor kondensationen foregår.

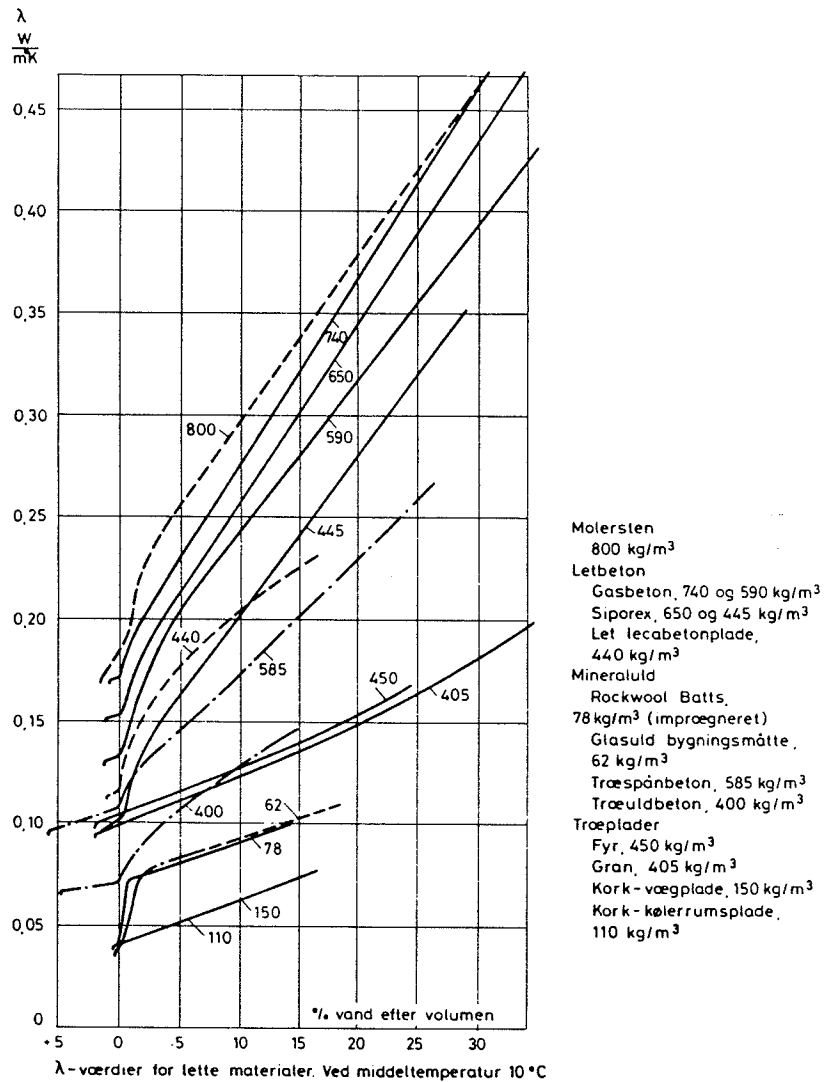
Transporten af fugt kan enten være en ensidig transport, fra eksempelvis et vådt til et tørt område i materialet, men der kan også være tale om en lokal, cirkulerende bevægelse af fugt i forskellige faser, som det vises på figur 4.1. Når fugttransporten er ensidig, vil man ikke tage hensyn til den medførte entalpimængde i varmeledningsevnen, da det jo så skulle blive en funktion af fugttransportens størrelse. Den konvektivt medførte energi (der ikke havde stor betydning) kan medregnes som vist i afsnit 4.3.2, mens den afsatte eller optagne entalpi ved faseovergange kan medregnes som et kilde/drænled i kontinuitetsligningen for et kontrolvolumen, som det vises i kapitel 5. For det på



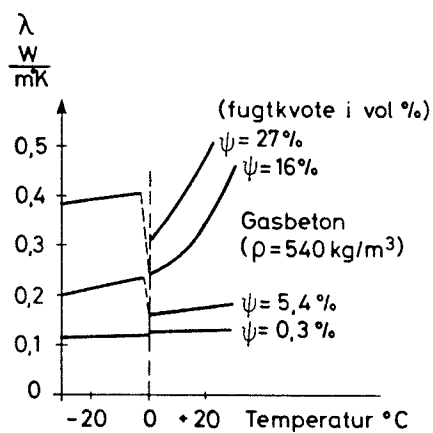
Figur 4.1 Transport af latent varme i et porøst materiale med et vist fugtindhold (fra Hagemann, 1981)

figuren viste tilfælde er der imidlertid tale om, at den resulterende varmetransport stiger med den transporterede fugtmængde, uden at der er tale om blivende ændringer i fugtindholdet, da den kondenserede vandmængde kapillært suges tilbage til den varme side, hvorfra fordampningen kan ske på ny. Denne effekt er sammen med den simple varmeledning i vandet årsag til, at varmeledningsevnen stiger med fugtindholdet. Det er i figur 4.2 for en række materialer illustreret, hvordan denne stigning foregår. Man ser, at udviklingen af varmeledningsevnen som en første tilnærmelse kan antages at være lineær med fugtindholdets udvikling.

Varmeledningsevnen for et tørt materiale vil stige noget med temperaturen, navnlig for lette materialer. En vigtig årsag til dette er, at strålingen vokser med middel-Kelvintemperaturen i tredje potens, som det vises i næste afsnit. Transporten af latent varme som vanddamp stiger væsentligt med temperaturen, så for fugtige materialer er varmeledningsevnen temperaturafhængighed større, som det vises i figur 4.3 for gasbeton ved forskellige fugtindhold. For is er



Figur 4.2 Varmedningsevns udvikling med fugtindholdet for en række lette materialer ved 10°C. 0% fugt svarer her til "laboratorietør tilstand"! (fra Hagemann, 1981)



Figur 4.3 Varmedningsevns ændring med temperaturen og fugtindholdet for gasbeton (fra Hagemann, 1981).

varmeledningsevnen ca. tre gange så stor som for vand, og derfor ses det pludselige spring omkring frysepunktpassagen for fugtholdig gasbeton.

4.2 STRÅLING

Stråling er elektromagnetiske bølger, der kan klassificeres efter deres bølgelængde. Varmestråling eller termisk stråling finder man for bølgelængder mellem 10^{-7} og 10^{-4} m. Fra $4-8 \cdot 10^{-7}$ m. er strålingen synligt lys. Kortere bølgelængder af termisk stråling finder man i det ultraviolette område, mens længere bølgelængder kommer op i det infrarøde område. Alle materialer udsender stråling, med en energitæthed og bølgelængde, der afhænger af deres temperatur og af overfladens beskaffenhed. Et helt sort legemes udstrålede effekt kan udregnes som:

$$q_s = \sigma_s \cdot T^4 \quad (4.2.1)$$

hvor

$$\begin{aligned} q_s &= \text{Den udstrålede effekt} & \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right) \\ \sigma_s &= \text{Stefan-Boltzmann's konstant} = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4} \end{aligned}$$

For andre materialer vil udstrålingen være reduceret med en faktor, ϵ , der kaldes emissionstallet. Omvendt vil materialer, der rammes af stråling enten absorbere, reflektere eller transmittere strålingen med visse andele, der henholdsvis betegnes absorptansen, α , reflektansen, ρ , og transmittancen, τ . Disse koefficienter er tal, der afhænger af hvilket materiale, der er tale om, og af strålingens spektrale fordeling i bølgelængder. Summen af α , ρ og τ er 1. Når der er tale om stråling af samme bølgelængde, vil emissionstallet og absorptansen for et materiale være lig med hinanden.

Indenfor den koblede fugt- og varmetransport for bygningskonstruktioner har man brug for at kunne beregne den absorberede mængde af den solstråling, der rammer konstruktionens udvendige side, samt at kunne beregne strålingsudvekslingen mellem konstruktionens ud- og indvendige sider og de flader, den kan "se".

Solstrålingen kan deles op i bidrag fra den direkte solstråling, diffus stråling fra himmelhvælvet og eventuel reflekteret stråling fra omgivelserne. Solstrålingsdata findes i tabelværker eller datasamlinger som det danske referenceår, TRY (Test Reference Year), hvor man typisk vil finde tre parametre, der beskriver

solstrålingen. Disse er: (1) Normalstrålingen, der måles på en flade, som hele tiden er vinkelret på solens direkte stråler. Normalstrålingen kan på klare dage nå op på knap 1000 W/m². (2) Globalstrålingen, der er den samlede diffuse og direkte solstråling, der kan måles på en vandret flade. Globalstrålingens maksimalværdi kan i klart vejr blive næsten lige så stor som normalstrålingens, men vil i gråvejr ofte være den største. (3) Den diffuse stråling, der måles på et vandret plan, men med en skyggering monteret, så de direkte stråler hele tiden afskærmes. Den diffuse stråling udgør i klart vejr kun en mindre del af den globale stråling, mens den diffuse stråling og globalstrålingen i gråvejr kommer tæt på hinanden.

For en vandret konstruktionsoverflade er den bestrålede effekt direkte lig globalstrålingen. For skrånende flader må man tage hensyn til den vinkel, hvorunder solen rammer fladen, og man må derfor kende noget til solens gang over himlen i løbet af dagen og i løbet af året. Yderligere må man tage hensyn til, at omgivelserne, der jo også solbestråles, reflekterer stråling til konstruktionsoverfladen. Formler, der kan benyttes til udregning af disse forhold, finder man blandt andet i Duffie & Beckman, 1980. Når man har bestemt bestrålingsstyrken, E [W/m²], for fladen, kan den absorberede effekt udregnes som:

$$q_s = \alpha \cdot E \quad (4.2.2)$$

Termisk strålingsudveksling mellem konstruktionen og de flader, den kan se, kan for de indvendige forhold med en nøjagtighed, der er rimelig til mange praktiske formål, beskrives som en del af det konvektive overgangstal, der omtales i næste afsnit. Udvendigt overføres der stråling dels mellem den omkringliggende jord og fladen dels mellem himmelrummet og fladen med et forhold, der er givet af de rumvinkler, som fladens hældning giver anledning til. For to uendeligt store flader, der ligger parallelt overfor hinanden er strålingsudvekslingen givet ved:

$$q_s = \frac{\sigma_s \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1} \quad (4.2.3)$$

Hvis eksempelvis flade 2 er helt sort ($\epsilon_2 = 1$), bliver ligning 4.2.3 noget simplere (med $\epsilon_1 = \epsilon$):

$$q_s = \epsilon \cdot \sigma_s \cdot (T_1^4 - T_2^4) \quad (4.2.4)$$

Ved numeriske beregninger er det hensigtsmæssigt kun at have 1. ordens

differenser, så da omskrives ligning 4.2.4 på følgende vis:

$$q_s = \epsilon \cdot \sigma_s \cdot (T_1^2 + T_2^2) \cdot (T_1 + T_2) \cdot (T_1 - T_2) \simeq$$

$$4 \cdot \epsilon \cdot \sigma_s \cdot \bar{T}^3 \cdot (T_1 - T_2) = h_s \cdot (T_1 - T_2) \quad (4.2.4)$$

hvor

$$\begin{aligned} \bar{T} &= \text{Fladernes middeltemperatur} & (\text{K}) \\ h_s &= \text{Overgangstallet for stråling} & \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right) \end{aligned}$$

Ved typiske temperaturforskelle indenfor bygningsfysikken vil fejlen herved ikke overstige 1%.

