nr 6

DANMARKS TEKNISKE HØJSKOLE

LABORATORIET FOR VARMEISOLERING

OG

SERVOLABORATORIET

KRYDSVARMEVEKSLERES DYNAMIK OG REGULERING

af

VAGN KORSGAARD · JØRGEN S. R. NIELSEN

JENS R. JENSEN

KØBENHAVN 1962

Forord.

Det arbejde, som danner grundlaget for denne rapport, blev taget op af docent V. Korsgaard i 1954. Begrundelsen herfor var, at mange ventilationsanlæg, når de blev sat i drift, viste sig at være ustabile i den forstand, at den temperatur, man ønskede at holde konstant, pendlede.

På det tidspunkt, hvor undersøgelserne blev påbegyndt, forelå der en vel gennemarbejdet teori for linære reguleringssystemer udviklet under og efter den anden verdenskrig. Kendskabet til denne teori var dog ret begrænset her i landet. Professor Jens R. Jensen havde optaget dette arbejdsområde nogle år forinden og bidrog til at sprede oplysning om denne viden gennem en række kurser, hvoraf de første afholdtes i 1952 og 53.

Det var derfor nærliggende at undersøge teoriens anvendelighed til vurdering af stabilitetsforholdene ved automatisk regulerede ventilationsanlæg, selvom der i disse indgår ulineære elementer. For at kunne gøre dette, er det imidlertid nødvendigt at kende de dynamiske egenskaber f.eks. i form af overføringsfunktionerne for de i reguleringssystemet indgående komponenter. Her er det først og fremmest krydsstrømsvarmevekslerens komplicerede dynamik, der volder de største teoretiske og eksperimentelle vanskeligheder.

Eksperimentelt blev krydsvarmevekslerens dynamiske egenskaber bestemt af docent V. Korsgaard ved måling af frekvenskarakteristikker for en række driftstilstande, som skulle give en vis oplysning om, hvilken indflydelse varmevekslerens vigtigste parametre har på de dynamiske egenskaber. På grund af forsøgsopstillingens begrænsede kapacitet har det kun været muligt at variere driftstilstandene indenfor ret snævre grænser, ligesom kun en enkelt type varmeveksler er blevet undersøgt. Civilingeniør M.R. Byberg har medvirket ved de eksperimentelle arbejder, der er udført i årene 1955-56. Den matematiske behandling af emnet blev taget op af Servolaboratoriet i efteråret 1960, efter at der i 1959 var arbejdet noget med en vædske/vædske varmeveksler, og derved vundet en vis erfaring på dette område.

Efter nogle orienterende undersøgelser, som viste, at det for krydsvarmevekslere var muligt at gennemføre en teoretisk analyse af de dynamiske forhold ved variation af gennemstrømningshastigheden, blev det besluttet at videreføre det teoretiske arbejde ved Servolaboratoriet, og civilingeniør Jørgen Nielsen overtog fuldførelsen heraf. Som man vil se af rapporten, har docent V. Korsgaards forudgående arbejde været forudsætningen for, at der i den teoretiske analyse har kunnet indføres de fornødne forenklinger til reduktion af de eksakte formler uden at tabe noget væsentligt, ligesom docent V. Korsgaards målinger har givet grundlaget for bedømmelsen af den teoretiske analyses værdi.

Af den foreliggende rapport er kapitel I afsnit 1, 2 og 3 skrevet af docent V. Korsgaard, medens civilingeniør Jørgen S.R. Nielsen har skrevet resten.

Til gennemførelse af det eksperimentelle arbejde er der ydet økonomisk støtte af Laurits Andersens Fond, Den polytekniske Læreanstalts ingeniørvidenskabelige Fond, G.A. Hagemanns Mindefond og Statens Byggeforskningsinstitut.

København, februar 1962

Vagn Korsgaard
Laboratoriet for varmeisolering

Jens R. Jensen
Servolaboratoriet

Indholdsfortegnelse.

Kapitel I.

Eksperimentel bestemmelse af en krydsvarmevekslers dynamik. Regulering af krydsvarmevekslere.

Sammendrag.

I dette kapitel bringes resultaterne af en eksperimentel bestemmelse af en krydsvarmevekslers dynamiske egenskaber (afsnit 2). For at lette forståelsen af de dynamiske egenskabers betydning ved regulering af krydsvarmevekslere indledes kapitlet med et afsnit om elementær reguleringsteori.

Ved regulering af krydsvarmevekslere indgår der en eller flere temperaturfølere i reguleringsudstyret. Forskellige temperaturføleres dynamiske egenskaber gennemgås derfor i afsnit 3.

Afsnit 4 omhandler regulering af krydsvarmevekslere. De retningslinier, der her angives, er udledt på grundlag af den teoretiske analyse af krydsvarmevekslereres dynamik, som behandles i kapitel II.

Afsnit 1. Reguleringsteori.

Den principielle opbygning af et reguleringssystem fremgår af blokdiagrammet på fig. 1.1. Det ses, at systemet er sammenbygget af en række apparater (reguleringselementer), som er forbundet med hinanden på en sådan måde, at der dannes et kredsløb.

Reguleringssystemet er opbygget således, at den regulerede størrelses værdi kontrolleres ved, at den målte størrelses værdi sammenlignes med en reference, der er indstillet på en

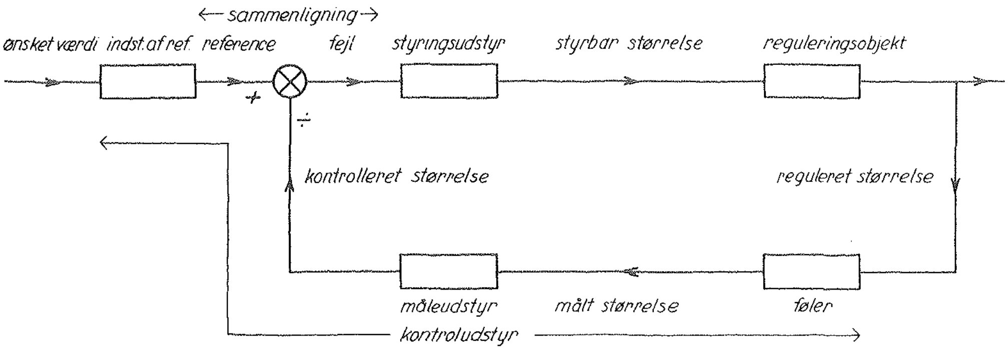


Fig. 1.1. Blokdiagram af reguleringssystem.

værdi svarende til den værdi, man ønsker, den regulerede størrelse skal have. En eventuel afvigelse mellem disse værdier, fejlen, påvirker gennem styringsudstyret den styrbare størrelse. Påvirkningens karakter afhænger af, om der er proportionalstyring, integralstyring o.s.v. Sammenhængen mellem den styrbare størrelse og den regulerede størrelse afhænger af reguleringsobjektets statiske og dynamiske karakteristik.

Det enkelte reguleringselement kan betragtes som en mekanisme, hvor man på indgangen påtrykker en tidsfunktion x(t), og på udgangen får en omdannet tidsfunktion y(t). Ved lineære systemer kan sammenhængen mellem udgangsfunktionen og indgangsfunktionen udtrykkes ved en lineær differentialligning med konstante koefficienter. Differentialligningens orden svarer til antallet af tidskonstanter, som indgår i elementet. For et element med een tidskonstant har man (se kapitel I, afsnit 3).

$$\tau \frac{dy}{dt} + y(t) = kx(t)$$

Laplace-transformeres fås

$$L\left\{x(t)\right\} = X(s)$$

$$L\left\{y(t)\right\} = Y(s)$$

$$L\left\{\frac{dy}{dt}\right\} = sY(s)$$

$$\tau sY(s) + Y(s) = kX(s)$$

eller $$\frac{Y(s)}{X(s)} = H(s) = \frac{k}{1+\tau s}$$

H(s) kaldes for elementets overføringsfunktion på operatorform.

Åbnes et reguleringssystem, der er sammenbygget af n elementer mellem det 1. og n. element, indses, at det samlede systems overføringsfunktion kan skrives som produktet af de enkelte elementers overføringsfunktioner, idet udgangsfunktionen fra det p. element bliver indgangsfunktion i det (p + 1) element:

$$H(s) = H_1 \cdot H_2 \cdot \text{---} H_p \text{---} \cdot H_n$$

1. Frekvensanalyse.

I praksis vil de fleste tidsforløb kunne betragtes som sammensatte af harmoniske svingninger, som kan bestemmes ved Fourieranalyse. Har man derfor ved en frekvensanalyse fundet ud af, hvorledes de enkelte reguleringselementer overfører en ren sinus eller cosinus svingning med den vilkårlige vinkelfrekvens ω, kan man ved at anvende superpositionsprincippet bestemme, hvorledes en vilkårlig tidsfunktion overføres af et lineært system.

Selvom overføringsfunktionen for et system kan opskrives, vil det ved systemer af mere end 2. orden være besværligt eller umuligt at udregne løsningerne til differentialligningen. Imidlertid er dette heller ikke nødvendigt for at kunne afgøre, om systemet er stabilt, idet en frekvensanalyse i forbindelse med Nyquists stabilitetskriterium vil kunne afgøre dette.

En harmonisk svingning eller en sinussvingning har ligningen

$$y = a \sin \omega t$$

Her er svingningen en funktion af tiden. I stedet for en sinusfunktion kunne man naturligvis lige så godt benytte en cosinusfunktion. Sinusfunktionen er periodisk med perioden 2π, hvilket betyder, at når ωt har gennemløbet intervallet fra 0 til 2π, har y gennemløbet alle muligheder; ω er vinkelfrekvensen og periodelængden eller svingningstiden er $t = \frac{2\pi}{\omega}$, og frekvensen bliver følgelig $f = \frac{\omega}{2\pi}$ Hz.

Ved differentiation af en sinussvingning fås

$$y' = \omega a \sin (\omega t + \tfrac{\pi}{2}),$$

der igen er en sinussvingning med samme frekvens. Amplituden er blevet ω gange større, og argumentet er forøget med $\frac{\pi}{2}$.

Ved integration af en sinussvingning fås

$$\int_0^t y \, dt = \frac{a}{\tau} \sin (\omega t - \tfrac{\pi}{2})$$

der igen er en sinussvingning med samme frekvens. Amplituden er blevet ω gange mindre, og argumentet er formindsket med $\frac{\pi}{2}$.

Adderes to sinussvingninger med samme frekvens, men med forskellig amplitude og argument, fås atter en sinussvingning med samme frekvens.

Det er velkendt, at en sinussvingning kan betragtes som projektionen ind på ordinataksen af en vektor med længden a, som roterer med vinkelhastigheden ω. En cosinussvingning kan betragtes som projektionen ind på abscisseaksen af den samme vektor, fig. 1.2, se næste side. Vektorens koordinater bliver følgelig $(a \cos \omega t, a \sin \omega t)$, eller skrevet som et komplekst tal $a(\cos \omega t + j \sin \omega t)$, idet faktoren j angiver det led, der skal regnes ud ad ordinataksen (den imaginære akse). Det komplekse tal kan også skrives som $ae^{j\omega t}$, idet definition $e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t$ (Eulers formel).

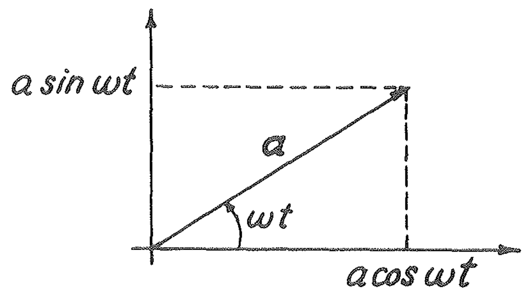


Fig. 1.2. Sinus- og cosinussvingning som projektion af en vektor.

I det følgende vil vi i stedet for at regne med selve tidsfunktionen betragte den som projektionen af den roterende vektor, der matematisk angives ved $ae^{j\omega t}$.

Differentiation af $ae^{j\omega t}$ giver

$$j\omega\, ae^{j\omega t} = a\omega e^{j(\omega t + \frac{\pi}{2})}$$

Integration af $ae^{j\omega t}$ giver

$$\frac{a}{j\omega}\, e^{j\omega t} = \frac{a}{\omega}\, e^{j(\omega t - \frac{\pi}{2})}$$

Med andre ord, man differentierer ved blot at gange med $j\omega$ og integrerer ved at dividere med $j\omega$.

Har man et lineært system, fig. 1.3, med en sinussvingning som indgangsstørrelse (projektionen af $e^{j\omega t}$, som er en svingning med amplituden 1 og vinkelfrekvensen ω), vil denne svingning i systemet blive integreret eller/og differentieret (eventuelt flere gange) samt multipliceret med konstanter, der blot ændrer amplituden. På systemets udgang vil der atter fremkomme en sinussvingning med vinkelfrekvensen ω.

Den sinussvingning, der kommer ud, vil have en amplitude a og en faseforskydning φ, der afhænger af, hvad sinussving-

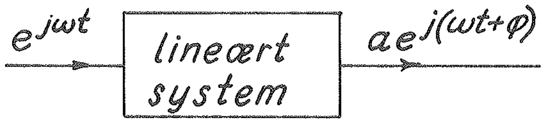


Fig. 1.3. Blokdiagram for et lineært system.

ningen har været ude for i systemet, hvilket afhænger af systemets overføringsfunktion, der foran er defineret som forholdet mellem udgangsfunktion og indgangsfunktion.

A. Stedkurver (frekvensgangkurver).

Ovenfor er omtalt, hvorledes en sinussvingning overføres af et lineært system. Påvirkes indgangen med et sinusformet signal, findes udgangssignalet ved at gange amplituden med en faktor a og ændre fasen en vinkel φ. Dette er ensbetydende med at multiplicere den symbolske repræsentation af indgangssignalet med den komplekse faktor $ae^{j\varphi}$. Det er endvidere nævnt, at denne faktor, $ae^{j\varphi}$, bestemmes ud fra systemets overføringsfunktion. Da a og φ normalt er frekvensafhængige, kan man få et overblik over systemets egenskaber ved at afbilde variationerne af a og φ med frekvensen.

Der findes flere mulige afbildningsmåder. En almindelig benyttet metode, når det drejer sig om dimensionering af reguleringssystemer, er at afbilde a og φ hver for sig i et retvinklet koordinatsystem med vinkelfrekvensen som abscisse og henholdsvis amplitudeforholdet i decibel, 20 log a, og faseforskydningen, φ, i grader som ordinat. Disse to afbildninger kaldes en amplitude og en fasekarakteristik, se fig. 1.4, næste side.

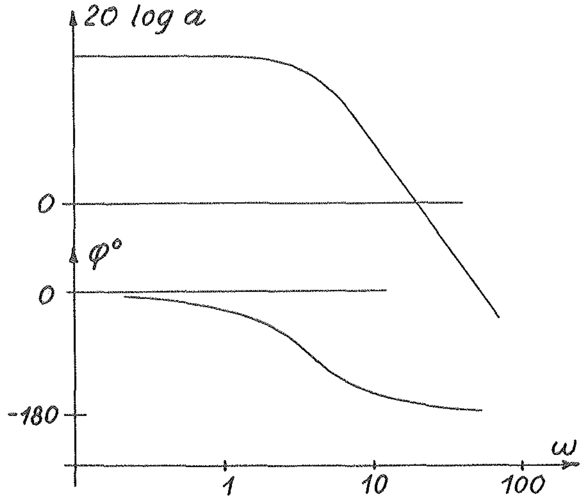


Fig. 1.4. En amplitude- og en fasekarakteristik.

Når det kun drejer sig om at få et overblik over frekvensafhængigheden, er det mere overskueligt at afbilde vektoren $ae^{j\varphi}$ i den komplekse x-j plan. Herved fremkommer den såkaldte stedkurve, der koteres med vinkelfrekvensen ω, som løber fra o til ∞, se fig. 1.5.

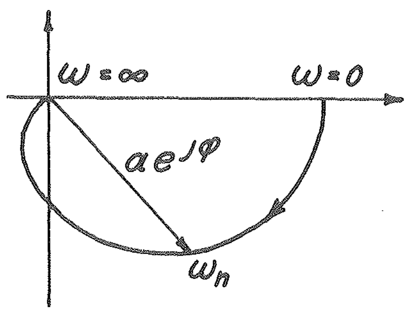


Fig. 1.5. Stedkurve.

Det gælder for alle praktiske systemer, at stedkurven altid vil ende i begyndelsespunktet for en tilstrækkelig høj frekvens, idet der altid er en øvre grænse for, hvor hurtige svingninger der kan komme igennem systemet.

B. Eksempler på stedkurver.

Det er tidligere nævnt, at overføringsfunktionen for de fleste i praksis forekommende reguleringselementer med mere eller mindre god tilnærmelse vil kunne udtrykkes ved lineære differentialligninger af nulte eller højere orden med konstante koefficienter. Et reguleringselement, hvis overføringsfunktion tidsmæssigt kan udtrykkes ved en differentialligning af første orden, svarer som omtalt til et system med een tidskonstant.

Differentialligningen kan f.eks. skrives således

$$\tau \frac{dy}{dt} + y(t) = k\,x(t)$$

hvortil svarer billedligningen

$$\tau s\,Y(s) + Y(s) = k\,X(s)$$

Når der er tale om harmoniske svingninger, kan man finde løsningen til objektfunktionen ved overalt i billedfunktionen at erstatte s med $j\omega$. Herved fås

$$\tau j\omega y(t) + y(t) = k\,x(t)$$

hvoraf

$$\frac{y(t)}{x(t)} = \frac{k}{1 + \tau j\omega} = h(\omega) = ae^{j\varphi}$$

Vektoren $ae^{j\varphi} = \frac{k}{1 + j\omega\tau}$ kan bestemmes som summen af to vektorer, idet man har

$$\frac{k}{1+j\omega\tau} \cdot \frac{1-j\omega\tau}{1-j\omega\tau} = \frac{k}{1+\omega^2\tau^2}\,(1-j\omega\tau)$$

Adderes vektoren 1 og $-j\omega\tau$, se fig. 1.6, fås en ny vektor

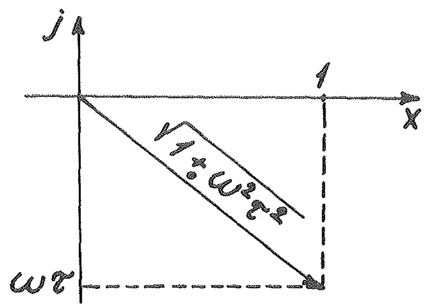


Fig. 1.6. Addition af vektorerne 1 og $-j\omega\tau$.

med længden

$$\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}$$

og følgelig bliver amplitudeforholdet:

$$a = \sqrt{1 + \omega^2\tau^2} \cdot \frac{k}{1+\omega^2\tau^2} = \frac{k}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}$$

og faseforskydningen:

$$\varphi = \text{arctg}\ (-\omega\tau).$$

Stedkurven kan nu bestemmes ved for en række forskellige værdier af ω at beregne vektoren $ae^{j\varphi}$ og indtegne dem i en x-j plan.

For

$$\omega = \frac{1}{\tau} \quad \text{fås} \quad a = \frac{k}{\sqrt{1+1}} = \frac{k}{\sqrt{2}}$$

$$\varphi = \text{arctg}(-1) = 45^\circ$$

Stedkurven ses i dette tilfælde at blive en halvcirkel liggende som vist på fig. 1.7, se næste side.

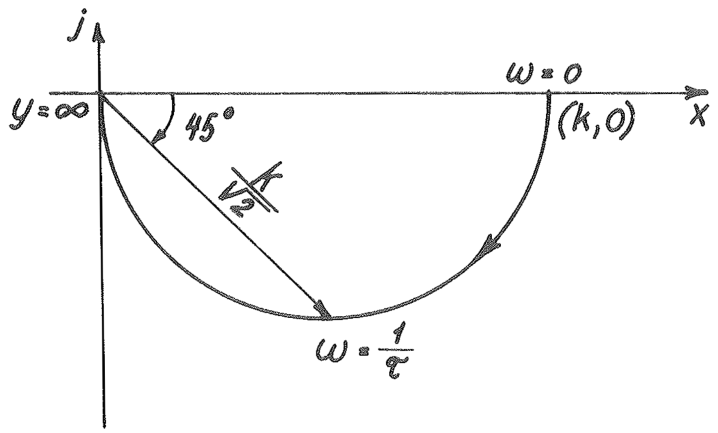


Fig. 1.7. Stedkurve for et system med 1 tidskonstant.

For $\omega = 0$ er $a = k$ og $\varphi = 0$. For $\omega = \infty$ bliver $a = 0$ og $\varphi = -90^{\circ}$, d.v.s. kurven ender i begyndelsespunktet og nærmer sig dette langs den negative del af den imaginære akse.

En differentialligning af 2. orden kan beskrive et system med to tidskonstanter. Differentialligningen kan i dette tilfælde skrives således

$$\tau_1\tau_2 \frac{d^2y}{dt^2} + (\tau_1 + \tau_2)\frac{dy}{dt} + y(t) = k\,x(t)$$

hvortil svarer billedligningen

$$\tau_1\tau_2\, s^2Y(s) + (\tau_1+\tau_2)sY(s) + Y(s) = k\,X(s)$$

Erstattes s med $j\omega$ og omskrives fås

$$\frac{y(t)}{x(t)} = \frac{k}{(1+\tau_1 j\omega)(1+\tau_2 j\omega)} = h(\omega) = ae^{j\varphi}$$

Et reguleringselement med to tidskonstanter kan opfattes som to reguleringselementer med hver sin tidskonstant forbundet i serie. Stedkurven findes derfor ved at multiplicere stedkurverne for de to elementer, der hver har en tidskonstant. Dette gøres ved, at man vælger en vis frekvens og finder det hertil svarende punkt på hver af de to kurver og danner produktet af de to tilsvarende komplekse tal (vektorer) ved at multiplicere de numeriske værdier (længderne) og addere argumenterne (vinklerne).

Et eksempel på en stedkurve for et system med to tidskonstanter er vist på fig. 1.8. Det ses, at stedkurven nærmer sig begyndelsespunktet langs den negative reelle akse, når $\omega \to \infty$.

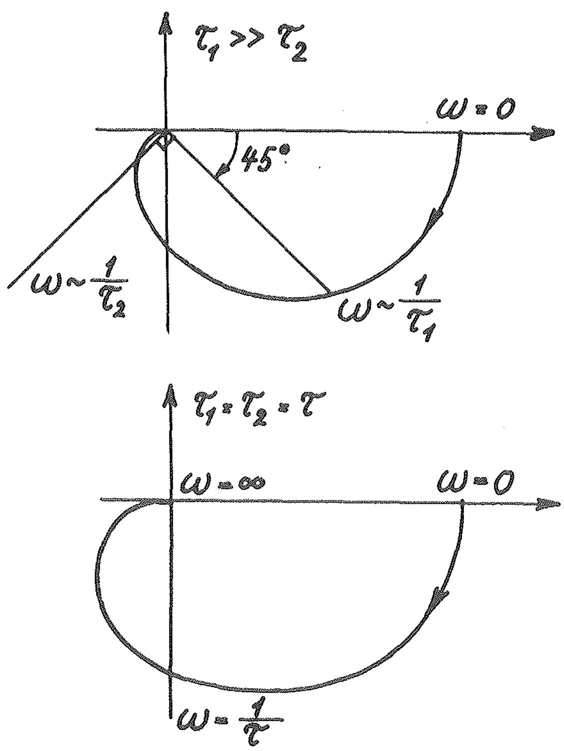


Fig. 1.8. Stedkurver for et system med 2 tidskonstanter.

På tilsvarende måde bestemmes stedkurven for systemer med flere tidskonstanter. For hver tidskonstant mere drejer kurven 90° mere, før den går ind til begyndelsespunktet.

2. Nyquists stabilitetskriterium.

En betingelse for, at et reguleringssystem (regulator + reguleringsobjekt) skal være anvendeligt, er, at det er stabilt, det må ikke pendle. Fortolket matematisk betyder det, at rødderne i karakterligningen, der hører til det samlede systems differentialligning, der jo fremkommer ved at multiplicere de enkelte reguleringselementers overføringsfunktioner med hinanden, alle skal have en negativ reel del. Såsnart der er tale om differentialligninger af 3. eller højere orden, er det uoverkommeligt at finde karakterligningens rødder. Dette er imidlertid heller ikke nødvendigt, idet Nyquist har angivet et stabilitets kriterium, som er baseret på forløbet af stedkurven for det samlede system.

Nyquists stabilitetskriterium kan formuleres således:

Stedkurven gennemløbes i retning af stadig voksende frekvens. Såfremt punktet (-1,0) ligger til venstre for stedkurven, svarer denne til et stabilt system, men hvis punktet (1,0) ligger på kurven eller til højre for denne, svarer den til et ustabilt system, se fig. 1.9.

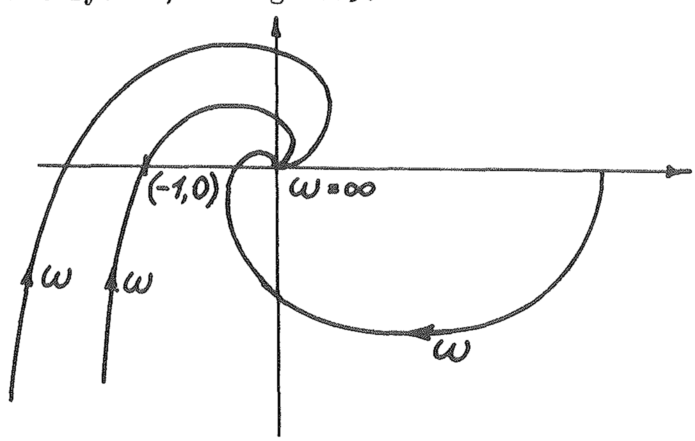


Fig. 1.9. Stedkurver for 2 ustabile og 1 stabilt system.

Et indtryk af rigtighed af dette stabilitetskriterium kan man få ved følgende betragtninger.

På fig. 1.10 er vist et principdiagram for et reguleringssystem.

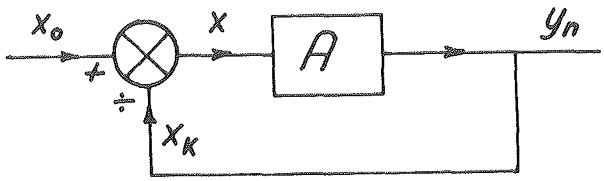


Fig. 1.10. Principdiagram for et reguleringssystem.

Med A betegnes egenskaberne af hele systemet, såvel reguleringsobjektet som reguleringsudstyret. Med hensyn til stabiliteten er det det samlede systems egenskaber, der er afgørende, og det er underordnet, hvorledes tidskonstanter, integrationer o.s.v. er placeret.

Systemet underkastes en åben sløjfeundersøgelse med sinusformede svingninger, idet sløjfen lukkes op, se fig. 1.11, og referencen x_0 sættes lig med 0. I stedet påtrykkes en sinusformet svingning $x = e^{j\omega t}$ med amplituden 1 og vinklen 0 for t=0.

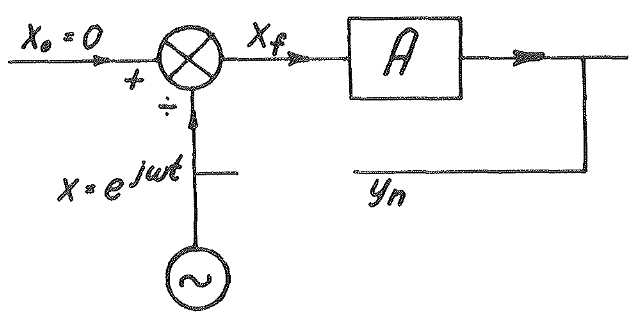


Fig. 1.11. Undersøgelse ved åben sløjfe.

Man har $x_f = x_o - x = -x$ og

$y_n = Ax_f$

Indsættes $x_f = -x$ fås

$y_n = -Ax$

A er i almindelighed et komplekst tal $A = ae^{j\varphi}$, der, som omtalt foran, som regel vil være frekvensafhængigt. Når alle mulige frekvenser gennemprøves, kan det tænkes, at der vil findes en frekvens, ω, hvor

$$A = -1 = 1\,e^{\pm j\pi}, \text{ d.v.s.}$$

$$a = 1 \quad \text{og} \quad \varphi = \pm 180^\circ$$

Hvis dette er tilfældet, bliver $y_n = x$ for denne frekvens, og sløjfen kan lukkes og generatoren fjernes, uden at det kan mærkes i systemet, der herefter vedbliver at frembringe et sinusformet signal uden ydre påvirkning.

Systemet er følgelig ustabilt, hvis der findes en sådan frekvens, at $A = -1$. For afbildningen af stedkurven betyder det, at en stedkurve aldrig må gå igennem punktet $(-1,0)$. Er den numeriske værdi af A mindre end 1, når fasevinklen $\varphi = \pm 180^\circ$, vil svingningerne dø hen, når den ydre generator fjernes samtidig med, at sløjfen lukkes. Hvis den numeriske værdi af A er større end 1, når $\varphi = \pm 180^\circ$, vil svingningerne vokse, også når generatoren fjernes, og sløjfen lukkes.

Afsnit 2. Eksperimentel bestemmelse af en krydsvarmevekslers frekvenskarakteristik.

I det følgende skal der gives en kort beskrivelse af, hvorledes en krydsvarmevekslers frekvenskarakteristik kan bestemmes eksperimentelt. Ved hjælp af den beskrevne fremgangsmåde er derefter bestemt frekvenskarakteristikken for en krydsvarmeveksler af ribberørstypen, som er almindelig benyttet i ventilationsanlæg. For denne varmeveksler har Jørgen Nielsen i kapitel II, afsnit 4, beregnet en teoretisk frekvenskarakteristik, og det viser sig, at overensstemmelsen mellem den teoretisk beregnede og eksperimentelt bestemte karakteristik er særdeles god.

Frekvenskarakteristikken er kun bestemt med vandhastigheden, u, som indgangsstørrelse, idet vandets tilgangstemperatur er holdt konstant. Som udgangsstørrelse er benyttet luftens middeltemperatur efter varmefladen, dels fordi den er ret let at måle, dels fordi det er denne størrelse, man i praksis primært er interesseret i og derfor betragter som den regulerede størrelse. Sammenhængen mellem denne temperatur T_m og den tilførte varmemængde P er givet ved

$$T_m = \frac{P}{Q_a} \quad [^\circ C] \qquad (I.2.1)$$

hvor Q_a er varmetransportkapaciteten pr. sek.

Princippet i den benyttede forsøgsopstilling fremgår af fig.2.1, se næste side.

På fig.2.2 er vist et foto af forsøgsopstillingen.

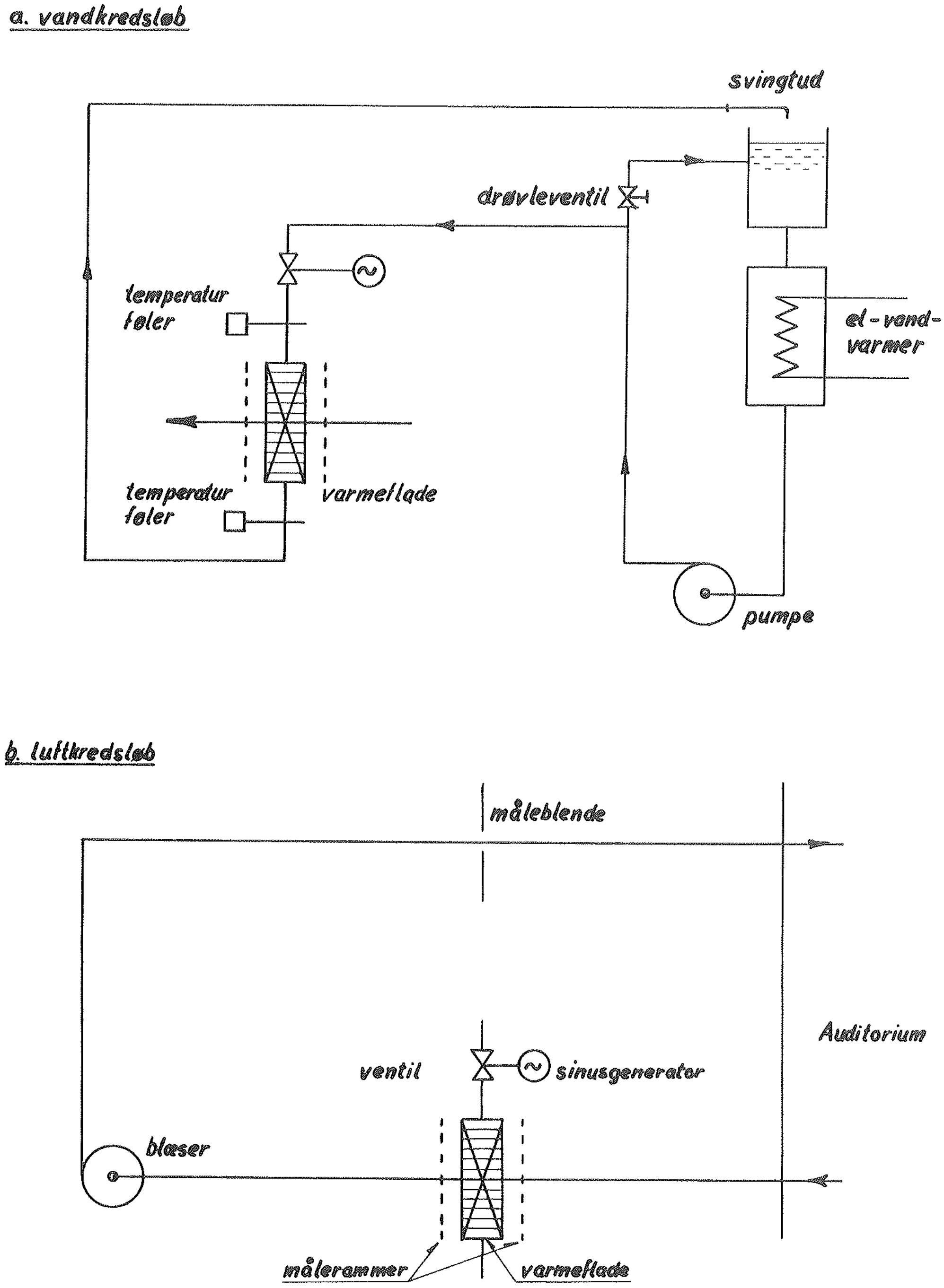
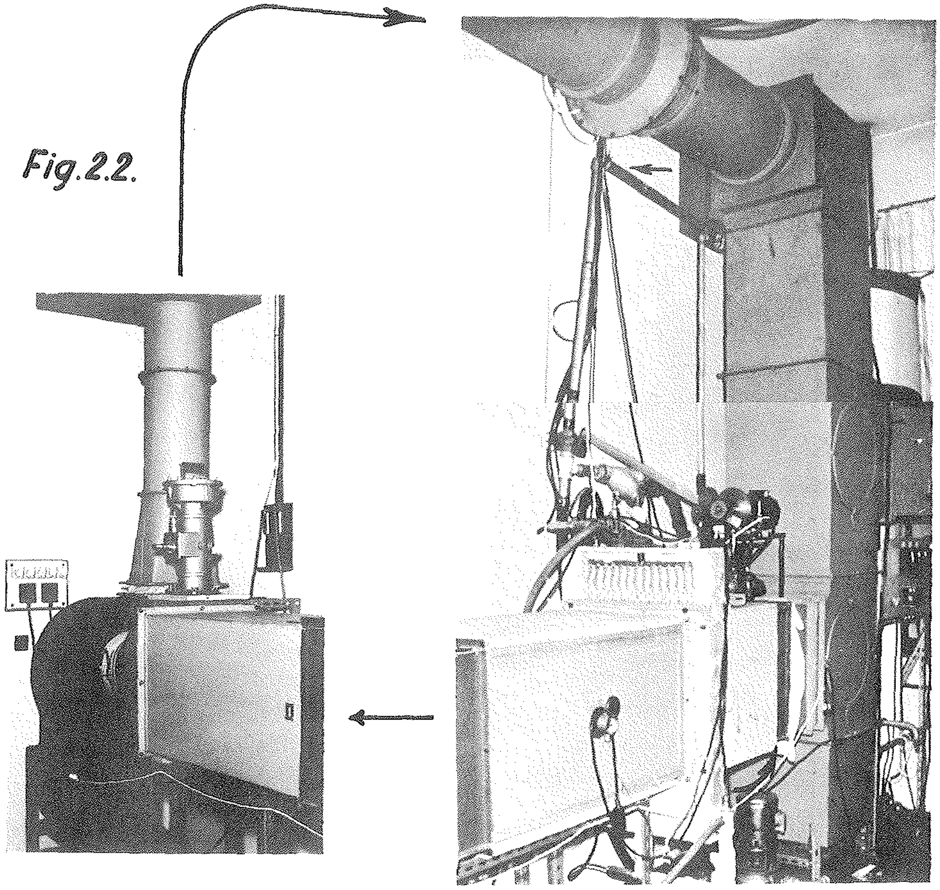


Fig. 2.1. Principskitse af forsøgsopstilling til måling af ribberørsvarmefladers frekvenskarakteristik.

Fig.2.2.



a. Vandkredsløbet.

Til at påtrykke vandhastigheden en sinusvariation benyttes en ventil med en karakteristik, der er næsten retlinet indenfor arbejdsområdet ved konstant trykdifferens over ventilen, se fig.2.3, næste side. Ventilspindelen bevæges af en cirkulær, stilbar ekcentrik. Centrifugalpumpen cirkulerer en vandmængde på ca. 10 m^3/h, heraf passerer maksimalt ca. 1 m^3/h igennem varmefladen. Herved opnås, at trykdifferensen over sinusventilen bliver næsten konstant uafhængig af dennes åbningsgrad. Yderligere opnås, at vandtemperaturen ved forgreningspunktet næsten ikke påvirkes af vandstrømmens størrelse igennem varmefladen, hvad den ville på grund af rørenes varmekapacitet og varmetab. For yderligere at eliminere temperaturvariationerne er rørstykket fra forgreningspunktet til varmefladen udført af en kraftig isoleret gummislange.