Himmelrummet kan betragtes som et stort, sort legeme med en temperatur T_{him} , hvortil der sker en vis udstråling, da himmelrummets partikler er koldere end jorden. I klart vejr er der bedst mulighed for udstråling til det kolde verdensrum, mens der i skyet vejr udstråles til skyer, luftpartikler og dug/regndråber, der har en temperatur, der ligger tættere på lufttemperaturen. I Duffie & Beckman finder man følgende empiriske formel til at udregne en himmeltemperatur med, der tager noget hensyn til vejrliget, ved at dugpunktstemperaturen indgår som variabel:

$$T_{\text{him}} = T_{\text{luft}} \cdot \left(0,8 + \frac{T_{\text{dug}} - 273}{250} \right)^{0,25} \quad (\text{K}) \quad (4.2.5)$$

For udstråling fra en skrå flade til jorden og andre omgivelser kan man i mangel af bedre benytte lufttemperaturen som strålingstemperatur og regne med et emissionstal på 0,9.

Emissionstallene for varmestråling kan nemlig for de fleste overflader med god tilnærmelse regnes for at være tæt på 0,9. Derimod er absorptansen overfor solstråling noget mere variabel. Mørke materialer som tagpap har en absorptans omkring 0,9, tegl, træ og beton ligger fra 0,65 til 0,80, mens metalliske eller lyst malede overflader reflekterer mere, end de absorberer.

4.3 KONVEKTION

4.3.1 KONVEKTION FRA OVERFLADER

Ved luftbevægelserne over et materiales overflade overføres der også en del varme ved medføring fra overfladens nærmest beliggende lag til luftstrømmen længere ude, samt ved ledning i luften. Forholdet mellem den samlede varmetransport og den, der ville være, hvis der kun var tale om ledning (eller om ledning gennem en karakteristisk længde for problemstillingen), beskrives ved Nusselt-tallet (Nu). Det er klart, at strømningens karakter spiller ind på dette, således at en urolig, turbulent strømning giver en væsentligt større overført energimængde, end en stille flydende, laminar strømning. Luftens hastighed over fladen er derfor en vigtig parameter til bestemmelse af Nusselt-tallet eller af det konvektive overgangstal. Teorien for, hvordan Nu -tallet beregnes under varierende strømningsforhold, vil ikke her blive gennemgået — i stedet henvises til talrige lærebøger om emnet, eksempelvis Bird, Stewart & Lightfoot, 1960. Her skal kun vises eksempler på simple udtryk, der giver tilfredsstillende resultater til dette formål.

Ved den indvendige side af konstruktionerne er det overvejende den naturlige konvektion, der skyldes temperaturforskelle mellem konstruktionsoverfladen og indeluften, der er skyld i luftbevægelserne omkring fladen. Det konvektive overgangstal kan da udregnes som værende proportionalt med temperaturforskellen opløftet i en eksponent, der enten er 0,25 eller 0,33. Proportionalitetsfaktoren og eksponenten afhænger af fladens orientering (opad-, nedadvendt eller lodret) samt af om konvektionen er laminar eller turbulent. Grundlaget for at udregne den konvektive varmeovergang finder man i mange lærebøger, eksempelvis Pitts & Sissom, 1977.

Sandberg, 1973, udregner eksempelvis det konvektive overgangstal, h_k , til $2,3 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ for en velisoleret ydervæg med en indvendig temperaturforskel på 20°C . Strålingsovergangstallet udregnet som i formel 4.2.4 finder han med typiske emissionstal for bygningsmaterialer til $4,9 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$. Hvis man nu antager, at de indvendige overflader har samme temperatur som luften, kan h_s og h_k adderes og give et resulterende indvendigt overgangstal på $7,2 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$. Dette svarer nogenlunde til den indvendige overgangsisolans i varmetabsnormen (DS 418), der er $0,13 \text{ m}^2 \cdot \text{K}/\text{W}$. For beregninger af koblet fugt- og varmetransport vil dette tal give en beskrivelse, der er tilstrækkeligt nøjagtig til mange formål.

Udvendigt vil det overvejende være vinden, der giver anledning til tvungen konvektion fra overfladen. Da vindens hastighed kan være noget variabel, ligesom den udvendige overflades temperatur kan være det, er det her vigtigere at give et mere nuanceret billede af det konvektive overgangstal end blot at bruge en konstant værdi som ved den indvendige rand. Det kan eksempelvis have stor betydning, når man skal beregne overtemperaturerne på en mørk tagflade på gode sommerdage.

Over de fleste udvendige flader vil strømningen hurtigt være oppe i det turbulente område. Efter teorien skulle Nu-tallet da, på nær en konstant, være proportionalt med hastigheden opløftet til en eksponent på 0,8. For en beskrivelse af, hvordan beregningen mere præcist forgår, vil der også her blive henvist til de talrige lærebøger om emnet. Der findes nemlig et antal empiriske formler, der giver en simpel – ofte lineær – sammenhæng mellem vindhastigheden og det konvektive overgangstal. Her skal blot angives én, der til mange formål giver en beskrivelse, der er rimeligt nøjagtig (fra Bisgaard, 1974, der citerer Jürges):

$$\begin{aligned} h_k &= 5,82 + 3,96 \cdot v & v \leq 5 \text{ m/s} \\ h_k &= 7,68 \cdot v^{0,75} & v > 5 \text{ m/s} \end{aligned} \quad (4.3.1)$$

hvor

$$\begin{aligned} h_k &= \text{Det konvektive varmeovergangstal} & \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right) \\ v &= \text{Vindhastigheden} & (\text{m/s}) \end{aligned}$$

4.3.2 KONVEKTION GENNEM PORØSE MATERIALER

Gennem porøse materialer kan der ske en transport af et eller flere fluidier (typisk luft og vand), der eksempelvis beskrives ved Darcy's lov, som det er omtalt i kapitel 3. Det antages nu, at man på denne vis har udregnet en flux, g_i , af et vilkårligt fluid, i , og det skal her opskrives hvilken konvektiv varmekraft, der følger af stofbevægelsen mellem områder af forskellig temperatur.

Antages fluidet at transporteres fra et område med temperaturen $T+dT$ til et område med temperaturen T , og at fluidet køles helt ned til den nye temperatur inden den videre passage, kan man nu udregne hvor meget varme, der er overført fra det varme til det kolde område:

$$q_k = g_i \cdot c_{p,i} \cdot dT \quad (4.3.2)$$

hvor

$$c_{p,i} = \text{Den specifikke varmekapacitet for fluid i } \left(\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right)$$

Som nævnt i afsnit 4.1, er fugttransporten i reglen så langsom, at den energimængde, vandet medfører, vil være meget beskeden i forhold til den øvrige energitransport. Luftgennemblæsning af lette materialer kan imidlertid godt give anledning til væsentlige ændringer af de termiske forhold, da hastighederne her kan blive noget større.

KAPITEL 5

KOBLEDE TRANSPORTLIGNINGER

Transportligningerne fra kapitlerne 3 og 4 kan, når de står alene, kun bruges i analysen af stationære tilstande – eksempelvis til bestemmelse af fugtfordelingen i en konstruktion, når ligevægt har indstillet sig. For at kunne sige noget, om den hastighed ligevægten indstiller sig med, må man yderligere have kendskab til materialernes termiske og fugtmæssige kapaciteter og betragte balanceligningerne for små eller infinitesimale kontrolvolumener. Hvad varmekapaciteten udtrykker er banalt, mens teorien for fugtkapaciteten findes i kapitel 2. Til dette brug kan man opfatte en kapacitet som en ændring af en tilstandsstørrelse, balanceligningerne skal være opfyldt for (fugtindhold eller entalpi), pr. ændring af et potentiale, der er drivende for den pågældende transport (tryk eller temperatur). I dette kapitel kombineres transportligningerne med de ligninger, der udtrykker kapaciteterne til at give transiente transportligninger. Det vil vise sig, at man kan opstille forskellige modeller for transporten, der benytter sig af forskellige størrelser som drivende potentialer.

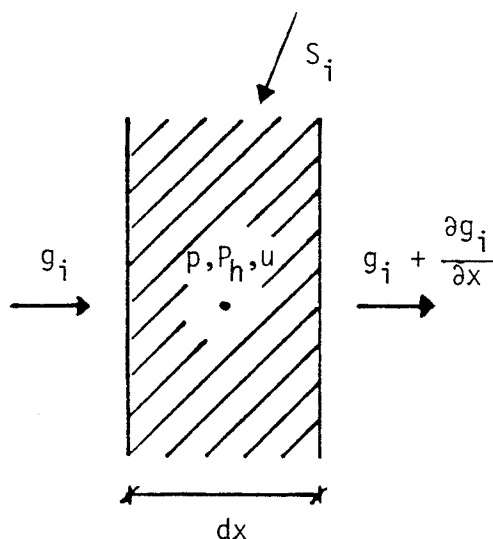
5.1 KONTINUITETSLIGNINGER

I dette afsnit vil bevarelsen af henholdsvis fugt og energi blive undersøgt for et infinitesimalt kontrolvolumen, når det gennemstrømmes af såvel en fugt– som en varmem strøm, og under hensyntagen til kontrolvolumenets evne til at oplagre fugt og entalpi.

5.1.1 KONTINUITETSLIGNING FOR FUGT

Et én-dimensionalt, infinitesimalt kontrolvolumen med tykkelsen dx betragtes (figur 5.1). På den venstre side strømmer fugten ind med fluxen g_i , mens den tilsvarende flux strømmer ud på den højre side med en tilvækst $\frac{\partial g_i}{\partial x}$. Indexet, i , refererer her til, at fugten kan bevæge sig såvel i væske– som i dampfase (idet en eventuel isfase regnes at være ubevægelig). Den transporterede mængde kan enten være det, der eksempelvis beskrives ved Fick's og Darcy's love, men der kan også

være tale om en konvektiv flux, som beskrevet i ligning 3.3.1. I nogle tilfælde kan der være tale om, at man har en produktion eller et forbrug af fugt inde i elementet, og man må da tilføje dette kilde-/drænled til kontinuitetsligningen.



Figur 5.1 Fugtbalance for et kontrolelement.

Ved at opregne ændringen i kontrolelementets fugtindhold i løbet af et tidsrum, Δt , hvori transporterne og kildeleddene kan regnes at være konstant (kvasistationære forhold), kan balancen udtrykkes som det, der løber ind, minus det, der løber ud, plus en produceret mængde. Når der forudsættes, at selve materialets densitet, ρ_0 , ikke ændres under opfugtningen:

$$\Delta m_i = A \cdot dx \cdot \rho_0 \cdot \Delta u_i = \left[A \cdot (g_i - (g_i + \frac{\partial g_i}{\partial x} \cdot dx)) + A \cdot dx \cdot S_i \right] \cdot \Delta t \quad (5.1.1)$$

hvor

m_i	=	Masse af fugt i den i'te fase	(kg)
A	=	Kontrolelementets areal vinkelret på strømningsretningen	(m ²)
ρ_0	=	Materialets tørdensitet	(kg/m ³)
S	=	Intern fugtproduktion (kilde)	($\frac{\text{kg}}{\text{m}^3 \cdot \text{s}}$)

Eksempelvis for træ kan svelningen under opfugtning være så stor, at man vil ønske at tage hensyn dertil. Man må da skrive $\Delta(\rho_0 u_i)$ i det midterste led af ligning 5.1.1. Volumenet, $A \cdot dx$, kan selvfølgelig forkortes ud, og i stedet for at betragte et endeligt tidsskridt, gøres betragtningen også differentiell i tiden (og der ses bort fra svind/svelning):

$$\rho_0 \frac{\partial u_i}{\partial t} = - \frac{\partial g_i}{\partial x} + S_i \quad (5.1.2)$$

Kildeleddene kan skyldes transporter, der ikke kan beskrives ved de diffusive love, der giver fugtfluxene g_i . Som et eksempel kan nævnes den konvektive fjernelse af vanddamp fra luften, der foregår i ventilationspalten i kolde flade tage vinkelret på den transportretning, der normalt undersøges. Som decideret kilde eller dræn kan man endvidere tænke på kemiske omdannelser af vandet i kontrolelementet, som man eksempelvis kender det fra nystøbt betons forbrug af vand under hydratiseringsprocessen. Når man ser bort fra disse problemspecifikke kilde/drænled, vil der altid, når der er tale om fugttransport, være tale om omsætninger mellem vand af de forskellige faser. I det følgende anses disse faseomdannelser for at være de eneste processer, der giver anledning til kildeled i kontinuitetsligningen. Produktionen af vand af fase "i" (på bekostning af de to andre faser) betegnes I_i . Med faseomdannelser som eneste kilde er det trivielt at omskrive ligning 5.1.2 til:

$$\rho_0 \frac{\partial u_i}{\partial t} = - \frac{\partial g_i}{\partial x} + I_i \quad (5.1.3)$$

hvor

$$I_i = \text{Produktionen af fase "i" ved faseomdannelse } \left(-\frac{\text{kg}}{\text{m}^3 \cdot \text{s}} \right)$$

Imidlertid kan ligning 5.1.3 tjene til analyse af fugtforholdene for hver enkelt fase:

Damp:

$$\frac{\partial g_v}{\partial x} \simeq I_v \quad (5.1.4)$$

Væske:

$$\rho_0 \frac{\partial u_w}{\partial t} = - \frac{\partial g_w}{\partial x} + I_w \quad (5.1.5)$$

Is:

$$\rho_0 \frac{\partial u_{is}}{\partial t} = I_{is} \quad (5.1.6)$$

I ligning 5.1.4 er det benyttet, at dampens masse i et kontrolvolumen er

forsvindende i forhold til det vand, der måtte være på væskeform eller som is, hvorfor der med god tilnærmelse kan indsættes et nul på ligning 5.1.3's venstreside, således at ligning 5.1.4 fremkommer. I ligning 5.1.6 er det benyttet, at isen ikke transporteres i nogen større grad – den bliver liggende, der hvor vandet er frosset. Ligning 5.1.5 for vand på væskeform må naturligvis indeholde alle bidrag. Udefra set er det svært at skelne mellem, hvad der er af vand i de enkelte faser inde i et materiale. Det er jo også det samlede fugtindhold, man bestemmer ved veje/tørre metoden, der omtales i kapitel 1. Man kan imidlertid udnytte, at den mængde, der dannes af én af faserne, svarer til en tilsvarende reduktion af en af de andre faser (eller af dem begge). Der gælder derfor:

$$\sum I_i = 0 \quad (5.1.7)$$

Med definitionerne $u = \sum u_i$ og $g = \sum g_i$ kan man ved at summere ligning 5.1.3 over alle faser få en ligning, der ikke indeholder de indbyrdes faseomdannelser:

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} = - \frac{\partial g}{\partial x} \quad (5.1.8)$$

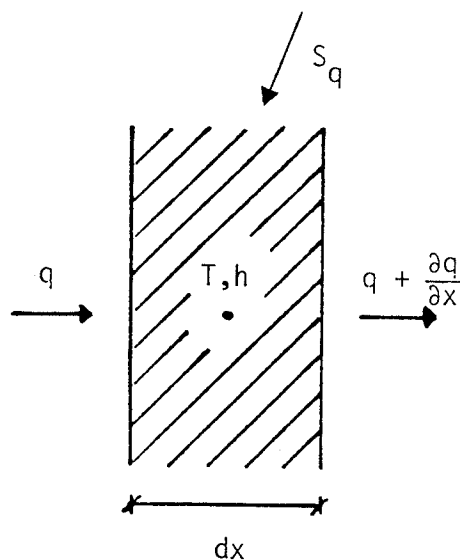
I afsnit 5.2 vil nogle af de tidligere fundne udtryk for g blive indsat direkte i denne ligning, hvorved man kan danne ligninger af den type, der hyppigt kaldes "den anden lov", der beskriver sammenhængen mellem tid og sted i den diffusive udbredelse af et fugtfelt.

5.1.2 KONTINUITETSLIGNINGEN FOR ENTALPI

Svarende til det infinitesimale kontrolvolumen der før blev analyseret med henblik på gennemstrømningen og oplagringen af fugt, vil der her blive betragtet et tilsvarende kontrolvolumen med henblik på hvilke entalpistrømme, det gennemstrømmes af og hvor stor en lagring af entalpi, der foregår. Varmefluxen, q , består af bidrag fra ledning, stråling og konvektion, som de er udregnet i kapitel 4. Det betragtede kontrolvolumen vises i figur 5.2.

Den ophobede mængde entalpi svarer til det, der løber ind, minus det, der løber ud, plus den dannede mængde ved produktion (kildeleddet). Dette udtrykkes som før over tiden Δt og for et areal A under forudsætning af konstant tørdensitet, ρ_0 :

$$A \cdot dx \cdot \rho_0 \cdot \Delta \bar{h} = \left[A \cdot (q - (q + \frac{\partial q}{\partial x} \cdot dx)) + A \cdot dx \cdot S_q \right] \cdot \Delta t \quad (5.1.9)$$



Figur 5.2 Entalpibalance for et kontrolelement.

hvor

$$\begin{aligned} \bar{h} &= \text{Specifik entalpi} & (\text{J/kg}) \\ S_q &= \text{Entalpikilde} & (\text{W/m}^3) \end{aligned}$$

Bemærk, at entalpien nu regnes massespecifikt (i forhold til materialets tørre masse) i modsætning til den molspecifikke beregning i de første, mere teoretiske kapitler. For differentielle tidsrum og med volumenet bortforkortet fås:

$$\rho_0 \frac{\partial \bar{h}}{\partial t} = - \frac{\partial q}{\partial x} + S_q \quad (5.1.10)$$

Kildeleddet kan atter indeholde alle de fænomener, der ikke umiddelbart kan beskrives ved den endimensionale varmekraft, q . Der kan eksempelvis være tale om varmekraftfrigørelse ved kemiske reaktioner (hydratisering af beton), men når der er tale om koblet fugt- og varmetransport, er det først og fremmest frigivelse af faseovergangsentalpien ved faseovergange, der kommer på tale.

Ligeledes for varmetransporten kan der blive tale om at danne en "anden lov", og det vil i næste afsnit blive vist, hvordan dette gøres ved indsættelse af transportligningerne for q og udtryk for fugtens indflydelse på S_q .

5.2 KOBLET DIFFERENTIALLIGNINGSSYSTEM

I dette afsnit indsættes nogle af de kendte udtryk for fugt- og varmefluxene i de ovenfor nævnte kontinuitetsligninger, hvorved der fremkommer ligninger af "anden lov" typen, der beskriver den transiente udbredelse af de termiske og fugtmæssige felter. Ligningsdannelser af den art ses utallige steder i litteraturen med forskellige variationer i hvilke potentialer, der er de drivende, men man kan som regel foretage de nødvendige omskrivninger fra ét potentiale til andet, således at ligningssystemerne basalt udtrykker det samme. Et af de mere kendte tilskrives den sovjetiske forsker A.V. Luikov (Lykov og Lykow i nogle oversættelser), der benytter fugtindholdet, u , og temperaturen som drivende for de koblede transporters. I det følgende vil det blive vist, hvordan et tilsvarende ligningssystem kan dannes.

5.2.1 TRANSIENT TRANSPORTLIGNING FOR FUGT

DAMPTRANSPORT:

I første omgang betragtes kontinuitetsligningen 5.1.8 med den forudsætning, at den transporterede fugt er på dampform, således at Fick's lov 3.1.7 kan indsættes for g . Derved fås:

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial x} \left(- \delta_p \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\delta_p \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \right) \quad (5.2.1)$$

Denne ligning udtrykker altså en sammenhæng mellem den anden stedsafledede af damptrykket, som er det drivende potentiale, og de tidsafledede af fugtindholdet, hvis massebalance kontrolleres. Sorptionsisotermene fra kapitel 2 kan imidlertid opfattes som en slags tilstandsfunktioner, der giver sammenhængen mellem disse to størrelser, og det vil her blive udnyttet. Differentielle ændringer i damptrykket kan ved hjælp af sorptionskurvens hældning (fugtkapaciteten) og kendskab til mætningsdamptrykket ved den pågældende temperatur udtrykkes ved differentielle ændringer i fugtindholdet. Indsat på transportsiden (højresiden) af ligning 5.2.1 ser det således ud:

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\delta_p \cdot \frac{\partial p}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\delta_p \cdot \frac{p_s}{\xi} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (5.2.2)$$

Idet det forudsættes, at densiteten er konstant, defineres nu en fugtdiffusivitet for

damptransport på følgende vis:

$$D_v = \frac{p_s \delta_p}{\rho_0 \xi} \quad (\text{m}^2/\text{s}) \quad (5.2.3)$$

kan ligning 5.2.2 skrives på samme form som en "anden lov", der kun indeholder den anden stedsafledede og første tidsafledede af samme potentiale, der her er u:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (D_v \cdot \frac{\partial u}{\partial x}) \quad (5.2.4)$$

Hvis man i stedet substituerede det differentielle u på venstresiden i transportligningen 5.2.1 med et differentielt damptryk, ville man for kvasikonstante materialeparametre få en ligning, der var identisk med ligning 5.2.4, blot med damptrykkene indsat i stedet for fugtindholdet:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (D_v \cdot \frac{\partial p}{\partial x}) \quad (5.2.5)$$

Denne ligning er Fick's anden lov, idet det dog er partialdamptrykkene, der er benyttet i stedet for dampkoncentrationen i luft, c. Man finder, at fugtdiffusiviteten, der indsættes i ligningerne 5.2.4 og 5.2.5 er, den samme. Diffusiviteten udtrykker altså noget om, hvordan sammenhængen mellem tid og sted er i udbredelsen af et potentiale – uanset hvilket potentiale, der er tale om. Enheden for diffusiviteten [m^2/s] er da også uafhængig af transportpotentialets enhed.

Som man ser, er flere af de størrelser, der indgår i ligningen for diffusiviteten (5.2.3), afhængige af fugtindholdet i materialet, og det bliver diffusiviteten derfor også.

VÆSKETRANSPORT:

Nu indsættes Darcy's lov for væsketransport (ligning 3.2.7) som eneste transportform, der giver anledning til en fugtflux, g, i ligning 5.1.8. Derved fås en transient transportligning for væsketransporten alene:

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial x} (-K \cdot \frac{\partial P_h}{\partial x}) = \frac{\partial}{\partial x} (K \cdot \frac{\partial P_h}{\partial x}) \quad (5.2.6)$$

Som ovenfor kan det være ønskværdigt, at omregne det drivende potentiale, så det også her bliver lig med fugtindholdet, u , som jo indgår i massebalancen. Ved at benytte fugtkapaciteten for væsketransport, som defineres i ligning 2.3.10, fås:

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K \cdot \frac{\partial P_h}{\partial x} \cdot \frac{\partial u}{\partial P_h} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(- \frac{K}{\Xi} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (5.2.7)$$

For væsketransporten kan der altså også defineres en fugtdiffusivitet som følger (for konstant densitet):

$$D_w = - \frac{K}{\rho_0 \cdot \Xi} \quad (\text{m}^2/\text{s}) \quad (5.2.8)$$

Transportligningen bliver da:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_w \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (5.2.9)$$

Fugtdiffusiviteten for væsketransport er ligeledes en del afhængig af fugtniveauet, da de indgående parametre er det.