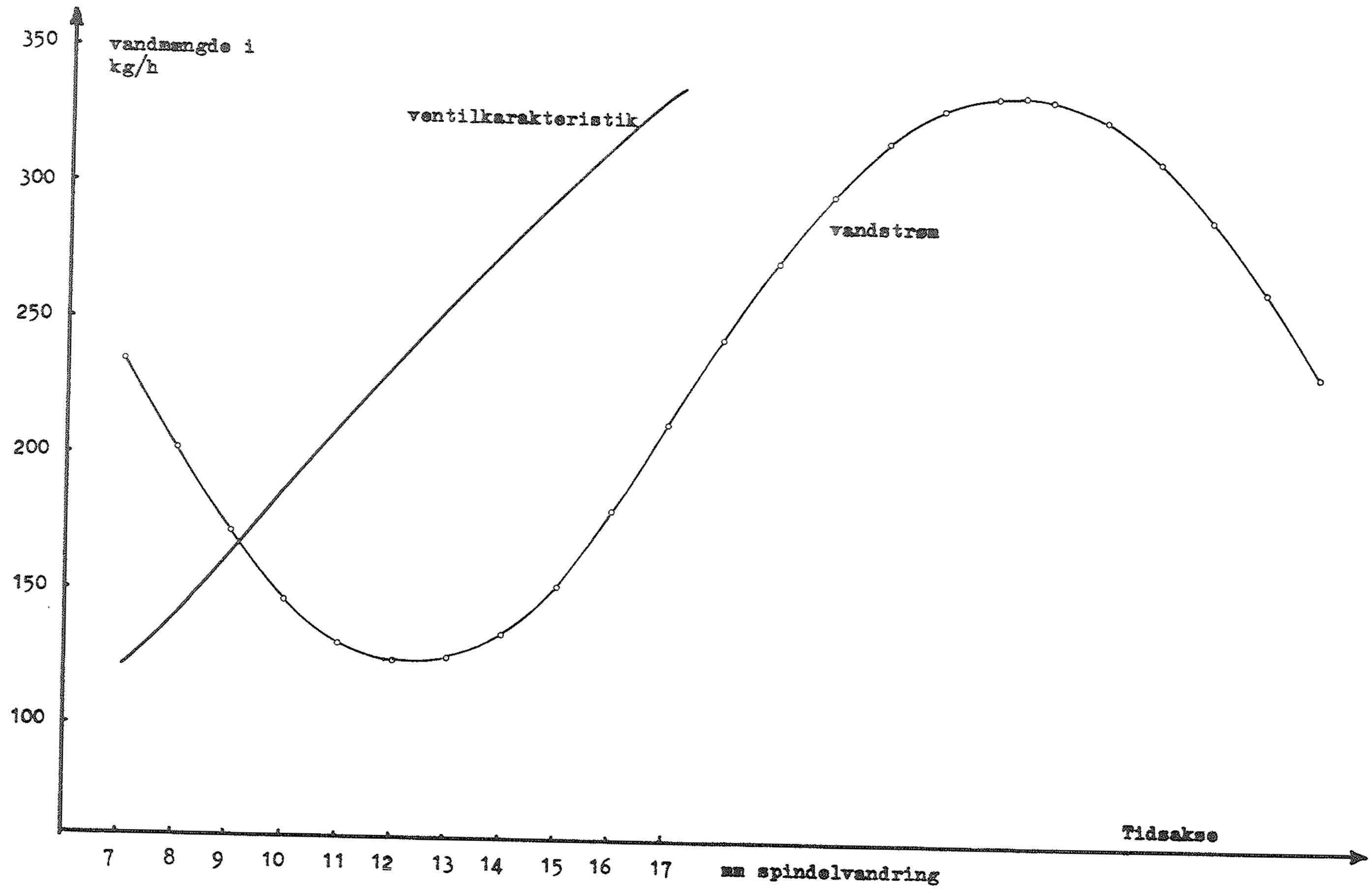


Fig. 2.3. Ventilkarakteristik og vandstrømmens tidsforløb.

På fig.2.3 er indtegnet vandstrømmens størrelse som funktion af ekcentrikkens vinkeldrejning. Kurveformen kan med god tilnærmelse betragtes som sinusformet, idet en harmonisk analyse viser, at den 2., 3. og 4. harmoniske kun udgør henholdsvis 2,8%, 1,7% og 1,0%.

Ekcentrikken roterer med konstant vinkelhastighed, idet den igennem en tandhjulsudveksling drives af en kraftig synkronmotor. Ved at ændre tandhjulsudvekslingen kan vinkelhastigheden, ω, ændres fra ca. 0,01 til 1,6 svarende til frekvenser mellem 0,0015 hz og 0,25 hz.

På fig.2.4 ses ventilen med sinusgeneratoren i nærbillede.

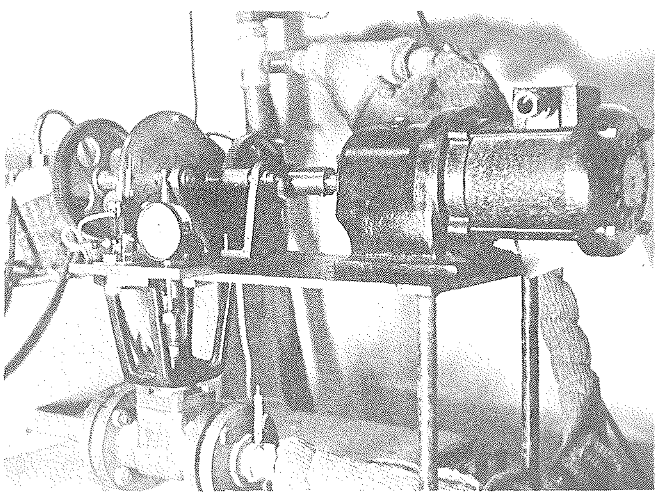


Fig.2.4. Ventil og sinusgenerator.

Vandets tilgangstemperatur holdes konstant ved hjælp af en termostatstyret el-vandvarmer. Som kontrol er der indbygget en temperaturføler umiddelbart før varmefladen. Reguleringsnøjagtigheden ved oscillerende vandmængde er ca. ± 0,1 °C.

Afgangsrøret fra varmefladen er forsynet med en svingtud, således at den gennem varmefladen cirkulerende vandmængde kan bestemmes ved vejning. Før og efter hvert forsøg blev vandmængden bestemt for en række faste stillinger af ekcentrikken.

b. Luftkredsløbet.

Ribberørsvarmefladen er indbygget i en 0,5·0,5 m^2 pladejernskanal, der er varmeisoleret. Før og efter varmefladen er der en lige kanalstrækning på henholdsvis 1 m og 2 m. På grund af den korte indløbsstrækning var det nødvendigt at indskyde et stoffilter før varmefladen for at opnå ensartet lufthastighed over denne.

Kanalstykket med varmefladen er tilsluttet en centrifugalventilators sugestuts. Ventilatoren drives gennem et kileremtræk af en slæberingsmotor. Luftmængden kan herved indreguleres på værdier imellem 720 og 1080 m^3/h svarende til lufthastigheder på henholdsvis 0,8 og 1,2 m/sek. Disse lufthastigheder er noget lavere, end man normalt bruger, men skyldes at anlægget oprindeligt var projekteret til at skulle yde en maksimal luftmængde på 2000 m^3/h, men det viste sig som nævnt nødvendigt at indskyde et stoffilter for at få en jævn lufthastighed over kanaltværsnittet, hvorved luftmængden faldt til næsten det halve.

Luftmængden måles ved hjælp af en normalblende efter DIN 52 med en diameter på 200,00 mm ± 0,05 mm. Trykdifferensen over blenden, der ved de benyttede luftmængder i middel er ca. 10 mm VS, måles med et Debro mikromanometer med 0,02 mm VS nøjagtighed. Herved kan luftmængden bestemmes med ± 2% nøjagtighed.

Kanalsystemet er tilsluttet et auditorium. Forsøgene blev kørt om aftenen efter solnedgang for at opnå så konstante temperaturforhold som muligt. Efter ca. en times forløb efter anlæggets start er temperaturforholdene blevet næsten stationære, således at luftens tilgangstemperatur til varmefladen kun stiger ca. en grad pr. time. De momentane temperaturforstyrrelser er af størrelsesordenen 0,01 °C.

Gennemsnitstemperaturen af luftstrømmen over kanaltværsnittet før og efter varmefladen måles ved hjælp af en 0,1 mm blank nikkeltråd udspændt i en træramme med samme fri tværsnitsareal som kanalen. Nikkeltrådens tidskonstant er beregnet til 0,2 sek ved en lufthastighed på 1,5 m/sek. Trådene er udspændt vandret med 5 mm afstand og fjederbelastede, således at de ikke rører hinanden, når de varmes op af luften. Den totale trådlængde er ca. 50 m med en modstand på ca. 500 ohm ved 20 °C. Trådrammen er tilsluttet en Foxboro modstandsskriver model 9126 R, hvis følsomhed og papirhastighed kan ændres indenfor vide grænser. Skrivebredden er 115 mm, og pennens indstillingshastighed er 1 sek for fuldt udslag. Skriveren er forsynet med en markeringspen i højre side, som tilsluttes en mikroswitch, der er monteret på sinusventilen. Pennen markerer, hver gang vandmængden passerer middelværdien mellem maksimum og minimum.

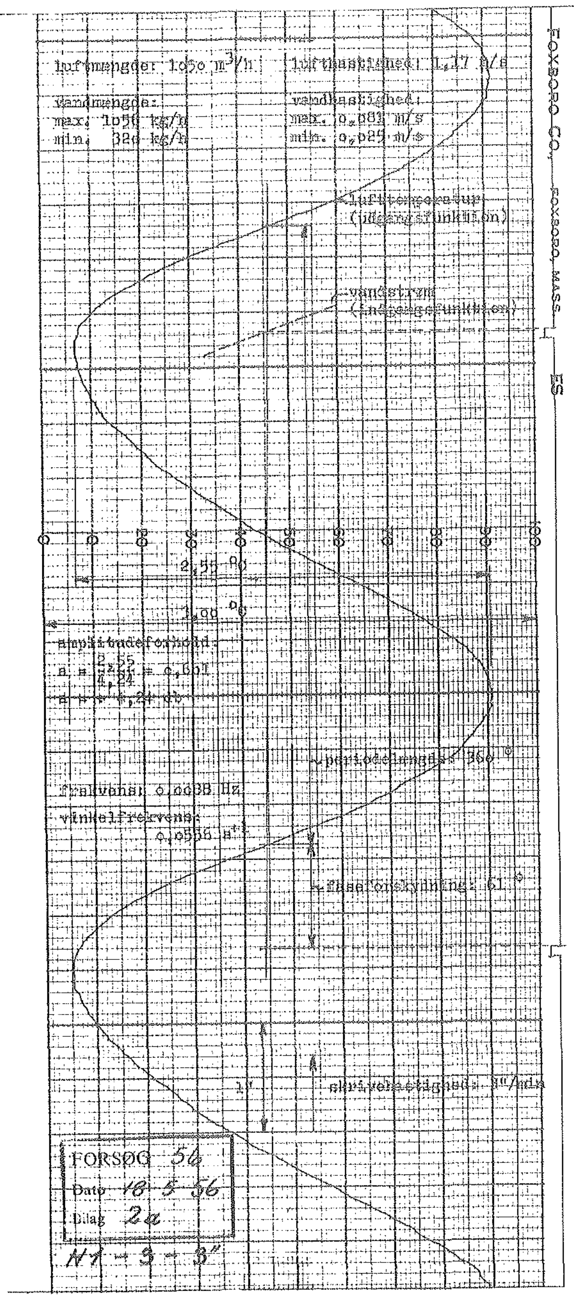
Fremgangsmåden ved bestemmelsen af en frekvenskarakteristik for varmefladen ved en given luftmængde og middelvandmængde er følgende:

Luftmængden indstilles på den ønskede værdi ved ændring af ventilatorens omdrejningstal, indtil trykdifferensen over måleblenden, korrigeret for barometerstand, lufttemperatur og fugtighed, svarer til den ønskede værdi. Vandstrømmens amplitude og middelværdi fastlægges, og den hertil svarende maksimums og minimumsværdi af vandstrømmen bestemmes. Ekcentrikken på sinusventilen stilles derefter i sin midterstilling, og drøvleventilen i shuntledningen indstilles, så den ønskede middelvandmængde opnås. Derefter drejes ekcentrikken 90° til sin topstilling, hvorefter ekcentriciteten ændres, indtil vandstrømmen når den ønskede maksimumsværdi. Som kontrol drejes ekcentrikken 180° til sin bundstilling, og minimumsvandmængden måles.

Ved beregning af amplitudeforholdet er der ikke benyttet forskellen mellem vandstrømmens maksimal- og minimal-værdi, men de hertil svarende stationære værdier af lufttemperaturen efter varmefladen. Når disse værdier er bestemt, startes sinusventilen, og forløbet af lufttemperaturen efter varmefladen registreres for en række forskellige frekvenser.

På fig.2.5, næste side, er vist to typiske temperaturkurver, dels for den langsomste, dels for den hurtigste frekvens, der normalt er benyttet ved forsøgene. Af figuren fremgår, hvorledes amplitudeforholdet og faseforskydningen bestemmes. De således bestemte amplitudeforhold og faseforskydninger afbildes på enkelt-logaritmisk papir som funktion af logaritmen til vinkelfrekvensen. Ordinaten for amplitudekarakteristikken afsættes som 20 gange titalslogaritmen til amplitudeforholdet, altså i decibel (dB). Ordinaten til fasekarakteristikken afsættes som faseforskydningen målt i grader.

På fig.2.6 er optegnet en enkelt af de målte frekvenskarakteristikker. På figuren er ligeledes indtegnet amplitude og fasekarakteristik beregnet ved hjælp af formlerne (II.4.31) og (II.4.32) i kapitel II, afsnit 4. Det ses, at overensstemmelsen er udmærket. Andre målte frekvenskarakteristikker viste ligeledes god overensstemmelse med de beregnede karakteristikker. Det skulle derfor være muligt med tilstrækkelig nøjagtighed ud fra den opstillede teori at beregne overføringsfunktionen for en vilkårlig varmeflade med de luft- og vandhastigheder, der normalt benyttes i praksis. Det ses af fig.2.6, at den beregnede fasekarakteristik ved højere frekvenser angiver for lille fasedrejning. Dette skyldes muligvis den begrænsede varmeledningshastighed i varmerørenes ribber, se herom i appendix VII.



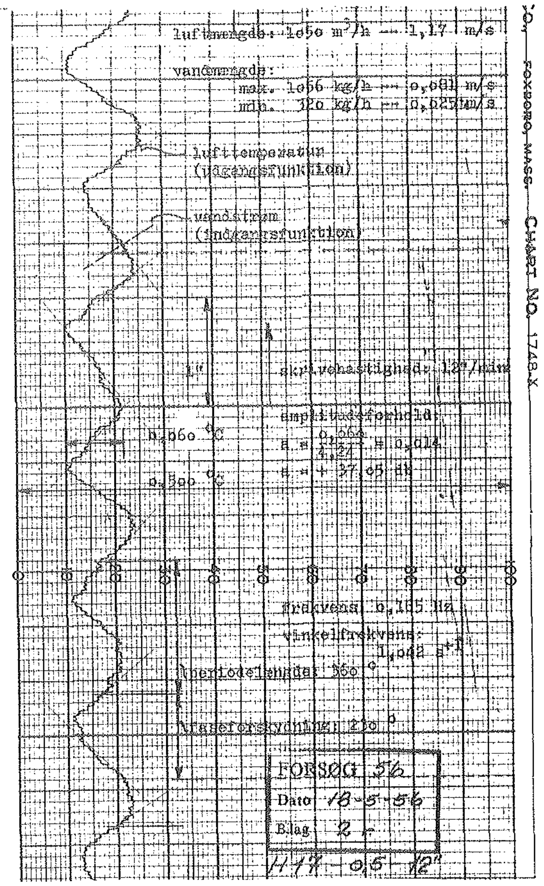
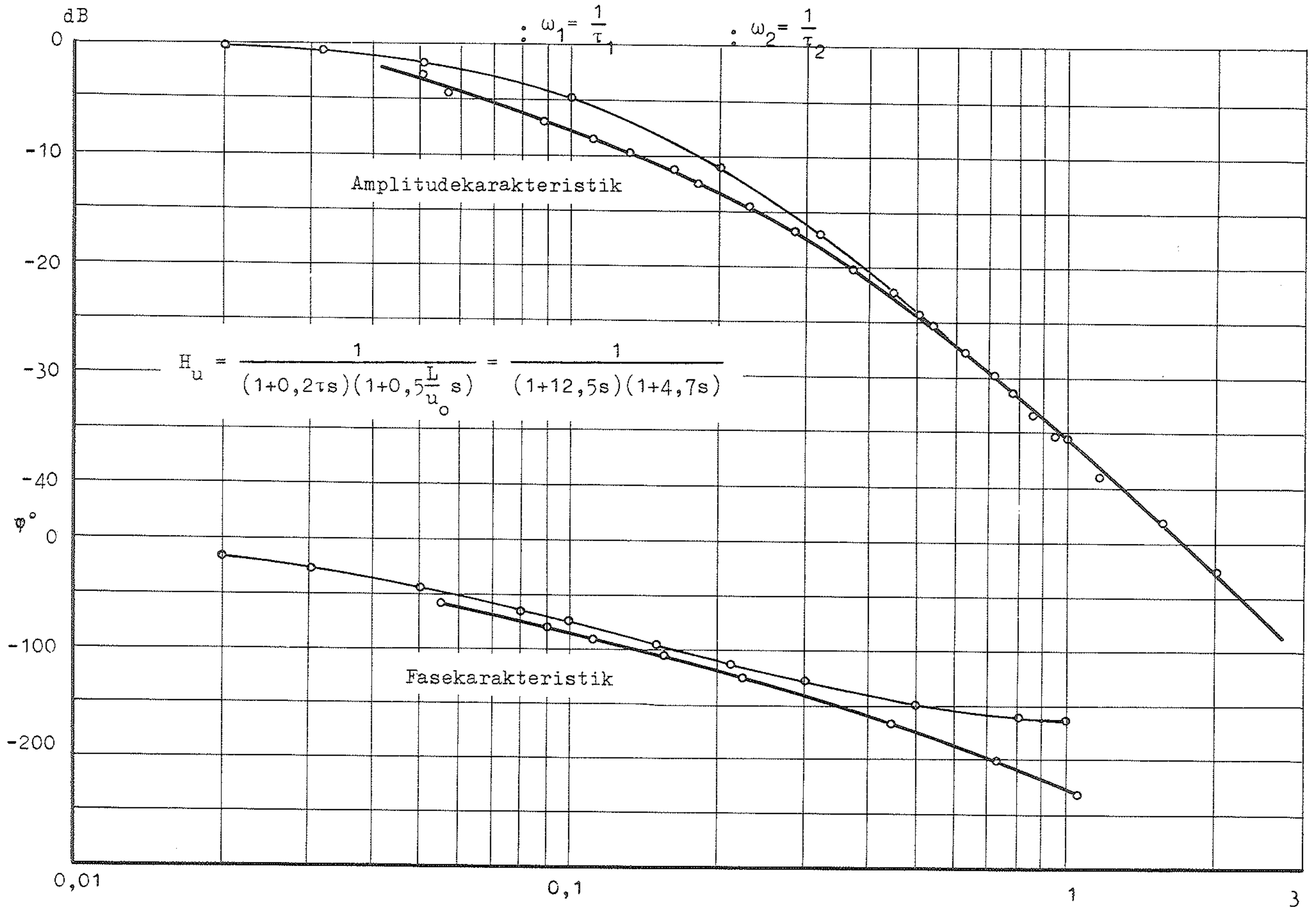


Fig. 2.5. Frekvensanalyse af ribberørsvarmeflade O.V.1.

Fig. 2.6. Målt og beregnet relativ frekvenskarakteristik for ribberørsvarmeflade O.V.1.



<u>Forsøg 56.</u>

Vandhastighed:

$u_o = 5{,}3 \cdot 10^{-2}\ \frac{m}{sek}$

Lufthastighed:

$v = 1{,}17\ \frac{m}{sek}$

Varmeovergangstal:

$K = 2{,}8 \cdot 10^{-2}\ \frac{kcal}{°C\ sek}$

Karakteristisk tidskonstant:

$\tau = 62{,}5$ sek

$\tau_1 = 12{,}5$ sek

$\tau_2 = 4{,}7$ sek

— beregnet — målt

Afsnit 3. Bestemmelse af tidskonstanten i afhængighed af lufthastigheden for nogle typiske temperaturfølere.

I reguleringsudstyret indgår en temperaturføler, som har en vis varmekapacitet. I praksis vil man som regel med god tilnærmelse kunne betragte varmekapaciteten som koncentreret, og følgelig kan føleren i dynamisk henseende betragtes som et system med een tidskonstant. Følerens tidskonstant i afhængighed af lufthastigheden kan følgelig bestemmes ved at optage en række opvarmningskurver eller afkølingskurver for føleren ved forskellige lufthastigheder.

Temperaturen af et legeme med en meget stor varmeledningsevne, som pludselig anbringes i en luftstrøm med konstant temperatur og hastighed, vil forløbe efter en eksponentialkurve. Afhængig af om legemets temperatur er lavere eller højere end luftstrømmens fås en opvarmnings- henholdsvis afkølingskurve.

I løbet af tiden dt vil der mellem luften og legemet udveksles en vis varmemængde, som vil bevirke en temperaturændring dT af legemet, hvilket kan udtrykkes ved ligningen:

$$\alpha \cdot T \cdot A \cdot dt = -c \cdot M \cdot dT \qquad (I.3.1)$$

hvor α er varmeovergangstallet

T er legemets temperatur målt ud fra luftstrømmens temperatur som nulpunkt

A er legemets overfladeareal

c er legemets varmefylde

M er legemets masse

ligningen omskrives til:

$$\frac{c\,M}{\alpha A}\,\frac{dT}{dt} + T = 0 \qquad (I.3.2)$$

der ses at være en homogen lineær differentialligning af 1. orden med konstante koefficienter, der som bekendt har løsningen

$$T = C \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (I.3.3)$$

hvor $\tau = \frac{c\,M}{\alpha A}$ benævnes tidskonstanten, fordi den angiver den tid, det ville vare, inden legemets temperatur blev lig med luftstrømmens temperatur, såfremt temperaturændringen fortsatte med den hastighed, den har umiddelbart efter, at legemet er anbragt i luftstrømmen, se fig.3.1, næste side. Tidskonstanten τ kan også bestemmes som subtangenten til et vilkårligt punkt, idet en eksponentialfunktion er karakteristisk ved, at den har konstant subtangent.

Forskellen mellem legemets og luftstrømmens temperatur vil efter forløbet af tiden τ andrage:

$$e^{-1} \sim 37\%$$

og efter 3τ:

$$e^{-3} \sim 5\%$$

Afbildes opvarmnings- eller afkølingskurven på enkelt logaritmisk papir med log-aksen som T-akse, fås en ret linie, såfremt antagelsen om, at temperaturføleren kan betragtes som et system med een tidskonstant, er korrekt. Afvigelsens størrelse fra en ret linie kan tages som mål for antagelsens godhed.

Omskrives (I.3.3) og tages logaritmen på begge sider af lighedstegnet fås:

$$\log_e \frac{T}{C} = -\frac{1}{\tau}\, t \text{ eller } \log_{10} \frac{T}{C} = -\,0{,}4343\, \frac{1}{\tau} t \qquad (\text{I}.3.4)$$

der på enkelt logaritmisk papir ses at fremstille en ret linie med hældningskoefficienten $-\tau^{-1}$, henholdsvis $0{,}4343\ \tau^{-1}$.

Tidskonstanten τ, henholdsvis

$$\frac{\tau}{0{,}4343}$$

kan følgelig aflæses på tidsskalaen som den værdi af t, der svarer til T = 1 på logaritmeskalaen svarende til den tid, det tager for temperaturen af legemet at ændre sig en dekade.

På denne måde er tidskonstanterne bestemt for nogle almindeligt benyttede temperaturfølere (termostater), se fig.3.2, ved en række forskellige lufthastigheder.

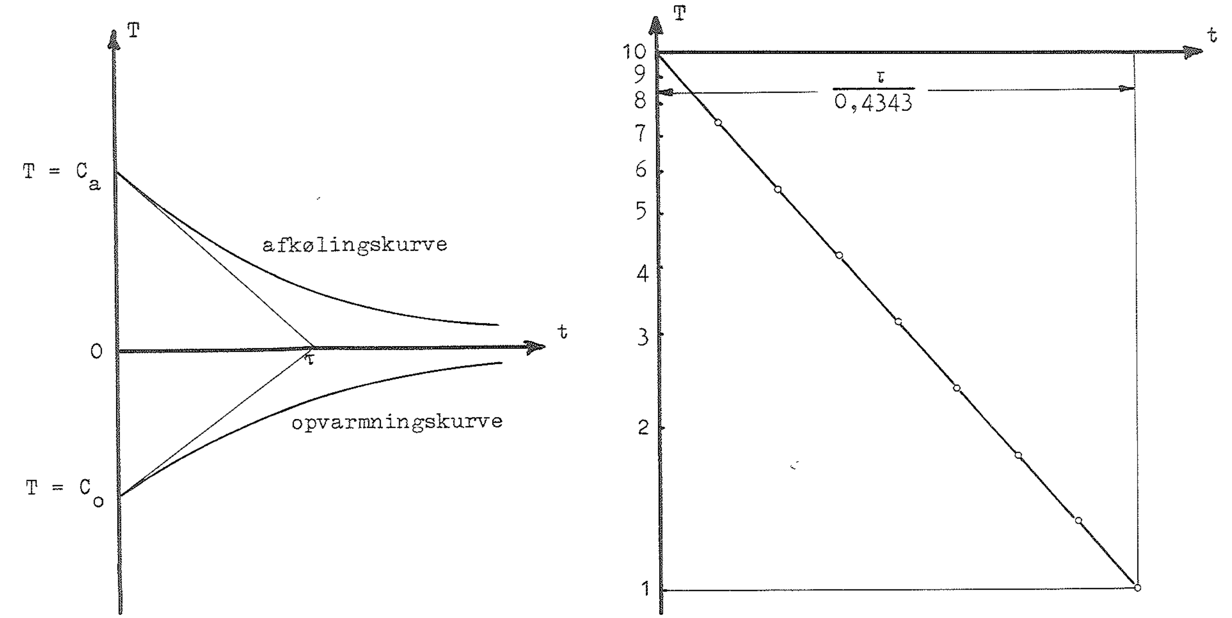
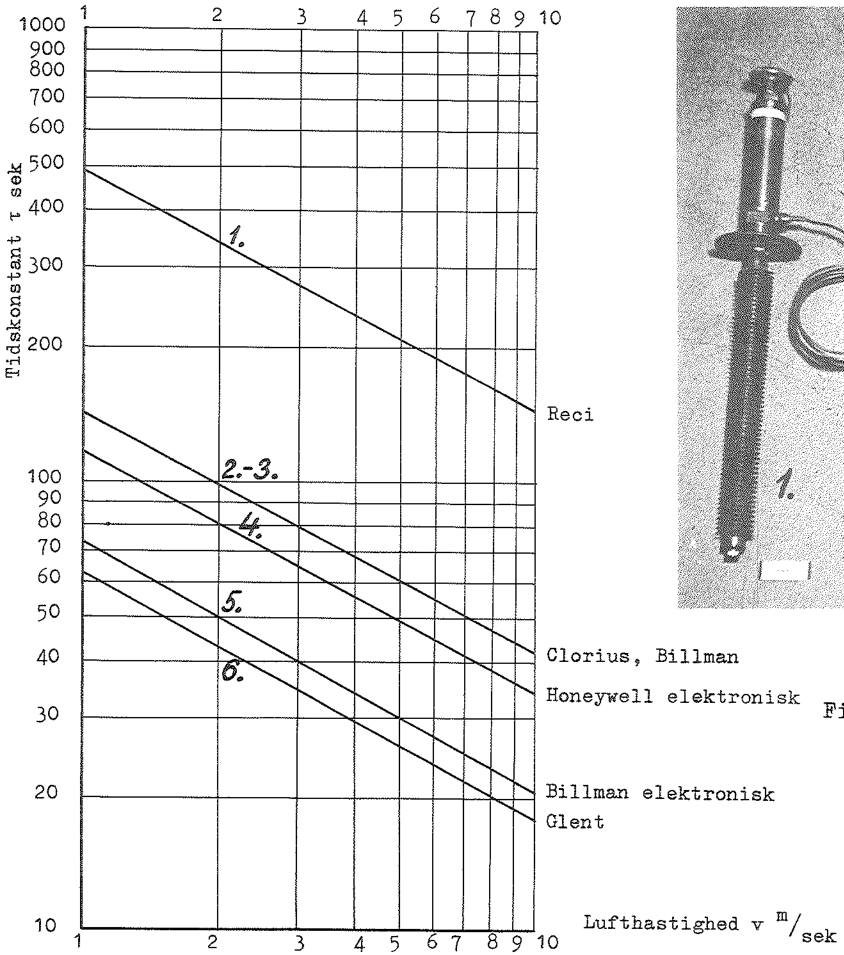


Fig. 3.1. Opvarmnings- og afkølingskurve for temperaturføler.



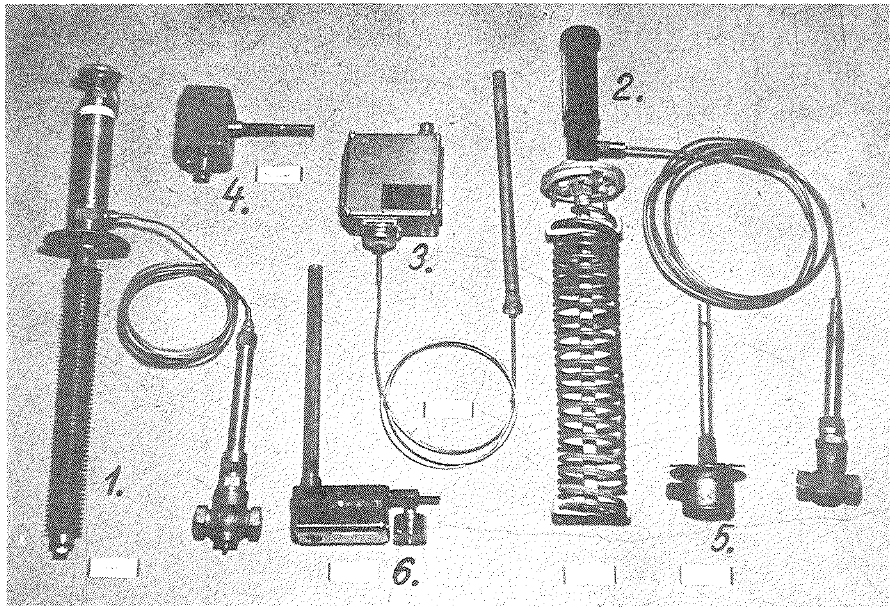


Fig. 3.2. Målte tidskonstanter for nogle almindeligt benyttede temperaturfølere i afhængighed af lufthastigheden.

Tidskonstantens afhængighed af lufthastigheden for de forskellige følere er afbildet på dobbelt-logaritmisk papir, hvorved der fremkommer rette linier svarende til, at sammenhængen kan udtrykkes ved en potensfunktion. Linierne er praktisk taget parallelle med en hældning svarende til eksponenten 0,53.

Afsnit 4. Regulering af krydsvarmevekslere.

I den teoretiske del af rapporten er fundet forskellige formler for krydsvarmevekslerens statiske og dynamiske forhold bestemt ud fra kendskabet til varmevekslerens geometri samt luft- og vandhastigheden.

For lettere at kunne udnytte disse formler ved dimensionering af reguleringssystemer for varmeveksleren er de mest anvendelige fremstillet i en normeret, grafisk form. Disse normerede kurver vil først blive beskrevet.

A. Luftens middeltemperaturstigning ved passage af varmefladen som funktion af vandhastigheden ved stationære forhold.

I den teoretiske del af rapporten (kapitel II) er varmevekslerens afgivne varmemængde pr. sek., P, angivet som varmefladens "udgangsstørrelse". Det er dog ikke direkte P, der kontrolleres ved en varmevekslerkontrol, men derimod middeltemperaturen af luftstrømmen efter varmefladen. Måling af denne middeltemperatur kan foretages ved hjælp af et temperaturfølsomt element, der anbringes i luftkanalen efter varmefladen i en så stor afstand, at den målte temperatur på grund af den "luftblanding", der er sket på stykket fra varmefladen til føleren, med god tilnærmelse kan betragtes som en middeltemperatur for hele den udgående luftstrøm.

Som temperaturfølende element kunne også tænkes anvendt et net af modstandstråd spændt ud over luftkanalen umiddelbart efter varmefladen. Den samlede elektriske modstand af nettet vil da være afhængig af luftens middeltemperatur. Indgår nettets modstand i en målebro, er målebroens udgangsspænding et mål for middeltemperaturen. Da nettet kan anbringes umiddelbart efter varmefladen, kan den tidsforsinkelse, der er forbundet med målingen, gøres minimal.

Luftens middeltemperaturstigning, T_m, ved den stationære vandhastighed u_1 bliver ifølge formel (II.3.10) i kapitel II, afsnit 3:

$$T_m = \frac{P}{Q_a} = \frac{K}{L\,Q_a}\,T_{wo}\,x_{o1}(1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}) \qquad (I.4.1)$$

L = længden af varmefladen i vandstrømmens retning.

Q_a = varmekapaciteten af den vandmængde, der pr. sek. gennemstrømmer et tværsnit vinkelret på vandstrømmens retning.

K = ækvivalent total varmeoverføringskoefficient for varmefladen (se herom kapitel II, afsnit 1, side 61)

T_{wo} = tilgangsvandets overtemperatur i forhold til tilgangsluften.

$x_{o1} = u_1 \tau$

$\tau = \frac{W}{K}$ varmevekslerens karakteristiske tidskonstant.

W = vandværdien, dvs., varmekapaciteten af det vand, der kan indeholdes i varmeveksleren.

Indføres $x_{o1}=u_1\tau$ i udtrykket T_m, får vi af formlen (I.4.1):

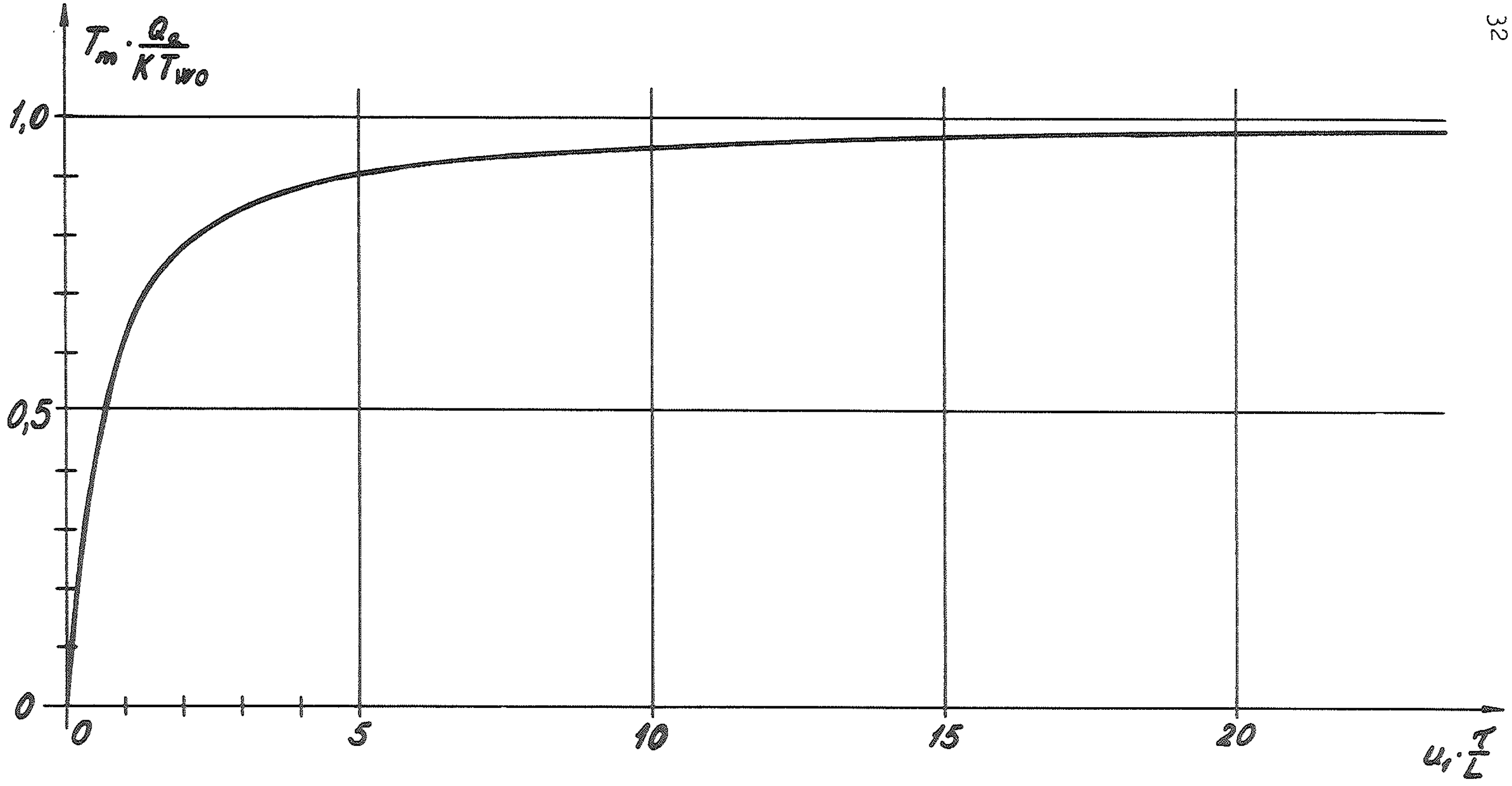
$$T_m = \frac{K\,T_{wo}}{Q_a}\;\frac{\tau}{L}\,u_1(1-e^{-\frac{L}{\tau u_1}}) \qquad (I.4.2)$$

På kurveblad I-1, næste side, er

$$T_m \frac{Q_a}{K\,T_{wo}}$$

optegnet som funktion af $\tau u_1/L$, der angiver forholdet mellem den karakteristiske tidskonstant τ og vandets gennemløbstid L/u_1.

Kender man varmevekslerens konstanter kan man således ud fra kurveblad I-1 hurtigt aflæse middeltemperaturstigningen T_m som funktion af vandhastigheden, idet stationære forhold forudsættes. Det ses af den normerede kurve, at man ikke får nogen væsentlig forøgelse af T_m ved at øge vandhastigheden ud over en værdi, der er ca. 5 gange forholdet mellem varmerørenes længde L og den karakteristiske tidskonstant τ.



Kurveblad I-1. Luftens middeltemperaturstigning T_m som funktion af vandhastigheden u_1.

B. Vandets temperaturfald ved et gennemløb af varmefladen i procent af tilgangsvandets overtemperatur T_{wo}, optegnet som funktion af vandhastigheden ved stationære forhold.

Vandets overtemperatur T_{wo} falder langs varmefladen efter formel (II.3.2), Kapitel II, afsnit 3:

$$T_{wx} = T_{wo}\, e^{-\frac{x}{x_{o1}}} = T_{wo}\, e^{-\frac{x}{\tau u_1}} \qquad (II.3.2)$$

her betyder x afstanden fra vandindløbet.

Ved udløbet er vandets overtemperatur (i forhold til tilgangsluftens temperatur)

$$T_{wL} = T_{wo}\, e^{-\frac{L}{\tau u_1}} \qquad (I.4.3)$$

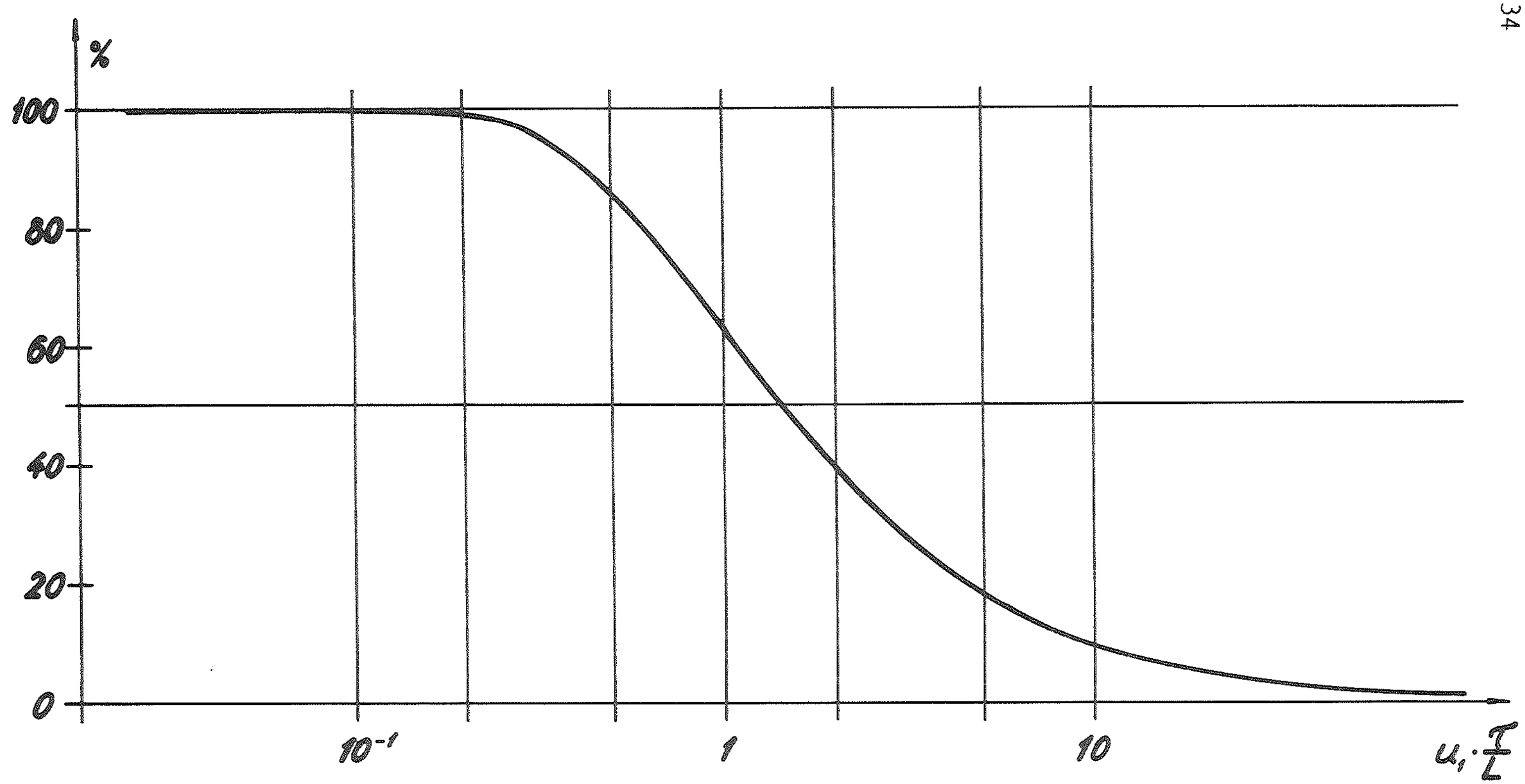
Temperaturfaldet $T_{wo}-T_{wL}$ bliver således i % af tilgangsvandets overtemperatur T_{wo}:

$$\frac{T_{wo}-T_{wL}}{T_{wo}}\, 100 = (1-e^{-\frac{L}{\tau u_1}})100 \qquad (I.4.4)$$

På kurveblad I-2, næste side, er det procentiske temperaturfald optegnet som funktion af $\tau u_1/L$, der angiver forholdet mellem den karakteristiske tidskonstant τ og vandets gennemløbstid L/u_1.

Det ses af den normerede kurve, at det procentiske temperaturfald er mindre end ca. 60% for vandhastigheder større end ca. 1 gange forholdet mellem varmerørenes længde, L, og den karakteristiske tidskonstant, τ.

C. Den største forstærkning, der kan tillades i et varmevekslerkontrolsystem, såfremt man ønsker, at kontrolsystemet er stabilt for enhver stationær vandhastighed, optegnet som funktion af forholdet mellem temperaturfølerens tidskonstant, $\tau_{føler}$, og varmevekslerens karakteristiske tidskonstant, τ.



Kurveblad I-2. Vandets procentiske temperaturfald som funktion af vandhastigheden

Ved optegning af denne kurve er det forudsat, at der i kontrolsystemet bortset fra selve varmefladen kun findes en tidskonstant, der bestemmes af den type temperaturføler, man anvender.

Det er således underforstået, at lufthastigheden er af en sådan størrelse, at den tidsforsinkelse i målingen, der forårsages af afstanden mellem varmeflade og føler, er ganske lille i forhold til varmefladens egne tidskonstanter. Det er endvidere forudsat, at ventilen og evt. forstærkere ikke har tidskonstanter, der er betydende i forhold til de øvrige tidskonstanter, der indgår i reguleringssystemet.

I kapitel II, afsnit 4, er angivet tilnærmede formler for varmevekslerens overføringsfunktion ud fra visse forudsætninger. Overføringsfunktionen gælder for små hastighedsændringer ud fra et givet arbejdspunkt kendetegnet ved vandhastigheden u_1.

Overføringsfunktionen består af en forstærkningsfaktor (der er afhængig af x_{01}, dvs. af u_1) ganget med 2 tidskonstanter. Varmefladens dynamiske forhold bestemmes således af de to tidskonstanter.

Forudsætningerne er ifølge kapitel II, afsnit 4:

$$\underline{K_i \sim K'_u} \qquad \text{(II.4.20)}$$

dvs., vi forudsætter, at varmerørenes indre varmeoverføringskoefficient er nogenlunde lig den ydre varmeoverføringskoefficient, samt

$$\underline{W \sim R} \qquad \text{(II.4.24)}$$

dvs., vi forudsætter, at varmekapaciteten af det vand, der kan indeholdes i varmefladen er nogenlunde lig varmekapaciteten af selve varmerørene (varmefladen). Se iøvrigt tabel I sidst i kapitel II, hvor de i rapporten anvendte symboler er angivet.

Ud fra disse forudsætninger er den dynamiske del af varmefladens overføringsfunktion angivet:

lav vandhastighed: $\underline{u_1 < \frac{L}{2\tau}:}$

$$\underline{H_1 = \frac{1}{1+s\tau}\,\frac{1}{1+0{,}2s\tau}} \qquad (I.4.5)$$

større vandhastighed: $\underline{u_1 > \frac{L}{\tau}:}$

$$\underline{H_2 = \frac{1}{1+0{,}5s\frac{L}{u_1}} \cdot \frac{1}{1+0{,}2s\tau}} \qquad (I.4.6)$$

Formel (I.4.6) er benyttet ved optegningen af den beregnede kurve i det foregående afsnit 2, fig. 2.6.

Forekommer i kontrolsystemet yderligere en tidskonstant, $\tau_{føler}$, stammende fra følerens dynamik, bliver den dynamiske del af den åbne kontrolsløjfe:

$$u_1 < \frac{L}{2\tau}: \quad H'_{åben} = \frac{1}{(1+s\tau)(1+0{,}2s\tau)(1+s\tau_{føler})} \qquad (I.4.7)$$

$$u_1 > \frac{L}{\tau}: \quad H''_{åben} = \frac{1}{(1+0{,}5s\frac{L}{u_1})(1+0{,}2s\tau)(1+s\tau_{føler})} \qquad (I.4.8)$$

Da der i overføringsfunktionerne (I.4.7) og (I.4.8) forekommer tre tidskonstanter, vil kontrolsystemet for varmefladen i et givet arbejdspunkt kun være stabilt, hvis den samlede forstærkning i den åbne sløjfe er mindre end en vis størsteværdi, G_{max}.

For lave vandhastigheder, $u_1 < \frac{L}{2\tau}$, kan G_{max} findes af (I.4.7), såfremt forholdet mellem $\tau_{føler}$ og τ er kendt.

For større vandhastigheder kan G_{max} beregnes af (I.4.8), såfremt man kender forholdet mellem $\tau_{føler}$ og τ samt vandhastigheden u_1. Ved en vis vandhastighed vil G_{max} have en minimumsværdi. Vælger man denne værdi som den størst tilladelige forstærkning i kontrolsystemets åbne-sløjfe, vil kontrolsystemet være stabilt i ethvert arbejdspunkt, hvor vandhastigheden $u_1 > \frac{L}{\tau}$.

Vælger man som den størst tilladelige forstærkning den mindste værdi af de ved lave og høje vandhastigheder fundne grænseforstærkninger, vil kontrolsystemet være stabilt i ethvert arbejdspunkt.

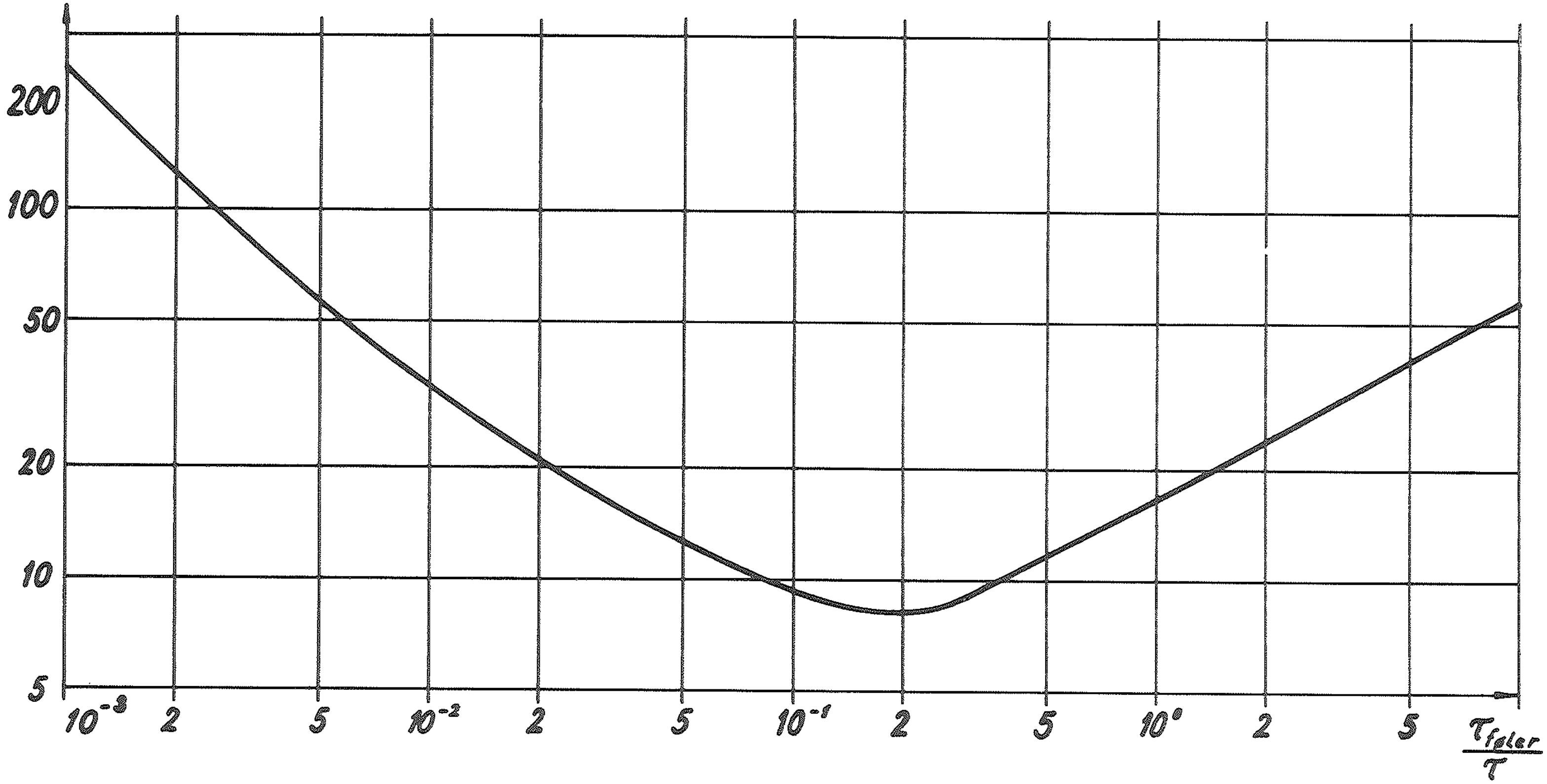
På kurveblad I-3, næste side, er angivet den størst tilladelige forstærkning i det åbne kontrolsystem som funktion af forholdet mellem temperaturfølerens tidskonstant, $\tau_{føler}$, og varmefladens karakteristiske tidskonstant τ.

Vi kan ikke bestemme dynamikken ved store forskydninger, men vi mener, det er sandsynligt, at systemet vil finde ind til det ønskede arbejdspunkt, hvis forstærkningen vælges efter de her givne retningslinier.

Det ses, at den tilladelige forstærkning har et minimum (8 ganges forstærkning) ved $\tau_{føler}/\tau \approx 0,2$. Kurven gælder som nævnt for et proportionalkontrolsystem med kun en tidskonstant i sløjfen foruden varmefladens to tidskonstanter. Den stationære fejl i et sådant kontrolsystem er omvendt proportional med åben-sløjfeforstærkningen. Det vil derfor være ønskeligt, at åben-sløjfeforstærkningen er så stor som mulig. Er forholdet $\tau_{føler}/\tau$ omkring 0,2 vil sløjfeforstærkningen kun være ca. 6-7 gange, og den statiske fejl vil være ca. 15% af referenceindstillingen, selv om forstærkningen forøges omtrent til stabilitetsgrænsen. Ønsker man større stabilitetsmargin vil den statiske fejl blive endnu større.

Kender man varmefladens data, kan den karakteristiske tidskonstant τ udregnes. Man kan da ved hjælp af forstærkningskurven vælge en føler med en tidskonstant af en sådan værdi, at forholdet $\tau_{føler}/\tau$ ligger så langt som muligt fra 0,2.

Som hovedregel kan angives, at hvis man ønsker stor statisk forstærkning skal følerens tidskonstant enten være meget stor eller meget lille i forhold til den karakteristiske tidskonstant τ.



Kurveblad I-3. Maksimal tilladelig forstærkning i varmevekslerkontrolsystemet, såfremt der ønskes stabilitet i alle arbejdspunkter, optegnet som funktion af forholdet mellem følerens tidskonstant, $\tau_{føler}$, og varmefladens karakteristiske tidskonstant, τ.

Valg af ventilkarakteristik.

Princippet i opbygningen af kontrolsystemet er vist fig. 4.1.

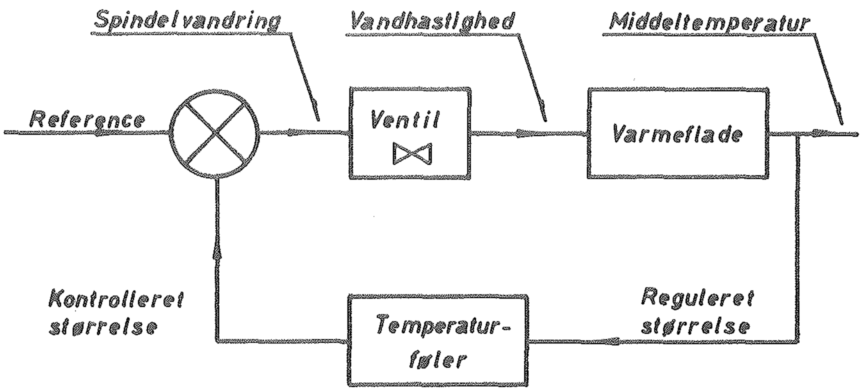


Fig.4.1. Varmeflade med reguleringsudstyr.

Middeltemperaturforøgelsen T_m måles af temperaturføleren og omsættes via et sammenligningsled til en forskydning af ventilspindelen (angivet i mm). Ventilens udgangsstørrelse er vandhastigheden eller det dermed proportionale udtryk, der angiver den gennem ventilen gående vandmængde pr. time, opgivet i liter pr. time eller kg pr. time.

Kendes varmevekslerens karakteristiske tidskonstant τ kan vi ved hjælp af kurveblad I-3 vælge en føler med en tidskonstant, $\tau_{føler}$, således at den tilladelige forstærkning antager en ønsket værdi.

Det ses af kurveblad I, der i normeret form fremstiller middeltemperaturforøgelsen T_m som funktion af vandhastigheden u_1 under stationære forhold, at varmefladens statiske, differentielle forstærkning dT_m/du_1, (kurvens hældningskoefficient) falder, når middelhastigheden u_1 i arbejdspunktet forøges. Er forstærkningen i ventil, føler og evt. forstærkere konstant for forskellige u_1, vil den samlede forstærkning i systemet falde for voksende u_1 på samme måde som dT_m/du_1. Dette vil være uheldigt, idet en sådan varierende sløjfeforstærkning vil medføre, at systemet enten er ustabilt ved små vandhastigheder, eller at det ved høje hastigheder har en så lav forstærkning, at fejlen bliver stor - måske op i nærheden af 100%.

Virkningen af varmefladens ulineære statiske forstærkning kunne modvirkes, hvis ventilens karakteristik havde en sådan form, at dens differentielle forstærkning steg lige så meget som varmefladens differentielle statiske forstærkning falder med voksende u_1. Ventilens differentielle forstærkning er givet ved

$$\frac{du_1}{dSp}$$

hvor dSp er en tilvækst i spindelvandringen og du_1 er den tilsvarende hastighedsændring.

For at finde den ideelle ventilkarakteristik, der skal sikre konstant sløjfeforstærkning i alle arbejdspunkter, afsættes på kurveblad I-4, næste side, en kurve, der har samme form som varmefladens statiske karakteristik (kurveblad I-1), blot er akserne byttet om.

Vi har nu en kurve, hvis hældning $du_1/d\,T_m$ er omvendt proportional med varmefladens statiske, differentielle forstærkning, $d\,T_m/du_1$.

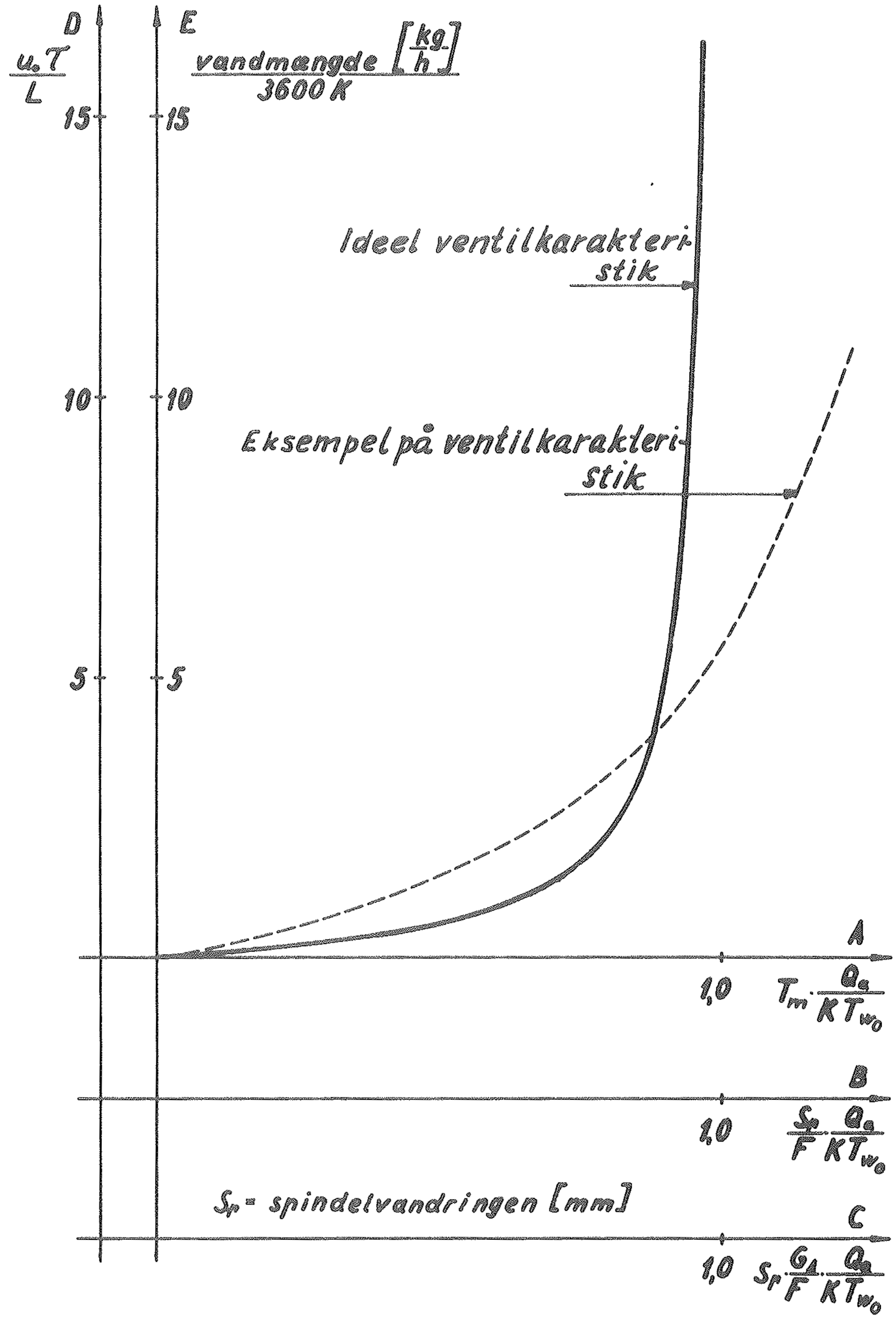
Følerens statiske forstærkningsfaktor kaldes F og har dimensionen mm (spindelvandring) pr. grad.

Abscisseaksen A på kurveblad I-4 kan da erstattes med aksen B med påskriften

$$\frac{Sp}{F}\,\frac{Q_a}{K\,T_{wo}}$$

idet spindelvandringen Sp er følerens statiske forstærkningsfaktor, F, ganget med middeltemperaturstigningen T_m. Kurven kan nu i B-D koordinatsystemet opfattes som en ventilkarakteristik på normeret form.

Da ventilkarakteristikken blev konstrueret ud fra varmefladens statiske karakteristik ved en simpel akseombytning forbundet med en affinitet (akserne B-D på kurveblad I-4), er den samlede åbensløjfe-forstærkning i ethvert arbejdspunkt lig med 1.



Kurveblad I-4. Ventilkarakteristikker.

Af kurveblad I-3 har vi fundet den maksimalt tilladelige forstærkning, G_{max}. Så stor forstærkning vil forårsage, at vi i et vist arbejdspunkt er helt ved stabilitetsgrænsen. Man må derfor vælge en forstærkning i systemet, der er noget mindre end G_{max}, lad os kalde den

$$G_A = N \cdot G_{max}$$

hvor N er en slags "sikkerhedsfaktor" mindre end 1.

Ønskes forstærkningen i systemet ændret fra 1 til G_A kan vi ændre ventilkarakteristikken således, at der til samme gennemløbshastigheder som før svarer en spindelvandring, der er G_A gange mindre. Dette kan vi få frem på kurveblad I-4 ved at tilføje endnu en abscisseakse C med påskriften

$$Sp \cdot \frac{G_A}{F} \cdot \frac{Q_a}{K\ T_{wo}}$$

Kurven fremstiller således i C-D koordinatsystemet den ideelle ventilkarakteristik i et kontrolsystem, hvor åbensløjfe-forstærkningen ønskes lig G_A, og følerens statiske forstærkningsfaktor er F [mm/C].

Ventilkarakteristikker har ofte som ordinat den vandmængde (i kg), der gennemløber ventilen pr. time ved en given trykdifferens over ventilen. Vandmængden pr. time er proportional med vandhastigheden u_1 |m/sek|:

$$\text{Vandmængde} \left[\frac{kg}{h}\right] = u_1\ A\ \rho_w\ 3600 \left[\frac{kg}{h}\right]$$

hvor A $[m^2]$ er det frie gennemløbstværsnit for vandet i varmefladen, og ρ_w er vandets massefylde $[kg/m^3]$.

Ordinataksen D på kurveblad I-4 kan derfor erstattes med en ordinatakse E med påskriften:

$$\text{Vandmængde} \left[\frac{kg}{h}\right] \cdot \frac{\tau}{L\ A\ \rho_w\ 3600}$$

Da $\tau = \frac{W}{K} = \frac{L\ A\ C_w}{K}$, hvor C_w er vandets varmekapacitet pr. m^3, kan påskriften på akse E ændres til

$$\text{Vandmængde} \left[\frac{kg}{h}\right] \cdot \frac{1}{3600\ K} \cdot \frac{C_w}{\rho_w} \simeq \frac{\text{Vandmængde} \left[\frac{kg}{h}\right]}{3600\ K}$$

Kurven på kurveblad I-4 kan i koordinatsystemet D-C eller E-C opfattes som den ideelle ventilkarakteristik i et system med en krydsvarmeveksler som reguleringsobjekt, idet man med denne karakteristik opnår en ønsket åbensløjfe-forstærkning, G_A, uanset arbejdspunktet, idet det forudsættes, at følerens statiske forstærkning er F mm/C . Kurven er fremstillet i en normeret form.

Afviger den anvendte ventils karakteristik fra den ideelle, kan ustabilitet forekomme, hvis den virkelige karakteristik har større hældning end den ideelle i noget punkt.

På kurveblad I-4 er indtegnet en kurve som eksempel på en forekommende ventilkarakteristik. Ved vandhastigheder op til ca. $u_1 \sim 2L/\tau$ er hældningen af karakteristikken større end den ideelle karakteristiks hældning. Dette forårsager, at sløjfeforstærkningen for hastigheder mindre end $2L/\tau$ er større end G_A, muligvis så stor, at systemet er ustabilt. For større vandhastigheder er sløjfeforstærkningen derimod mindre end G_A og muligvis så lille, at den statiske fejl i kontrolsystemet bliver utilladelig stor.

Det må derfor tilstræbes at give ventilkarakteristikken en form, der er så nær den ideelle som muligt. Anvendes elektrisk udstyr ved temperaturmålingen vil det eventuelt være muligt at kompensere for ventilens mangler ved at forme en elektrisk forstærkers karakteristik således, at måleudstyr + ventil har en karakteristik, der nærmer sig den ideelle.

Bemærkning angående den totale ækvivalente varmeoverføringskoefficient, K.

Kender vi de anvendte varmerørsdata er det muligt ud fra tabeller at finde den indre og ydre totale varmeoverføringskoefficient K_i og K_u.(Se iøvrigt tabel I sidst i kapitel II).

Kendes lufthastigheden og luftkanalens dimensioner kan vi beregne den totale, ækvivalente varmeoverføringskoefficient K efter formlerne (II.1.8) og (II.1.9), kapitel II, afsnit 1.

Hvis man vil anvende de fundne tilnærmede overføringsfunktioner for krydsvarmeveksleren må vi forudsætte, at

$$K_i \sim K_u$$

Hvis man ved en statisk måling på krydsvarmeveksleren har målt varmefladens totale overføringskoefficient, K_v, må man, hvis man ønsker at anvende de simplificerede formler, forudsætte, at den indre og ydre totale varmeoverføringskoefficient er nogenlunde lige store, dvs.:

$$K_i \sim K_u \sim 2\ K_v$$

Herefter beregnes

$$K_u' = \frac{K_u Q_a}{Q_a + 0,5\ K_u} \qquad \text{(II.1.8)}$$

Endelig beregnes den totale, ækvivalente varmeoverføringskoefficient K efter formel (II.1.9), kapitel II, afsnit 1:

$$K = \frac{K_i K_u'}{K_i + K_u'} \qquad \text{(II.1.9)}$$

Ved de lufthastigheder, man anvender i praktiske krydsvarmevekslere, vil K_u' være meget nær lig K_u, dvs., $K \sim K_v$. <u>Man vil derfor ikke gøre nogen stor fejl ved at indsætte</u> $K = K_v$, <u>hvor</u> K_v <u>er den målte totale varmeoverføringskoefficient, direkte i formlerne.</u>

<u>Taleksempel:</u>

Luftkanalens tværsnit $H \cdot L = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25\ \left[m^2\right]$

Lufthastighed $v = 2,0\ \left[\frac{m}{sek}\right]$

Målt total varmeoverføringskoefficient $K_v \simeq 3,56 \cdot 10^{-2}\ \left[\frac{kcal}{sek\ C}\right]$

$K_i \simeq K_u \simeq K_v \cdot 2 = 7,12 \cdot 10^{-2}\ \left[\frac{kcal}{sek\ C}\right]$

Luftens varmetransport pr. sek. pr. grad: $Q_a = vHL\ C_a = 2 \cdot 0,25 \cdot 0,28 = 0,14\ \left[\frac{kcal}{sek\ C}\right]$

Den totale, ækvivalente varmeoverføringskoefficient fra varmefladen til luften:

$$K_u' = \frac{K_u Q_a}{Q_a + pK_u} = \frac{7{,}12\cdot10^{-2}\cdot0{,}14}{0{,}14+0{,}5\cdot7{,}12\cdot10^{-2}} = 5{,}65\cdot10^{-2}$$

og fra vandet til luften:

$$K = \frac{K_u Q_a}{K_i + K_u'} = \frac{7{,}12\cdot5{,}65}{7{,}12+5{,}65}\cdot10^{-2} = 3{,}16\cdot10^{-2}$$

Total varmekapacitet af vandet, der kan indeholdes i varmefladen: $W = 1{,}75\cdot10^{-2}$

Total varmekapacitet af varmerørene: $R = 1{,}75\cdot10^{-2}$

Det ses, at W=R. Vi antager $K_i \simeq K_u$.

Varmefladens karakteristiske tidskonstant: $\tau = \frac{W}{K} = \frac{1{,}75}{3{,}16\cdot10^{-2}} = 55{,}4$ [sek]

Tilgangsvandets temperatur: 75 °C

Tilgangsluftens temperatur: 24 °C

Tilgangsvandets overtemperatur: $T_{wo} = 51$ [°C]

Forholdet mellem varmerørenes længde og den karakteristiske tidskonstant: $\frac{L}{\tau} = \frac{50\cdot10^{-2}}{55{,}4} = 0{,}9\cdot10^{-2}\ \left[\frac{m}{sek}\right]$

$$\frac{Q_a}{KT_{wo}} = \frac{0{,}14}{3{,}16\cdot10^{-2}\cdot51} = \frac{1}{11{,}5}\ \left[\frac{1}{C}\right]$$

Vi kan nu angive, hvorledes luftens middeltemperaturstigning vil afhænge af vandhastigheden u_1. Kurven er optegnet på kurveblad I-1.

På ordinataksen er betegnelsen:

$$T_m \frac{Q_a}{KT_{wo}} = \frac{T_m}{11{,}5}$$

På abscisseaksen er betegnelsen:

$$u_1 \cdot \frac{\tau}{L} = \frac{u_1}{0{,}9\cdot10^{-2}}$$

Af kurven ses således, at den maksimale middeltemperaturforøgelse af luften bliver

$$T_{m_{max}} = 11,5 \quad [{}^{o}C]$$

Ved vandhastigheden

$$u_1 = 5 \cdot 0,9 \cdot 10^{-2} = 4,5 \cdot 10^{-2} \quad \left[\frac{m}{sek}\right]$$

er T_m 90% af $T_{m_{max}}$.

Den <u>procentvise afkøling af vandet</u> kan aflæses af den normerede kurve på kurveblad I-2, idet abscisseaksen har påskriften:

$$\frac{u_1}{0,9 \cdot 10^{-2}}$$

<u>Temperaturføler med tidskonstant</u> $\tau_{føler}$ = <u>300 sek:</u>

Lad os antage, at vi vil anvende en petroleumsfyldt temperaturføler med en tidskonstant, der ved den anvendte lufthastighed er $\tau_{føler}$ = 300 sek.

Forholdet

$$\frac{\tau_{føler}}{\tau} = \frac{300}{55,4} = 5,42$$

Af kurveblad I-3 ses, at den tilladelige forstærkning i reguleringssystemet er

$$G_{max} = 40$$

For ikke at gå helt til stabilitetsgrænsen vælger vi en sikkerhedsfaktor

$$N \sim 0,6$$

dvs.:

$$G_A = 0,6 \cdot 40 \sim 25$$

Lad os antage, at følerens statiske forstærkning er

$$F = 5 \quad \left[\frac{mm}{C}\right]$$

Vi kan nu angive den ideelle ventilkarakteristik. Den er optegnet normeret på kurveblad I-4 i koordinatsystemet E-C.

Ordinataksen har påskriften:

$$\text{Vandmængde}\left[\frac{kg}{h}\right] \cdot \frac{1}{3600K} = \underline{\frac{\text{Vandmængde}\left[\frac{kg}{h}\right]}{114}}$$

Abscisseaksen har påskriften:

$$Sp\,[mm] \cdot \frac{G_a}{F} \cdot \frac{Q_a}{KT_{wo}} = \frac{25}{5} \cdot \frac{Sp}{11{,}5} = \underline{\frac{Sp\,[mm]}{2{,}3}}$$

Sp er spindelvandringen i mm.

Det er ikke nødvendigt at anvende vandhastigheder større end

$$u_1 = 5 \cdot \frac{L}{\tau} = 4{,}5\cdot 10^{-2} \quad \left[\frac{m}{sek}\right]$$

da større vandhastigheder kun giver en meget lille forøgelse af T_m.

Det vil sige, at ventilens maksimale ydelse skal være

$$5\cdot 114 = 570 \left[\frac{kg}{h}\right]$$

se kurveblad I-4.

Den tilsvarende største spindelvandring:

$$Sp_{max} = 2{,}3\cdot 0{,}9 \simeq \underline{2{,}1}\,[mm]$$

<u>Temperaturføler med tidskonstant 0,2 sek:</u>

Ved anvendelse af et netværk af nikkelmodstandstråd spændt ud over luftkanalen bag varmefladen, er det muligt ved hjælp af nikkeltrådens modstandsændring af få et mål for middellufttemperaturen med en måletidskonstant på kun 0,2 sek.

Forholdet $\frac{\tau_{føler}}{\tau} = \frac{0{,}2}{55{,}4} = 3{,}6\cdot 10^{-3}$

Af kurveblad I-3 aflæses den størst tilladelige åbensløjfeforstærkning i kontrolsystemet:

$$G_{max} = 75$$

Med en sikkerhedsfaktor N~0,6 får vi

$$G_A = 75 \cdot 0,6 = 45$$

Det ses, at den statiske sløjfeforstærkning ved anvendelse af denne meget hurtige føler kun kan forøges ca. 2 gange i forhold til et system med en meget langsommere føler med en tidskonstant på 300 sek.

Den hurtigt virkende nikkelføler giver således ingen stor statisk forbedring i kontrolsystemet set i forhold til den langsomt virkende petroleumsføler.

Anvendes en føler med en meget lille tidskonstant bliver reguleringssystemet meget hurtigt virkende. Dette vil medføre en ret urolig regulering, da selv kortvarige luftforstyrrelser vil forårsage en regulering af vandhastigheden. Tages middelværdien af lufttemperaturen over en tid, der er stor i forhold til de største tidskonstanter, dvs., i det givne eksempel over en ti minutters tid, vil begge reguleringssystemer give samme resultat, middelafvigelsen fra referenceindstillingen vil være nogenlunde den samme.

Da en føler bestående af et udspændt nikkelnet vil medføre forskellige praktiske vanskeligheder samt fordyre apparaturet, må vi vist konkludere, at en ret langsom standardføler sikkert vil blive foretrukket til kontrol af en varmeflade som den her beskrevne.

Kapitel II.

Teoretisk analyse af krydsvarmeveksleres dynamik.

Sammendrag.

I dette kapitel behandles de dynamiske forhold for en krydsvarmeveksler. Det varmeafgivende medium er vand, der gennemløber ribberør i varmefladen. Der afgives varme til en luftstrøm, der strømmer forbi varmefladens ribber.

Vandets hastighed er u [m/sek], og temperaturen er T_{wo} [^oC], hvor vandet løber ind i varmefladen.

I rapporten er fundet den dynamiske sammenhæng mellem den til luften afgivne varme, P [kcal/sek], og vandets temperatur, T_{wo}. Betydningen af varmerørenes varmekapacitet er undersøgt. Ved hjælp af kendskabet til data for en typisk krydsvarmeveksler er der udført approksimationer, der resulterer i en simpel overføringsfunktion mellem P og T_{wo} (en faktor og to tidskonstanter).

I rapporten søges desuden en dynamisk sammenhæng mellem varmeafgivelsen P og vandhastigheden u. Denne er fundet for springvise ændringer i u, når man ser bort fra varmerørenes egen varmekapacitet. I det almindelige tilfælde er fundet en forbindelse mellem <u>små</u> ændringer af u, og de dertil svarende ændringer af P. Overføringsfunktionen kan approksimeres ved en faktor og to tidskonstanter.

For større ændringer af u er det vanskeligt at analysere varmeveksleren, da forholdene er stærkt ulineære, men det vises ud fra studier af en varmeveksler uden egen varmekapacitet, at det område, hvori varmeveksleren er tilnærmet lineær, bliver større, desto mere det gennemløbende vand afkøles

inden det forlader varmefladen.

For en krydsvarmeveksler hvis data er givet i afsnit V er der i rapporten optegnet såvel eksakte som approksimerede frekvenskarakteristikker (kurvebladene 8 og 9).

For en varmeveksler uden varmekapacitet i varmerørene er opstillet nogle analogmodeller, og deres værdi diskuteres.

Konklusion.

Reguleres varmeafgivelsen ved hjælp af temperaturvariationer af tilgangsvandet, er varmevekslerens overføringsfunktion lineær. Dette medfører, såfremt kontrolapparaturet (ventiler, forstærkere etc.) er passende udformet, at man næppe vil få vanskeligheder med at starte varmeveksleren. Den vil antagelig være stabil under start, den vil ikke udføre ukontrollerede svingninger, men nå sit arbejdspunkt under fuld kontrol. Eventuelle kraftige ændringer af vandtemperaturen under drift vil næppe kunne bringe stabiliteten i fare. Reguleringsteknisk set er denne form for kontrol den letteste og sikreste. Overføringsfunktionen for varmeveksleren har frekvenskarakteristikker, der for højere frekvenser har skiftende maxima og minima (se kurveblad 8), men da disse først indtræder, hvor amplitudekarakteristikken er faldet kraftigt, vil de ikke medføre reguleringstekniske vanskeligheder. Amplitudekarakteristikken falder 40 dB/dekade ved høje frekvenser.