RESULTERENDE FUGTDIFFUSIVITET:

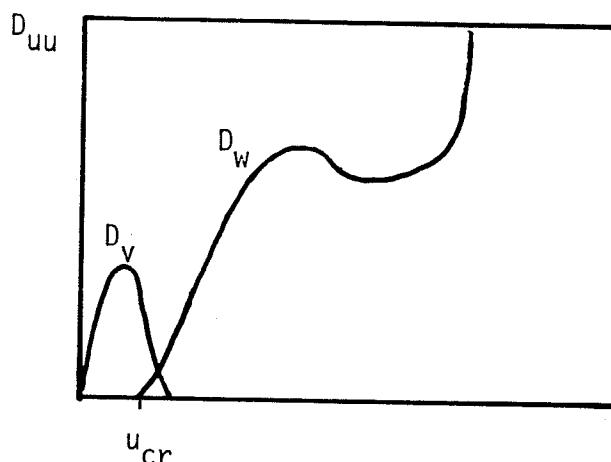
I det generelle tilfælde, hvor transporten både kan ske på damp- og på væskeform, defineres en fugtdiffusivitet som summen af de to separate diffusiviteter. Transportligningerne er jo netop blevet skrevet, så de har samme form, og de to transporter kan derfor blot betragtes som overlejrende hinanden:

$$D_{uu} = D_v + D_w \quad (5.2.10)$$

Indexet dobbelt- u refererer til, at det er fugtens balance (u), der kontrolleres som funktion af fugtens egne gradienter (u).

Figur 5.3 illustrerer et typisk forløb af fugtdiffusiviteternes afhængighed af fugtindholdet i materialet. Hvor stor denne afhængighed er, understreges af, at skalaen på D_{uu} -aksen oftest angives logaritmisk. De forskellige udsving på kurven kan forklares ud fra de parametre som D_v og D_w er udregnet ud fra. Typisk indgår der en tranportevne i tælleren og en kapacitet i nævneren.

Fugtdiffusiviteten for vanddamp vokser til start, når fugtindholdet stiger fra helt tør tilstand. Det skyldes dels, at diffusionstallet vokser – om end det ikke er meget i dette interval, men vigtigere er det, at sorptionskurven bliver mere flad midt i det hygroskopiske område. Det svarer nemlig til en lavere fugtkapacitet, der stående i nævneren i ligning 5.2.3 giver en højere diffusivitet. Fra omtrent midten af det hygroskopiske område begynder diffusionstallet at stige mærkbart, men endnu hurtigere vokser fugtkapaciteten, svarende til sorptionskurvens stadig stejlere forløb sidst i det hygroskopiske område. Derfor falder fugtdiffusiviteten fra et vist punkt omtrent midt i det hygroskopiske område. En yderligere forøgelse af fugtindholdet giver en stedse stejlere sorptionskurve men også et faldende diffusionstal efterhånden, som de ikke vandfyldte pores volumen aftager. Vanddampens bidrag til fugtdiffusiviteten er derfor ubetydelig omtrent fra udgangen af det hygroskopiske område, og den resulterende fugtdiffusivitet for vanddamp får ofte et klokkelignende udseende.



Figur 5.3 Fugtdiffusiviteter for vanddamp og væske i afhængighed af materialets fugtindhold.

For væsketransporten får den hydrauliske ledningsevne værdier forskellige fra nul, omtrent når det kritiske fugtindhold overskrides. Ganske hurtigt herefter stiger ledningsevnen med flere tierpotenser, og det samme gør sig derfor også gældende for fugtdiffusiviteten for væsketransporten, indtil mætningsfugtindholdet nås. Det, der kan give forløbet nogle puklede forløb som vist på figuren, er, at suctionkurvens hældning ofte kan blive ganske stor omkring områder, hvor materialet har kollektiver af samme porestørrelser. Her fås en stor fugtkapacitet, og i et mindre interval kan kapaciteten vokse hurtigere end den hydrauliske ledningsevne og dermed give anledning til et fald i fugtdiffusiviteten. Dette er vist på figuren for et forløb, der kunne være typisk for gasbeton.

Summen af de to kurver giver som sagt den samlede fugtdiffusivitet. Man ser, at den ene kurve først får betydning, når fugtindholdet kommer over i et område, hvor fugttransporten, beskrevet ved den anden kurve, er ved at blive ubetydelig.

KONVEKTION:

Ved konvektion af luft – eksempelvis gennem et porøst materiale – medføres en fugtmængde på dampform, der i afsnit 3.3 blev beskrevet ved ligning 3.3.1. På samme vis som for den fugtmængde, der blev transporteret ved gradienter i fugtens egen koncentration, kan den konvektive flux indsættes på højresiden af ligning 5.1.8. Herved fås, når den ovenfor fundne transport medregnes:

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho_0 D_{uu} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial g_{v, \text{konv}}}{\partial x} \quad (5.2.11)$$

Af ligning 3.3.1 fremgik det, at den konvektivt bårne fugtflux var proportional med dampens partialtryk det pågældende sted. Ved indsættelse i ligning 5.2.11 giver det konvektive led derfor et bidrag, der er en første ordens afledet af fugtens potentiale. Dette er typisk for de konvektive bidrag til transportligningen.

TERMISK FUGTDIFFUSIVITET:

Ved den ovenfor gjorte omskrivning fra trykpotentialer til et fugtindholdspotentiale som drivende for fugtens bevægelse kommer det ikke længere ind i ligningerne, hvordan temperaturgradienterne også driver fugten – eksempelvis via deres indflydelse på mætningspartialtrykket for vanddamp. Hvor trykpotentialerne før var tilstrækkelige til at beskrive de vigtigste transportformer, må man nu benytte gradienter i temperaturen sammen med fugtindholdets egengradienter til at beskrive den samlede fugttransport.

For at tage den vigtigste temperatureffekt først beskrives, hvordan man kan danne en termisk fugtdiffusivitet, der giver den fugttransport, der skyldes mætningsdamptrykkets og sorptionsisotermens temperaturvariationer. Udgangspunktet er igen ligning 5.1.8, men her differentieres damptryksgradienten i Fick's lov nu med hensyn til temperaturen og ikke som i ligning 5.2.2 med hensyn til fugtindholdet.

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\delta_p \cdot \frac{\partial p}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) =$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\delta_p \cdot \left(\varphi \cdot \frac{\partial p_s}{\partial T} + p_s \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial T} \Big|_u \right) \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right] \quad (5.2.12)$$

$\frac{\partial \varphi}{\partial T}$ (for konstant fugtindhold) fås af sorptionskurven for det pågældende materiale. Ligning 2.3.9 kan i området, hvor adsorptionskræfter dominerer benyttes til at give et bud på størrelsen af $\frac{\partial \varphi}{\partial T} \Big|_u$. $\frac{\partial p_s}{\partial T}$ kan bestemmes ved hjælp af Clapeyron ligningen. Indsættes denne, fås:

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\delta_p \cdot p_s \cdot \left(\varphi \cdot \frac{\Delta h}{RT^2} + \frac{\partial \varphi}{\partial T} \Big|_u \right) \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right] \quad (5.2.13)$$

Ud af denne ligning kan man nu danne en termisk fugtdiffusivitet for damptransporten:

$$D_{vt} = \frac{\delta_p \cdot p_s}{\rho_0} \cdot \left(\varphi \cdot \frac{\Delta h}{RT^2} + \frac{\partial \varphi}{\partial T} \Big|_u \right) \quad \left(\frac{\text{m}^2}{\text{s} \cdot \text{K}} \right) \quad (5.2.14)$$

For temperaturens indflydelse på væsketransporten kan samme fremgangsmåde benyttes. Balanceligningen 5.1.8 opstilles med Darcy's lov indsat for fluxen g, og væsketrykkets stedsafledede differentieres partielt med hensyn til dets temperaturafhængighed:

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K \cdot \frac{\partial p_h}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) =$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K \cdot \frac{p_h}{\sigma} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(K \cdot \gamma \cdot p_h \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (5.2.15)$$

Undervejs er udtrykket 2.3.11 for væsketrykkets temperaturafhængighed benyttet. Af den fremkomne ligning ses, hvordan den termiske fugtdiffusivitet defineres for væsketransporten:

$$D_{wt} = \frac{K \cdot \gamma \cdot p_h}{\rho_0} \quad \left(\frac{\text{m}^2}{\text{s} \cdot \text{K}} \right) \quad (5.2.16)$$

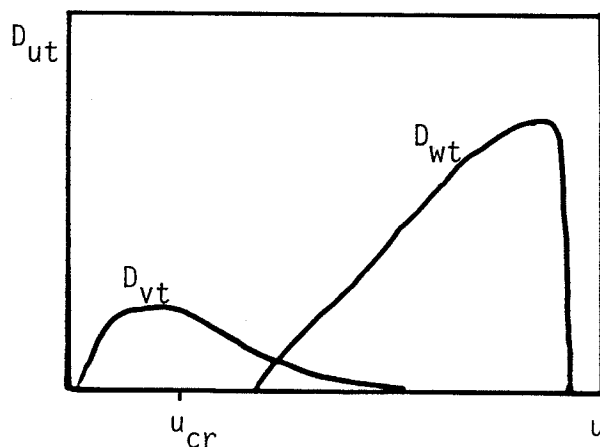
Der er ikke hermed taget hensyn til alle de måder, hvorpå temperaturgradienterne er drivende for fugten, men dog de vigtigste. Ved at summere de fremkomne termiske diffusiviteter for henholdsvis vanddamp og væske fås en resulterende termisk fugtdiffusivitet, der indeholder de nævnte temperatureffekter. Øvrige

temperatureffekter (eksempelvis Knudsen diffusion) vil således være en skjult del af eventuelle eksperimentelt bestemte termiske fugtdiffusiviteter, men deres størrelsesorden vil formodentligt være lille i sammenligning med problemstillingens øvrige usikkerheder. Den termiske fugtdiffusivitet kan altså til brug ved teoretiske analyser sættes til:

$$D_{ut} = D_{vt} + D_{wt} \quad (5.2.17)$$

Fugtafhængigheden kan studeres ud fra forløbene af de to bidrag til den således definerede termiske fugtdiffusivitet. Figur 5.4 illustrerer disse to.

Bidraget til den termiske fugtdiffusivitet for vanddamp fra det første led i ligning 5.2.14 (der er det vigtigste), ses at måtte vokse til udgangen af det hygroskopiske område, mens bidraget fra det andet led er størst midt i det hygroskopiske område. Omkring udgangen af det hygroskopiske område er den termiske fugtdiffusivitet for vanddamp nogenlunde konstant, og klinger derefter langsomt ud i takt med at porerne fyldes med vand.



Figur 5.4 Termisk fugtdiffusivitet for vanddamp og væske i afhængighed af fugtindholdet.

Den termiske fugtdiffusivitet for væske giver kun et lille bidrag til den samlede transport af væske. Først et stykke over det kritiske fugtindhold antager væskens termiske fugtdiffusivitet værdier af betydning, og derefter følger stigningen forløbet for den hydrauliske ledningsevne, dog reduceret med suctiontrykkets fald med fugtindholdet. Tæt ved mætning reducerer væsketrykket til næsten ingenting indenfor et lille fugtinterval, og derfor falder den termiske fugtdiffusivitet hurtigt på dette sidste stykke. Hvordan D_{vt} og D_{wt} står i indbyrdes forhold, må afhænge noget af materialets karakter.

Det her beskrevne fænomen, at temperaturgradienterne kan drive en massetransport, betegnes inden for den irreversible termodynamik som en Soret-effekt.