På grundlag af data for en krydsvarmeveksler (se kapitel I), der er opbygget og undersøgt af docent Vagn Korsgaard, er det muligt at forenkle overføringsfunktionen stærkt ved forskellige approksimationer. Da de anvendte datas indbyrdes forhold antages at være temmelig typiske, vil den forenklede overføringsfunktion sandsynligvis kunne anvendes ved dimensionering af kontrolsystemer for krydsvarmevekslere i større almindelighed.

Reguleres varmeafgivelsen ved hjælp af hastighedsvariationer af tilgangsvandet, er varmevekslerens overføringsfunktion ulineær. Det er sikkert dette, der er årsag til, at hastighedsregulerede varmevekslere kan være vanskelige at starte. De udfører ofte voldsomme svingninger og kan komme helt ud af kontrol, så starten må gentages. Ligeledes kan større hastighedsændringer af tilgangsvandet, når varmeveksleren er i drift, forårsage ustabilitet, der undertiden ytrer sig ved kraftige vedvarende svingninger. For små hastighedsændringer omkring et givet arbejdspunkt kan overføringsfunktionen dog tilnærmes med en lineær funktion. Det lineære område bliver større, desto mere vandet afkøles i varmeveksleren ved det givne arbejdspunkt, dvs., jo større varmefladen vælges for en given varmeydelse.

Lad os antage, at man

1) til en given belastning anvendte en varmeflade, der er noget større (1,5-2,0 gange) end den man almindeligvis anvender.

2) begrænsede den maksimale vandhastighed så meget, at den maksimale varmeafgivelse pr. tidsenhed ikke er større end ved en varmeflade af den normalt anvendte størrelse.

Ved disse forholdsregler vil man antagelig få en varmeveksler med en reguleringskarakteristik, der er så nær en lineær karakteristik med veldefineret begrænsning, at der næppe vil opstå stabilitetsvanskeligheder ved store påvirkninger, f.eks. ved start.

Inden for et vist udstyringsområde kan overføringsfunktionen tilnærmes med en lineær funktion, hvis frekvenskarakteristikker i hovedsagen har samme karakter som karakteristikkerne for overføringsfunktionen for temperaturvariationer, dog er svingningerne på frekvenskarakteristikkerne ikke nær så udprægede som ved temperaturændringer.

Grænsefrekvensen for små hastighedsændringer er en smule højere end grænsefrekvensen for temperaturændringer, men i hovedsagen er de dynamiske forhold ens for temperaturændringer og små hastighedsændringer.

På grundlag af data for den før omtalte krydsvarmeveksler er det muligt at forenkle den tilnærmede, lineære overføringsfunktion. Også her gælder det, at denne forenklede overføringsfunktion antagelig vil kunne anvendes i større almindelighed. Selv i det tilfælde, at man anvender en større varmeflade end normalt ved en given belastning, vil de forenklede formler kunne anvendes med en let modifikation.

I appendix VII er foretaget en undersøgelse af en eventuel virkning fra varmerørenes ribber. For et typisk ribbevarmerør udledes det, at indflydelsen fra den begrænsede varmeledningshastighed i ribberne først indtræder langt over den grænsefrekvens, der skyldes varmevekslerens dynamiske forhold. Fra et reguleringsteknisk synspunkt er det derfor ingen ulempe, at en væsentlig del af varmefladen udgøres af ribbernes overflade.

Afsnit 1. Krydsvarmeveksler uden varmekapacitet i rørvæggene. Variation af tilgangsvandets temperatur.

Forudsætninger.

En varmeveksler gennemstrømmes af to medier, der begge er i stand til at transportere varme. Varmevekslerens opgave er på hensigtsmæssig måde at overføre varmeenergi fra det ene medium til det andet.

Den i denne rapport behandlede varmeveksler overfører varmeenergi fra en gennemløbende varm vandstrøm til en på tværs af vandstrømmen løbende luftstrøm.

På grund af sin særlige udformning kaldes denne varmeveksler en krydsvarmeveksler. Den kolde luft strømmer ind i en kanal, hvor den passerer et rørregister fra hvis overflade den modtager varme. Den opvarmede luft løber endnu et stykke gennem kanalen før den forlader den. Det varme vand tilføres fra et reservoir gennem et rør, der forgrener sig ud i et rørregister, der afgiver varme til luften fra sit ret store overfladeareal. Efter luftkanalen samles rørene atter i et rør og det noget afkølede vand forlader varmeveksleren.

Man ønsker, at den gennemstrømmende luft skal opnå en vis temperatur, hvilket medfører, at luftstrømmen pr. sek. skal tilføres en vis varmemængde, der i det følgende kaldes P [kcal/sek].

Denne størrelse, P [kcal/sek], vil være et mål for varmevekslerens øjeblikkelige varmeudveksling mellem de to medier, og man kan sige, at P [kcal/sek] angiver varmevekslerens "udgangsstørrelse".

I anvendte krydsvarmevekslere holdes hastigheden af luftstrømmen gennem varmeveksleren konstant. Man kan ændre varmevekslerens varmeafgivelse pr. sek. ved at regulere vandstrømmens hastighed, u, eller indgangstemperaturen, T_{wo}. I praksis foretrækkes det oftest at regulere hastigheden, men da den teoretiske analyse af varmevekslerens dynamiske forhold er vanskelig og tildels uigennemførlig for hastighedsændringer, omhandler varmevekslerlitteraturen oftest regulering ved temperaturændringer.

Opfattes varmeveksleren som en "black box" med udgangen P [kcal/sek], vil indgangsstørrelsen således enten være vandreservoirets temperatur, T_{wo}, eller vandstrømmens hastighed, u [m/sek].

Det er målet for denne rapport at finde en forbindelse mellem den fra varmeveksleren afgivne varme pr. sek. og den tilførte vandstrøms temperatur (konstant hastighed) eller hastighed (konstant temperatur). Desuden opbygges nogle analogmodeller, hvis værdi og resultater diskuteres.

For at foretage en sådan analyse er det nødvendigt at gøre visse simplificerende antagelser angående varmevekslerens egenskaber og udformning.

Fig. 1 (næste side) viser opbygningen af den analyserede krydsvarmeveksler. I den virkelige krydsvarmeveksler består varmefladen, hvorfra luften opvarmes, af den samlede overflade af de rør, hvorigennem det varme vand løber. Rørene er anbragt som registre i en eller flere rækker. I praksis vil der sjældent være tale om ren krydsstrøm, idet rørregistrene som regel vil være serieforbundne. Afhængigt af, om vandstrømmen løber fra det ene register til det andet i sam-

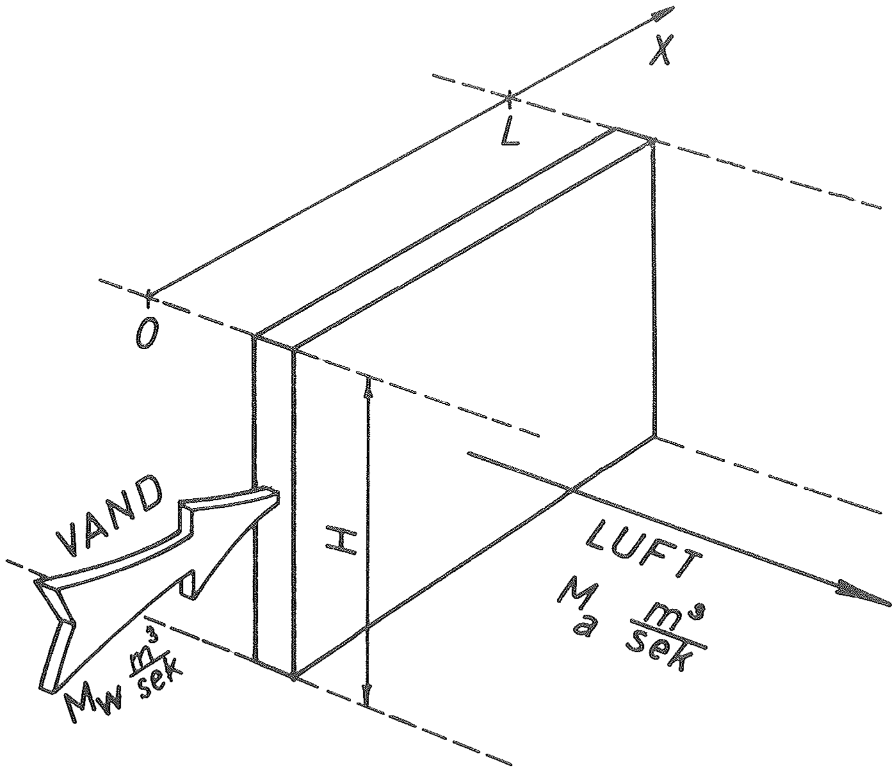


Fig. 1. Krydsvarmeveksler, skematisk.

De fuldt optrukne linier er begrænsninger for den udfoldede varmeflade. De punkterede linier angiver luftkanalen.

me eller modsat retning som luftstrømmen tales der om en med- eller modstrømsvarmeflade. I den skematiske tegning og i den matematiske analyse er rørenes varmeflade tænkt udfoldet som en tynd, varmeafgivende flade på tværs af luftstrømmen. Fladen er en "varmeflade", den frembyder således ingen hindring for den frie luftstrøm. Det areal, hvorfra varmen afgives, er HL $[m^2]$. L er varmefladens længde i vandstrømmens retning (x-retningen), og H er varmefladens højde. Vandstrømmen antages at være ligeligt fordelt i hele varmefladen.

Ved udfoldning af rørregistrene regnes altså med en fiktiv varmeflade, der er lig med kanaltværsnittet, HL. Arealet på luft- og vandside bliver således det samme. De oprindelige varmeovergangstal må derfor ganges med en korektionsfaktor, der er lig forholdet mellem det virkelige areal og det fiktive areal, HL; se herom i afsnit 5.

Vi forudsætter, at varmefladens temperatur i en given afstand fra vandets indløb er konstant i luftstrømmens retning. Vi forudsætter desuden, at der ikke er blanding eller varmeledning mellem vandlagene i forskellige tværsnit vinkelret på strømretningen. Vi ser ligeledes bort fra den varmeledning i rørvæggene, der sker i vandstrømmens retning. En temperaturfront bevæger sig således uforstyrret gennem varmeveksleren.

Varmeovergangstallet inden i rørene antages at være uafhængigt af vandstrømmens temperatur og hastighed.

Varmerørenes masse vil i den virkelige krydsvarmeveksler have betydelig varmekapacitet. Alligevel gennemføres analysen først ud fra den antagelse, at denne varmekapacitet er så forsvindende, at man kan se bort fra den. Dette er gjort for at få overblik over principielle forhold, og for at kunne sammenligne resultater fra analogmodeller med nøjagtige beregninger. Senere undersøges betydningen af varmerørenes varmekapacitet.

Bogstavsymbolers betydning fremgår af tabel I (tabeller, se indholdsfortegnelsen).

Det antages, at varmeudvekslingen mellem to medier sker ved konvektion, således at varmeafgivelsen er proportional med mediernes temperaturforskel.

Den indkommende luft antages at have temperaturen 0 ^{o}C. Luften efter varmefladen vil ved afstanden x fra vandstrømmens indløb have temperaturen T_{ax} (se fig 1 og fig. 2).

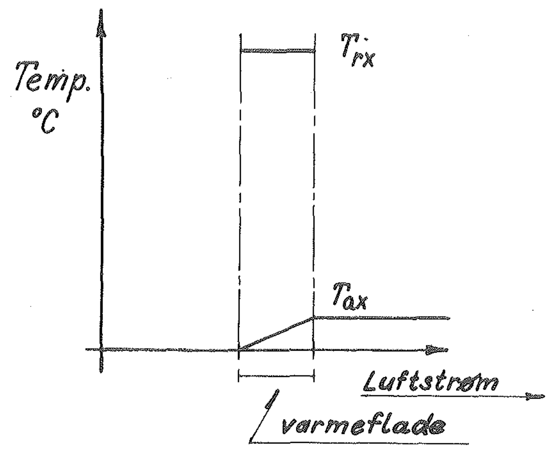


Fig. 2. Luftens og varmefladens temperaturfordeling i luftstrømmens retning ved tværsnittet x af varmefladen.

Varmeafgivelsen fra varmeflade til luft vil da på stedet x være proportional med (T_{rx} - pT_{ax}), hvor T_{rx} er varmefladens temperatur ved stedet x, og p er en konstant. Hvis man antager, at lufttemperaturen stiger lineært gennem den tynde varmeflade, vil p antage værdien 0,5. Denne værdi er der regnet med i det følgende. Da luftopvarmningen i de i praksis anvendte varmevekslere som regel er ringe i forhold til vandtemperaturen, spiller størrelsen af p ingen større rolle, og man begår kun en mindre fejl ved at sætte p = 0.

Analyse.

I det følgende antages, at varmefladen i krydsvarmeveksleren har varmekapaciteten 0. Vandhastigheden, u [m/sek], er konstant. Ligningen mellem varmevekslerens udgangsstørrelse, varmeafgivelsen pr. sek., P, og varmevekslerens indgangsstørrelse, vandstrømmens tilgangstemperatur, T_{wo}, udledes. Denne ligning angiver varmevekslerens overføringsfunktion, H_T.

Det antages, at varmeveksleren befinder sig i en stationær tilstand. Luftstrømmen gennem varmeveksleren, M_a [m^3 pr. sek], har temperaturen 0 ^oC, og vandstrømmen, M_w [m^3 pr. sek], har ligeledes temperaturen 0 ^oC, (se fig. 1).

Denne stationære tilstand afbrydes ved, at der pludseligt skiftes til et andet vandreservoir, hvis temperatur er T_{wo} [^oC]. Vandstrømmen har altså fra et givet tværsnit at regne, haft tilgangstemperaturen T_{wo} [^oC]. Til tiden t_o er dette vandtværsnit nået til den varmeafgivende flade.

Vandets tilgangstemperatur ændres således i et spring til tiden t_o fra temperaturen 0 [^oC] til T_{wo} [^oC].

For at finde varmevekslerens varmeafgivelse pr. sek. analyseres nu temperaturforløbet af vandstrømmen i x-aksens retning i varmefladen.

En lille tid efter at vandtværsnittet med temperaturen T_{wo} har nået varmefladen, har vi en situation som skitseret i fig. 3 (se næste side); det forreste tværsnit af den varme vandstrøm er nu nået til stedet x i varmefladen. Da det stykke, (x meter), af vandstrømmen, som er nået ind i varmeveksleren, har afgivet varme til luften, er temperaturen af strømmens vandpartikler sunket mere og mere, jo længere de er nået ind i varmeveksleren.

Efter endnu en lille tid befinder det forreste tværsnit af den varme vandstrøm sig ved $x+\Delta x$. Vi vil nu betragte varmeforholdene for det lille stykke, Δx.

Vandmængden gennem ethvert tværsnit i varmeveksleren er M_w [m^3/sek]. Varmemængden, der herved transporteres, er pr. sek. og pr. grad af vandtemperaturen:

$$Q_w = M_w C_w \quad \frac{\text{kcal}}{\text{sek grad}}$$

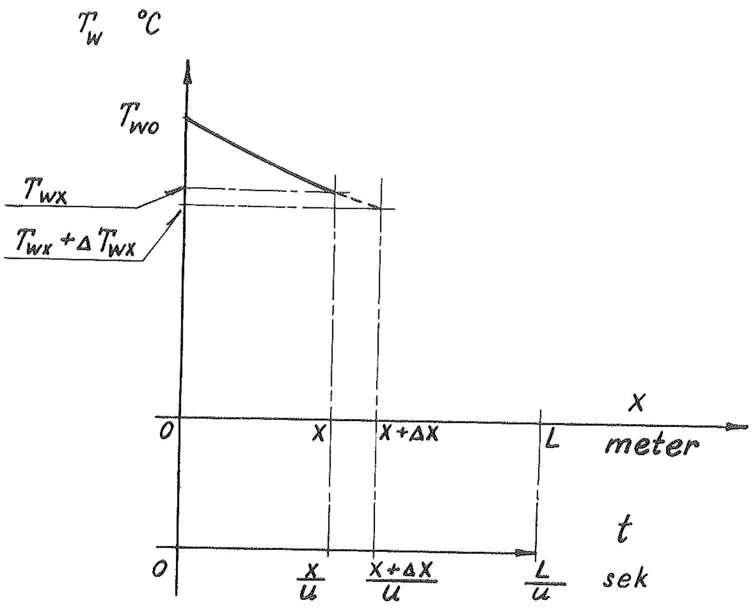


Fig. 3. Vandets temperaturfordeling efter springpåvirkning

Gennem tværsnittet ved x strømmer pr. sek. en varmemængde, V_x, der er lig med den transporterede varmemængde pr. sek. pr. grad, Q_w, ganget med vandtemperaturen ved x, T_{wx}:

$$V_x = Q_w \, T_{wx} \quad \frac{\text{kcal}}{\text{sek}} \qquad \text{(II.1.1)}$$

Ved tværsnittet x+Δx er vandtemperaturen noget mindre end T_{wx}, da vandet på strækningen Δx har afgivet varme til varmefladen. Vandtemperaturen ved x+Δx kaldes $T_{wx} + \Delta T_{wx}$. Den gennem tværsnittet x+Δx strømmende varmemængde pr. sek. er derfor

$$V_x + \Delta V_x = Q_w (T_{wx} + \Delta T_{wx}) \quad \frac{\text{kcal}}{\text{sek}} \qquad \text{(II.1.2)}$$

Differensen mellem V_x og $V_x + \Delta V_x$ er lig den varmemængde pr. sek., ΔP_x, som arealet ΔxH af varmefladen modtager fra vandstrømmen.

I selve rørvæggen findes ingen varmeenergi, da vi her sætter rørvæggens varmekapacitet lig nul.

Arealet ΔxH af varmefladen, der har temperaturen T_{rx}, modtager pr. sek. fra vandet en varmemængde, ΔP_x, der er lig med vandets totale varmeoverføringskoefficient, K_i, (se tabel I), ganget med forholdet imellem det lille areal ΔxH og det totale varmefladeareal, LH, der atter ganges med temperaturdifferensen mellem vand og varmeflade $(T_{wx} - T_{rx})$:

$$\Delta P_x = K_i \frac{\Delta x}{L} (T_{wx} - T_{rx}) \quad \frac{\text{kcal}}{\text{sek}} \qquad \text{(II.1.3)}$$

Ifølge det foregående har vi:

$$V_x - (V_x + \Delta V_x) = \Delta P_x \quad \frac{\text{kcal}}{\text{sek}}$$

Denne ligning kan ved hjælp af (II.1.1) og (II.1.2) udtrykkes således:

$$Q_w T_w - Q_w (T_{wx} + \Delta T_{wx}) = K_i \frac{\Delta x}{L} (T_{wx} - T_{rx})$$

eller

$$Q_w \Delta T_{wx} = K_i \frac{\Delta x}{L} (T_{wx} - T_{rx}) \quad \left[\frac{\text{kcal}}{\text{sek}}\right] \qquad \text{(II.1.4)}$$

Fra arealet ΔxH af varmefladen afgives til luften en varmemængde pr. sek., $\Delta P'_x$, der er lig med den totale varmeoverføringskoefficient til luften, K_u, ganget med forholdet imellem det lille areal ΔxH og det totale varmefladeareal, LH, der atter ganges med middeltemperaturdifferensen mellem varmeflade og luft, $(T_{rx} - pT_{ax})$:

$$\Delta P'_x = K_u \frac{\Delta x}{L} (T_{rx} - pT_{ax}) \quad \frac{\text{kcal}}{\text{sek}} \qquad \text{(II.1.5)}$$

Da rørvæggen er uden varmekapacitet, vil den varme, den modtager pr. sek., ΔP_x, være lig den varme, den afgiver pr. sek. Heraf fås følgende ligning:

$$\Delta P_x = \Delta P'_x$$

eller $$K_i \frac{\Delta x}{L} (T_{wx} - T_{rx}) = K_u \frac{\Delta x}{L} (T_{rx} - pT_{ax}) \qquad \text{(II.1.6)}$$

Den afgivne varme pr. sek., $\Delta P'_x = \Delta P_x$, er lig den varme pr. sek., luftstrømmen gennem arealet ΔxH modtager. Luften opvarmes fra 0 ^oC til T_{ax} ^oC, og modtager herved en varme pr. sek., $\Delta P''_x$, der er lig med luftens varmetransportkapacitet pr. sek., Q_a, ganget med den brøkdel, det lille areal, ΔxH, udgør af det totale varmefladeareal, LH, ganget med luftens temperaturforøgelse ved passage af varmefladen, T_{ax}. Dette giver ligningen:

$$\Delta P''_x = Q_a \frac{\Delta x}{L} T_{ax} \qquad \frac{\text{kcal}}{\text{sek}}$$

samt $$\Delta P_x = \Delta P''_x$$

eller $$K_u \frac{\Delta x}{L} (T_{rx} - pT_{ax}) = Q_a \frac{\Delta x}{L} T_{ax} \qquad \text{(II.1.7)}$$

der kan omskrives til:

$$\frac{K_u Q_a}{Q_a + pK_u} \cdot \frac{\Delta x}{L} T_{rx} = Q_a \frac{\Delta x}{L} T_{ax}$$

Sammenholdes dette udtryk med (II.1.7) ses det, at størrelsen

$$\frac{K_u Q_a}{Q_a + pK_u} = K'_u \qquad \text{(II.1.8)}$$

kan opfattes som den værdi af varmefladens ydre varmeoverføringskoefficient, der skal regnes med for at få overført samme varmemængde, såfremt luftens temperaturstigning gennem varmefladen var 0, dvs., virkningen af luftens opvarmning er taget i betragtning ved en korrektion af den totale varmeoverføringskoefficient, K_u.

K_u' kaldes den ækvivalente totale varmeoverføringskoefficient fra varmefladen til luften.

Den ækvivalente totale varmeovergangsmodstand 1/K fra vand til luft bliver således bestemt af ligningen:

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_i} + \frac{1}{K_u'}$$

eller

$$K = \frac{K_i K_u'}{K_i + K_u'} \qquad \frac{\text{kcal}}{\text{sek C}} \qquad (\text{II}.1.9)$$

K kaldes varmefladens ækvivalente totale varmeoverføringskoefficient.

Løses ligningerne (II.1.4), (II.1.6) og (II.1.7) får vi

$$\left.\begin{aligned} T_{rx} &= \frac{K}{K_u'} T_{wx} \\ T_{ax} &= \frac{K}{Q_a} T_{wx} \end{aligned}\right] \qquad (\text{II}.1.10)$$

$$-Q_w \Delta T_{wx} = \frac{K}{L} T_{wx} \Delta x \qquad (\text{II}.1.11)$$

Ligning (II.1.11) integreres, idet vi lader Δx og dermed ΔT_{wx} gå mod nul. Herved får vi:

$$\underline{T_{wx} = T_{wo}\, e^{-\frac{x}{x_o}}} \qquad [{}^{\circ}C] \qquad (\text{II}.1.12)$$

T_{wo} er vandreservoirets temperatur (vandets tilgangstemperatur) og

$$x_o = Q_w \frac{L}{K} = uAC_w L \frac{1}{K} = u \frac{W}{K} = u\tau \quad \text{meter} \qquad (\text{II}.1.13)$$

Her er indført varmekapaciteten W af det vand, der indeholdes i varmeveksleren:

$$W = AL\, C_w \qquad \frac{\text{kcal}}{C} \qquad \text{(II.1.14)}$$

W/K har dimensionen sekund og herfor er indført udtrykket

$$\tau = \frac{W}{K} \qquad \text{sek} \qquad \text{(II.1.15)}$$

τ er en konstant, idet vi forudsætter at K_u' og K_i er uafhængige af temperaturen. τ kaldes varmevekslerens karakteristiske tidskonstant, idet den spiller en betydelig rolle ved analysen af varmevekslerens dynamiske forhold, herom senere.

Af udtrykket (II.1.12) udledes det vigtige resultat, at vandpartiklernes temperatur falder efter en eksponentialkurve med eksponentialkonstanten x_o efterhånden som de strømmer frem gennem varmefladen. x_o er lig med den karakteristiske tidskonstant, τ, ganget med vandhastigheden, u, og er således en konstant ved denne del af analysen, hvor hastigheden holdes på en fast værdi.

Eksponentialkonstanten x_o [m] kaldes varmevekslerens karakteristiske længde, fordi den ifølge ligning (II.1.12) definerer forløbet af den eksponentielle afkølingskurve langs længdekoordinaten i vandstrømmens retning. Er varmevekslerens længde, L, lig med x_o, vil vandets overtemperatur falde 63% ved passage af varmefladen.

Vandstrømmens hastighed er u [m/sek]. Befinder en vandpartikel sig ved varmefladens indgang til tiden t=0, vil denne partikel efter tiden t [sek] være nået til afstanden x=ut [m] fra indgangen. Så lang tid, som denne vandpartikel befinder sig i varmeveksleren (tiden L/u [sek]) vil derfor følgende gælde:

$$t = \frac{x}{u} \qquad \text{for} \qquad 0 \leq t \leq \frac{L}{u} \qquad \text{(II.1.16)}$$

For en springvis temperaturændring til tiden $t=0$ kan længdekoordinaten x derfor også forsynes med en tidsskala, som angiver stedet for temperaturfronten for $t > 0$. Denne tidsskala er vist i fig. 3, side 58.

Til tiden $t=0$ ankommer det forreste tværsnit af den varme vandstrøm til indgangen ($x=0$). Efter tiden $t=x/u$ [sek], vil strækningen x af varmefladen afgive varme til luften, og efter tiden $t=L/u$ [sek] vil hele varmeveksleren være opfyldt af det varme vand. Temperaturen langs x-aksen vil følge en eksponentialkurve bestemt af ligning (II.1.12). Temperaturfordelingen langs varmefladens x-retning vil efter tiden $t=L/u$ være stationær, hvilket medfører, at varmeafgivelsen pr. sek. til luften bliver konstant efter tiden $t=L/u$.

Varmeafgivelsen pr. sek. for et lille stykke Δx af varmeveksleren er ifølge ligning (II.1.5):

$$\Delta P'_x = \Delta P_x = K_u \frac{\Delta x}{L} (T_{rx} - pT_{ax}) \qquad \text{(II.1.5)}$$

Af ligningerne (II.1.6) og (II.1.1o) får vi

$$T_{rx} - pT_{ax} = \frac{K_i K'_u}{K_i + K'_u} \frac{1}{K_u} T_{wx}$$

Heraf ses, at varmeafgivelsen for det lille stykke Δx af varmeveksleren bliver

$$\Delta P_x = \frac{K}{L} T_{wx} \Delta x \qquad \frac{\text{kcal}}{\text{sek}} \qquad \text{(II.1.17)}$$

K er den ækvivalente totale varmeoverføringskoefficient fra vand til luft; ved en korrektion er virkningen af luftens opvarmning taget i betragtning (se II.1.8).

Varmevekslerens totale varmeafgivelse pr. sek. fås ved at integrere ligning (II.1.17) fra 0 til L, idet vi lader $\Delta x \Rightarrow 0$:

$$0 \leq x \leq L \qquad P_1 = \int_0^L \frac{K}{L} T_{wx} \, dx \qquad \text{(II.1.18)}$$

De vandpartikler, der er kommet ind i varmeveksleren til en tid $0 \leq t \leq L/u$ [sek], befinder sig på stedet $x=tu$ og har ifølge (II.1.2) temperaturen:

$$T_{wx} = T_{w(tu)} = T_{wo}\, e^{-t \frac{u}{x_o}} \qquad \text{(II.1.19)}$$

Fra det øjeblik, $t=0$, det varme vand ankommer til varmefladen, til det tidspunkt, $t=L/u$, hvor hele varmefladen er fyldt med varmt vand er P's afhængighed af t ifølge ligning (II.1.18), (II.1.19) og (II.1.13):

$$\underline{0 \leq t \leq \frac{L}{u}:}$$

$$P(t) = \int_0^t \frac{K}{L} T_{wo}\, e^{-\frac{tu}{x_o}}\, u\,dt = Q_w\left(1-e^{-t\frac{u}{x_o}}\right)T_{wo} \quad \left[\frac{\text{kcal}}{\text{sek}}\right] \qquad \text{(II.1.2o)}$$

Til tiden $t=L/u$ er en stationær værdi nået, og P bliver konstant lig P(t)'s værdi for $t=L/u$, dvs.:

$$\underline{t > \frac{L}{u}:} \quad P(t) = Q_w\left(1-e^{-\frac{L}{x_o}}\right)T_{wo} \qquad \frac{\text{kcal}}{\text{sek}} \qquad \text{(II.1.21)}$$

Ligning (II.1.2o) taget sammen med (II.1.21) angiver P's variation med tiden i tidsintervallet, $0 \leq t < \infty$. Ligningen mellem varmeafgivelsen pr. sek. og varmevekslerens indgangsstørrelse, reservoirets temperatur, er således fundet for et temperaturspring af størrelse T_{wo}.

Hvis P(t)'s virkelige indsvingning erstattes med en enkelt eksponentiel indsvingning, vil det være naturligt at give tidskonstanten den værdi, der svarer til ændringens slutværdi, P(L/u), divideret med begyndelsesværdien af tangenthældningen, P'(0).

Den således bestemte, ækvivalente tidskonstant bliver da

$$\tau_T = \frac{P(\frac{L}{u})}{P'(0)} = \frac{Q_w\left(1-e^{-\frac{L}{x_o}}\right)T_{wo}}{Q_w\, T_{wo}\, \frac{u}{x_o}} = \tau\left(1-e^{-\frac{L}{x_o}}\right) \quad \text{sek} \qquad \text{(II.1.22)}$$

Det ses, at $\tau_T \to 0$ for $L/x_o \to 0$, dvs., lille tidskonstant for en kort varmeveksler, der kun giver ringe afkøling af det gennemløbende vand. Vi ser, at $\tau_T \to \tau = W/K$ for $L/x_o \to \infty$, dvs., for en lang varmeveksler, der afkøler det gennemløbende vand fuldstændigt, går τ_T mod τ, varmevekslerens karakteristiske tidskonstant.

Da vi vil undersøge varmevekslerens dynamiske egenskaber ved hjælp af frekvenskarakteristikker, Laplacetransformeres P(t) givet ved (II.1.20) og (II.1.21), hvilket giver til resultat:

$$P(s)=Q_w \frac{1-e^{-\frac{L}{x_o}} e^{-s\frac{L}{u}}}{1+s\tau} \frac{T_{wo}}{s} \qquad (II.1.23)$$

Da den Laplacetransformerede af et temperaturspring af størrelse T_{wo} er T_{wo}/s, ses af (II.1.23), at ligningen mellem de Laplacetransformerede af varmeafgivelsen pr. sek. og vandreservoirets temperatur bliver

$$\underline{\underline{P(s) = H_T(s)\ T_{wo}(s)}} \qquad (II.1.24)$$

$$\underline{\underline{H_T(s) = Q_w \frac{1-e^{-\frac{L}{x_o}} e^{-s\frac{L}{u}}}{1+s\tau}}} \qquad (II.1.25)$$

På grundlag af (II.1.20) og (II.1.21) kan varmeafgivelsen pr. sek. afbildes som funktion af tiden, t, når vandtemperaturen ændres med et spring af størrelsen T_{wo} til tiden t=0; se fig. 4. Indsvingningen af P(t) starter som en eksponentialkurve mod en grænseværdi, der er $Q_w T_{wo}$, dvs., mod den forøgelse i varmemængde pr. sek. som vandet transporterer. Men allerede ved $t=L/u$ er den stationære tilstand nået, og eksponentialkurven går over i en konstant værdi. Hvis varmeveksleren er meget lang, $L >> x_o$, vil vandet nå at blive fuldstændig afkølet inden det forlader varmefladen, og i så fald vil hele forøgelsen, $Q_w T_{wo}$, blive overført til luftstrømmen.

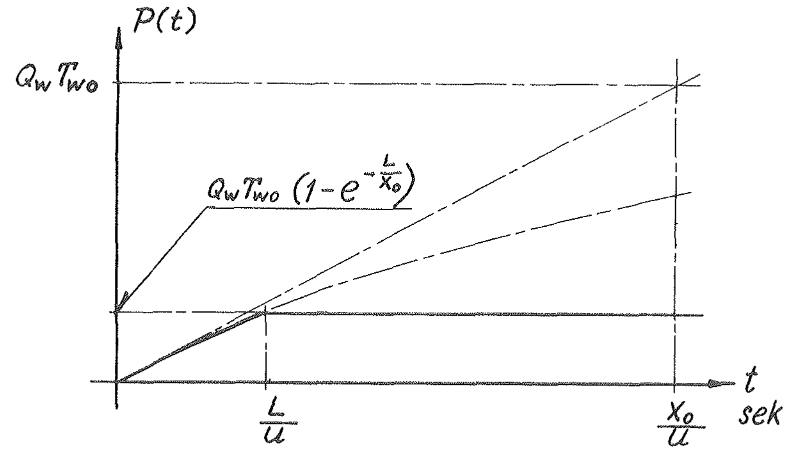


Fig. 4. Ændring i varmeafgivelsen pr. sek., P(t), som funktion af tiden, når det indløbende vands temperatur til tiden t=0 ændres i et spring af størrelsen T_{wo} °C.

Af formel (II.1.12) blev det udledt, at vandpartiklernes temperatur falder efter en eksponentialkurve efterhånden som de strømmer gennem varmefladen.

Vi antager nu, at vandstrømmen har temperaturen 0 [°C]. Vi tænker os dernæst, at vi giver et meget tyndt lag i vandstrømmen temperaturen T_{wo}, inden det løber ind i varmeveksleren. Det kunne tænkes udført ved, at vi i kort tid, Δt, skiftede fra vandreservoiret med temperaturen 0 °C til vandreservoiret med temperaturen T_{wo} °C. Vandhastigheden er u [m/sek] og tykkelsen af det vandlag, der får temperaturen T_{wo} °C, bliver således u Δt meter. Vi gør Δt så lille, at $u \Delta t << L$. Vort eksperiment svarer da til, at vi til tiden t=0 påtrykker varmevekslerens indgang en impuls af højden T_{wo} og med en varighed på $\Delta t << L/u$ sek. Kun det sted af varmefladen, hvor det varme vandlag befinder sig, vil afgive varme, da vandstrømmen iøvrigt er 0 [°C]. Når det varme vandlag efter tiden t = L/u [sek] er nået gennem varmeveksleren, afgives således ikke mere varme. Det varme vandlags temperatur til tiden t er ifølge (II.1.19):

$$T_w(t) = T_{wo}\, e^{-t\frac{u}{x_o}} \qquad (II.1.19)$$

Den afgivne varme pr. sek., P, er da (se (II.1.17):

$$0 < t \leq \frac{L}{u} : P(t) = \frac{K}{L} T_{wo} e^{-t\frac{u}{x_o}} \frac{u\Delta t}{\Delta t} = \frac{K}{L} T_{wo}\, u\, e^{-t\frac{u}{x_o}} \qquad (II.1.26)$$

$$\frac{L}{u} < t < \infty : P = 0$$

P(t) som funktion af t er optegnet på fig. 5. Fig. 5 fremstiller varmeveksIerens impulsrespons for temperaturvariation på indgangen.

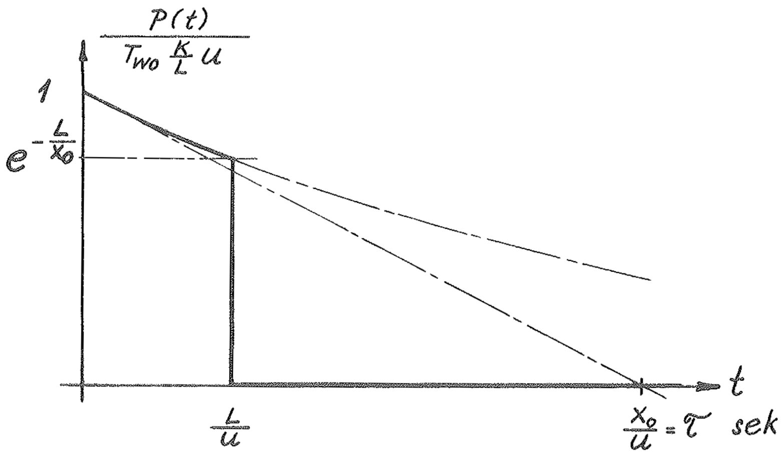


Fig. 5. Varmevekslerens impulsrespons ved temperaturvariation af tilgangsvandet.

Beregning af frekvenskarakteristikker.

$H_T(s)$ (formel (II.1.25)) kan opdeles i tre faktorer

$$H_T(s) = H_1\ H_2\ H_3$$

1. faktor: $H_1 = Q_w = u\ a\ C_w$, er en konstant, da vi foreløbig kun regner med temperaturvariationer.

2. faktor: $H_2 = \frac{1}{1+s\tau}$ (II.1.27)

τ er varmevekslerens karakteristiske tidskonstant, $\tau = W/K$ [sek]

3. faktor: $H_3 = 1-e^{-\frac{L}{x_o}}\ e^{-s\frac{L}{u}}$ består af 2 led.

1. led er konstanten 1. Den kan opfattes som en vektor, $1\,\angle 0$.

2. led består af to faktorer:

a. konstanten $e^{-\frac{L}{x_o}} = e^{-\frac{L}{u\tau}}$, som kun afhænger af varmevekslerens konstruktion og vandhastigheden.

b. forsinkelsen $e^{-s\frac{L}{u}} = e^{-j\omega\frac{L}{u}}$, en faktor med amplituden 1 og en med ω stadig voksende fasedrejning. Faktoren kan opfattes som en vektor:

$$e^{-j\omega\frac{L}{u}} = 1\,\angle{-\omega\tfrac{L}{u}}$$

Adderes de to vektorer fra 1. og 2. led i et koordinatsystem fås, at stedkurven for sumvektorens koordinater bliver en cirkel:

Centrum (1,0)

Radius $e^{-\frac{L}{x_o}}$

Til en given vinkelfrekvens af T_{wo}, ω, svarer et punkt på cirklen. Se fig. 6, næste side.

Af de resultater, der kan aflæses ud fra geometrien i fig. 6 kan man slutte følgende om H_T's amplitude- og fasekarakteristikker:

Både amplitude- og fasekarakteristikken har skiftende maksima og minima på grund af faktoren H_3.

Forholdet mellem faktoren H_3's maksima og minima er:

$$\frac{H_{3max}}{H_{3min}} = \frac{1+e^{-\frac{L}{x_o}}}{1-e^{-\frac{L}{x_o}}} \qquad (II.1.28)$$

Jo mindre forholdet mellem varmefladens længde L og den karakteristiske længde x_o er, dvs., jo mindre vandet afkøles ved at løbe igennem varmeveksleren, jo større er forholdet mellem amplitudekarakteristikkens maksima og minima. Af ligning (II.1.13) haves:

$$\frac{L}{x_o} = \frac{K}{Q_w} = \frac{K\ T_{wx}}{Q_w T_{wx}} \qquad (II.1.29)$$

K er den totale, ækvivalente varmeoverføringskoefficient fra vandstrøm til luftstrøm. Den pr. sek. afgivne varme til luftstrømmen er på stedet x proportional med K T_{wx}. Vandets varmetransportkapacitet pr. sek. er Q_w. Vandets varmetransport pr. sek. er $Q_w T_{wx}$ [kcal/sek].

Af disse bemærkninger samt (II.1.28) og (II.1.29) ses, at forholdet mellem vandstrømmens afgivne og transporterede varmemængde er afgørende for forholdet mellem overføringsfunktionen H_T's ekstrema. Jo mindre forholdet afgivne varme/transporteret varme er, jo større bliver forholdet mellem karakteristikkernes maksima og minima.

I de varmevekslere, der anvendes i praksis, er varmefladens længde, L, temmelig kort, og vandets temperaturfald langs varmeveksleren er ret lille. På den måde udnytter man

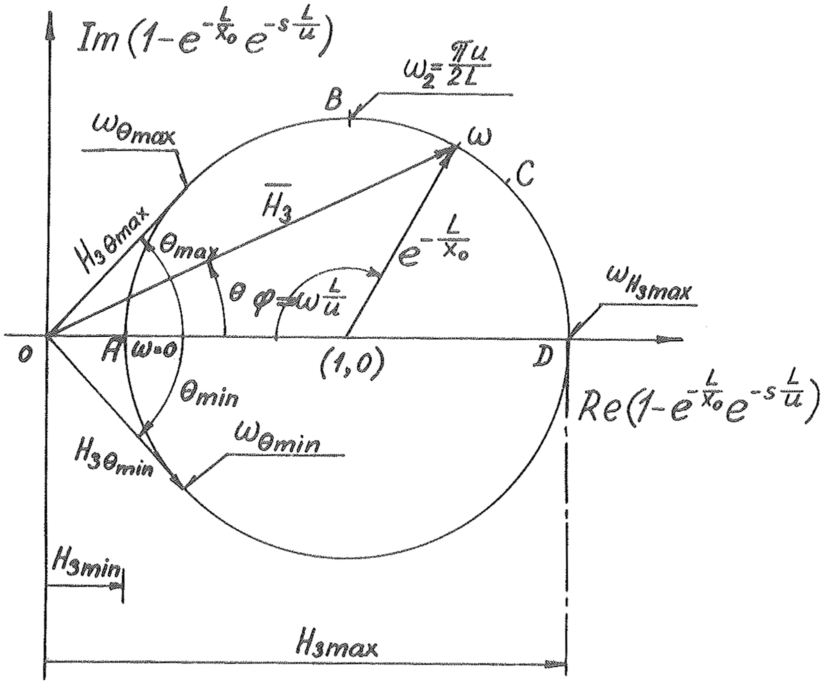


Fig. 6. Se tekst næste side.

Fig. 6. De geometriske forhold for vektoren

$$\overline{H_3} = 1-e^{-\frac{L}{x_o}} e^{-j\omega\frac{L}{u}}$$

Af figuren aflæses direkte:

$$\Theta_{H_{3min}} = \Theta_{H_{3max}} = 0$$

$$-\Theta_{min} = \Theta_{max} = \text{arc sin } e^{-\frac{L}{x_o}}$$

$$H_{3min} = 1-e^{-\frac{L}{x_o}}$$

$$H_{3max} = 1+e^{-\frac{L}{x_o}}$$

$$H_{3_{\Theta max}} = \sqrt{1-e^{-\frac{2L}{x_o}}}$$

$$\omega_{H_{3min}} = 0+2\ m\ \pi\ \frac{u}{L} \qquad m = 0,1,2.....q..$$

$$\omega_{H_{3max}} = \pi\ \frac{u}{L} + 2n\ \pi\ \frac{u}{L} \qquad n = 0,1,2.....r..$$

$$\omega_{\Theta max} = \frac{u}{L}\text{arc sin } H_{3_{\Theta max}} + 2\alpha\pi\ \frac{u}{L} \qquad \alpha = 0,1,2.....$$

$$\omega_{\Theta_{min}} = -\frac{u}{L}\text{arc sin } H_{3_{\Theta max}} + 2\beta\pi\ \frac{u}{L} \qquad \beta = 1,2.......$$

bedst hele varmefladens overflade; men det medfører, at forholdet mellem afgiven og transporteret varmemængde er lille, således at varmeveksierens frekvenskarakteristikker vil udvise udprægede maksima og minima.

Fasekarakteristikken for faktoren H_3 vil svinge mellem Θ_{max} og $\Theta_{min} = -\Theta_{max}$, se fig. 6. Θ_{max} er mindre end 90^o. H_2's fasedrejning kan aldrig overstige -90^o (H_2 er en tidskonstant). H_T's samlede fasedrejning kan altså i dette simplificerede tilfælde ikke overstige 180^o.

Frekvenskarakteristikken for en krydsvarmeveksler uden rørvarmekapacitet er optegnet på kurveblad 8. De anvendte data er givet i afsnit 5.

Sker ændringen af vandreservoirets temperatur efter en sinusform ($\sin\omega t$) ses af fig. 6, at faktoren H_3 er maksimum, når vinkelfrekvensen er

$$\omega_{H_{3max}} = \pi \frac{u}{L} + 2n\,\pi \frac{u}{L} \quad [sek^{-1}] \quad n = 0,1,2 \ldots$$

eller frekvensen (II.1.30)

$$f_{H_{3max}} = \frac{u}{2L} + n \frac{u}{L} \quad [sek^{-1}] \quad n = 0,1,2 \ldots$$

Det tager tiden

$$t_{H_{3max}} = \frac{1}{f_{H_{3max}}} = \frac{L}{u} \frac{2}{2n+1} \quad [sek] \quad n = 0,1,2 \ldots \text{(II.1.31)}$$

for temperaturændringen at gennemløbe en hel periode af sinussvingningen (en bølgelængde).

Reservoirets temperatur ændrer sig sinusformet. Vandet løber bort fra reservoiret med den konstante hastighed u [m/sek]. Temperaturfordelingen langs vandstrømmen vil derfor følge en sinussvingning.

Reservoirets temperatur T_{wo} gennemløber en hel periode på tiden

$$t_{H_{3max}}$$

På den tid er vandpartiklerne nået

$$u\, t_{H_{3max}} = \frac{2L}{2n+1} \quad \text{meter}$$

længere frem i varmefladen. En bølgelængde "fylder" altså $2L/2n+1$ [meter] i vandstrømmens retning. Varmeveksleren er L [meter] lang, dvs., den er

$$\frac{L}{\frac{2L}{2n+1}} = n + \frac{1}{2}\ , \quad (n = 0,1,2\ \ldots)$$

bølgelængder lang. Heraf ses, at faktoren H_3 er maksimum, når ω har en sådan værdi, at varmeveksleren er et ulige antal halve bølgelængder lang.

Dette resultat passer sammen med en simpel fysisk betragtning.

Temperaturfordelingen langs varmefladen er en eksponentialkurve overlejret med en svagt dæmpet sinussvingning. Ved halvbølger over eksponentialkurven er varmeafgivelsen større end ved halvbølger under eksponentialkurven. Det er da forståeligt, at ændringen i varmeafgivelsen, ud fra et givet arbejdspunkt for varmeveksleren, må være størst, når antallet af halvbølger over eksponentialkurven er 1 større end antallet af halvbølger under eksponentialkurven eller vice versa. Dette vil netop sige, at varmeveksleren er et ulige antal halve bølgelængder lang.

Indeholder varmeveksleren et lige antal halve bølgelængder, vil vi efter samme ræsonnement slutte, at ændringen i varmeafgivelse vil være mindst.

Dette passer også med fig. 6, hvoraf det aflæses, at H_{3min} opnås for

$$\omega_{H_{3min}} = 2\, m\, \pi\, \frac{u}{L}$$

$$m = 0,1,2\ \ldots \qquad \text{(II.1.32)}$$

$$f_{H_{3min}} = m\, \frac{u}{L}$$

Udledelse af et tilnærmet udtryk for

$$H_T(s) = \frac{Q_w}{1+s\tau}\left(1-e^{-\frac{L}{x_o}}e^{-s\frac{L}{u}}\right)$$

Vi vil i det følgende søge at tilnærme den i H_T indgående faktor

$$H_3 = e^{-\frac{L}{x_o}}e^{-s\frac{L}{u}} = 1-e^{-\frac{L}{x_o}}e^{-j\omega\frac{L}{u}}$$

med et udtryk, hvori der ikke forekommer eksponentialfunktioner.

H_3's geometriske egenskaber vises i fig. 6. Vektoren H_3's endepunkt starter for vinkelfrekvensen $\omega=0$ i punktet A på Re-aksen, for derefter ved stigende ω at følge cirklen ABCD. For jævnt stigende ω vil endepunktet bevæge sig langs cirkelperiferien i urets retning med jævn hastighed. For $\omega \to \infty$ vil periferien således gennemløbes et uendeligt antal gange.

Vi ønsker at finde en vektor, der angives ved et simplere udtryk end H_3, men som har lignende egenskaber. Hertil undersøger vi vektoren

$$H_4 = K\,\frac{1+as}{1+bs} = K\,\frac{1+aj\omega}{1+bj\omega} \qquad \text{(II.1.33)}$$

hvis endepunkt i et $\mathrm{Im}(H_4)$-$\mathrm{Re}(H_4)$ koordinatsystem for $\omega=0$ befinder sig i (K,0) for derefter for stigende ω at følge en halvcirkel ABCD (se fig. 7, næste side). For $\omega \to \infty$ vil endepunktet konvergere mod halvcirklens skæring med Re-aksen, punktet (K a/b , 0).

Det ses ved betragtning af fig. 6 og fig. 7, at halvcirklen i fig. 7 ved passende valg af de konstanter, der indgår i $H_4(j\omega)$, kan bringes til at dække øverste halvdel af cirklen i fig. 6.

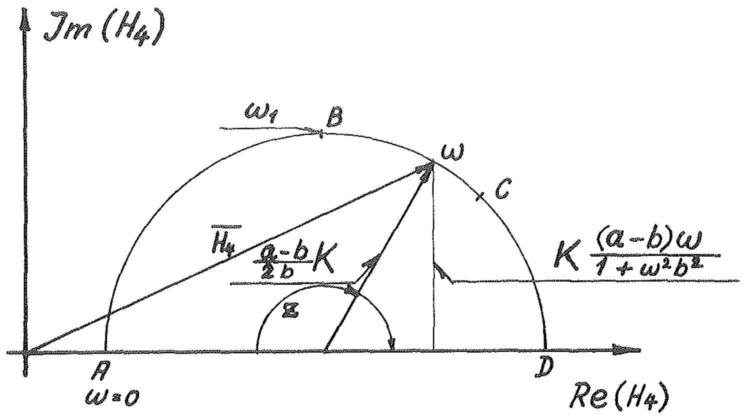


Fig. 7. De geometriske forhold for vektoren

$$\overline{H_4} = K \frac{1+j\omega a}{1+j\omega b}$$

For at kunne erstatte vektoren H_3 med H_4 må man forlange, at endepunktet af vektoren for et givet ω vil være det samme for begge vektorer. Dette kan umuligt opnås for alle ω, da H_4's endepunkt for $\omega \to \infty$ går mod punkt D (fig. 7), mens H_3's endepunkt stadig vil rotere langs cirkelperiferien.

Nu vælges H_4's konstanter således, at den vinkelfrekvens ω_1, for hvilken vektorens endepunkt falder i punkt B, er den samme som den lavest mulige vinkelfrekvens ω_2, for hvilken H_3's endepunkt falder i punkt B. Vektorerne H_3 og H_4 vil da være sammenfaldende for $\omega=\omega_1=\omega_2$. Desuden vil H_3 og H_4 være meget nært sammenfaldende på strækningen AB af cirkelperiferien og helt op til 3/4 af halvcirklens periferi vil fejlen ikke være særlig stor, (en vinkelfejl på mindre end 20%).

Punktet B på periferien svarer til

$$\omega = \omega_1 = \frac{\pi u}{2L}$$

Varieres vandreservoirets temperatur med denne frekvens kan der netop indeholdes 1/4 bølgelængde i varmefladens længderetning.

Tilnærmelsen $H_3 \sim H_4$ vil kun give en lille fejl for frekvenser

$$\omega \leq \frac{3}{4}\,\omega_{H_{3max}}$$

hvor $\omega_{H_{3max}}$ er den frekvens, hvor faktoren H_3 har sit første maksimum (ved denne frekvens svarer varmefladens længde til en halv bølgelængde).

I appendix nr. I er H_4's konstanter fundet:

$$K = 1-e^{-\frac{L}{x_o}}$$

$$b = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{L}{u} \qquad \text{(II.1.34)}$$

$$a = \frac{2}{\pi}\,\tau\,D$$

a er afhængig af vandhastigheden. Faktoren D er optegnet som funktion af

$$\frac{L}{x_o} = \frac{L}{u\tau}$$

på kurveblad 2.

Krydsvarmevekslerens overføringsfunktion for variationer af vandreservoirets temperatur kan da med tilnærmelse skrives:

$$H_T(s) \simeq H'_T(s) = \frac{Q_w\left(1-e^{-\frac{L}{x_o}}\right)}{1+s\tau} \cdot \frac{1+\frac{2}{\pi}s\tau D}{1+\frac{2}{\pi}s\frac{L}{u}} \qquad \text{(II.1.35)}$$

Normalt vil vandhastigheden i varmeveksIerens anvendte arbejdspunkter være af en sådan størrelse, at vandafkølingen ikke overstiger ca. 60%. I så fald gælder:

$$u > \frac{L}{\tau}: \ H_T(s) \simeq H'_T(s) \simeq \frac{Q_w(1-e^{-\frac{L}{x_o}})}{1 + \frac{2}{\pi} s \frac{L}{u}} \qquad (II.1.36)$$

Ved lavere vandhastigheder gælder:

$$u < \frac{L}{2\tau}: \ H_T(s) \simeq H'_T(s) \simeq \frac{Q_w(1-e^{-\frac{L}{x_o}})}{1+s\tau} \qquad (II.1.37)$$

$H'_T(s)$ gælder uden større fejl op til $\omega \sim 3/4\ \omega_{H_{3max}}$.
Ved $\omega = \omega_{H_{3max}}$ svarer varmefladens længde til 1/2 bølgelængde.

$H'_T(s)$ består, for $u > L/\tau$ eller $u < L/2\tau$, af en konstant gange en tidskonstant. Konstanten

$$Q_w(1-e^{-\frac{L}{x_o}})$$

er proportional med vandets varmetransportkapacitet pr. sek. (Q_w) og vokser med forholdet L/x_o, der er lig forholdet mellem afgiven og transporteret varme (se II.1.29).

For $u > L/\tau$ er $|H'_T(s)|$ aftaget 3 dB ved vinkelfrekvensen

$$\omega_{3dB} = \frac{\pi}{2}\ \frac{u}{L}$$

Hertil svarer en bølgelængde, der er fire gange varmefladens længde.

For $u < L/2\tau$ er $|H'_T(s)|$ aftaget 3 dB ved vinkelfrekvensen

$$\omega_{3dB} = \frac{1}{\tau}$$

På kurveblad 8 er punkter af en frekvenskarakteristik for den tilnærmede $H'_T(s)$ (for $u > L/\tau$) optegnet til sammenligning med den virkelige overføringsfunktion $H_T(s)$. Heraf ses, at de tilnærmede kurver ikke har de originale kurvers variationer, men er en slags "middelkurver" for disse, og som sådan giver et ret godt billede af varmevekslerens frekvensforhold selv ved så høje frekvenser, at tilnærmelsen efter det foregående ville være utilladelig.

Afsnit 2. Konstruktion af analogmodeller.

I det foregående er vist, hvorledes man er i stand til at analysere en krydsvarmeveksler for variationer i vandreservoirets temperatur. Der var set bort fra varmefladens egen varmekapacitet, og iøvrigt gjort de simplificerende forudsætninger som omtalt i begyndelsen af afsnit 1.

I det følgende undersøges mulighederne for at opbygge en analogmodel af den i det forrige behandlede krydsvarmeveksler uden egen varmekapacitet.

I afsnit 1 udledtes af formel (II.1.12) det vigtige resultat, at vandpartiklernes temperatur falder efter en eksponentialkurve, efterhånden som de kommer ind i varmeveksleren.

Opdeles varmeveksleren i sektioner af længden Δx, ses det, at et vandtværsnit, der ved x ankommer til sektionen med temperaturen T_{wx}, vil forlade sektionen $\Delta x/u$ sek. efter, (u er vandhastigheden). Temperaturen vil da være $T_{wx}+\Delta T_{wx}$, hvor T_{wx} og $T_{wx}+\Delta T_{wx}$ ifølge (II.1.12) er bestemt ved

$$T_{wx} = T_{wo}\, e^{-\frac{x}{x_o}} \qquad (II.1.12)$$

og

$$T_{wx}+\Delta T_{wx} = T_{wo}e^{-\frac{x+\Delta x}{x_o}} = T_{wo}\ e^{-\frac{x}{x_o}}\ e^{-\frac{\Delta x}{x_o}} \qquad (II.2.1)$$

Hvis $\Delta x << x_o$ haves

$$T_{wx}+\Delta T_{wx} = T_{wo}e^{-\frac{x}{x_o}}\left(1 - \frac{\Delta x}{x_o}\right) = T_{wx}\left(1 - \frac{\Delta x}{x_o}\right) \qquad (II.2.2)$$

Efter sektionen vil vandtværsnittet dels have en lavere temperatur bestemt ved (II.2.2), dels være forsinket $\Delta x/u$ sek.

Ved opbygning af en elektrisk analogmodel af temperaturforløbet langs varmefladen, vil man simulere temperaturer med elektriske spændinger.

Ifølge (II.2.2) skal en sektion af den elektriske analogmodel opfylde følgende krav:

1) Sektionen skal indeholde en dæmpning, således at udgangsspændingen $T_{wx}+\Delta T_{wx}$ er lig indgangsspændingen T_{wx}, multipliceret med $(1-\Delta x/x_o)$. Da Δx er lille i forhold til x_o vil $T_{wx}+\Delta T_{wx}$ være meget nær lig T_{wx}.

2) Udgangsspændingen skal være forsinket $\frac{\Delta x}{u}$ sek i forhold til indgangsspændingen.

Gøres antallet af analogmodellens sektioner meget stort ($\Delta x \to 0$) kan det vises, at en analyse af analogmodellens spændingsforhold vil føre til de samme partielle differentialligninger, man kommer til ved analyse af temperaturfordelingen langs varmefladen i den hidtil behandlede krydsvarmeveksler.

En analogmodel af varmevekslerens temperaturforløb langs varmefladen kan således opbygges af $L/\Delta x$ $(L >> \Delta x)$ sektioner. Hver sektion må ifølge det foregående være opbygget som vist fig. 8 (næste side), idet

$$e^{-s\frac{\Delta x}{u}}$$

ifølge Laplacetransformationen angiver en tidsforsinkelse på $\Delta x/u$ sek.

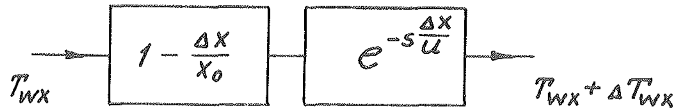


Fig. 8.

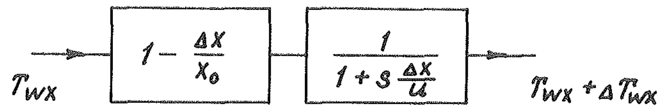


Fig. 9.

Fig. 8. Sektion med tidsforsinkelse.

Fig. 9. Sektion med tidskonstant.

En tidsforsinkelse betyder en fasedrejning af et sinusformet indgangssignal proportional med frekvensen.

Som tilnærmelse til en tidsforsinkelse kan anvendes en tidskonstant $1/1+s\tau$, der dæmper og fasedrejer indgangsstørrelsen.

På kurveblad 1 er frekvenskarakteristikken for $e^{-s\tau}$ og $1/1+s\tau$ afbildet med en lineær frekvensakse. Af denne afbildning ses, at ved $\omega\tau=0,5$ afviger amplituden af $1/1+s\tau$ kun 1 dB (ca. 10%) fra $e^{-s\tau}$, og fasen afviger kun ca. 2^o(ca. 7% af fasen for $e^{-s\tau}$).

Det vil altså være en brugbar tilnærmelse for fasedrejninger under ca. 30^o pr. sektion ($\omega\tau \approx 0,5$) at erstatte tidsforsinkelsen $e^{-s\tau}$ med tidskonstanten $1/1+s\tau$. Man kan derfor opbygge to former for analogmodeller, svarende til fig. 8 og fig. 9.

Analogmodel I med tidsforsinkelse.

Denne model kan opbygges af en tidsforsinkelseskæde samt en analogregnemaskineforstærker med lige så mange indgange som antallet af sektioner, hvori den simulerde varmeflade er opdelt.

Hver sektion skal have en tidsforsinkelse på $\Delta x/u$ sek., dvs., indeholde en faktor

$$e^{-s\frac{\Delta x}{u}}$$

For at opnå dette, seriekobles n sektioner af en tidsforsinkelseskæde, hver sektion med forsinkelsen $\Delta x/u$ sek. Indgangsspændingen på første sektion svarer til vandstrømmens indgangstemperatur, T_{wo}. Udgangsspændingen fra den første sektion ganges med en faktor,

$$(1 - \frac{\Delta x}{x_o}) = \Theta$$

Herved dannes en spænding, der svarer til temperaturen efter første varmefladesektion, $T_{wo}+\Delta T_{wo}=T_{w\Delta x}$. Udgangssignalet fra den anden sektion ganges med en faktor

$$(1 - \frac{\Delta x}{x_o}) = \Theta^2$$

herved dannes en spænding, der svarer til temperaturen efter anden varmefladesektion, $T_{w\Delta x}+\Delta T_{w\Delta x}=T_{w2\Delta x}$. Således fortsættes og man er da i stand til sektionsvis at simulere temperaturfordelingen langs en varmeflade som vist fig. 10 (næste side).

Varmevekslerens varmeafgivelse pr. sek. er lig integralet af temperaturfordelingen langs varmefladens x-akse, multipliceret med faktoren K/L (se afsnit 1, ligning (II.1.18)):

$$P = \frac{K}{L} \int_0^L T_{wx}\, dx \qquad \frac{\text{kcal}}{\text{sek}} \qquad \text{(II.2.3)}$$

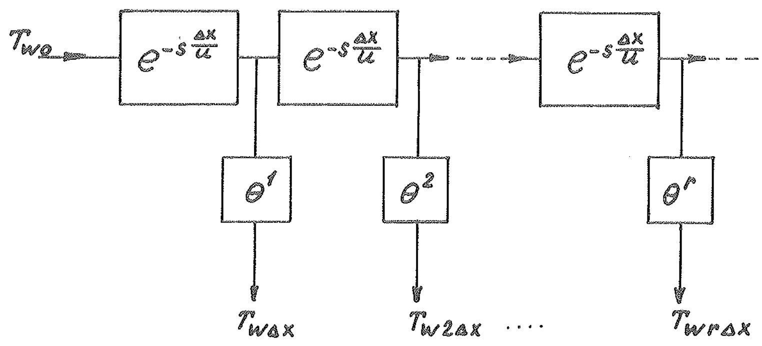


Fig. 10. Analogmodel I. Principdiagram af simuleringen af varmefladens temperaturfordeling.

Opbygges analogmodellen til bestemmelse af varmefladens temperaturfordeling som vist fig. 10, kan P tilnærmelsesvis simuleres ved at erstatte integralet i (II.2.3) med summen af de enkelte sektioners temperatur, ganget med Δx:

$$P \approx \frac{K}{L} \sum_{r=1}^{r=10} T_{wr\Delta x} \Delta x = \Delta x \frac{K}{L} \sum_{r=1}^{r=10} T_{wr\Delta x} \qquad \text{(II.2.4)}$$

For hver sektion skal vi for at kunne udregne P, varmeafgivelsen pr. sek., have et udtag, $T_{w\Delta x}$, $T_{w2\Delta x}$, ... $T_{wn\Delta x}$. Tilnærmelsen i metoden ligger i, at hver sektion antages at være så lille, at temperaturændringen langs denne er negligibel. Da værdien $T_{wr\Delta x}$ repræsenterer hele den r'te sektion, vil det være naturligt at udtage T_w's middelværdi langs sektionen. Er T_w's variation langs x monoton, vil placering af udtaget midt i hver sektion være rimelig. Analogmodellen begynder derfor med en halv sektion, hvis udgangsspænding, $T_w \frac{\Delta x}{2}$ svarer til et udtag midt i første sektion, Herefter følger en hel sektion, hvis udgangsspænding

$$T_w \frac{\Delta x}{2} + \Delta x = T_w \frac{3}{2} \Delta x$$

svarer til et udtag midt i anden sektion. Herefter følger i modellen n-1 hele sektioner, og modellen ender med en halv sektion, så antallet af sektioner bliver n. Da udgangsspændingen for den sidste halve sektion ikke anvendes, kan denne halve sektion dog udelades ved opstillingen. En model med 10 sektioner til undersøgelse af P's variation med T_{wo} kan da opbygges som vist fig. 11. Udtagene fra tidsforsinkelseskædens sektioner summeres i en forstærker, hvis indgange er afpasset således, at indgangssignalerne multipliceres med θ, θ^2 .... θ^{10}.

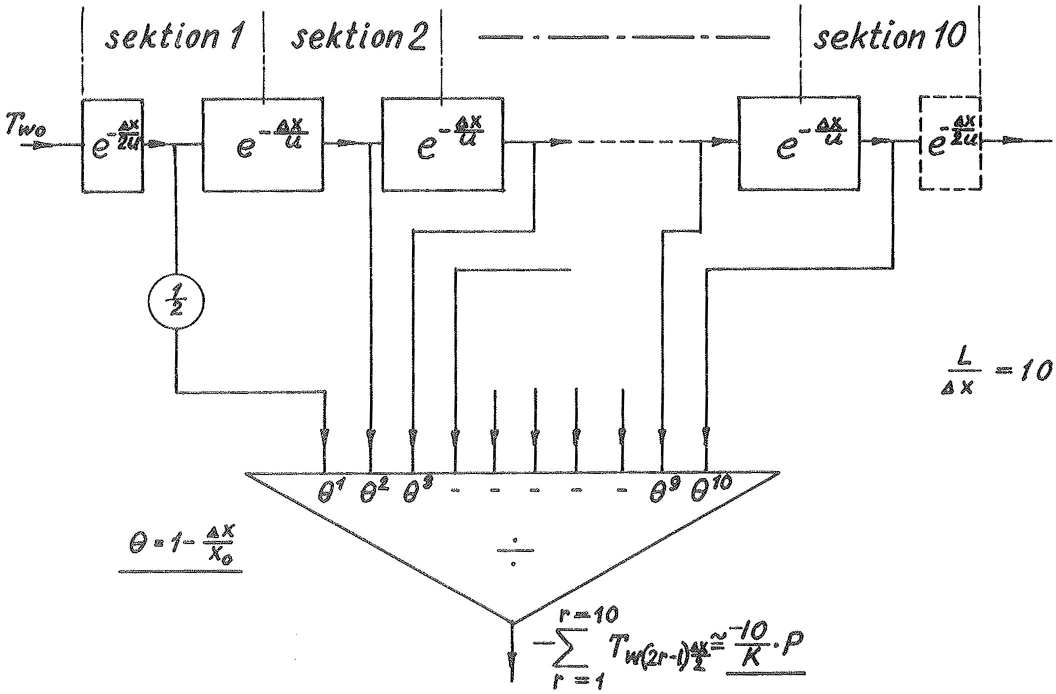


Fig. 11. Analogmodel I. Diagram af 10-sektions opstilling på SAM I.

Lad os betragte en sektion af analogmodellen fig. 11. Ved sektionens indgang angives temperaturen ved en vektor, $T_{wr\Delta x}$, og ved sektionens udgang ved en anden vektor, $T_{w(r+1)\Delta x}$. Vi kalder vinklen mellem disse vektorer 2φ som vist fig. 12.

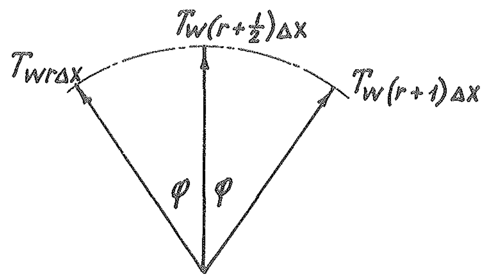


Fig. 12. Temperaturvektorer for en enkelt sektion i analogmodel I (fig. 11).

Den vektor, som svarer til udtaget midt i sektionen, og som anvendes til at repræsentere denne, er i fig. 12 angivet ved $T_{w(r+\frac{1}{2})\Delta x}$. For at denne skal være et gyldigt udtryk for temperaturen i sektionen, må den være lig med, eller næsten lig med, den halve sum af de to vektorer, $T_{w\Delta x}$ og $T_{w(r+1)\Delta x}$. Hvis φ er lig med 0, vil dette eksakt være opfyldt, men er φ større, vil $T_{w(r+\frac{1}{2})\Delta x}$ være større end endevektorernes halve sum. At φ ikke er ~ 0, vil dog ikke give nogen stor fejl, hvis blot $\cos\varphi \sim 1$. Hvis φ er 40° ($\cos\varphi = 0{,}77$) vil $T_{w(r+\frac{1}{2})\Delta x}$ kun have ca. 20% fejl på vektorlængden. Man kan derfor forvente, at analogmodellen fig. 11 kan give en nogenlunde rigtig løsning, hvis blot fasedrejningen pr. sektion er mindre end $2\varphi = 80^\circ$, dvs., fasedrejning 800° på ti sektioner.

Det blev i afsnit 1 udledt, at varmevekslerens overføringsfunktion, $H_T(s)$, havde sit første maksimum ved en frekvens, der svarede til, at varmeveksleren var en halv bølgelængde lang. Dette vil sige, at den samlede fasedrejning langs varmefladen er 180^{o} ved amplitudekarakteristikkens 1. maksimum. Næste maksimum indtræder, når varmeveksleren er tre halve bølgelængder lang, dvs., ved en total fasedrejning på 540^{o} langs varmefladen. Tredie maksimum indtræder ved en total fasedrejning på 900^{o}. Dette vil sige, at vi vil få en nogenlunde god simulering af varmeveksleren med modellen fig. 11, helt op til en frekvens, der ca. svarer til den virkelige amplitudekarakteristiks tredie maksimum.

Analogmodel II med tilnærmet tidsforsinkelse.

Det blev i det foregående nævnt, at man op til en vis frekvens kunne tilnærme en tidsforsinkelse med en tidskonstant. En sektion af varmefladen skal således med denne tilnærmelse bestå af en tidskonstant $\Delta x/u$ sek., samt af en dæmpningsfaktor $1 - \frac{\Delta x}{x_o}$.

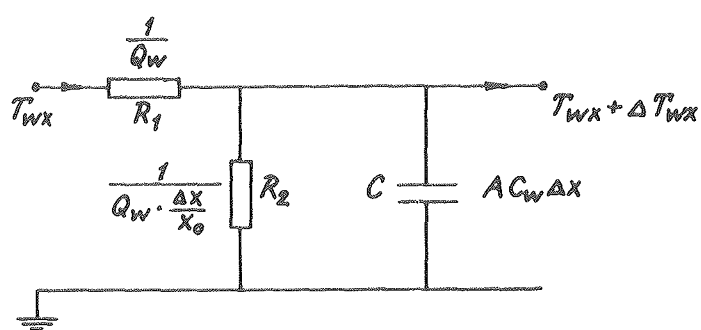


Fig. 13. Analogmodel II. Opbygningen af en enkelt varmefladesektion.

Netværket fig. 13 opfylder disse betingelser. Dæmpningen i netværket er for $\Delta x \ll x_o$:

$$\frac{R_2}{R_1+R_2} = \frac{T_{wx}+\Delta T_{wx}}{T_{wx}} = \frac{\frac{1}{Q_w \frac{\Delta x}{x_o}}}{\frac{x_o}{Q_w \Delta x} + \frac{1}{Q_w}} = \frac{\frac{x_o}{\Delta x}}{\frac{x_o}{\Delta x} + 1} \simeq 1 - \frac{\Delta x}{x_o}$$

og tidskonstanten, f, er kondensatorens værdi gange parallelkombinationen af de to modstande:

$$f = AC_w \Delta x \left(\frac{1}{Q_w} \,||\, \frac{x_o}{\Delta x}\right) \approx \frac{AC_w \Delta x}{Q_w} = \frac{\Delta x}{u} \qquad \text{sek}$$

L/Δx netværk af denne type serieforbindes på en sådan måde, at et efterfølgende netværk ikke belaster det foregående. Dette gøres ved hjælp af skilleforstærkere med høj indgangsimpedans og forstærkning 1. Der bygges en model med 1o sektioner. Som ved analogmodel I begynder modellen med 1/2 sektion, der derefter følges af 9 hele sektioner. Udgangsspændingen for hver hele eller halve sektion svarer til temperaturværdier langs varmefladen. Disse udgangsspændinger summeres i en summationsforstærker, hvis udgangsspænding, som ved analogmodel I, er proportional med P, varmeafgivelsen pr. sek. På fig. 14 (næste side) er opbygningen skitseret. Læg mærke til, at den første sektion efter indgangen (T_{wo}) svarer til en halv sektion (længden $\frac{\Delta x}{2}$), idet modstanden R_2 er fordoblet og kondensatoren halveret (se fig. 13).

Det er i det foregående udledt, at en tidsforsinkelse kun kan ækvivaleres med en tidskonstant, hvis fasedrejningen er mindre end ca. 30^o. Dette svarer til, at vi med 10-sektionsmodellen fig. 14 kun kan regne med en rigtig løsning for en total fasedrejning på ca. 300^o langs modellen. Det blev ligeledes udledt, at amplitudekarakteristikken for varmevekslerens overføringsfunktion havde sit første minimum efter $\omega=0$ ved en frekvens, der svarede til, at varmeveksleren er en bølgelængde lang, dvs., til en total fasedrejning på 360^o

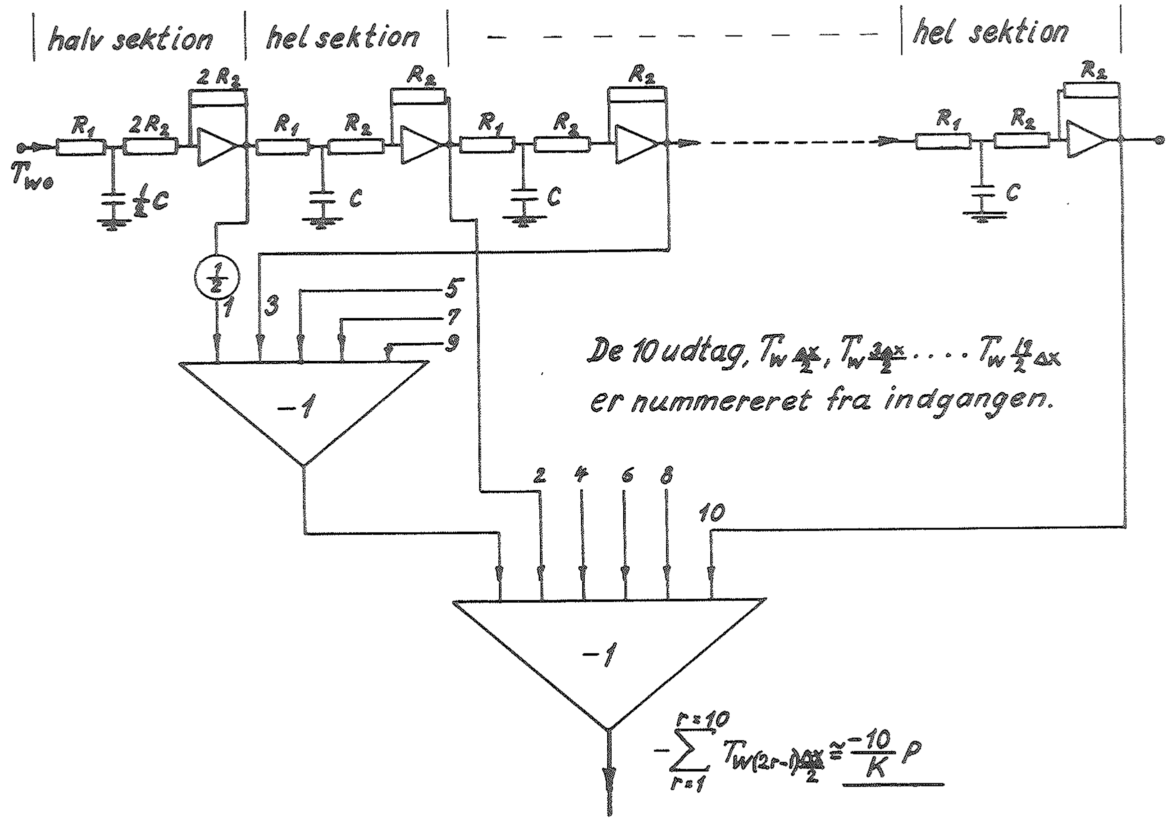


Fig. 14. Analogmodel II. Diagram af 10-sektions opstilling på SAM I.

langs varmefladen. Dette medfører, at modellen fig. 11 kun giver en nogenlunde rigtig løsning op til en frekvens, der svarer til den virkelige amplitudekarakteristiks første minimum.

Analogmodel I kunne anvendes op til en total fasedrejning på ca. 800^{o}-900^{o}. For at opnå det samme med analogmodel II må man op på ca. 30 sektioner. Desuden er der den forskel på de to modeller, at modellen med tidsforsinkelser kun indfører en amplitudefejl for en enkelt sektion, medens modellen med tidskonstanter indfører såvel en amplitude- som fasefejl. Det vil derfor være sandsynligt, at der skal endnu mere end 30 sektioner til, før analogmodel II giver lige så gode resultater som analogmodel I.

Afsnit 3. Krydsvarmeveksler uden varmekapacitet i rørvæggene. Variation af tilgangsvandets hastighed.

I det foregående afsnit er det blevet vist, hvorledes man for en simplificeret varmeveksler uden varmekapacitet i rørvæggene kan beregne ligningen mellem afgiven varme pr. sek. og variationer af tilgangsvandets temperatur. Vandstrømmens hastighed gennem varmefladen var konstant.

Vil man i praksis ændre en krydsvarmevekslers varmeudveksling, er det den nemmeste udvej at ændre tilgangsvandets hastighed ved hjælp af en hensigtsmæssig ventil. Det er en mere kompliceret sag at variere tilgangsvandets temperatur, f.eks. ved reguleret blanding af vand fra vandreservoirer med forskellig temperatur.

I dette afsnit antages ligesom i afsnit 1 og 2, at rørene, fra hvis overflade varmen afgives til den gennemstrømmende luft, har varmekapaciteten 0. Iøvrigt gøres de samme forudsætninger som angivet i begyndelsen af afsnit 1.