Hvis man samler effekterne af fugtindholdets og af temperaturens gradienter fra de tidligere ligninger og danner en slags kombineret anden lov, fås:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (D_{uu} \frac{\partial u}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial x} (D_{ut} \frac{\partial T}{\partial x}) \quad (5.2.18)$$

5.2.2 TRANSIENT TRANSPORTLIGNING FOR ENTALPI

VARMELEDNING:

I kontinuitetsligningen for entalpi, 5.1.10, kan man i analogi med den ovenfor gennemførte fremgangsmåde indsætte Fourier's lov til at beskrive varmekraften, q . Hvis dette regnes som det eneste bidrag til varmekraften, og der i øvrigt ikke er tale om kildeled af nogen slags, så kan følgende ligning opskrives til at beskrive det termiske felts transiente udbredelse:

$$\rho_0 \frac{\partial \bar{h}}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial x} (-\lambda \frac{\partial T}{\partial x}) = \frac{\partial}{\partial x} (\lambda \frac{\partial T}{\partial x}) \quad (5.2.19)$$

Det er entalpien, der holdes regnskab med, men da det er temperaturen, der måles, omskrives denne ligning ved, at entalpiændringerne på venstresiden udtrykkes ved ændringerne i temperaturen. Sammenhængen mellem entalpi og temperatur udtrykkes på differentielt niveau ved:

$$d\bar{h} = c_p \cdot dT \quad (5.2.20)$$

hvor

$$c_p = \text{Den specifikke, isobare varmekapacitet } \left(\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right)$$

Den benyttede varmekapacitet er udtrykt isobart. For bygningsmaterialer, der er praktisk taget inkompressible, vil man lige såvel kunne benytte den isochore varmekapacitet (c_v), mens det for gasser vil være afgørende at bruge den rigtige varmekapacitet. Det porøse materiale består dels af sin faststofmatrice, dels af luft og forskellige faser af vand. Da kontinuitetsligningen er skrevet ved brug af

materialets tørdensitet, må varmekapaciteten for de forskellige væsker og gasser i porene regnes specifikt i forhold til materialets tørdensitet. Den benyttede specifikke varmekapacitet kan således udregnes som:

$$c_p = c_{p,0} + \sum_{\substack{i \\ \text{is} \\ \text{vand} \\ \text{damp}}} u_i \cdot c_{p,i} \quad (5.2.21)$$

Indsættes ligning 5.2.20 nu i ligning 5.2.19, og antages kvasikonstante forhold således at kapacitetsleddet fra venstresiden kan divideres ind i differentialleddet på højresiden, fås følgende ligning, der kaldes Fourier's anden lov eller den instationære varmeledningligning:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\lambda}{\rho_0 c_p} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (5.2.22)$$

Herved er den termiske diffusivitet bestemt. Den termiske diffusivitet ses hyppigt angivet ved symbolet α og betegnes også temperaturledningstallet:

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho_0 c_p} \quad (\text{m}^2/\text{s}) \quad (5.2.23)$$

Som det ses, er enheden også her $[\text{m}^2/\text{s}]$, så den termiske diffusivitet udtrykker atter den tids-/stedslige udbredelse af et potentiale, der her er varme.

KONVEKTION:

Ved konvektiv medføring af entalpi i luft/damp og væske påvirkes også den termiske balance ved et varmebidrag som nævnt i afsnit 4.3.2. Dette bidrag kan indsættes i entalpiens kontinuitetsligning ved at differentiere den konvektive varmekraft fra ligning 4.3.2 og addere dette bidrag til varmekraftbidraget ved ledning fra ligning 5.2.19. Herved fås:

$$\rho_0 \cdot c_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \sum_i g_i \cdot c_{p,i} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \quad (5.2.24)$$

Index i refererer her til alle gennemstrømmende fluider. Man ser i øvrigt som for den konvektive fugtflux, at den konvektive varmekraft også beskrives ved et differentielt led, der kun er en førsteordens afledet størrelse. Det kan få betydning

eksempelvis for stabiliteten ved anvendelsen af numeriske løsningsmetoder.

Som tidligere nævnt, er fugttransporten oftest så langsom, at man kan se bort fra dens konvektive bidrag til varmebalancen. For åbne materialer, der er dårligt afskærmede for vind- og andre lufttryk, kan luftens konvektive varmebidrag dog godt have betydning.

FUGTTRANSPORTENS INDFLYDELSE PÅ ENTALPIBALANCEN:

Bortset fra den nævnte konvektive medføring af entalpi med fugten indenfor dens forskellige faser, sker der en væsentlig udveksling af latent entalpi i et kontrolvolumen, når den tilstedeværende fugt overgår fra én fase til en anden. Entalpioverførslen herved kan være væsentligt større, end ved den konvektive medføring uden faseovergange. Ved produktionen I_{ij} [kg/(m³s)] af fugt i fasen i kommende fra fasen j, tilføres kontrolvolumenet følgende entalpimængde:

$$S_q = \Delta \bar{h}_{ij} \cdot I_{ij} \quad (5.2.25)$$

For faseovergangen væske–damp er omdannelsesentalpien ca. $2,50 \cdot 10^6$ J/kg, mens den for faseovergangen is–væske er $3,33 \cdot 10^5$ J/kg (for frie væskeoverflader). Disse tal, der i øvrigt er lidt temperaturafhængige, skal indsættes med det rette fortegn, således at eksempelvis en fordampning i et kontrolvolumen svarer til en negativ entalpitilførsel ($\Delta \bar{h}_{ij} = -\Delta \bar{h}_{ji}$). Faseovergang ved sublimation kan naturligvis også komme på tale med en omdannelsesentalpi, der kan regnes som summen af de to ovennævnte omdannelsesentalpier henført til den aktuelle sublimationstemperatur.

Hvis der ses bort fra isdannelse og fra den beskedne andel, dampen udgør af et kontrolvolumens samlede masse, kan ligning 5.1.4 benyttes til at udtrykke I_v (hvor dampdannelsen med disse forudsætninger kun kan skyldes fordampning af væske). Hvis I_v udtrykt på denne måde ved gradienten i g_v indsættes som entalpikilde i kontinuitetsligningen 5.1.10, fås når både transporten ved ledning og konvektion medregnes for q :

$$\rho_0 \cdot c_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \sum_i g_i \cdot c_{p,i} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + \Delta \bar{h}_{vw} \cdot \frac{\partial g_v}{\partial x} \quad (5.2.26)$$

Ses der bort fra den konvektive entalpi-transport og omdannes ligningen til en

anden lovs type (for kvasikonstant varmekapacitet), fås:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\Delta \bar{h}_{vw}}{\rho_0 c_p} \cdot \frac{\partial g_v}{\partial x} \quad (5.2.27)$$

Der kan nu drages nytte af den måde, hvorpå fugtfluxen ved diffusion (beskrevet ved Fick's lov) først i dette afsnit blev delt op i en del, der skyldes gradienter i fugtindholdet, og i en del, der skyldes gradienter i temperaturen. Gøres dette, kan ligning 5.2.27 opskrives på formen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} = & \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\Delta \bar{h}_{vw} \delta_p}{\rho_0 c_p} \cdot \left(\left. \frac{\partial p}{\partial T} \right|_u \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + \left. \frac{\partial p}{\partial u} \right|_t \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \\ & \frac{\partial}{\partial x} \left(\left[\alpha + \frac{\Delta \bar{h}_{vw}}{c_p} \cdot D_{vt} \right] \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\Delta \bar{h}_{vw}}{c_p} \cdot D_v \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (5.2.28)$$

Der er hermed defineret nye diffusiviteter, således at ligning 5.2.28 kan skrives i en form, der er analog til den tilsvarende ligning 5.2.18 for fugttransporten:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_{tt} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(D_{tu} \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (5.2.29)$$

hvor diffusiviteterne er:

$$D_{tt} = \alpha + \frac{\Delta \bar{h}_{vw}}{c_p} \cdot D_{vt} \quad (\text{m}^2/\text{s}) \quad (5.2.30)$$

$$D_{tu} = \frac{\Delta \bar{h}_{vw}}{c_p} \cdot D_v \quad (\text{m}^2\text{K}/\text{s}) \quad (5.2.31)$$

Den måde, hvorpå gradienter i fugtens potentiale forårsager en entalpi-transport, betegnes indenfor den irreversible termodynamik en Dufour-effekt.

5.2.3 LUIKOV'S LIGNINGSSYSTEM

I dette afsnit vises det af Luikov, 1966, angivne ligningssystem for koblet fugt- og varmetransport i porøse materialer. I overensstemmelse med den ovenfor givne gennemgang finder man en lang række af ligningssystemer, der med forskellige, mindre modifikationer tilskrives en række forskere. Således går det meste af det

ovenfor nævnte også igen i Luikov's gennemgang af teorien. Luikov indfører imidlertid en kondenseringsfaktor, ε , der angiver hvor stor en del af den samlede fugttransport, der foregår på dampform. Da masseandelen af damp i et kontrolvolumen er ubetydelig i forhold til kontrolvolumenets indhold af vand på væskeform, indikerer ε også, hvor stor en del af den tilførte fugtmængde, der omsættes ved kondensation – deraf navnet på ε . I ligning 5.2.27 kan hensynet til kondensationsentalpien derfor i stedet tages ved at benytte fugtindholdets første tidsafledede i stedet for damptransportens anden stedsafledede. Dette gøres som følger, idet ligningerne 5.1.4 og 5.1.5 benyttes:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial g_v}{\partial x} &\simeq I_v = -I_w = -\frac{\partial g_w}{\partial x} - \rho_0 \frac{\partial u_w}{\partial t} \simeq -\frac{\partial g_w}{\partial x} - \rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} = \\ &= -\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \cdot \frac{\partial g_v}{\partial x} - \rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} \Rightarrow \\ \frac{\partial g_v}{\partial x} &\simeq \varepsilon \cdot \rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} \end{aligned} \quad (5.2.32)$$

Det er undervejs antaget, at man kan se bort fra isdannelse. Når dette udtryk for dampfluxens stedsafledede indsættes i ligning 5.2.27, fås:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \varepsilon \cdot \frac{\Delta \bar{h}_{vw}}{c_p} \cdot \frac{\partial u}{\partial t} \quad (5.2.33)$$

Skrives Luikov's ligningssystem op for kvasikonstante materialeparametre, ser det således ud:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} &= \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \varepsilon \cdot \frac{\Delta \bar{h}_{vw}}{c_p} \cdot \frac{\partial u}{\partial t} \\ \frac{\partial u}{\partial t} &= D_{uu} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \delta \cdot D_{uu} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \end{aligned} \quad (5.2.34)$$

Ved at antage kvasikonstante materialeparametre, som det er gjort her og andre steder, får man en beskrivelse, der tager hensyn til førsteordens effekter – nemlig de, der skyldes materialeparametrenes størrelse. Andenordens effekterne, der negligeres, er resultatet af materialeparametrenes ændring (med u og T) over beregningsdomænet og gennem det undersøgte tidsrum.

I ligning 5.2.34 er der indført en termogradientkoefficient, δ , der beskriver forholdet mellem den termiske fugtdiffusivitet og fugtens egendiffusivitet:

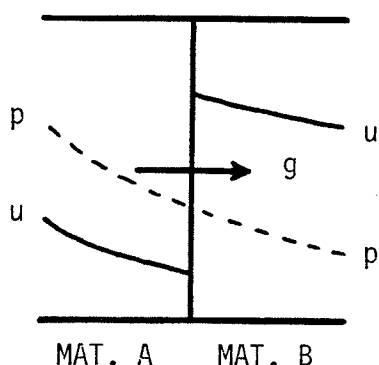
$$\delta = \frac{D_{ut}}{D_{uu}} \quad (K^{-1}) \quad (5.2.35)$$

Luikov's model er hyppigt citeret, og derfor kan man da også i litteraturen finde en del materialeparametre, som de her angivne. Til en beregning har man således brug for temperaturledningstallet, α , kondenseringsfaktoren, ε (sammen med c_p), fugtdiffusiviteten, D_{uu} og endeligt termogradientkoefficienten, δ .

Modellen er så simpel, at den for konstante materialeparametre og med simple randbetingelser kan løses analytisk (se eksempelvis Kohonen, 1984). Løsning med numeriske metoder vil heller ikke volde vanskeligheder af særlig art (ligeledes Kohonen, 1984, samt Pedersen & Rasmussen, 1986).

Endeligt har en model af denne type den fordel, at de potentialer, der indgår, samtidigt er de størrelser, man let kan måle sig til, og som man ofte stiller funktionskravene til (eksempelvis kan nævnes den velkendte håndregel om, at fugtindholdet for træ skal være under 20 vægt-% for at undgå råd/svamp).

Når man regner på sammensatte konstruktioner er det imidlertid ikke fordelagtigt, at fugtbrøken u er valgt som drivende potentiale for fugten. Mens væske- og damptrykkene forløber kontinuerligt over materialegrænser, vil det på grund af de i almindelighed forskellige sorptionskurver, materialerne har, netop ikke være tilfældet for potentialet u . Man kan sågar opleve, at fugten vil strømme fra det mindst til det mest fugtige materiale, når fugtigheden regnes som vægtprocent. Beskrivelsen ved materialegrænserne er derfor mere kompleks, som illustreret i figur 5.5. I en numerisk model skal man have et knudepunkt i selve laggrænsen til at beskrive overgangen, hvor dette ellers ikke er nødvendigt i en model, der benytter

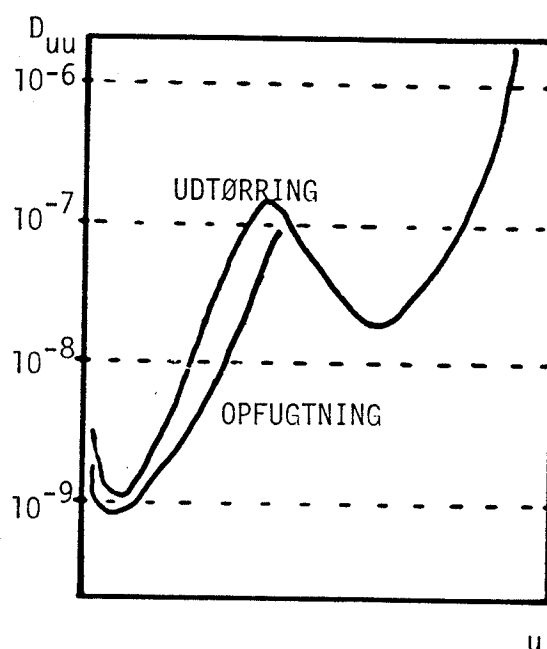


Figur 5.5 Forløbet af fugtbrøken og af et trykpotentiale over en materialegrænse.

trykkene som potentialer.

En anden ulempe er den, at materialeparametrene ikke længere direkte beskriver hvilke fysiske fænomener, der ligger bag den transport, de beskriver. Materialeparametrene er konglomeratdannelser, der på kompleks vis beskriver såvel materialernes transportevner som deres oplagringsegenskaber og endda ofte på en måde, så flere transportmekanismer er slået sammen i én transportparameter. Med et materiales transportparameter alene kan man således ikke genfinde de oprindelige fysiske fænomener.

Et eksempel herpå er den måde, hvorpå hysteresefænomenet viser sig. Som det ses af figur 5.6 for fugtdiffusiviteten, har man en kurve, der under opfugtning ligger væsentligt under kurven for udtørring. "Væsentligt" fordi grafen er vist i logaritmisk afbildning for ordinatens vedkommende, således at de to kurver faktisk ligger forskudt for hinanden med en faktor på cirka 10. En del af forskellen mellem de to kurver kan forklares ved forskelle i forløbene af suctionkurven under henholdsvis opfugtning og udtørring. Under opfugtning er suctionkurvens hældning (fugtkapaciteten) større end udtørringkurvens for et tilsvarende fugtindhold. Det ser ikke umiddelbart sådan ud i figur 2.17, men det skyldes her den logaritmiske abscisse-akse's forvrængning af billedet. Udover den forskellige lagringskapacitet under opfugtning og udtørring kunne man tænke sig, at der var en vis hysteresi i selve transportevnen (eksempelvis den hydrauliske ledningsevne), da fugten vil



Figur 5.6 Hysteresi i fugtdiffusiviteten (typisk kurve for gasbeton).

være fordelt på forskellig måde under de to forløb. Fugtdiffusiviteten giver ikke umiddelbart noget billede af dette.

Sammenfattende må det siges, at Luikov-modellen fortrinsvis vil egne sig til konstruktioner, der kun består af ét materiale, der enten er i et konstant udtørnings eller opfugtningsforløb. I dette tilfælde giver modellen en forholdsvis simpel beskrivelse af ganske mange indbyrdes forbundne fysiske fænomener.

5.3 BESKRIVELSE VED GRUNDLÆGGENDE POTENTIALER

Den i afsnit 5.2 gennemgåede teori kan betragtes som en måde at sammensætte transportligninger og kontinuitetsligninger på. Da transportligningernes potentiale ikke altid er det samme som den størrelse, kontinuitetsligningen opskrives for (det kunne for eksempel henholdsvis være temperatur og entalpi), benyttes undervejs en sammenhæng mellem disse to størrelser. For differentielle ændringer kan denne sammenhæng udtrykkes ved en kapacitet. Sammenhængen mellem entalpi og temperatur af et legeme er således givet ved den velkendte varmekapacitet. For fugten er der i kapitel 2 beskrevet fugtkapaciteter, der udtrykker sammenhængen mellem et materiales fugtindhold og et trykpotentiales værdi.

Man kan definere sorptions- og suctionkurverne som tilstandsfunktioner, idet de definerer sammenhængen mellem to vigtige tilstandsstørrelser for henholdsvis transporten og kontinuiteten. På tilsvarende vis kan sammenhængen mellem entalpi og temperatur defineres som en tilstandsfunktion, omend den er mere trivial ved blot at være en ret linie, når varmekapaciteten regnes konstant – som det ofte er tilfældet.

I afsnit 5.2 blev disse udtryk på matematisk form smeltet sammen til nogle transiente transportligninger, hvor få parametre indeholdt information om flere forskellige fysiske fænomener. Man kunne også tænke sig – specielt hvis sigtet er at lave numeriske modeller – at benytte de oprindelige ligninger for transport, kontinuitet og tilstandsfunktioner hver for sig på et kontrolvolumen. Det vil give overblik over hvilke fysiske fænomener, der tages hensyn til i metoden. Fremgangsmåden i en sådan beregning illustreres i figur 5.7.

	<u>Fugt</u>		<u>Varme</u>
Transportligning	$V_p, V_{P_1} \rightarrow$	$g \leftrightarrow$	$V_T \rightarrow q \leftrightarrow$
Kontinuitetsligning	$g \rightarrow$	$\Delta u \leftrightarrow$	$q \rightarrow \Delta h \leftrightarrow$
Tilstandsfunktion	$\Delta u \rightarrow$	$\Delta p, \Delta P_1$	$\Delta h \rightarrow \Delta T$

Figur 5.7 Beregningsmetodik, når transport, kontinuitets og tilstandsligninger benyttes successivt i et tidsskridt.

Man tænker sig, at man til start har en given fordeling af det potentiale, der er drivende for den transport, man ønsker at undersøge. En sådan fordeling vil med de gradienter, den indeholder forårsage en transport, der er givet ved transportligningen. Forudsættes denne transport at være ved i et kendt tidsrum, der er tilpas lille til, at de drivende potentialer ikke ændres for meget undervejs (kvasistationære forhold), vil kontinuitetsligningen give ændringen i den størrelse, man kontrollerer bevarelsen af. I kontinuitetsligningen kan man også tage hensyn til eventuelle kilder/dræn (ikke vist på figuren, men formlerne vises i afsnit 5.1). Endeligt benyttes tilstandsligningen til at føre resultatet tilbage til en ændring i det potentiale, der var drivende for transporten. Med den derved fundne nye fordeling af potentialet, kan hele operationen gentages i et nyt tidsskridt. Denne fremgangsmåde minder meget om den, man benytter i en numerisk kontrolvolumen metode i en eksplicit formulering.

De ligninger, der skal til for at beskrive den transiente udvikling af det koblede fugt- og temperaturfelt, er de basale udtryk, der er gennemgået i de forrige kapitler, hvoraf man selvfølgelig kun medregner de af dem, der skønnes at have betydning. Hvordan koblingen mellem fugt- og varmetransporten kommer ind, kan opsplittes i hvilke effekter, der er for hver enkelt af de tre ovenfor nævnte ligningstyper. Der kan nævnes (effekter på massetransporten nævnt først):

TRANSPORTLIGNINGEN:

- Temperaturen påvirker diffusionstallet:

$$T \uparrow \Rightarrow \delta \uparrow$$

- Temperaturen påvirker viskositeten og dermed den hydrauliske ledningsevne:

$$T \uparrow \Rightarrow \mu \downarrow \Rightarrow K \uparrow$$
- I nogle af de sekundære transportligninger (eksempelvis for Knudsen diffusion) indgår temperaturen direkte som en del af potentialet for massetransporten.
- Konvektive transport, der er forårsaget af temperaturgradienter (naturlig konvektion), medfører også transport af vanddamp.
- Tilstedeværelsen af vand og is forøger varmeledningsevnen.

$$u \uparrow \Rightarrow \lambda \uparrow$$
- Transporten af fugt giver også en konvektiv transport af entalpi.

KONTINUITETSLIGNINGEN:

- Temperaturen påvirker isdannelsen.

$$T \downarrow \Rightarrow I_{is} \uparrow$$
- Med fugten transporteres en del latent varme.

$$g_v \uparrow \Rightarrow S_q \uparrow$$

TILSTANDSFUNKTIONEN:

- Mætningsdamptrykket er en entydig, hastigt voksende funktion af temperaturen.

$$T \uparrow \Rightarrow p \uparrow$$
- Sorptionskurverne er temperaturafhængige.

$$T \uparrow \Rightarrow p|_u \uparrow$$
- Overfladespændingen og dermed suctiontrykket er temperaturafhængigt.

$$T \uparrow \Rightarrow \sigma \downarrow \Rightarrow P_{suc} \downarrow$$
- Varmekapaciteten er lig summen af varmekapaciteterne for de indgående komponenter.

$$u \uparrow \Rightarrow c_p \uparrow$$
- Ved numeriske beregninger kan frysevarmen med fordel medregnes som en forøgelse af c_p -værdien over et temperaturinterval, ΔT , hvorover

frysningen sker:

$$\Delta c_p = \frac{u \cdot \Delta \bar{h}_{w, is}}{\Delta T}$$

Ved at holde de nævnte effekter adskilt er man aldrig i tvivl, om hvilke fysiske fænomener, der i metoden er taget hensyn til. Andre effekter, der påvirker fugtens eller varmens transport— og lagringsmekanismer, kan let medregnes. Det kunne eksempelvis være den betydning saltkoncentrationen har for sorptionsisotermernes ligevægtsfugtindhold, eller "fugthistoriens" påvirkning, der giver anledning til hysteres i sorptionsisotermene og transportparametrene.