Der udledes i det følgende en ligning mellem varmevekslerens udgangsstørrelse, varmeafgivelsen pr. sek., og varmevekslerens indgangsstørrelse, der nu er vandstrømmens hastighed. Vandreservoirets temperatur er konstant, T_{wo} [^{o}C].

Analysen indledes med en beregning af indsvingningen for varmevekslerens varmeafgivelse pr. sek., P(t), når vandhastigheden ændres i spring.

Ifølge afsnit 1, formel (II.1.19) og (II.1.13) har vi til tiden t følgende udtryk for en vandpartikels temperatur:

$$T_w(t) = T_{wo} e^{-t \frac{u}{x_o}} = T_{wo} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{for } 0 \leq t \leq \frac{L}{u} \qquad (II.3.1)$$

Tiden t er den tid, vandpartiklen har opholdt sig i varmeveksleren, τ er varmevekslerens karakteristiske tidskonstant. Tidskonstanten τ er uafhængig af vandhastigheden. Et vandtværsnits afkølingskurve i en tidsskala er uafhængig af den hastighed, hvormed det bevæger sig gennem varmeveksleren, hvorimod det tidspunkt, hvor tværsnittet forlader varmeveksleren, naturligvis er afhængig af vandets hastighed.

Vandhastigheden ændres nu i et spring fra hastigheden u_1 [m/sek] til u_2 [m/sek]. Angiver x_{o1} varmevekslerens karakteristiske længde ved hastigheden u_1, og x_{o2} den karakteristiske længde ved hastigheden u_2, kan temperaturforløbet langs varmeveksleren udtrykkes således:

Før hastighedsspringet har vi for det stationære temperaturforløb langs varmeveksleren

$$T_{wx} = T_{wo} e^{-\frac{x}{x_{o1}}} \qquad (II.3.2)$$

og en vandpartikel vil t sek. efter dens indtræden i varmeveksleren befinde sig på stedet

$$x = u_1 t \qquad (II.3.3)$$

Efter hastighedsspringet er det stationære temperaturforløb

$$T_{wx} = T_{wo} e^{-\frac{x}{x_{o2}}} \qquad (II.3.4)$$

og en vandpartikel vil nu t sek. efter dens indtræden i varmeveksleren befinde sig på stedet

$$x = u_2 t \qquad (II.3.5)$$

Når der er gået tiden $t=L/u_2$, vil det første vandtværsnit, der kom ind i varmefladen straks efter hastighedsspringet, være nået igennem varmeveksleren. Temperaturforløbet langs hele varmevekslerens længde vil da være stationært, og bestemmes af ligningerne (II.3.4) og (II.3.5). Når der er gået L/u_2 sek. efter hastighedsspringet, vil derfor også varmeafgivelsen pr. sek. til luften, P [kcal/sek], være stationær. Stationærværdien er lig den værdi, P har nået L/u_2 sek. efter hastighedsspringet. Indsvingningsforløbet tager tiden L/u_2 sek., netop den tid, hvor der i varmeveksleren endnu findes partikler, der under deres gennemløb først havde hastigheden u_1 og dernæst hastigheden u_2.

En kort tid efter hastighedsspringet er de første vandpartikler, som kom ind i varmeveksleren umiddelbart efter springet, nået et stykke z ind i varmeveksleren, og tilstanden på stykket $0 \leq x \leq z$ følger den nye temperaturkurve (II.3.4). Se fig. 15, næste side.

For at finde temperaturforløbet i intervallet $z<x<L$ må vi beregne, hvor længe vandpartiklerne i et tværsnit ved x har opholdt sig i varmeveksleren. Stykket z har de bevæget sig med hastigheden u_2, og stykket x-z har de bevæget sig med hastigheden u_1. Tværsnittets samlede opholdstid er da:

$$t = \frac{x-z}{u_1} + \frac{z}{u_2} = z\left(\frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_1}\right) + x\,\frac{1}{u_1} \qquad (II.3.6)$$

Temperaturen på stedet x er da ifølge (II.3.1):

$$z \leq x < L: \quad T_{wx} = T_{wo}\, e^{-\frac{1}{\tau}\left(z\left(\frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_1}\right) + \frac{x}{u_1}\right)}$$

$$(II.3.7)$$

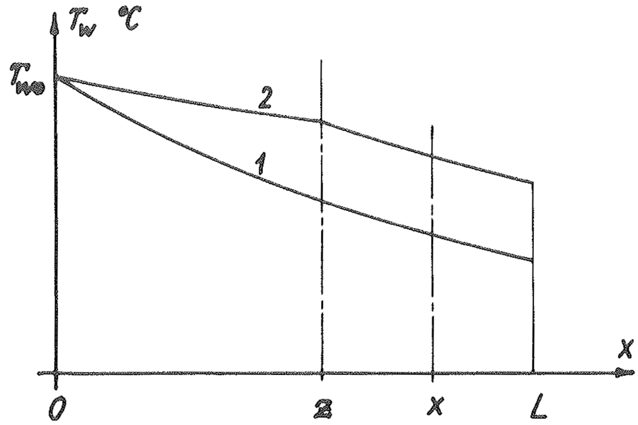


Fig. 15.

Kurve 1. Stationært temperaturforløb før hastighedsspringet.

kurve 2. Temperaturforløbet kort efter hastighedsspringet.

For at finde den totale afgivne varmemængde pr. sek., P, for hele varmeveksleren, integreres temperaturforløbet langs denne fra x=0 til x=L, og integralet multipliceres med konstanten K/L, (se formel II.1.18).

Afgiven varmemængde pr. sek., når varmevekslerens tilstand er som skitseret fig. 15, bliver således:

$$P(z) = \frac{K}{L} T_{wo} \left[\int_0^z e^{-\frac{x}{x_2}} dx + \int_z^L e^{-\frac{1}{\tau} z(\frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_1})} e^{-\frac{1}{\tau}\frac{x}{u_1}} dx \right] \qquad (II.3.8)$$

Udregning giver:

$$P(z) = \frac{K}{L} T_{wo} \tau u_2 (1-e^{-\frac{z}{u_2\tau}}) + \frac{K}{L} T_{wo} \tau u_1 e^{-\frac{z}{u_2\tau}} (1-e^{-\frac{L}{u_1\tau}} e^{\frac{z}{u_1\tau}}) \qquad (II.3.9)$$

For z = 0 haves:

$$P(0) = \frac{K}{L} T_{wo} \tau u_1 (1-e^{-\frac{L}{u_1\tau}}) = \frac{K}{L} T_{wo} x_{o1} (1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}) \qquad (II.3.10)$$

For z = L haves:

$$P(L) = \frac{K}{L} T_{wo} \tau u_2 (1-e^{-\frac{L}{u_2\tau}}) = \frac{K}{L} T_{wo} x_{o2} (1-e^{-\frac{L}{x_{o2}}}) \qquad (II.3.11)$$

Hastighedsændringen har altså medført en stationær forøgelse af varmeafgivelsen pr. sek., bestemt ved

$$\Delta P = P(L)-P(0) = \frac{K}{L} T_{wo} \left[x_{o2}(1-e^{-\frac{L}{x_{o2}}}) - x_{o1}(1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}) \right] \qquad (II.3.12)$$

Hvis springet sker til tiden t=0, vandrer tværsnittet z, se fig. 15, frem efter ligningen:

$$z = u_2 t \qquad 0 \leq t \leq \frac{L}{u_2} \qquad (II.3.13)$$

Desuden indføres

$$u_2 = u_1(1+h) \qquad \text{(II.3.14)}$$

hvor h er den relative hastighedsændring. x_{o2} kan da udtrykkes som en funktion af x_{o1} og den relative hastighedsændring, h; se bl.a. afsnit 1, (II.1.13).

$$x_{o2} = \frac{u_2}{u_1} = x_1(1+h) \qquad \text{(II.3.15)}$$

Varmeforøgelsen pr. sek. (ligning (II.3.12)) kan da udtrykkes således:

$$\Delta P = \frac{K}{L} T_{wo}\, x_{o1} \left[(1+h)\left(1-e^{-\frac{L}{x_{o1}(1+h)}}\right) - \left(1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}\right) \right] \qquad \text{(II.3.16)}$$

Den tid, L/u_2 [sek], en vandpartikel opholder sig i varmeveksleren, kan udtrykkes ved hjælp af h og $\tau = x_{o2}/u_2$:

$$\frac{L}{u_2} = \frac{L\,\tau}{x_{o2}} = \frac{L}{x_{o1}}\,\frac{\tau}{1+h} \qquad \text{(II.3.17)}$$

For $0 \leq t \leq \frac{L}{x_{o1}}\,\frac{\tau}{1+h}$:

$$P(t) = \frac{K}{L} T_{wo}\, x_{o1}\left(1+h-h\, e^{-\frac{t}{\tau} - \frac{L}{x_1} e^{h\frac{t}{\tau}}}\right)$$

For $t \geq \frac{L}{x_{o1}}\,\frac{\tau}{1+h}$:

$$P(t) = \frac{K}{L} T_{wo}\, x_{o1}(1+h)\left(1-e^{-\frac{L}{x_{o1}(1+h)}}\right) \qquad \text{(II.3.18)}$$

For $0 \leq t \leq \frac{L}{x_{o1}}\,\frac{\tau}{1+h}$ er tangenthældningen

$$P'(t) = \frac{K}{L} T_{wo}\, x_{o1}\,\frac{h}{\tau}\left(e^{-\frac{t}{\tau}} - e^{-\frac{L}{x_1} e^{h\frac{t}{\tau}}}\right)$$

Af udtrykkene (II.3.18) ses det, at varmevekslerens dynamiske forhold er ulineære. Indsvingningsforløbenes udseende er forskellige efter hastighedsspringets størrelse; superpositionsprincippet gælder ikke. Man kan derfor ikke tale om frekvenskarakteristikker i almindelig forstand. Disse karakteristikker gælder jo kun for lineære overføringsfunktioner, for hvilke superpositionsprincippet gælder.

Hastighedsændringen har medført en stationær forøgelse af varmeafgivelsen pr. sek., ΔP, bestemt ved (II.3.16).

Tangenthældningen for $P(t)$ (se (II.3.18)) ved $t=0$, dvs. ved springets begyndelse, er givet ved

$$P'(0) = \frac{K}{L} T_{wo} x_{o1} \frac{h}{\tau} \left(1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}\right)$$

Hvis $P(t)$'s virkelige indsvingning erstattes med en enkelt eksponentiel indsvingning, vil det være naturligt at give tidskonstanten den værdi, der svarer til ændringens slutværdi, ΔP, divideret med begyndelsesværdien af tangenthældningen, $P'(0)$.

Den således bestemte, ækvivalente tidskonstant bliver da

$$\tau_u = \frac{\Delta P}{P'(0)} = \frac{\tau}{h} \frac{(1+h)\left[1-e^{-\frac{L}{x_{o1}(1+h)}}\right]-\left[1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}\right]}{1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}} \qquad \text{(II.3.19)}$$

For små h værdier, dvs., for $h \to 0$, fås

$$\tau_u \to \left(1 - \frac{L}{x_{o1}} \frac{e^{-\frac{L}{x_{o1}}}}{1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}}\right) \qquad \text{(II.3.20)}$$

hvor τ er varmevekslerens karakteristiske tidskonstant. Sammenlignes den her fundne ækvivalente tidskonstant τ_u med den for temperaturvariationer fundne τ_T (se afsnit 1 (II.1.22)) ses, at tidskonstanterne er forskellige.

τ_T er større end τ_u og forholdet mellem τ_T og τ_u bliver

$$\frac{\tau_T}{\tau_u} = \frac{1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}}{1 - \frac{L}{x_{o1}} \frac{e^{-\frac{L}{x_{o1}}}}{1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}}} \qquad (II.3.21)$$

De dynamiske forhold er således forskellige for små temperaturvariationer og for små hastighedsvariationer. Forholdet τ_T/τ_u er på kurveblad 2 optegnet som funktion af L/x_{o1}.

Det ses, at forholdet

$$\frac{\tau_T}{\tau_u} \simeq 1{,}6 \quad \text{for} \quad 0{,}4 < \frac{L}{x_{o1}} < 1$$

For at få overblik over P(t)'s indsvingning, når hastigheden ændres i spring, foretages en normering.

Tiden ses i forhold til den for varmeveksleren karakteristiske tidskonstant, τ, og man indfører:

$$\varphi = \frac{t}{\tau} \qquad (II.3.22)$$

Endvidere betragtes de relative ændringer af P, dvs., man betragter forholdet mellem $P(\varphi)$ og begyndelsesværdien $P(0)$:

$$q(\varphi) = \frac{P(\varphi)}{P(0)} \qquad (II.3.23)$$

P(0) er varmeafgivelsen pr. sek. umiddelbart før hastighedsspringet og er givet ved (II.3.10):

$$P(0) = \frac{K}{L} x_{o1}(1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}) T_{wo} \qquad (II.3.10)$$

Ved indsættelse af $\varphi = t/\tau$ får man for den relative indsvingningsfunktion:

$0 \leq \varphi < \dfrac{L}{x_{o1}(1+h)}$:

$$q(\varphi) = \frac{P(\varphi)}{P(0)} = \frac{1+h(1-e^{-\varphi}) - e^{-\frac{L}{x_{o1}}} e^{h\varphi}}{1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}}$$

$\varphi = \varphi_L = \dfrac{L}{x_{o1}(1+h)}$:

$$q(\varphi_L) = \frac{P\left(\varphi = \frac{L}{x_{o1}(1+h)}\right)}{P(0)} = \frac{(1+h)\left(1-e^{-\frac{L}{x_{o1}(1+h)}}\right)}{1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}} \qquad \text{(II.3.24)}$$

$\varphi > \dfrac{L}{x_{o1}(1+h)}$:

$$q(\varphi) = q(\varphi_L)$$

Efter tiden

$$\varphi_L = \frac{L}{x_{o1}(1+h)}$$

er $q(\varphi)$ konstant, da alle de partikler, der da befinder sig i varmeveksleren, under hele deres gennemløb har haft hastigheden u_2.

Stationærværdien $q(\varphi_L)$ kan da udtrykkes ved φ_L, da

$$\varphi_L = \frac{L}{x_{o1}(1+h)}$$

Stationærværdien kædes således sammen med φ_L ved ligningen:

$$q(\varphi_L) = \frac{\frac{L}{x_{o1}}}{1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}} \cdot \frac{1-e^{-\varphi_L}}{\varphi_L} \qquad \text{(II.3.25)}$$

Når et positivt hastighedsspring er meget stort, bliver tiden φ_L meget lille, den stationære tilstand indtræder derfor efter meget kort tid, og af (II.3.25) ses, at $q(\varphi_L)$ har en størsteværdi for $\varphi_L \to 0$:

$$q(\varphi_L) \to \frac{\frac{L}{x_{o1}}}{1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}} = q(\varphi_L)_{max} \qquad \text{(II.3.26)}$$

for $\quad \varphi_L \to 0$

eller $\quad h \to \infty$

Varmeveksleren har således en øvre grænse for afgivet varmemængde pr. sek. Denne øvre grænse P_{max} kan findes af (II.3.26) til

$$P_{max} = q(\varphi_L)_{max} \cdot P(0) = \frac{\frac{L}{x_{o1}}}{1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}} \; \frac{K}{L}\, x_{o1}\left(1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}\right) T_{wo}$$

$$P_{max} = K\, T_{wo} \qquad \text{(II.3.27)}$$

$K\ T_{wo}$ er varmevekslerens afgivne varme pr. sek, når hele varmeveksleren er opfyldt med vand af temperaturen T_{wo} [^{o}C]. Resultatet (II.3.27) er da også ganske naturligt, idet temperaturen langs varmefladen kun kan være konstant, hvis vandhastigheden er uendelig stor.

For store φ_L, dvs., små hastigheder, store gennemløbstider, vil sammenhængen mellem stationærværdien $q(\varphi_L)$ og φ_L omtrent være således:

$$\text{for } \varphi_L \text{ stor: } q(\varphi_L) \simeq \frac{\frac{L}{x_{o1}}}{1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}} \frac{1}{\varphi_L} \qquad \text{(II.3.28)}$$

i et $q(\varphi_L)-\varphi_L$ koordinatsystem vil (II.3.28) fremstille en hyperbel.

Den afledede af $q(\varphi)$ i tidsintervallet

$$0 \leq \varphi \leq \frac{L}{x_{o1}(1+h)}$$

findes af (II.3.24) til:

$$q'(\varphi) = \frac{he^{-\varphi}he^{-\frac{L}{x_{o1}}}e^{h\varphi}}{1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}}$$

$$\left.\begin{aligned} &\text{for } \varphi = 0: \; q'(0) = h \\ &\text{for } \varphi = \varphi_L = \frac{L}{x_{o1}(1+h)}: \; q'(\varphi_L) = 0 \end{aligned}\right] \qquad \text{(II.3.29)}$$

heraf ses, at hældningen af den relative indsvingning er h ved springets begyndelse, dvs., ved $\varphi=0$. Hældningen ved indsvingningens afslutning $\varphi=\varphi_L$ er 0, dvs., indsvingningen går jævnt over i sin stationærværdi, der er intet knæk på kurven.

Ved hjælp af udtrykkene (II.3.24) - (II.3.29) kan indsvingningskurver for den relative ændring af varmeafgivelsen pr. sek. konstrueres. Dette er gjort på kurveblad 4 for to forskellige værdier af L/x_{o1}.

Af kurveblad 4 ses, at et positivt hastighedsspring giver en hurtigere indsvingning end et negativt. Ændringer af stationærværdien efter et positivt hastighedsspring er mindre end ændringen efter et negativt spring. Betragtes således kurverne for L/x_{01}=0,5 ses, at en 400% forøgelse af hastigheden (dvs., hastigheden bliver 5 gange større) giver en varmeafgivelse pr. sek., der kun er ca. 1,2 gange værdien før hastighedsforøgelsen; gøres hastigheden 5 gange mindre, falder varmeafgivelsen pr. sek. helt ned til 0,47 gange den oprindelige værdi. Ved mindre hastighedsspring er dette forhold dog ikke så fremtrædende. Betragtes kurverne for L/x_{01}=0,5, ses, at en forøgelse af hastigheden på 1,25 gange (25%) giver en stationærværdi, der er 1,o5 gange den oprindelige; en formindskelse på 1,25 gange (-20%) giver en stationærværdi, der er meget nær 0,95 gange den oprindelige.

Ved små hastighedsspring er indsvingningerne således næsten symmetriske for positive og negative spring. For små spring er endvidere formen af disse indsvingninger temmelig ens, og man kunne tænke sig, at det for små spring ville være muligt at opstille en lineær forbindelse mellem varmeafgivelsen pr. sek. og hastighedsvariationen, dvs., at finde en overføringsfunktion gældende ved små hastighedsspring.

I formel (II.3.19) angives indsvingningernes ækvivalente tidskonstant, og af udtryk (II.3.20) ses, at for små h-værdier er tidskonstanten uafhængig af h, dvs., for små h vil overføringsfunktionen kunne betragtes som lineær.

Ved de i almindelig praksis anvendte varmevekslere afkøles vandet ved normal ydelse ikke mere end svarende til et temperaturfald på ca. 20 - 30%. Dette temperaturfald svarer til, at forholdet L/x_{01} er ca. 0,3-0,4, og man må derfor regne med en kraftig usymmetri ved store hastighedsændringer.

Det vil være nyttigt at skelne mellem små og store hastighedsændringer. I praksis vil en varmeveksler måske i en stor del af sin driftsperiode kun gøre små afvigelser ud fra et givet arbejdspunkt, dvs., ud fra en vis afgiven varmemængde pr. sek. Vil man beregne stabiliteten af varmeveksleren i et givet arbejdspunkt, vil det derfor være en hjælp at kende den tilnærmede, lineære overføringsfunktion gældende for små forskydninger ud fra arbejdspunktet. Ved store forskydninger, f.eks. når varmeveksleren sættes i drift, må man nøjes med et kendskab til de stationære forhold, eventuelt kompleteret med beregnede kurver som vist kurveblad 4. Frekvenskarakteristikker i almindelig forstand dækker ikke virkningen ved store forskydninger. At stabilitetsproblemet er forskelligt ved små og store ændringer af vandhastigheden giver ofte vanskeligheder i praksis. Det er almindeligt kendt, at varmevekslere i det hele taget kan være vanskelige "at få sat igang". Desuden kan en varmeveksler, der står stabilt i et vist arbejdspunkt pludselig ved en kraftig forstyrrelse gå i sving, hvorefter det vil være vanskeligt at få den stabil igen.

På kurveblad 4 er optegnet forskellige indsvingningsforløb for $L/x_{01}=2,3$. Desto mere vandet afkøles i varmeveksleren ved et givet arbejdspunkt, desto større er forholdet L/x_{01}.

Af kurveblad 4 ses, at det område, hvori varmeveksleren næsten er lineær, vokser med forholdet L/x_{01}.

Ud fra kendskabet til indsvingningsforløbene optegnet på kurveblad 4 vil vi forsøge at angive en dimensioneringsmetode, der antageligt vil give varmeveksleren bedre stabilitetsforhold end det normalt er tilfældet:

1) Hvis varmevekslerens arbejdspunkt vælges således, at den i arbejdspunktet afgivne varme pr. sek. er halvdelen af den maksimalt opnåelige varmeafgivelse pr. sek., vil man få et tilnærmet lineært område for hastighedsændringer op til ca. $\pm$ 50%.

2) Hvis man desuden begrænser den maksimale vandhastighed så meget, at den maksimale varmeafgivelse pr. tidsenhed ikke kan blive større end ca. 1,5 gange dens værdi i arbejdspunktet, vil varmevekslerens reguleringskarakteristik være nær en lineær karakteristik med veldefineret begrænsning.

Lægger man disse betragtninger til grund ved konstruktion af varmeveksleren, vil der sikkert være større sikkerhed for stabilitet ved store påvirkninger, f.eks. ved start.

Varmeafgivelsen pr. sek. i et arbejdspunkt med et vist forhold L/x_{o1} er givet ved formel (II.3.10)

$$P(0) = K \frac{x_{o1}}{L} \left(1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}\right) T_{wo} \qquad \text{(II.3.10)}$$

Ved de fleste almindelige varmevekslere er forholdet L/x_{o1} ca. 0,3-0,4 ved normal ydelse. Antager vi, at forholdet er 0,3 får vi, idet den ækvivalente totale varmeoverføringskoefficient $K=K_1$:

$$\frac{L}{x_{o1}} = 0{,}3: \quad P_1(0) = 0{,}87\ K_1\ T_{wo} \qquad \text{(II.3.30)}$$

Hvis man ved konstruktion af en ny varmeveksler ønsker, at den i arbejdspunktet afgivne varme pr. sek. er ca. halvdelen af den varme pr. sek., varmeveksleren maksimalt kan afgive, har vi ifølge formlerne (II.3.10) og (II.3.27) følgende ligning til bestemmelse af L/x_{o1}:

$$\frac{P_{max}}{P(0)} = \frac{K\ T_{wo}}{\frac{K}{L} x_{o1}\left(1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}\right) T_{wo}} = \frac{\frac{L}{x_{o1}}}{1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}} = 2$$

heraf findes $$\frac{L}{x_{o1}} \simeq 1{,}6 \qquad \text{(II.3.31)}$$

Forholdet (II.3.31) svarer til, at vandtemperaturen falder ca. 80% i varmefladen.

Med $L/x_{o1}=1{,}6$ får vi for den afgivne varme pr. sek., idet den ækvivalente totale varmeoverføringskoefficient $K=K_2$:

$$\frac{L}{x_{o1}} = 1{,}6: \qquad P_2(0) = 0{,}5\ K_2 \qquad \text{(II.3.32)}$$

Ønsker vi, at varmeafgivelsen pr. sek. skal være den samme for begge varmevekslere givet ved L/x_{01} lig henholdsvis 0,3 og 1,6, må vi forlange:

$$P_1(0) = P_2(0) \tag{II.3.33}$$

eller

$$\frac{K_2}{K_1} \cong 1{,}7 \tag{II.3.34}$$

Heraf ses, at ligning (II.3.33) er opfyldt, hvis den ækvivalente totale varmeoverføringskoefficient K_2 for den nye varmeveksler er ca. 1,7 gange K_1 for den gamle varmeveksler. Da den ækvivalente totale varmeoverføringskoefficient er proportional med varmefladens areal, kræver betingelsen (II.3.34), at den nye varmeflade har et areal, der er 1,7 gange så stort som den gamle varmeflades areal. Ved denne regning har vi forudsat, at varmefladerne opbygges af semme materialer.

Forholdet L/x_{01} kan udtrykkes således:

$$\frac{L}{x_{01}} = \frac{L}{u_1 \frac{W}{K}} = \frac{L\,K}{u_1 A C_w L} = \frac{K}{u_1 A C_w}$$

Af denne ligning ses, at hvis man i den nye varmeveksler ønsker forholdet, L/x_{01}, a gange større end i den gamle, må forholdet K/u_1 være a gange større for den nye varmeveksler. I det ovenfor beskrevne tilfælde er a=1,6/0,3=5,33, og vi udregnede, at det nye totale varmeovergangstal K_2 skulle være 1,7 gange det gamle, K_1. Heraf ses, at man i den nye varmeveksler må nedsætte hastigheden svarende til det givne arbejdspunkt i forholdet

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{1{,}7}{5{,}33} \cong \frac{1}{3}$$

dvs., gøre hastigheden u_2 tre gange mindre end u_1.

Beregning af varmeveksleremns overføringsfunktion.

Laplace-transformeres udtrykket for $P(t)$, (II.3.18), og ganges med s, (idet $P(t)$ jo blev fundet for et hastigheds-spring med Laplace-transformationen $\Delta u_1/s$), får man, idet hastighedsændringen er $\Delta u_1 = hu_1$, og ændringen i varmeafgivelse er ΔP

$$\Delta P(s) = hu_1\, H_u(s) = \Delta u_1 H_u(s)$$

og overføringsfunktionen bliver lig:

$$H_u(s) = \frac{K}{L} T_{wo} \frac{1}{s - \frac{h}{\tau}} \left[1 - e^{-\frac{L}{x_{o1}}} - (1+h) \frac{1 - e^{-(s - \frac{h}{\tau})\frac{L}{u_1(1+h)} - \frac{L}{x_{o1}}}}{1 + s\tau} \right] \qquad (II.3.35)$$

Af (II.3.35) kunne det se ud, som om overføringsfunktionen havde en rod i højre halvplan af den komplekse s-plan. Det har $H_u(s)$ dog ikke, idet:

$$\lim_{s \to \frac{h}{\tau}} H_u(s) \to \frac{K}{L} T_{wo} \frac{x_{o1} - (x_{o1} + L) e^{-\frac{L}{x_{o1}}}}{(1+h)u_1} \qquad (II.3.36)$$

For små værdier af h har man:

$$\lim_{h \to 0} H_u(s) \to H_u'(s) = \frac{K}{L} T_{wo} \frac{1}{s} \left[1 - e^{-\frac{L}{x_{o1}}} - \frac{1 - e^{-s\frac{L}{u_1} - \frac{L}{x_{o1}}}}{1 + s\tau} \right] \qquad (II.3.37)$$

For stationærværdien af $H_u'(s)$ får man:

$$\lim_{s \to 0} H_u'(s) \to \frac{K}{L} T_{wo} \left(\tau - e^{-\frac{L}{x_{o1}}} \left(\tau + \frac{L}{u_o} \right) \right) \qquad (II.3.38)$$

I overføringsfunktionen $H_u'(s)$ indgår størrelsen

$$H_3 = 1-e^{-s\frac{L}{u_1}} e^{-\frac{L}{x_{o1}}} \qquad \text{(II.3.39)}$$

Denne størrelse indgår også i overføringsfunktionen $H_T(s)$, der gælder for temperaturvariationer af vandreservoiret, (se II.1.25).

I appendix II er der udledt et tilnærmet udtryk for overføringsfunktionen (II.3.37) gældende for små hastigheds-ændringer.

Resultatet fra appendix II bliver:

$$H_u'(s) \simeq H_u''(s) = \frac{AC_w T_{wo}\left(1-\left(1+\frac{L}{x_{o1}}\right)e^{-\frac{L}{x_{o1}}}\right)}{1+s\tau} \cdot \frac{1+s\tau N}{1+0{,}5s\frac{L}{u_1}}$$

(II.3.4o)

Faktoren N er optegnet på kurveblad 5 som funktion af $\frac{L}{u_1\tau}$.

For $u_1 > \frac{L}{\tau}$ har vi med god tilnærmelse:

$$u_1 > \frac{L}{\tau}: \; H_u'(s) \simeq H_u''(s) \simeq \frac{AC_w T_{wo}\left(1-\left(1+\frac{L}{x_{o1}}\right)e^{-\frac{L}{x_{o1}}}\right)}{1+0{,}5\,s\,\frac{L}{u_1}}$$

(II.3.41)

For $u_1 < \frac{L}{2\tau}$ gælder tilsvarende:

$$u_1 < \frac{L}{2\tau}: \; H_u'(s) \simeq H_u''(s) \simeq \frac{AC_w T_{wo}\left(1-\left(1+\frac{L}{x_{o1}}\right)e^{-\frac{L}{x_{o1}}}\right)}{1+s\tau}$$

(II.3.42)

Den approksimerede overføringsfunktion (II.3.41) og (II.3.42) består af en konstant gange en enkelt tidskonstant. Tidskonstanten for $u_1 > L/\tau$ er lig det halve af den tid, det tager en vandpartikel at gennemløbe varmeveksleren med hastigheden u_1. For $u_1 < L/2\tau$ er tidskonstanten lig den karakteristiske tidskonstant τ.

Overføringsfunktionen for temperaturvariationer, $H_T^{*}(s)$, givet ved (II.1.36) og II.1.37) består ligesom (II.3.41) og (II.3.42) af en faktor gange en tidskonstant.

Forholdet mellem de to tidskonstanter for $u_1 > L/\tau$ er

$$\frac{\frac{2}{\pi}\,\frac{L}{u_1}}{0{,}5\frac{L}{u_1}} = \frac{4}{\pi} \cong 1{,}3$$

Tidskonstanten for hastighedsvariationer er således ca. 77% af tidskonstanten for temperaturvariationer, når $u_1 > L/\tau$. For $u_1 < L/\tau$ er tidskonstanten lig den karakteristiske tidskonstant τ ved såvel hastigheds- som temperaturvariation.

På kurveblad 9 er $H_u^{*}(s)$ afsat efter den originale formel (II.3.37) for en given varmeveksler, (data i afsnit 5). Desuden er der afsat punkter for det tilnærmede udtryk (II.3.41). Overensstemmelsen er udmærket.

Det er i dette afsnit vist, at krydsvarmeveksleren uden varmekapacitet ved små variationer af fødevandets hastighed har en lineær overføringsfunktion. Overføringsfunktionen kan oftest tilnærmes med en konstant gange en enkelt tidskonstant.

For store hastighedsvariationer kan indsvingningen af varmeafgivelsen pr. sek. konstrueres, nå hastigheden ændres ved spring ud fra et givet arbejdspunkt. Et særligt kendetegn er indsvingningernes usymmetri; en stor hastighedsforøgelse forøger kun varmeafgivelsen lidt, mens en hastighedsformindskelse af samme størrelse gør varmeafgivelsen pr. sek. meget mindre. Ved skiftevis spring fra høj til lav hastighed og omvendt er de stationære ændringer ens - men variationshastigheden er forskellig.

Ved spring fra lav til høj hastighed opnår varmevekslerens varmeafgivelse hurtigere sin nye stationærværdi end ved spring fra høj til lav hastighed.

Afsnit 4. Krydsvarmeveksler med varmekapacitet i rørvæggene. Variation af tilgangsvandets temperatur og hastighed.

I det foregående er det overalt forudsat, at metalfladen, der skiller det varmeafgivende medium, vandet, fra det varmemodtagende medium, luften, ikke har nogen varmekapacitet.

I en krydsvarmeveksler løber vandet i rør, hvis yderside er besat med ribber eller metalspiraler, der giver en stor varmeafgivende overflade. Varmekapaciteten af disse rør og ribber vil almindeligvis være af samme størrelsesorden som varmekapaciteten af det vand, der indeholdes i varmeveksleren. Tager man hensyn hertil bliver analysen af varmevekslerens dynamiske forhold noget mere kompliceret end i det foregående.

Foruden de i det foregående anvendte bogstavsymboler vil vi herefter anvende betegnelserne givet i tabel II.

Krydsvarmevekslerens skematiske opbygning er som vist fig. 1, blot regner vi nu med, at den varmeafgivende flade er i besiddelse af varmekapaciteten $R=BC_rL$.

Vi betragter nu et lille stykke, Δx, af varmeveksleren; stykket strækker sig fra tværsnittet x (afstanden fra vandindløbet) til tværsnittet $x+\Delta x$.

Vandstrømmen er M_w $[m^3/sek]$ og tværsnittet x gennemløbes derfor pr. sek. af varmemængden $M_wC_wT_w$, hvor T_w er vandtemperaturen ved x; (i det følgende udelades indekset x ved angivelse af vand- luft- og rørvægstemperaturen på stedet x; betegnelserne herfor er således i det følgende: T_w, T_a og T_r). I den lille tid Δt tilføres stykket Δx varmemængden:

$$M_wC_wT_w\Delta t \qquad \text{(II.4.1)}$$

Temperaturen ved tværsnittet $x+\Delta x$ er

$$T_w + \frac{\delta T_w}{\delta x}\Delta x$$

I den lille tid Δt løber følgende varmemængde bort fra stykket Δx

$$M_w C_w \left(T_w + \frac{\partial T_w}{\partial x} \Delta x\right)\Delta t \qquad \text{(II.4.2)}$$

I tiden Δt modtager stykket Δx en varmemængde, der er lig den tilførte varmemængde minus den fraløbne varmemængde:

$$-M_w C_w \frac{\partial T_w}{\partial x} \Delta x \, \Delta t \qquad \text{(II.4.3)}$$

Af den modtagne varmemængde bruges en del til opvarmning af vandet i stykket Δx, og en del afgives til varmefladen. Vandmængden $A\Delta x$ $[m^3]$ opvarmes på tiden Δt fra temperaturen T_w til temperaturen

$$T_w + \frac{\partial T_w}{\partial t} \Delta t$$

Hertil medgår varmemængden:

$$A\Delta x \, C_w \frac{\partial T_w}{\partial t} \Delta t \qquad \text{(II.4.4)}$$

Til det lille stykke, Δx, af varmefladen ledes i tiden Δt følgende varmemængde:

$$k_i H \, \Delta x (T_w - T_r) \Delta t \qquad \text{(II.4.5)}$$

Da den modtagne varmemængde er lig den afgivne varmemængde for stykke Δx, kan man ud fra det foregående opstille følgende ligning for varmebalancen mellem vand- og varmeflade:

$$-M_w C_w \frac{\partial T_w}{\partial x} \Delta x \Delta t = k_i H \Delta x (T_w - T_r)\Delta t + A\Delta x \, C_w \frac{\partial T_w}{\partial T} \Delta t \qquad \text{(II.4.6)}$$

som ved division med $\Delta x \Delta t$ kan skrives:

$$\underline{-M_w C_w \frac{\partial T_w}{\partial x} = k_i H (T_w - T_r) + A C_w \frac{\partial T_w}{\partial t}} \qquad \text{(II.4.7)}$$

Den varmemængde, der i tiden Δt afgives til varmefladen på stykket Δx, er givet ved (II.4.5). En del af varmen bruges til opvarmning af selve varmefladen og en del afgives til luftstrømmen. Varmefladen opvarmes fra temperaturen T_r til

$$T_r + \frac{\partial T_r}{\partial t}\,\Delta t$$

Hertil anvendes varmemængden

$$BC_r \Delta x \frac{\partial T_r}{\partial t}\,\Delta t \qquad \text{(II.4.8)}$$

Til luften afgives varmemængden

$$k_u H \Delta x (T_r - pT_a) \Delta t \qquad \text{(II.4.9)}$$

hvor $p \simeq 0{,}5$, se herom i begyndelsen af afsnit 1.

Ud fra det foregående kan nu opskrives en ligning for varmebalancen for varmefladen

$$k_i H \Delta x (T_w - T_r) \Delta t = k_u H \Delta x \Delta t (T_r - pT_a) + BC_r \Delta x \frac{\partial T_r}{\partial t}\,\Delta t \qquad \text{(II.4.10)}$$

som ved division med $\Delta x \Delta t$ kan skrives:

$$\underline{k_i H (T_w - T_r) = k_u H (T_r - pT_a) + BC_r \frac{\partial T_r}{\partial t}} \qquad \text{(II.4.11)}$$

Den varmemængde, der i tiden Δt afgives til luftstrømmen gennem stykket Δx, er givet ved (II.4.9). Gennem stykket Δx strømmer pr. sek. luftmængden $vH\Delta x$ $[m^3/\text{sek}]$, idet v er lufthastigheden. Denne luftmængde opvarmes ved passage af varmefladen fra 0^o til $T_a\,^oC$, hvorved den i tiden Δt modtager varmen

$$vH\Delta x C_a T_a \Delta t \qquad \text{(II.4.12)}$$

Idet det antages, at den strømmende lufts varmekapacitet er forsvindende lille, bestemmes afgangsluftens temperatur ved at sætte (II.4.12) lig den fra varmeveksleren afgivne varme (II.4.9):

$$k_u H\Delta x(T_r - pT_a)\Delta t = vH\Delta x C_a T_a \Delta t$$

som ved division kan skrives:

$$\underline{k_u H(T_r - pT_a) = vHC_a T_a} \qquad (II.4.13)$$

De tre ligninger (II.4.7), (II.4.11) og (II.4.13) bestemmer varmevekslerens dynamiske forhold. Ved en let omregning og ordning giver de tre ligninger:

$$u\frac{\partial T_w}{\partial x} + \frac{\partial T_w}{\partial t} + \frac{K_i}{W}(T_w - T_r) = 0 \qquad (II.4.14a)$$

$$R\frac{\partial T_r}{\partial t} + (K_i + K_u')T_r - K_i\,T_w = 0 \qquad (II.4.14b)$$

$$T_r - \frac{Q_a}{K_u'}T_a = 0 \qquad (II.4.14c)$$

Varmeveksleren afgiver pr. sek. en varmemængde, der er lig luftens varmetransportkapacitet pr. sek. pr. længdeenhed multipliceret med integralet af luftens temperaturfordeling i hele varmevekslerens længderetning, dvs.;

$$P = \frac{Q_a}{L}\int_0^L T_a dx \quad \frac{\text{kcal}}{\text{sek}} \qquad (II.4.14d)$$

Da lufttemperaturen, T_a, på et givet sted ifølge (II.4.14c) er proportional med rørtemperaturen, T_r, på samme sted, kan (II.4.14d) også skrives

$$P = \frac{K_u'}{L}\int_0^L T_r dx \quad \frac{\text{kcal}}{\text{sek}} \qquad (II.4.15)$$

Varmeafgivelsen pr. sek., P, kaldes som i det foregående for varmevekslerens "udgangsstørrelse".