Det er yderligere en fordel ved den beskrevne model, at fysikkens oprindelige potentialer forløber kontinuerligt over en materialegrænse, som figur 5.5 viser. Yderligere er transportparametrene til de oprindelige Fick's og Darcy's love i reglen også til at finde i litteraturen for et stort antal materialer.

Det er måske en ulempe ved metoden, at dens drivende trykpotentialer ikke er lige til at gå hen at måle i et eksperiment. Man må da omregne et målt fugtindhold ved hjælp af sorptions— eller suctionkurven til det ønskede trykpotentiale, der kan indgå i en transportligning.

Yderligere kan det være et problem, at de væsketryk og hydrauliske ledningsevner, der beskriver væsketransporten varierer flere 10'er—potenser med fugtindholdet. Denne variation er større, end det er tilfældet for fugtdiffusiviteten, D_{uu} , der ses afbildet i figur 5.6. Den forværring af problematikken ulinearitet, der derved forårsages, vil i en numerisk metode kræve finere diskretisering og dermed forlænget regnetid. Ved ikke at benytte trykpotentialet og den dermed forbundne hydrauliske ledningsevne direkte, men i stedet foretage en logaritmisk omregning af disse størrelser, skulle brodden imidlertid være taget af dette problem. Hvordan det gøres, vil være beskrevet i en efterfølgende rapport.

KONKLUSION

Til beskrivelse af koblet fugt- og varmetransport i bygningskonstruktioner kan man benytte sig af de paralleller, der er mellem transportfænomenerne for masse- og entalpi-transport. De to vigtigste bestanddele i en transient analyse af, hvordan det termiske og det fugtmæssige felt udbreder sig i en konstruktion, er henholdsvis beskrivelsen af, hvordan transporten foregår (transportligningen), dels opstilling af masse- og entalpi-balancen for et kontrolvolumen (kontinuitetsligningen). Det potentiale, der driver transporten, er ikke nødvendigvis den størrelse, man i kontinuitetsligningen kontrollerer bevarelsen af. Til at angive sammenhængen mellem disse to størrelser benyttes, hvad der i rapporten betegnes en tilstandsfunktion, da denne giver sammenhængen mellem de to ønskede tilstandsvariable.

For varmeudbredelsen er den vigtigste transport beskrevet ved Fourier's lov for varmeledning, hvori temperaturen indgår som drivende potentiale. Analogien mellem stof- og varmetransporten viser sig ved, at Fick's lov for damptransport og Darcy's lov for væskestrømning i porøse legemer er de to vigtigste transportlove for fugten. Disse to love svarer i udformning helt til Fourier's lov og i øvrigt til en række andre love indenfor fysikken. I Fick's og Darcy's love er det henholdsvis et damptryk (eller en dampkoncentration) og et væsketryk, der er drivende for transporten.

Kontinuitetsligningen sørger for bevarelsen af henholdsvis entalpi, når det gælder varmetransport, og masse af fugt, når det gælder fugttransport. For et kontrolvolumen opstilles balancen mellem, hvad der løber ind og ud af volmenet, hvor meget der bliver produceret internt, samt hvor meget, der ophobes.

For varmetransporten er tilstandsfunktionen fastlagt ved materialernes velkendte varmekapacitet, der for differentielle ændringer udtrykker sammenhængen mellem temperatur og entalpi.

For fugttransporten ønskes sammenhængen mellem materialernes fugtindhold og værdien af de to trykpotentiale. At finde denne sammenhæng kræver kendskab til, hvordan fugten bindes i materialerne. Det sker overvejende ved adsorption til

det porøse materiales indvendige overflader på grund af van der Waal'ske kræfter (vigtigst ved lave fugtigheder) samt ved kapillarkondensation (ved højere fugtigheder). Dette sidste fænomen skyldes damptrykssænkningen over de krumme vandoverflader, der dannes, når fugten på væskeform befinder sig i de kapillære porer. Termodynamiske love for ligevægte er nyttige værktøjer til at bestemme disse sammenhænge. Den resulterende effekt af fugtbindingskræfterne udtrykkes for damptrykkenes vedkommende ved materialernes sorptionskurver, der giver fugtindholdet som funktion af luftens relative fugtighed, mens sammenhængen mellem fugtindhold og væsketryk findes af suctionkurverne. Disse kurver udgør derfor fugtens tilstandsfunktioner, og hældningen af kurverne beskriver materialernes fugtkapacitet (i analogi med varmekapaciteten).

Koblingen mellem fugtens og varmens transporter kommer væsentligst ind ved den måde, hvorpå temperaturen påvirker mætningsdamptrykkets værdi. Det vil alt andet lige give højere damptryk i den varmeste side af et materiale, og dermed en transport mod den kolde side. Andre knap så vigtige fænomener giver transporter, der er rettede såvel mod den kolde som mod den varme side. Fugtens transport påvirker væsentligst entalpibalancen ved den medføring af latent varme, der er i dampfasen, og som frigives/optages ved kondensation eller fordampning.

Andre fænomener end de, der direkte forårsages af fugtens eller temperaturens gradienter, kan få betydning ved beregning af fugt- og varmetransporten. Under visse omstændigheder kan transporten af såvel fugt som entalpi ved konvektiv medføring give ganske betragtelige bidrag til den samlede transport. Man kunne yderligere tænke sig at tage hensyn til saltindholdets eller hystereseeffekternes indflydelse på sorptions- og suctionkurverne.

Samles transport-, kontinuitets-, og tilstandsligningerne i betragtningen af et infinitesimalt kontrolvolumen, kan man ved at gøre visse forsimplinger danne transiente transportligninger, hvori indgår diffusiviteter, der indeholder information om såvel materialernes transport- som deres oplagringsegenskaber. Disse ligninger udtrykker en lineær sammenhæng mellem den tidsafledede af den størrelse, man undersøger og den anden stedsafledede af såvel fugtindholdet og temperaturen. Koefficienterne i disse ligninger er henholdsvis en egendiffusivitet, der udtrykker transporten af en størrelse i forhold til dens egne gradienter, samt en krydskoblingsdiffusivitet, der udtrykker den gensidige påvirkning mellem fugt- og varmetransporten (i reglen det mindste led). I disse transiente transportligninger er det typisk fugtbrøken ($\text{kg fugt/kg tørt materiale}$) og temperaturen, der udgør de

drivende potentialer. Det giver den ulempe, at transporten over materialegrænser ikke er så simpel at beskrive, da fugtbrøken ikke her forløber kontinuerligt. Metoden giver heller ikke overblik over præcis hvilke transporteffekter, der medregnes, da diffusiviteterne i én værdi indeholder information om mange fænomener. Det resulterende ligningssystem er imidlertid så tilpas simpelt, at det forholdsvis let kan bruges i en numerisk og sågar en analytisk løsning af det koblet fugt- og temperaturfelt – men helst kun i ét materiale.

Som alternativ kan man, hvis man eksempelvis benytter en numerisk kontrolvolumen metode, lige så vel benytte de oprindelige transportligninger, hvis potentialer er kontinuerte over materialegrænser. Ved at benytte præcis de transportligninger og tilstandssammenhænge, der skønnes væsentlige, har man derved overblik over hvilke transportfænomener og koblede effekter, der regnes med i metoden.

LITTERATUR

- Ahlgren, L. – 1972.
Fuktfixering i porösa byggnadsmaterial.
Institutionen för Byggnadsteknik, Tekniska Högskolan i Lund, Report 36.
- Beton–Bogen – 1985.
Redigeret af Herholdt, Aa. et al.
Aalborg Portland, Cemenfabrikkernes tekniske Oplysningskontor.
- Bird, R.B. & Stewart, W.E. & Lightfoot, E.N. – 1960.
Transport Phenomena.
Wiley.
- Bisgaard, N.F. – 1974.
Opvarmning og ventilation 1, Varmetransmission.
Akademisk Forlag.
- Brunauer, S. & Emmet, P.H. & Teller, E. – 1938.
Adsorption of Gases in Multimolecular Layers.
Journal of the American Chemical Society, **60**, 309 (1938).
- Danvak – 1988.
Varmer og Klimateknik, Grundbog.
Redigeret af Hansen, H.E. et al.
Danvak.
- Duffie, J.A. & Beckman, W.A. – 1980.
Solar Engineering of Thermal Processes.
Wiley.
- Dansk Standard, DS 418 – 1986.
Dansk Ingeniørforenings regler for beregning af bygningers varmetab.
Teknisk Forlag.
- Fick, A. – 1855.
Ueber Diffusion.
Annalen der Physik und Chemie, **94**, 59 (1855).
- Glaser, H. – 1959.
Graphisches Verfahren zur Untersuchung von Diffusionsvorgängen.
Kältetechnik, **11**, heft 10, 345 (1959).
- Hagemann, E. – 1981.
Byggematerialer. Grundbog.
Polyteknisk Forlag.
- Hansen, P. Freiesleben – 1985.
Koblet Fugt/varmetransport i konstruktionstværsnit af beton.
Arbejdsnotat.
Beton og Konstruktionsinstituttet.

- Hansen, P. Freiesleben — 1986.
Materialefysik, Beregningsgrundlaget.
Bygningsafdelingen, Danmarks Ingeniørakademi.
- Hansen, M. Hjorslev — 1988.
Data omkring H₂O.
Laboaratoriet for Bygningsmaterialer, DTH.
- Hansen, K. Kielsgaard — 1986.
Sorption Isotherms. A Catalogue.
Laboratoriet for Bygningsmaterialer, DTH, Teknisk rapport 162/86.
- Hartley, J.G. — 1987.
Coupled Heat and Moisture Transfer in Soils: A Review.
Advances in Drying, 4 (1987).
- Hillerborg, A. — 1985.
A Modified Absorption Theory.
Cement and Concrete Research, 15, 809 (1985).
- Jost, W. — 1960.
Diffusion in Solids, Liquids, Gases.
Academic Press.
- Jost, W. & Hauffe, K. — 1972.
Diffusion, Methoden der Messung und Auswertung.
Dr. Dietrich Steinkopff Verlag, Darmstadt.
- Kamp, C.L. — 1986.
A brief Summary of Thermodynamics, as far as Useful for the Analysis of
Moisture Problems.
RILEM TC 35-PMB.
- Kießl, K. — 1983.
Kapillarer und dampfförmiger Feuchtetransport in mehrschichtigen
Bauteilen. Rechnerische Erfassung und Bauphysikalische Anwendung.
Universität-Gesamthochschule-Essen.
- Kohonen, R. — 1984.
A Method to Analyze the Transient Hygrothermal Behaviour of Building
Materials and Components.
Technical Research Centre of Finland, Publications 21.
- Krischer, O. — 1963.
Die wissenschaftlichen Grundlagen der Trocknungstechnik.
Springer-Verlag.
- Kronvall, J. — 1980.
Air Flows in Building Components.
Division of Building Technology, Lund Institute of Technology,
Report TVBH-1002.
- Laboratoriet for Bygningsmaterialer — 1980.
Fugt i bygningsmaterialer. Notat til Grundkursus i bygningsmateriallære,
6101.
Laboratoriet for Bygningsmaterialer, DTH.

- Luikov, A.V. – 1966.
Heat & Mass Transfer in Capillary–Porous Bodies.
Pergamon Press.
- Lund–Hansen, P. – 1967.
Fugttransport i byggematerialer.
Laboratoriet for Varmeisolering, DTH, meddelelse nr. 15.
Polyteknisk Forlag.
- van Minnen, J. & Vos, B.H. – 1965.
Distribution and Transport of Water in Porous Materials.
Institute TNO for Building Materials and Building Structures, Delft.
- Nielsen, A. – 1984.
Byggeteknisk fugtmekanik,
Byggeteknik, Teknologisk Institut.
- Nielsen, A. – 1987.
List of Symbols and Units.
RILEM TC 35–PMB.
- Nielsen, A. – 1988.
Noter til DTH–kursus 6108, Porøse Bygningsmaterialer. (Flere
forfattere).
Laboratoriet for Bygningsmaterialer, DTH.
- Padday, J.F. (editor) – 1978
Wetting, Spreading and Adhesion.
Academic Press.
- Pedersen, C.R. & Rasmussen, M.H. – 1986.
Kombineret fugt– og varmetransport i bygningskonstruktioner.
Eksamensprojekt.
Laboratoriet for Varmeisolering og Laboratoriet for Bygningsmaterialer,
DTH.
- Philip, J.R. & de Vries, D.A. – 1957.
Moisture Movement in Porous Materials under Temperature Gradients.
Transactions, American Geophysical Union, 38, 222 (1957)
- Pitts, D.R. & Sissom, L.E. – 1977.
Theory and Problems of Heat Transfer.
Schaum's Outline Series, McGraw–Hill.
- Radjy, F. (medforfatter) – 1971.
Kompendium i bygningsmateriallære, teoretisk del.
Laboratoriet for Bygningsmaterialer, DTH.
- Sandberg, P.I. – 1973.
Byggnadsdelars fuktbalans i naturligt klimat.
Institutionen för Byggnadsteknik, Tekniska Högskolan i Lund.
- SBI–anvisning 139 – 1984.
Bygningers fugtisolering.
Statens Byggeforskningsinstitut.

- Tveit, A. — 1966.
Measurements of Moisture Sorption and Moisture Permeability of Porous Materials.
Norwegian Building Research Institute.
- Vos, B.H. & Tammes, E. — 1969.
Moisture and Moisture Transfer in Porous Materials.
Institute TNO for Building Materials and Building Structures, Delft.
- Zemansky, M.W. & Dittman, R.H. — 1981.
Heat and Thermodynamics.
McGraw-Hill.

Nogle steder i teksten nævnes den litteratur, hvori de vigtigste fænomenologiske transportlove kan findes. Der er tale om ældre litteratur, der bortset fra Fick's artikel i Annalen der Physik und Chemie ikke har været fremskaffet til dette projekt. De øvrige er:

- Darcy, H. — 1856.
Les fontaines publiques de la ville de Dijon.
Dalmont, Paris.
- Fourier, J. — 1822.
Théorie analytique de la chaleur.

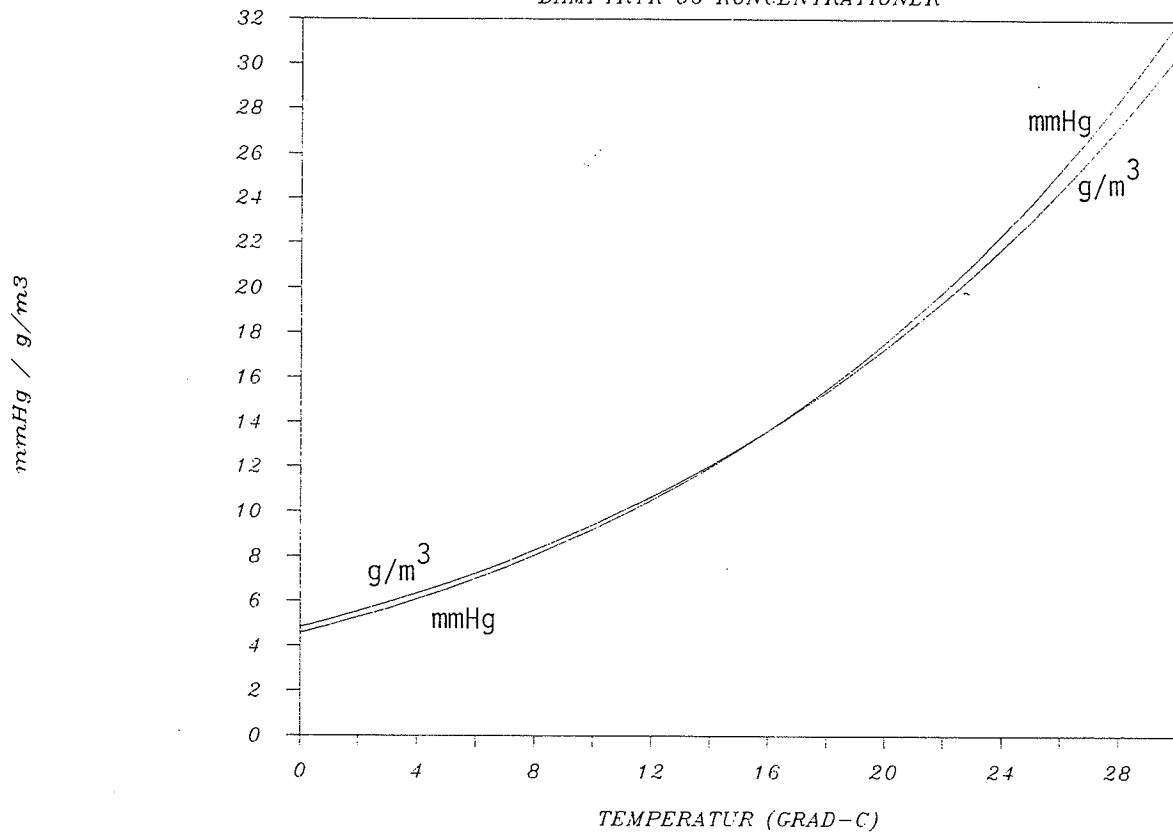
Findes i engelsk oversættelse fra 1878, der er genpubliceret som:

- Freeman, A. — 1955
Analytical Theory of Heat.
Dover Publications, New York.
- Knudsen, M. — 1934.
The Kinetic Theory of Gases.
Methuen, London.

APPENDIX

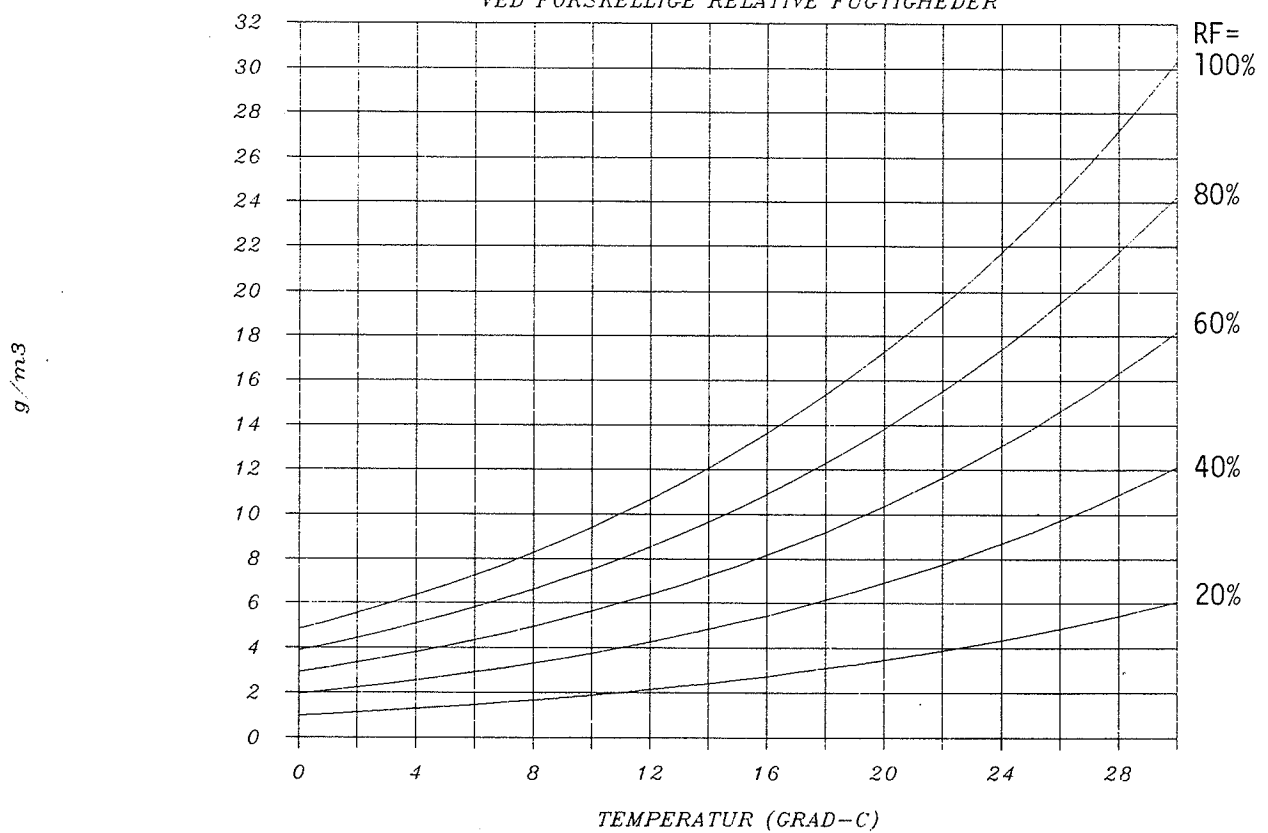
MÆTNINGSVÆRDIER FOR VANDDAMP I LUFT

DAMPTRYK OG KONCENTRATIONER



VANDDAMPKONCENTRATION

VED FORSKELLIGE RELATIVE FUGTIGHEDER



MÆTNINGSVÆRDIER FOR VANDDAMP I LUFT

Temperatur °C	Vanddampindhold		Partialtryk	
	g/m ³	g/kg	Pa	mmHg
-20	0.88	0.63	103	0.77
-15	1.39	1.02	165	1.24
-10	2.14	1.60	260	1.95
-5	3.24	2.47	401	3.01
0	4.85	3.77	611	4.58
1	5.19	4.06	657	4.93
2	5.56	4.36	706	5.29
3	5.95	4.69	758	5.69
4	6.36	5.03	814	6.10
5	6.80	5.40	873	6.55
6	7.26	5.80	936	7.02
7	7.75	6.21	1002	7.52
8	8.27	6.66	1073	8.05
9	8.82	7.13	1149	8.62
10	9.40	7.64	1229	9.22
11	10.02	8.17	1314	9.85
12	10.67	8.74	1404	10.53
13	11.35	9.34	1499	11.24
14	12.07	9.98	1600	12.00
15	12.83	10.66	1707	12.80
16	13.64	11.37	1820	13.65
17	14.48	12.14	1939	14.55
18	15.37	12.94	2066	15.49
19	16.31	13.80	2199	16.49
20	17.30	14.70	2340	17.55
21	18.33	15.66	2489	18.67
22	19.42	16.68	2646	19.85
23	20.57	17.75	2812	21.09
24	21.77	18.89	2986	22.40
25	23.04	20.09	3170	23.78
26	24.36	21.36	3364	25.23
27	25.76	22.70	3568	26.76
28	27.21	24.12	3782	28.37
29	28.74	25.62	4008	30.06
30	30.34	27.20	4246	31.84
35	39.55	36.56	5625	42.19
40	51.04	48.84	7376	55.33
45	65.25	64.95	9581	71.86
50	82.68	86.17	12330	92.48
55	103.87	114.31	15731	118.00
60	129.47	152.07	19906	149.31
65	160.14	203.64	24992	187.46
70	196.66	276.03	31145	233.61
75	239.85	381.78	38539	289.07
80	290.62	546.00	47367	355.28

Damptrykkene er genereret ved hjælp af formlerne 1.1.35 og 1.1.36 for værdier over henholdsvis vand og is.