For at finde P som funktion af tiden må man af ligningerne (II.4.14) finde T_r eller T_a som funktion af tiden t og stedet x. Varmevekslerens kontrollerbare indgangsstørrelser varieres med tiden. Enten varieres $T_w(0,t)$, vandreservoirets temperatur, eller u, vandstrømmens hastighed. Det ses af ligningerne (II.4.14), at systemet er lineært$^+$ for ændringer af $T_w(0,t)$, da disse ændringer ikke vil medføre variationer i koefficienterne. Findes en sammenhæng mellem P og $T_w(0,t)$, vil denne gælde uanset amplituden af $T_w(0,t)$. Systemet er derimod ulineært for ændringer i u, da dette vil medføre varierende koefficienter i ligningerne. Man kan tilnærme varmevekslersystemet med et lineært system, hvis man kun betragter meget små tidsvariationer af u, dvs., man deler u op i en tidsuafhængig og i en meget lille, tidsafhængig størrelse.

Ved løsning af ligningerne deles også $T_w(0,t)$ op i en tidsuafhængig og i en tidsafhængig størrelse. Dette er kun gjort for at få samme fremgangsmåde ved såvel temperatur- som ved hastighedsvariationer.

Man indfører altså:

$$T_w(0,t) = T_{wo} + \Delta T_{wo}(t) \qquad u(t) = u_1 + \Delta u_1(t)$$

$$T_w(x,t) = T_w(x) + \Delta T_w(x,t) \tag{II.4.16}$$

$$T_r(x,t) = T_r(x) + \Delta T_r(x,t)$$

Disse ligninger indføres i systemligningerne (II.4.14). Da vi kun er interesseret i de dynamiske forhold fratrækkes de ligninger, der repræsenterer systemets stationære egenskaber. I appendix III er således udledt tre dynamiske ligninger, hvis løsning ligeledes er gennemført der.

+) Her defineres et lineært system som et system, hvis differentialligninger har konstante koefficienter. Se herom: J.R. Jensen, Automatisk kontrol, side 91.

Sammenhængen mellem varmeafgivelsen pr. sek., $P(s)$, og vandreservoirets temperatur, $T_{wo}(s)$, bliver ifølge appendix III:

$$P(s) = H_T(s) \cdot T_{wo}(s)$$

$$H_T(s)=u_1 A C_w \frac{1-e^{-\frac{L}{u_1}s}\, e^{-\frac{L}{x_{o1}}\frac{1+\frac{R}{K'_u}s}{1+\frac{R}{K_i+K'_u}}}}{s^2\frac{WR}{K_i K'_u}+s\left(\frac{R+W}{K'_u}+\frac{W}{K_i}\right)+1} \qquad (II.4.17)$$

For små hastighedsvariationer af vandstrømmen, $\Delta u_1(s)$, bliver variationen i varmeafgivelsen pr. sek., $\Delta P(s)$:

$$\Delta P(s) = \Delta u_1(s) H'_u(s)$$

$$H'_u(s)=T_{wo}\frac{K}{L}\frac{1}{s(1+sr)}\left[1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}-\frac{1-e^{-s\frac{L}{u_1}}\, e^{-\frac{L}{x_{o1}}\frac{1+sc}{1+sd}}}{s\tau+\frac{1+sc}{1+sd}}\right] \qquad (II.4.18)$$

hvor

$$\left.\begin{aligned} r &= \frac{RW(K_i+K'_u)}{K_i^2 R+W(K_i+K'_u)^2} \\ c &= \frac{R}{K'_u} \\ d &= \frac{R}{K_i+K'_u} \\ \tau &= W\left(\frac{1}{K_i}+\frac{1}{K'_u}\right)=\frac{W}{K} \\ x_{o1} &= u_1\tau \end{aligned}\right| \qquad (II.4.19)$$

Tilnærmede formler ved temperatur- og hastighedsvariation.

A. Temperaturvariation.

Overføringsfunktionen $H_T(s)$ mellem varmeafgivelsen pr. sek. og vandreservoirets temperatur er givet ved udtrykket (II.4.17). $H_T(s)$ består af en konstant gange en brøk, der er en funktion af s. Tælleren i denne brøk er undersøgt og tilnærmet i appendix IV.

Docent Vagn Korsgaard har venligst overladt os data for en krydsvarmeveksler, der antages at være ret typisk. Disse data er givet i afsnit V. På grundlag af disse datas indbyrdes størrelsesforhold er tilnærmelserne i appendix IV udført.

Nedenstående er således et eksempel på, hvorledes man kan forenkle udtrykket (II.4.17) til et simplere udtryk i s, når man kender visse data for varmeveksleren.

Ved tilnærmelsen i appendix IV er gjort følgende forudsætninger:

$$\left.\begin{array}{ll} 1. & W \gtrsim R \\ 2. & K_i \sim K_u' \end{array}\right] \qquad (II.4.20)$$

ad forudsætning 1.

Det antages, at vandets varmekapacitet, W, er større eller lig rørenes varmekapacitet, R.

ad. forudsætning 2.

Det antages, at den totale varmeoverføringskoefficient fra vand til rør er nogenlunde lig den ækvivalente, totale varmeoverføringskoefficient fra rør til luft.

På grundlag af disse forudsætninger er fundet:

$$H_T(s) \simeq H_T'(s) = \frac{Q_w\left(1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}\right)}{s^2\frac{WR}{K_i K_u'} + s\left(\frac{R+W}{K_u'} + \frac{W}{K_i}\right)+1} \cdot \frac{1+\frac{2}{\pi}s\tau M}{1+\frac{2}{\pi}s\frac{L}{u_1}} \qquad (II.4.21)$$

Størrelsen M afhænger af $L/x_{o1}=L/u_1\tau$ og er optegnet som funktion heraf på kurveblad 6.

Med god tilnærmelse har vi for $H_T^!(s)$:

$$u_1>\frac{L}{\tau}:\quad H_T(s)\simeq H_T^!(s)\simeq \frac{Q_w\left(1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}\right)}{s^2\frac{WR}{K_iK_u^!}+s\left(\frac{R+W}{K_u^!}+\frac{W}{K_i}\right)+1}\cdot\frac{1+\frac{4}{\pi}s\tau}{1+\frac{2}{\pi}s\frac{L}{u_1}}\qquad (II.4.22)$$

$$u_1<\frac{L}{2\tau}:\quad H_T(s)\simeq H_T^!(s)\simeq \frac{Q_w\left(1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}\right)}{s^2\frac{WR}{K_iK_u^!}+s\left(\frac{R+W}{K_u^!}+\frac{W}{K_i}\right)+1}\qquad (II.4.23)$$

Varmevekslerens arbejdspunkt ved normal ydelse vil næsten altid svare til en vandhastighed $u_1>L/\tau$, idet vandhastigheder mindre end L/τ forårsager en afkøling af vandet ved passage af varmefladen, der er større end 60% af vandets tilgangsovertemperatur, T_{wo}. En så kraftig vandafkøling vil man næppe tillade i praksis. Formel (II.4.22) vil således være den mest anvendelige.

$H_T^!(s)$ består altså af en konstant gange en funktion af s, der består af et førstegradsled i tælleren og tre tidskonstanter i nævneren. De to af tidskonstanterne i nævneren findes ved opløsning af et andengradsled i to førstegradsled.

I appendix V er nævnerens andengradsled undersøgt, og det er der vist, at andengradsleddet altid har samme virkning som to tidskonstanter. I appendix V er forudsætningen (II.4.20) yderligere skærpet til:

1a. $W \sim R$ (II.4.24)

dvs., det antages, at vandets varmekapacitet er af nogenlunde samme størrelse som rørenes varmekapacitet.

På grundlag af forudsætningerne (II.4.20) og (II.4.24) får vi følgende tilnærmelse for $H_T(s)$:

$$H_T(s) \simeq H_T^{*}(s) \simeq \frac{Q_w\left(1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}\right)}{(1+0{,}2s\tau)(1+s\tau)} \cdot \frac{1+\frac{2}{\pi}s\tau M}{1+\frac{2}{\pi}s\frac{L}{u_1}} \qquad (II.4.25)$$

eller

$$u_1 > \frac{L}{\tau}: \; H_T(s) \simeq H_T^{*}(s) \simeq \frac{Q_w\left(1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}\right)}{1+\frac{2}{\pi}s\frac{L}{u_1}} \cdot \frac{1}{1+0{,}2s\tau} \qquad (II.4.26)$$

$$u_1 < \frac{L}{2\tau}: \; H_T(s) \simeq H_T^{*}(s) \simeq \frac{Q_w\left(1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}\right)}{1+s\tau} \cdot \frac{1}{1+0{,}2s\tau} \qquad (II.4.27)$$

I udtrykkene (II.4.26) og (II.4.27) findes kun 2 tidskonstanter, idet en faktor i tælleren er gået ud mod en faktor i nævneren.

Vi har set, at det på grundlag af visse forudsætninger er muligt at angive en tilnærmet simpel overføringsfunktion for varmeveksleren med hensyn taget til rørvæggenes varmekapacitet. Overføringsfunktionen angiver sammenhængen mellem den afgivne varme pr. sek., P, og temperaturvariationerne af vandreservoiret.

Er forudsætningerne (II.4.20) opfyldt er den tilnærmede overføringsfunktion givet ved udtrykket (II.4.21). Udtrykket består af en konstant, et førstegradsled i s i tælleren, samt tre tidskonstanter. I formel, (II.1.35), er overføringsfunktionen for en varmeveksler uden egen varmekapacitet angivet. Sammenlignes denne overføringsfunktion med (II.4.21) ses, at rørvæggens varmekapacitet har medført, at overføringsfunktionen er blevet forøget med en tidskonstant i nævneren. Er desuden forudsætningen (II.4.24) opfyldt, er den ekstra tidskonstant, rørenes varmekapacitet er årsag til, lig med en femtedel af varmevekslerens karakteristiske tidskonstant (se (II.4.25)).

B. Hastighedsvariation.

Overføringsfunktionen $H_u'(s)$ mellem varmeafgivelsen pr. sek. og små variationer af hastigheden er givet ved udtrykket (II.4.18) og (II.4.19). $H_u'(s)$ består af en konstant gange et udtryk i s, der består af en integration og en tidskonstant samt en kompliceret funktion af s, der er undersøgt i appendix VI.

I appendix VI er udført nogle approksimationer på grundlag af de data fra en typisk krydsvarmeveksler, der er opgivet i afsnit V.

Nedenstående er således et eksempel på, hvorledes man kan forenkle udtrykket (II.4.18) til et simplere udtryk i s, når man kender visse data for varmeveksleren.

Ved tilnærmelsen i appendix VI er gjort de samme forudsætninger som ved undersøgelsen af overføringsfunktionen for temperaturvariationer.

$$\left.\begin{array}{ll} 1. & W \geq R \\ 2. & K_i \sim K_u' \end{array}\right] \quad (II.4.2o)$$

Se kommentarer til disse forudsætninger i det foregående underafsnit A om temperaturvariation.

På grundlag af disse forudsætninger er fundet følgende tilnærmelse for $H_u'(s)$:

$$H_u'(s) \simeq H_u''(s) = \frac{AC_w T_{wo}\left(1-\left(1+\frac{L}{x_{o1}}\right)e^{-\frac{L}{x_{o1}}}\right)}{1+s\tau} \cdot \frac{1+s\tau N}{1+0,5s\frac{L}{u_1}} \cdot \frac{1}{1+sr}$$

(II.4.28)

Faktoren N er på kurveblad 5 optegnet som funktion af $\frac{L}{x_{o1}} = \frac{L}{u_1\tau}$.

$$\left.\begin{aligned} &\text{Her er} \quad x_{o1} = u_1 \; W\left(\frac{1}{K_i} + \frac{1}{K_u'}\right) = u_1 \tau \\ &\text{og} \qquad r = \frac{RW(K_i + K_u')}{K_i^{\,2} R + W(K_i + K_u')^2} \end{aligned}\right] \qquad (II.4.29)$$

I formel (II.3.40) fandtes $H_u''(s)$ for varmeveksleren uden rørkapacitet. Sammenlignes (II.4.28) med denne overføringsfunktion, ses, at rørkapaciteten har medført, at overføringsfunktionen er blevet forøget med en tidskonstant r.

Er $u_1 > \frac{L}{\tau}$ eller $u_1 < \frac{L}{2\tau}$ gælder følgende med god tilnærmelse:

$$u_1 > \frac{L}{\tau}: \quad H_u'(s) \simeq H_u''(s) \simeq \frac{AC_w T_{wo}\left(1 - \left(1 + \frac{L}{x_{o1}}\right) e^{-\frac{L}{x_{o1}}}\right)}{\left(1 + 0{,}5s\,\frac{L}{u_1}\right)(1 + sr)} \qquad (II.4.30)$$

$$u_1 < \frac{L}{2\tau}: \quad H_u'(s) \simeq H''(s) \simeq \frac{AC_w T_{wo}\left(1 - \left(1 + \frac{L}{x_{o1}}\right) e^{-\frac{L}{x_{o1}}}\right)}{(1 + s\tau)(1 + sr)} \qquad (II.4.31)$$

Ved udledelsen af det ovenstående er anvendt forudsætningerne (II.4.20). Føjes hertil den skærpede forudsætning:

1a. $W \sim R$

ses, at

$$\underline{r} \sim \frac{W^2 \; 2K_u'}{K_u'^{\,2} W + W \; K_u'^{\,2}} = 0{,}2 \; \frac{2W}{K_u'} = \underline{0{,}2\tau} \qquad (II.4.32)$$

Forudsættes $W \sim R$ bliver den ekstra tidskonstant, r, som rørvæggenes varmekapacitet forårsager, lig med en femtedel af varmevekslerens karakteristiske tidskonstant.

Vi har vist, at det på grundlag af visse forudsætninger er muligt at angive en tilnærmet, simpel overføringsfunktion for varmeveksleren med varmekapacitet i rørvæggene. Overføringsfunktionen angiver sammenhængen mellem variationer af afgiven varme pr. sek., ΔP, og små variationer af fødevandets hastighed, Δu_1, ud fra et givet arbejdspunkt svarende til hastigheden u_1.

Er forudsætningerne (II.4.20) opfyldt, er den tilnærmede overføringsfunktion givet ved udtrykket (II.4.28). Udtrykket består af en faktor (afhængig af vandhastigheden) gange et udtryk i s, der består af tre tidskonstanter og et førstegradsled i s i tælleren. Førstegradsleddet og den ene tidskonstant er afhængig af vandhastigheden.

Oftest vil man dog kunne anvende det enklere udtryk (II.4.30), der gælder for $u_1 > L/\tau$. Dette udtryk består af en faktor gange to tidskonstanter. Er forudsætningen (II.4.24) opfyldt vil den ene tidskonstant være lig med en femtedel af varmevekslerens karakteristiske tidskonstant.

I formel (II.4.25) fandtes på lignende måde for overføringsfunktionen for temperaturvariationer, at rørvæggenes varmekapacitet, såfremt forudsætningerne (II.4.20) og (II.4.24) var opfyldt, medførte en tidskonstant af størrelsen $0{,}2\tau$, der er en femtedel af varmevekslerens karakteristiske tidskonstant.

Såvel ved hastigheds - som ved temperaturvariation medfører rørkapaciteten altså en ekstra tidskonstant af størrelsen $0{,}2\tau$.

Afsnit 5. Numerisk eksempel.

I dette afsnit gennemgås data for en krydsvarmeveksler, og dens frekvenskarakteristikker optegnes. Der opbygges endvidere nogle analogmodeller.

A. Data for ribberørsvarmeflade O V 1.

Følgende data for en krydsvarmeveksler er venligst blevet os overladt af docent Vagn Korsgaard.

Varmefladen består af 27 ribberør (6 ribber pr. 1") forskudt i to rækker.

Iøvrigt opgives data som angivet i tabel III.

Vi vil nu udregne, hvilke værdier, vi på grundlag af de opgivne data må tillægge de forskellige symboler, der er anvendt i rapporten; se tabel I og II.

Vi ønsker at regne med en udfoldet varmeflade (se afsnit 1) med arealet $0{,}5 \cdot 0{,}5 m^2$, dvs.:

$$H = 0{,}5 \quad (m) \qquad\qquad H\,L = 0{,}25 \quad [m^2]$$

$$L = 0{,}5 \quad (m)$$

Da det indvendige rørareal er $0{,}55\ m^2$ og det udvendige er $4{,}69\ m^2$, må de opgivne varmeovergangstal α_i og α_u omregnes, så de svarer til arealet $0{,}25\ m^2$:

$$k_i = \alpha_i \frac{0{,}55}{0{,}25} = 7{,}0 \cdot 10^{-2} \frac{0{,}55}{0{,}25} = 1{,}53 \qquad \left[\frac{kcal}{m^2 sek\ C}\right]$$

og $$K_i = k_i\ HL = 0{,}153 \cdot 0{,}25 = 3{,}8 \cdot 10^{-2} \qquad \left[\frac{kcal}{sek\ C}\right]$$

$$k_u = \alpha_u \frac{4{,}69}{0{,}25} = 6{,}4 \cdot 10^{-3} \frac{4{,}69}{0{,}25} = 0{,}120 \qquad \left[\frac{kcal}{sek\ C\ m^2}\right]$$

og $$K_u = k_u\ HL = 0{,}120 \cdot 0{,}25 = 3 \cdot 10^{-2} \qquad \left[\frac{kcal}{sek\ C}\right]$$

Da lufthastigheden er 3,25 m/sek gennem et frit gennemstrømningsareal på 0,112 m^2 får vi

$$M_a = 3{,}25 \cdot 0{,}112 = 0{,}364 \quad [m^3/sek]$$

I den skematiserede varmeveksler, fig. 1, er lufthastigheden v bestemt ved

$$M_a = v\, H\, L = 0{,}364 \quad [m^3/sek] \qquad v = \frac{0{,}364}{0{,}25} = 1{,}45 \left[\frac{m}{sek}\right]$$

$$Q_a = M_a\, C_a = 0{,}364 \cdot 0{,}28 = 0{,}102 \quad \left[\frac{kcal}{sek\ C}\right]$$

Vandets frie gennemstrømningsareal er opgivet til $35{,}8 \cdot 10^{-4}$ $[m^2]$. Vandmængden pr. sek. bliver således:

$$M_w = u\, A \quad \left[\frac{m^3}{sek}\right], \quad \text{u er vandhastigheden}$$

$$M_w = 35{,}8 \cdot 10^{-4} \cdot u \quad \left[\frac{m^3}{sek}\right]$$

$$Q_w = M_w C_w = 35{,}8 \cdot 10^{-4} \cdot 10^3 \cdot u = 3{,}58\ u \left[\frac{kcal}{sek\ C}\right]$$

På nogle af rapportens kurveblade (nr. 7,8 og 9) er der regnet med en hastighed på $u = 1{,}67 \cdot 10^{-2}$ m/sek .

Hertil svarer:

$$Q_w = 3{,}58 \cdot 167 \cdot 10^{-2} = 5{,}98 \cdot 10^{-2} \quad \left[\frac{kcal}{sek\ C}\right]$$

Den totale varmekapacitet af rør og ribber bliver:

$$R = 1{,}75 \qquad \left[\frac{kcal}{C}\right]$$

og den totale varmekapacitet af det vand, der indeholdes i varmeveksleren:

$$W = 1{,}75 \qquad \left[\frac{kcal}{C}\right]$$

Den ækvivalente, totale varmeoverføringskoefficient til luft, K_u':

$$K_u' = \frac{K_u Q_a}{Q_a + pK_u} = \frac{3\ 10^{-2}\ 0,102}{0,102 + 3\cdot 10^{-2}\cdot 0,5} = 2,62\cdot 10^{-2} \quad \left[\frac{\text{kcal}}{\text{sek C}}\right]$$

De anvendte symbolers talværdier er samlet i tabel IV.

Optegning af frekvenskarakteristikker.

På grundlag af de i tabel III og tabel IV givne data for ribberørsvarmefladen OV1 er der på kurvebladene 8 og 9 optegnet forskellige relative amplitude- og fasekarakteristikker.

Kurve 1 på kurveblad 8 fremstiller henholdsvis amplitude- og fasekarakteristik for varmevekslerens overføringsfunktion $H_T(s)$, idet der dog er regnet med, at ribberørenes varmekapacitet er nul. $H_T(s)$ er overføringsfunktionen mellem varmeafgivelsen pr. sek., P, og vandets indgangstemperatur, T_{wo}. Karakteristikkerne er udregnet på grundlag af formel (II.1.25). Karakteristikkerne har udprægede svingninger. Til sammenligning med disse kurver er afsat punkter beregnet efter den tilnærmede overføringsfunktion $H_T'(s)$ givet ved formel (II.1.36). Det ses, at $H_T'(s)$ i hovedsagen følger $H_T(s)$, dog er karakteristikkerne for $H_T'(s)$ uden svingninger.

Kurve 2 på kurveblad 8 fremstiller de til kurve 1 svarende karakteristikker, blot er her medregnet den varmekapacitet, som varmefladen er i besiddelse af. Karakteristikkerne er udregnet på grundlag af formel (II.4.17). Ved disse kurver ses det, at svingningerne er blevet mindre, og de optræder først, hvor amplitudekarakteristikken er faldet ca. 30 dB. Til sammenligning med disse kurver er afsat punkter beregnet efter den tilnærmede overføringsfunktion $H_T'(s)$ givet ved formel (II.4.26). Det ses, at $H_T'(s)$ giver et ganske godt billede af varmevekslerens dynamiske forhold og udmærket kan tjene som et dimensioneringsgrundlag.

Kurve 3 på kurveblad 9 fremstiller henholdsvis amplitude- og fasekarakteristikker for varmevekslerens overføringsfunktion $H_u'(s)$ idet der dog er regnet med, at ribberørenes varmekapacitet er lig nul. $H_u'(s)$ er overføringsfunktionen mellem ændringer i varmeafgivelsen, ΔP, og små ændringer af vandets hastighed, Δu_1. Karakteristikkerne er beregnet på grundlag af formel (II.3.37). Til sammenligning med disse kurver er angivet punkter beregnet efter den tilnærmede overføringsfunktion $H_u''(s)$ givet ved formel (II.3.41). Det ses, at $H_u''(s)$ udmærket kan beskrive varmeveksslerens dynamiske forhold, overensstemmelsen med den eksakt beregnede kurve er udmærket.

Kurverne 4 på kurveblad 9 fremstiller karakteristikker for $H_u'(s)$ i det tilfælde, at rørkapaciteten medregnes. Kurverne er beregnet ud fra formel (II.4.18). Til sammenligning hermed er angivet punkter beregnet efter den tilnærmede overføringsfunktion $H_u''(s)$, givet ved (II.4.30). Da $W \sim R$ er tidskonstanten $r = 0{,}2\tau$. Det ses, at overensstemmelsen er udmærket.

Opbygning af analogmodeller på grundlag af data givet i tabel III.

I afsnit II blev det vist, at det i et begrænset frekvensområde ville være muligt at simulere krydsvarmeveksleren uden rørkapacitet ved en analogmodel af to forskellige typer, fig. 11 og fig. 14. Analogmodellen gælder for konstant vandhastighed. Varmeafgivelsen varieres ved ændringer af vandreservoirets temperatur, T_{wo}.

Analogmodel I.

Denne analogmodel, der er skitseret i fig. 11, blev opbygget med 10 sektioner ved hjælp af Servolaboratoriets forsinkelseskæde og analogregnemaskinen, SAM I. På kurveblad 10 og 11 er optegnet summationsforstærkerens udgangsspænding som funktion af tiden, når indgangen påtrykkes et temperaturspring og en kortvarig temperaturimpuls. Overensstemmelsen med de teoretisk beregnede kurver for $P(t)$ ved spring- og impulspåvirkning, fig. 4 og fig. 5, er god.

Vi optog også frekvenskarakteristikker for modellen. Karakteristikkerne stemte godt overens med de beregnede karakteristikker, (kurve 1 på kurveblad 8) helt op til forsinkelseskædens grænsefrekvens, hvilket svarer til, at vi kunne optage karakteristikkerne op til 5. - 6. maksimum. Modellen er således udmærket egnet til et nøjere studium af krydsvarmeveksleren uden rørkapacitet.

Hvis man kender et eksisterende systems impulsgengivelse, kan man ved hjælp af en forsinkelseskæde på lignende måde som her vist, danne et system, der har samme impulsgengivelse som det givne system (dog med den begrænsning, at forsinkelseskæden er opdelt i sektioner). Man har således dannet en overføringsfunktion, der er lig det virkelige systems, og kan derfor ved hjælp af analogmaskinen konstruere et passende kontrolsystem.

Analogmodel II.

Denne modeltype er skitseret i fig. 14. En model på 10 sektioner blev bygget op på SAM I. På kurveblad 10 og 11 er optegnet summationsforstærkerens udgangsspænding som funktion af tiden, når indgangen påtrykkes et temperaturspring og en temperaturimpuls. De teoretisk beregnede kurver for P(t)'s forløb ved disse indgangspåvirkninger er vist i fig. 4 og fig. 5. Det ses, at analogmodellens springgengivelse (springrespons) er nogenlunde som den beregnede fig. 4, dog sker overgangen fra den eksponentielle indsvingning til en konstant værdi ikke ved et skarpt knæk, men ved en afrundet kurve.

Modellens mangler ved højere frekvenser kommer endnu bedre til udtryk ved impulsgengivelsen, der kun svagt minder om den beregnede fig. 5. Analogmodellens gengivelse vokser langsommere op og har til gengæld en lang hale.

Vi optog frekvenskarakteristikker for modellen, og disse var praktisk taget sammenfaldende med frekvenskarakteristikkerne for den tilnærmede overføringsfunktion, $H_T^!(s)$ givet ved formel (II.1.36). Hele analogmodellen giver ikke en bedre tilnærmelse end den, der opnås med en enkelt tidskonstant, der kunne dannes af et simpelt RC-led. Hvis de tilnærmelser, der ligger til grund for udledelsen af (II.1.36), der blot består af en enkelt tidskonstant, ikke gælder, vil analogmodellen dog være nyttig i et begrænset frekvensområde. Jo flere led, der bruges, des bedre resultat, men antallet af nødvendige led er proportionalt med det krævede frekvensbånd.

Tabel I.

Anvendte bogstavsymboler ved analyse af krydsvarmeveksler uden varmekapacitet i rørvæggene.

Målangivelser	Symbol		Dimension
Varmefladens længde i vandstrømmens retning	L		m
Varmefladens højde	H		m
Frit gennemstrømningsareal for vandet	A		m^2
Øvrige data	Vand	Luft	
Hastighed	u	v	$\frac{m}{sek}$
Mængde pr. sek.	$M_w = u\ A$	$M_a = v\ HL$	$\frac{m^3}{sek}$
Vandtemperatur, afhængig af afstanden fra vandindløbet	T_w		^oC
Lufttemperatur før varmefladen		0	^oC
Lufttemperatur efter varmefladen. Afhængig af stedet		T_a	^oC
Varmeovergangstal til varmefladen	k_i	k_u	$\frac{kcal}{sek\ C\ m^2}$
Total varmeoverføringskoefficient til varmeflade	$K_i = k_i\ HL$	$K_u = k_u\ HL$	$\frac{kcal}{sek\ C}$
En konstant, der er indført side 56.		$p = 0{,}5$	
Varmekapacitet pr. kubikmeter	C_w	C_a	$\frac{kcal}{C\ m^3}$
Varmetransportkapacitet pr. sek.	$Q_w = M_w C_w$	$Q_a = M_a C_a$	$\frac{kcal}{sek\ C}$
Ækvivalent total varmeoverføringskoefficient til varmeflade		$K_u' = \frac{K_u Q_a}{Q_a + K_u p}$	$\frac{kcal}{sek\ C}$

fortsættes!

Tabel I fortsat

Øvrige data	Symbol	Dimension
Ækvivalent total varmeoverføringskoefficient fra vand til luft	$K = \frac{K_i\ K'_u}{K_i + K'_u}$	$\frac{\text{kcal}}{\text{sek C}}$
Varmefladens egen temperatur, afhængig af afstanden fra vandindløbet	T_r	$^\circ C$
Varmekapaciteten af vandet i varmeveksleren	$W = ALC_w$	$\frac{\text{kcal}}{\text{C}}$
Varmevekslerens karakteristiske tidskonstant	$\tau = \frac{W}{K}$	sek
Varmevekslerens karakteristiske længde	$x_o = u\ \tau$	m
Den til luften afgivne varme pr. sek.	P	$\frac{\text{kcal}}{\text{sek}}$
Luftens middeltemperaturstigning	$T_m = \frac{P}{Q_a}$	$^\circ C$

Tabel II.

Ved analyse af krydsvarmeveksleren med varmekapacitet i rørvæggene anvendes ud over de i tabel I angivne betegnelser:

	Symbol	Dimension
Tværsnit af rør + finner	B	m^2
Varmefylde af rør + finner	C_r	$\frac{kcal}{m^3\ C}$
Total varmekapacitet af rør + finner	$R = B\ L\ C_r$	$\frac{kcal}{C}$

Tabel III.

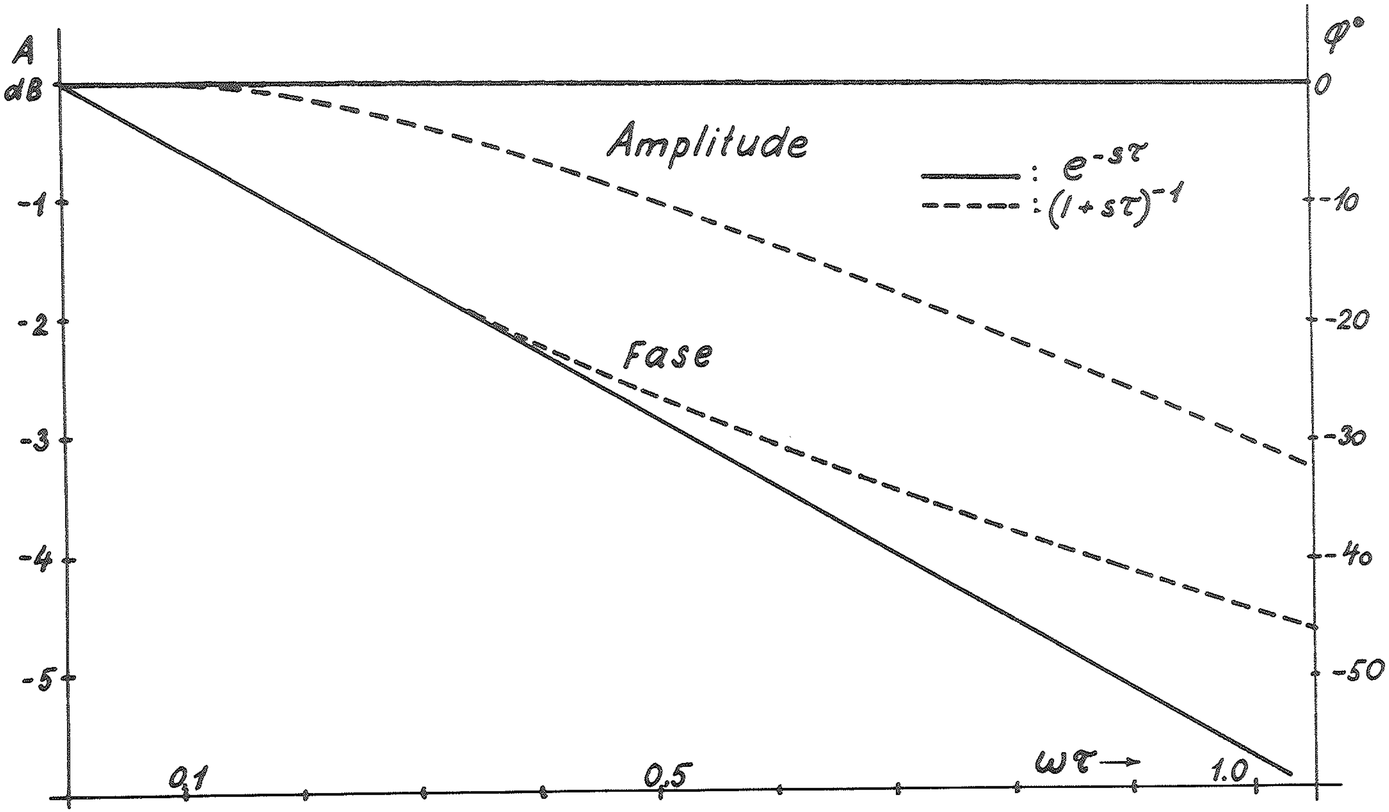
Ribberørsvarmeflade OV 1		Dimension
Varmefladens tværsnitsareal	0,25	m^2
Indvendig rørareal	0,55	m^2
Udvendig areal af rør + ribber	4,69	m^2
Frit gennemstrømningsareal for vandet	$35{,}8 \cdot 10^{-4}$	m^2
Frit gennemstrømningsareal for luften	0,112	m^2
Lufthastighed i frit areal	3,25	$\frac{m}{sek}$
Varmekapacitet af rør + ribber	1,75	$\frac{kcal}{C}$
Varmekapacitet af vand i varmeveksleren	1,75	$\frac{kcal}{C}$
Varmeovergangstal, rør - luft	$\alpha_u = 6{,}4 \cdot 10^{-3}$	$\frac{kcal}{sek\ C\ m^2}$
Varmeovergangstal, vand - rør	$\alpha_i = 7{,}0 \cdot 10^{-2}$	$\frac{kcal}{sek\ C\ m^2}$

Tabel IV.

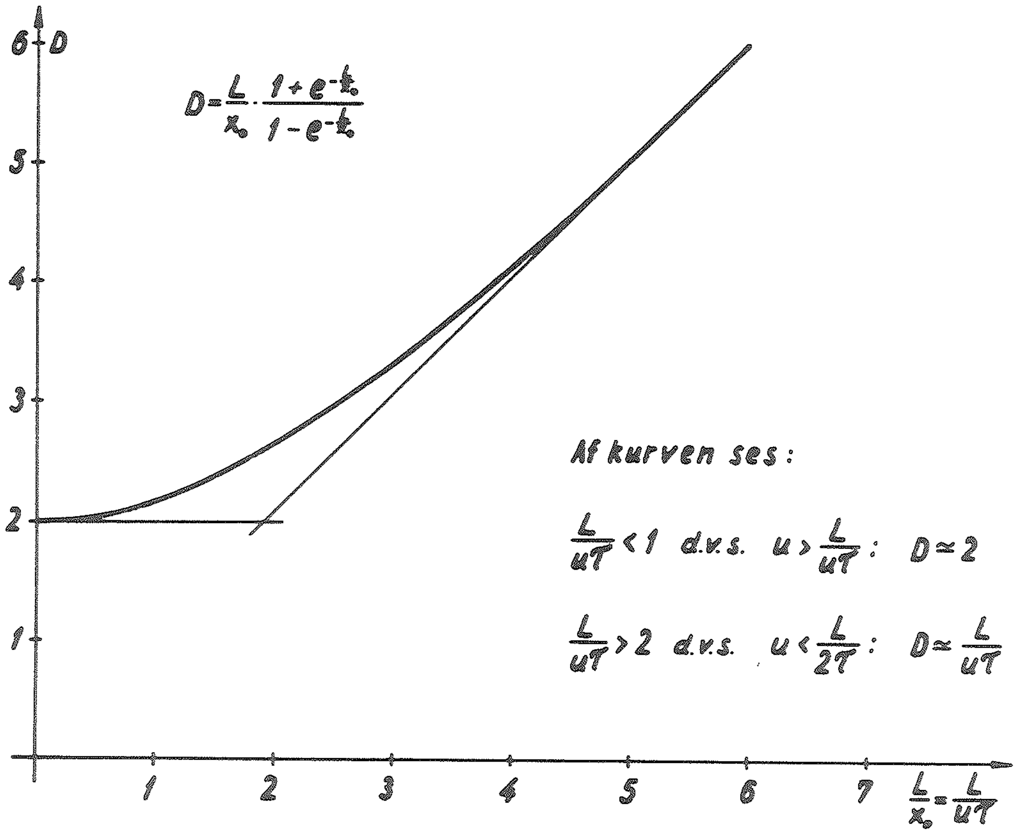
Ribberørsvarmeflade OV 1

Anvendte symbolers talværdier

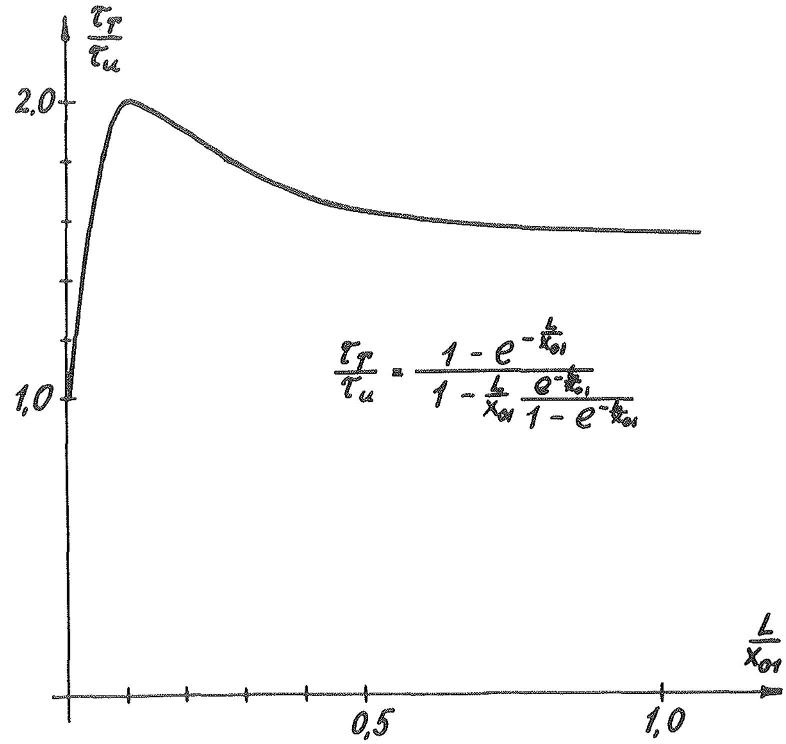
	Vandstrøm	Luftstrøm	Dimension
Hastighed	u forskellig	$v = 1,45$	$\frac{m}{sek}$
Mængde pr. sek.	$M_w = 35,8 \cdot 10^{-4}$	$M_a = 0,36$	$\frac{m^3}{sek}$
Varmetransport pr. sek. pr. ^oC	$Q_w = 3,58$ u	$Q_a = 0,102$	$\frac{kcal}{sek\ C}$
Varmeovergangstal til varmeflade	$k_i = 0,153$	$k_u = 0,120$	$\frac{kcal}{sek\ C\ m^2}$
Total varmeoverføringskoefficient til varmefladen	$K_i = 3,8\ 10^{-2}$	$K_u = 3 \cdot 10^{-2}$	$\frac{kcal}{sek\ C}$
Ækvivalent total varmeoverføringskoefficient til varmefladen		$K'_u = 2,62 \cdot 10^{-2}$	$\frac{kcal}{sek\ C}$
Total varmekapacitet af vand indeholdt i varmeveksleren	$W = 1,75$		$\frac{kcal}{C}$
Total varmekapacitet af rør + finner	$R = 1,75$		$\frac{kcal}{C}$
Ækvivalent total varmeoverføringskoefficient fra vand til luft	$K = \frac{K_i K'_u}{K_i + K'_u} = 1,55 \cdot 10^{-2}$		$\frac{kcal}{sek\ C}$
Varmevekslerens karakteristiske tidskonstant	$\tau = \frac{W}{K} = 113$		sek
Varmevekslerens karakteristiske længde	$x_o = u\ \tau = u \cdot 113$		m



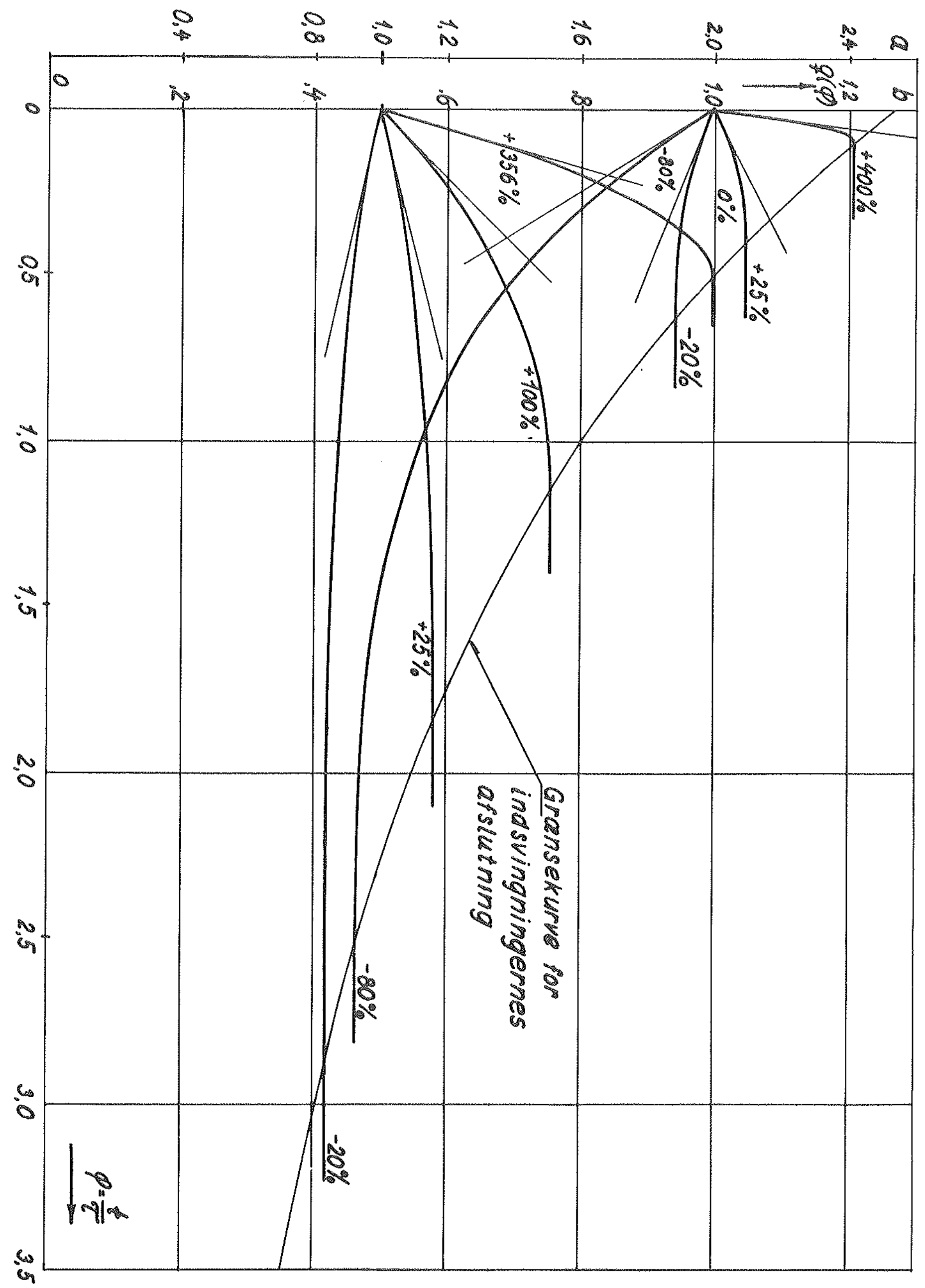
Kurveblad 1. Frekvenskarakteristikker for en tidsforsinkelse, $e^{-s\tau}$, og for en tidskonstant, $1/1+s\tau$.


D
6
5
4
3
2
1
1
2
3
4
5
6
7
$\frac{L}{x_0} = \frac{L}{uT}$
$D = \frac{L}{x_0} \cdot \frac{1+e^{-\frac{L}{x_0}}}{1-e^{-\frac{L}{x_0}}}$
Af kurven ses:
$\frac{L}{uT} < 1$ d.v.s. $u > \frac{L}{uT}$: $D \simeq 2$
$\frac{L}{uT} > 2$ d.v.s. $u < \frac{L}{2T}$: $D \simeq \frac{L}{uT}$

Kurveblad 2.



Kurveblad 3. Forholdet mellem de ækvivalente tidskonstanter ved henholdsvis temperaturvariationer og små hastighedsvariationer.



Kurveblad 4. Se tekst næste side.

Kurveblad 4.

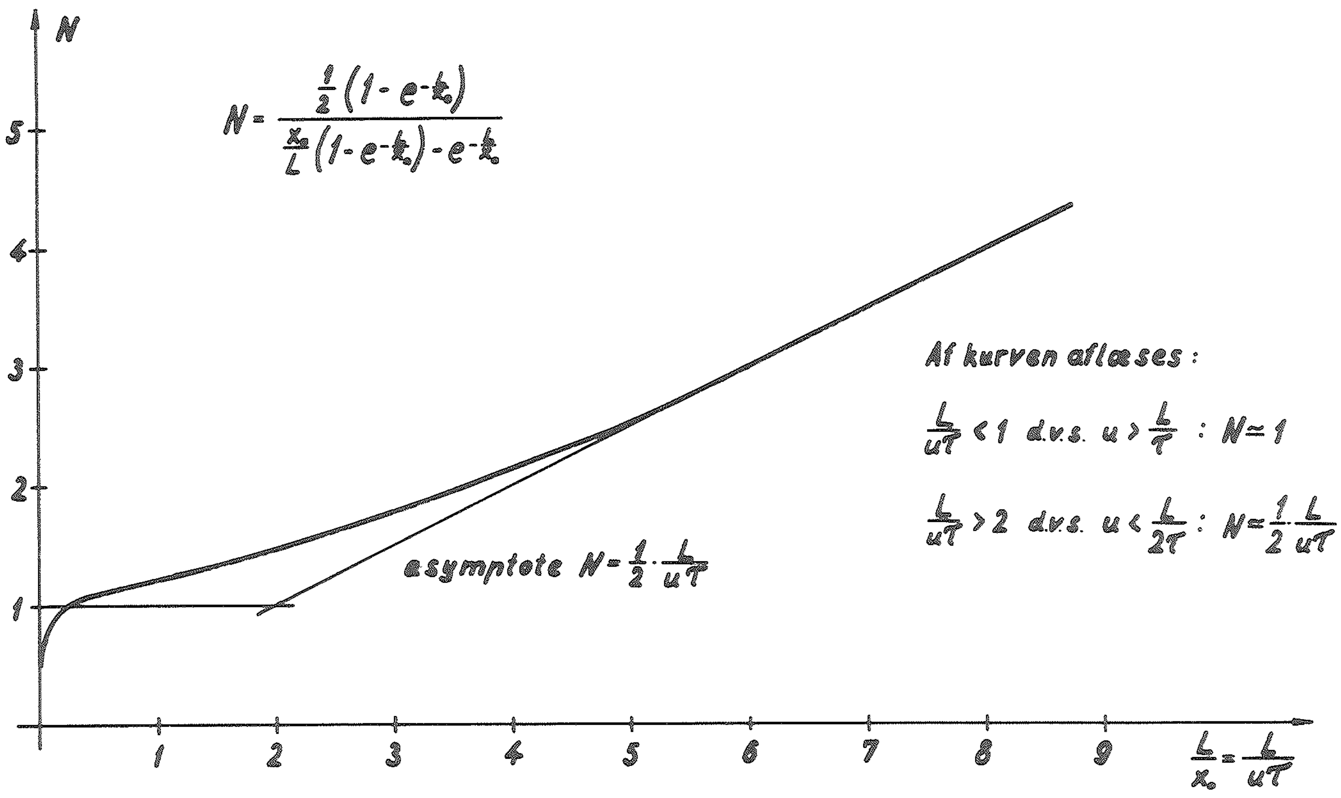
Den relative ændring af varmeafgivelsen pr. sek. efter en springvis ændring til tiden t=0 af vandhastigheden fra u_1 m/sek til $u_2=(1+h)\ u_1$ m/sek , som funktion af den relative tid $\varphi=t/\tau$, hvor τ er varmevekslerens karakteristiske tidskonstant.

Indsvingningerne er optegnet for 2 værdier af L/x_{01}:

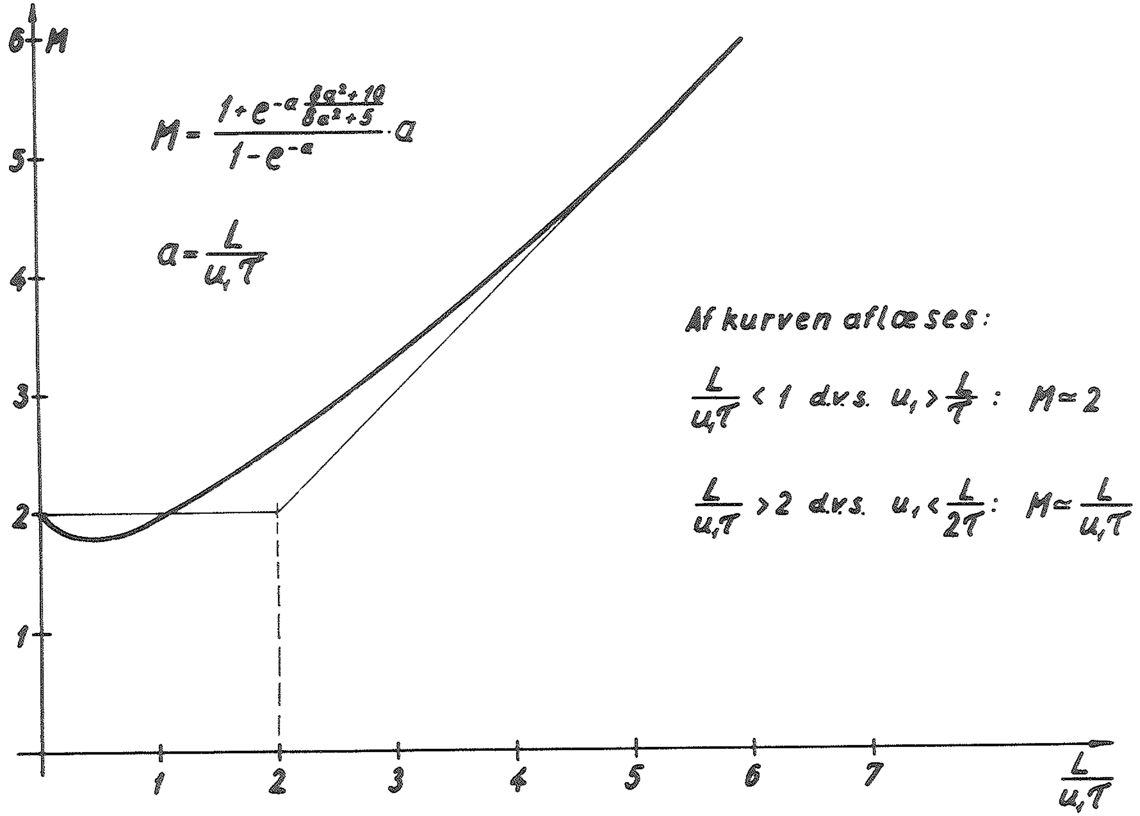
$\frac{L}{x_{o1}}$ = 0,5, hertil svarer kurver, der udgår fra (1,0) på b-aksen.

$\frac{L}{x_{o1}}$ = 2,3, hertil svarer kurver, der udgår fra (1,0) på a-aksen.

Procenttallene ved kurverne angiver den procentiske, springvise ændring af hastigheden. Positive hastighedsspring giver opadgående indsvingninger, negative giver nedadgående.

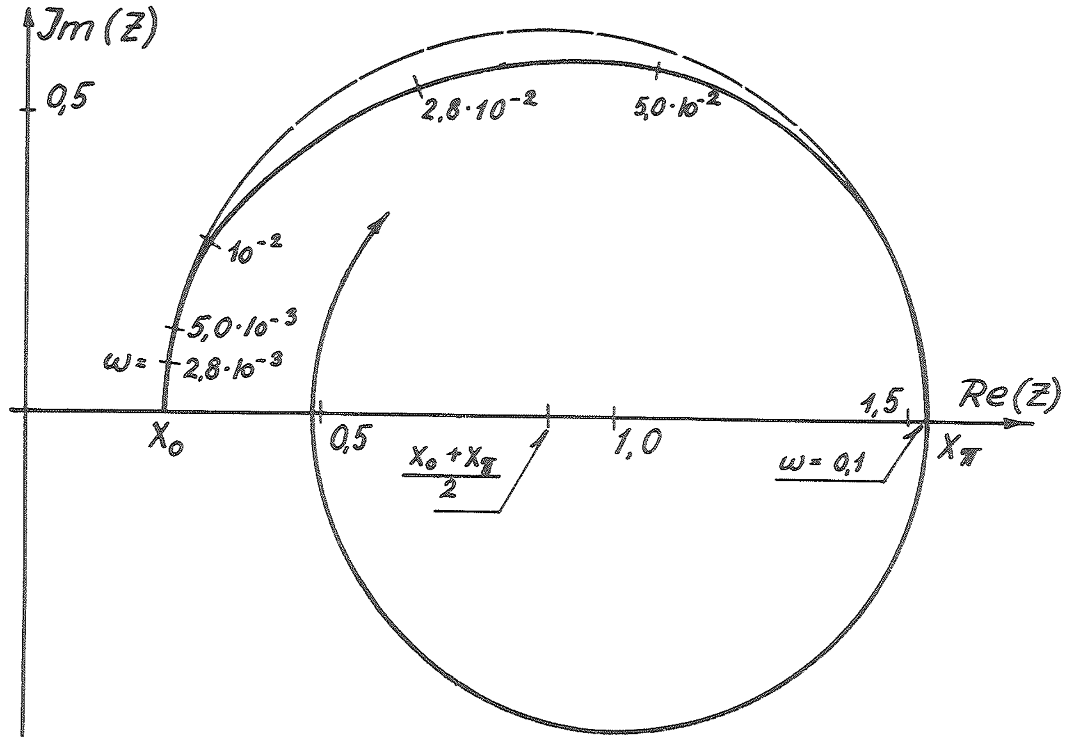

N
$N = \dfrac{\frac{1}{2}\left(1 - e^{-\frac{L}{x_0}}\right)}{\frac{x_0}{L}\left(1 - e^{-\frac{L}{x_0}}\right) - e^{-\frac{L}{x_0}}}$
1
2
3
4
5
6
7
8
9
$\frac{L}{x_0} = \frac{L}{u\tau}$
asymptote $N = \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{u\tau}$
Af kurven aflæses :
$\frac{L}{u\tau} < 1$ d.v.s. $u > \frac{L}{\tau}$: $N \simeq 1$
$\frac{L}{u\tau} > 2$ d.v.s. $u < \frac{L}{2\tau}$: $N \simeq \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{u\tau}$

Kurveblad 5.



M
$M = \frac{1 + e^{-a}\frac{6a^2+10}{6a^2+5}}{1-e^{-a}} \cdot a$
$a = \frac{L}{u_1 T}$
Af kurven aflæses:
$\frac{L}{u_1 T} < 1$ d.v.s. $u_1 > \frac{L}{T}$: $M \simeq 2$
$\frac{L}{u_1 T} > 2$ d.v.s. $u_1 < \frac{L}{2T}$: $M \simeq \frac{L}{u_1 T}$
$\frac{L}{u_1 T}$

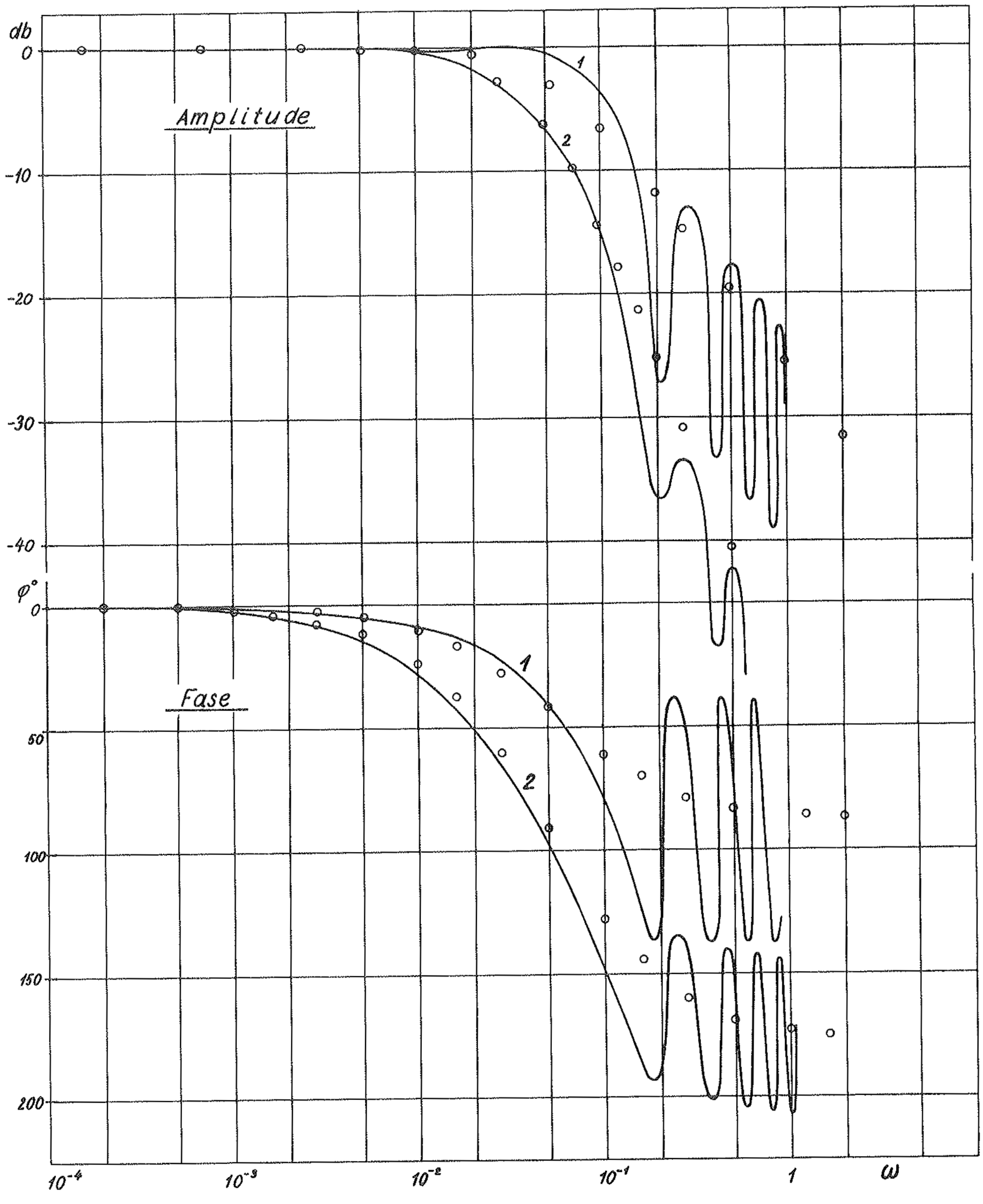
Kurveblad 6.



Kurveblad 7. Appendix IV. De geometriske forhold for vektoren

$$Z = 1 - e^{-bj\omega}\, e^{-a\frac{1+cj\omega}{1+dj\omega}}$$

Kurven er udregnet for den varmeveksler, der er beskrevet i afsnit 5, og hvis data er givet i tabel III og IV.



Kurveblad 8. Se tekst næste side.

Kurveblad 8.

Relative frekvenskarakteristikker for den i kapitel II, afsnit 5, behandlede krydsvarmeveksler. Karakteristikkerne er optegnet for temperaturvariationer af tilgangsvandet. Data er opgivet i tabel III og IV.

Kurverne 1: Rørvæggens varmekapacitet er her ikke medregnet:

$$\frac{H_T(s)}{H_T(o)} = \frac{1-e^{-0,266\, e^{-s30}}}{1-e^{-0,266}} \; \frac{1}{1+s113}$$

De med cirkler angivne punkter er beregnet ud fra den tilnærmede overføringsfunktion:

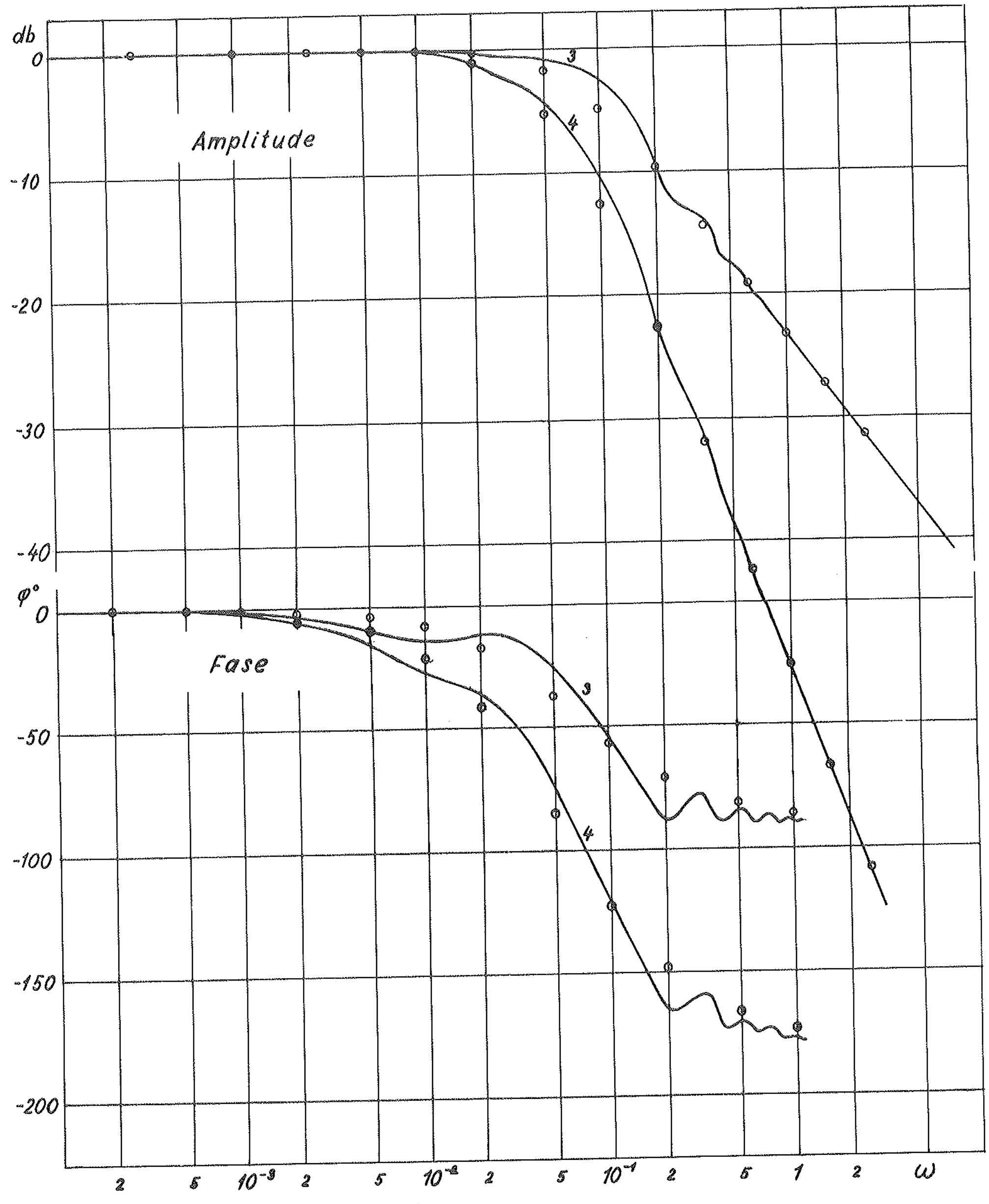
$$\frac{H_T'(s)}{H_T'(0)} = \frac{1}{1+s\;19,1}$$

Kurverne 2: Rørvæggens varmekapacitet er her medregnet:

$$\frac{H_T(s)}{H_T(0)} = \frac{1-e^{-s30\, e^{-0,266 \frac{1+s66,9}{1+s27,3}}}}{1-e^{-0,266}} \; \frac{1}{(1+s19,1)(1+s160)}$$

De med cirkler angivne punkter er beregnet ud fra den tilnærmede overføringsfunktion:

$$\frac{H_T'(s)}{H_T'(0)} = \frac{1}{(1+s19,1)(1+s22,6)}$$



Kurveblad 9. Se tekst næste side.

Kurveblad 9.

Relative frekvenskarakteristikker for den i kapitel II, afsnit 5, behandlede krydsvarmeveksler. Karakteristikkerne er optegnet for små hastighedsvariationer af tilgangsvandet. Data er opgivet i tabel III og IV.

Kurverne 3: Rørvæggens varmekapacitet er her ikke medregnet:

$$\frac{H_u'(s)}{H_u'(0)} = \frac{1-e^{-0,266} - \frac{1-e^{-s30}\,e^{-0,266}}{1+s113}}{113-e^{-0,266}(113+30)} \cdot \frac{1}{s}$$

De med cirkler angivne punkter er beregnet ud fra den tilnærmede overføringsfunktion:

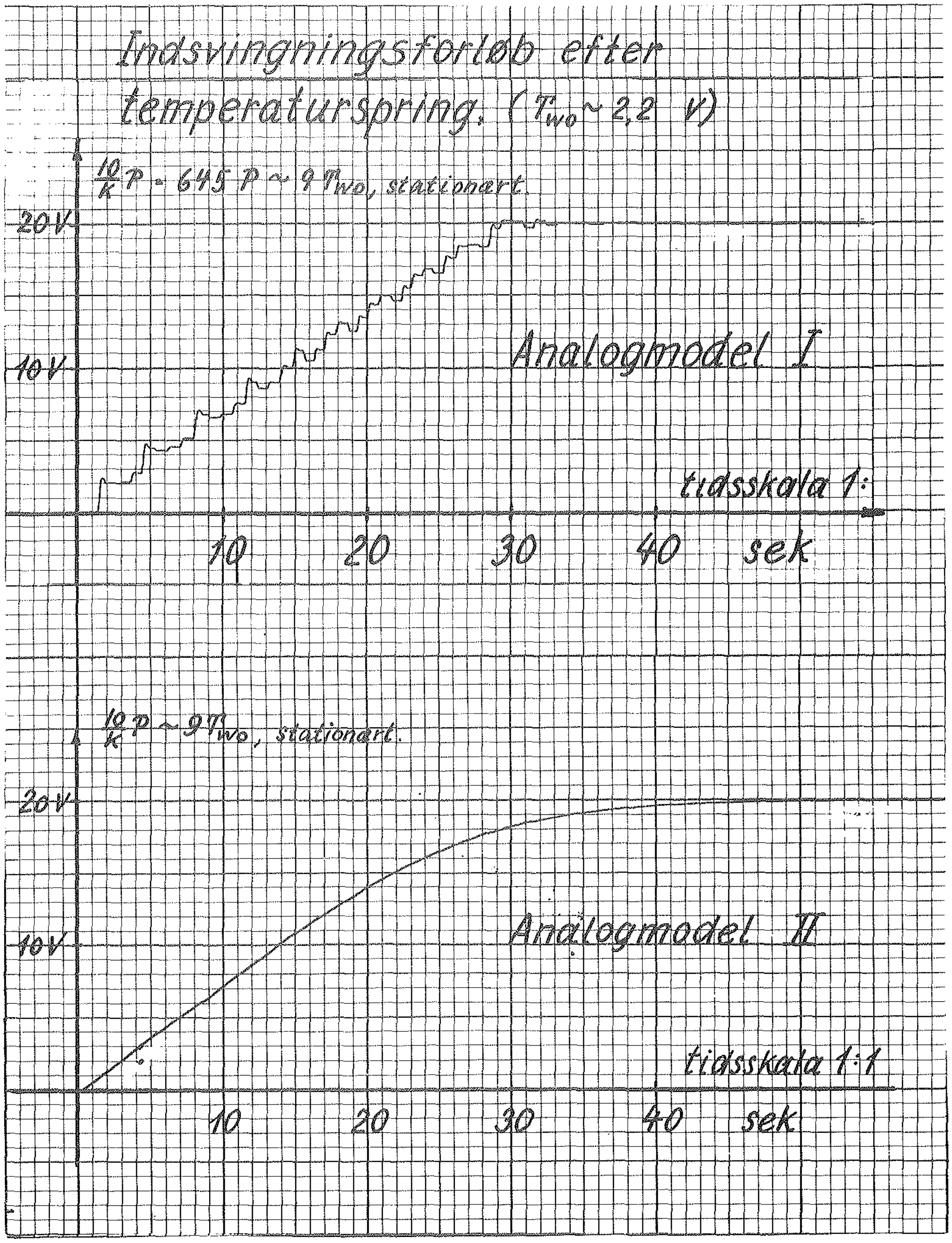
$$\frac{H_u''(s)}{H_u''(0)} = \frac{1}{1+s0,5\cdot 30}$$

Kurverne 4: Rørvæggens varmekapacitet er medregnet:

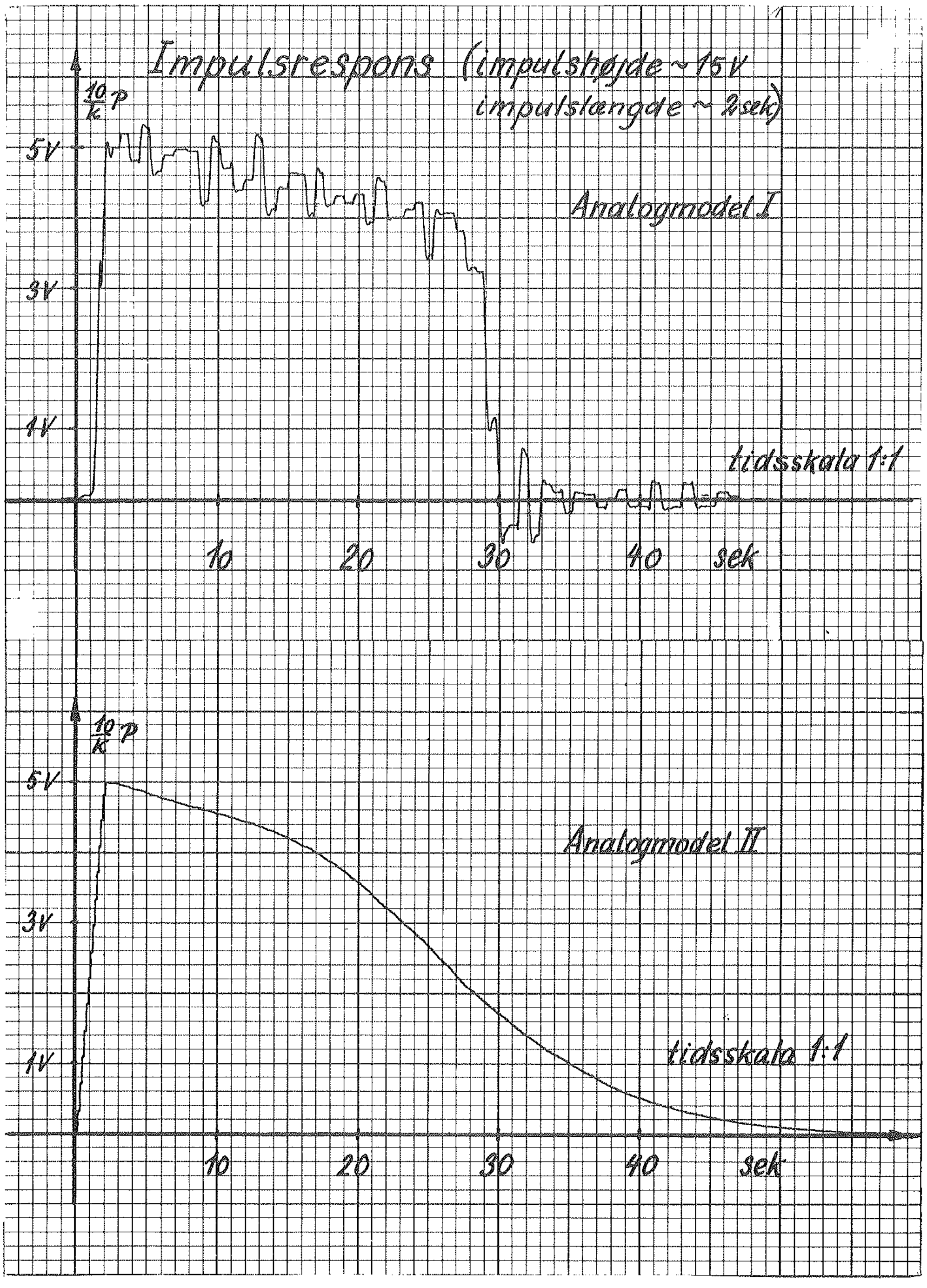
$$\frac{H_u'(s)}{H_u'(0)} = \frac{1-e^{-0,266} - \frac{1-e^{-s30}\,e^{-0,266\frac{1+s66,9}{1+s27,3}}}{113s + \frac{1+s66,9}{1+s27,3}}}{113-e^{-0,266}(113+30)} \cdot \frac{1}{s(1+s22,6)}$$

De med cirkler angivne punkter er beregnet ud fra den tilnærmede overføringsfunktion:

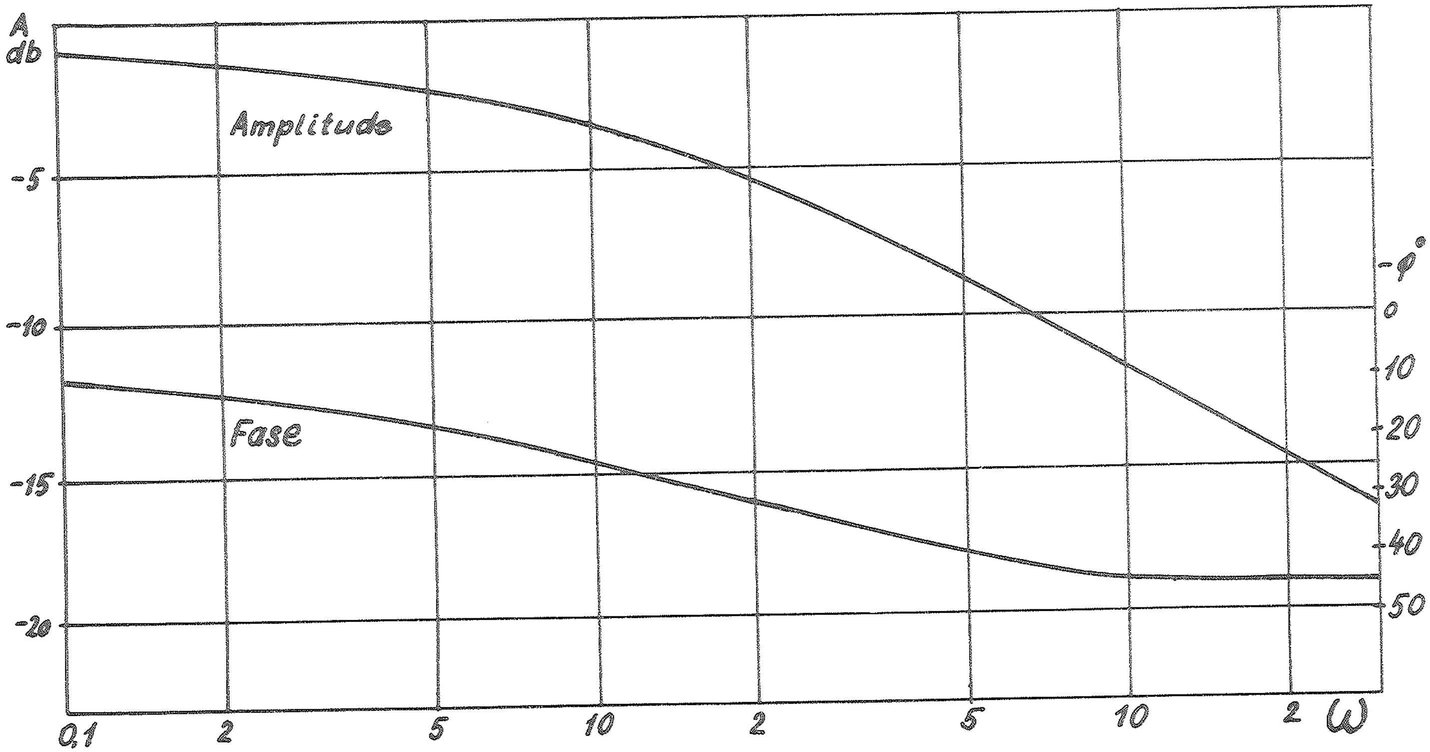
$$\frac{H_u''(s)}{H_u''(0)} = \frac{1}{(1+s0,5\cdot 30)} \cdot \frac{1}{(1+s22,6)}$$



Kurveblad 10.



Kurveblad 11.



Kurveblad 12. Appendix VII. Relativ frekvenskarakteristik for ribbernes varmeafledning som funktion af vinkelfrekvensen for selve varmerørets temperaturvariationer.

Appendix I.

Undersøgelse af overføringsfunktionen mellem varmeafgivelsen pr. sek., P, og vandreservoirets temperatur, T_{wo}, for krydsvarmeveksler uden egen varmekapacitet.

$$P(s) = H_T(s)\ T_{wo}(s)$$

$$H_T(s) = Q_w \frac{1}{1+s\tau} \left(1-e^{-\frac{L}{x_o}} e^{-s\frac{L}{u}}\right) = H_1\ H_2\ H_3$$

$$H_3 = 1-e^{-\frac{L}{x_o}} e^{-s\frac{L}{u}}$$

Dette udtryk tilnærmes med

$$H_4 = K \frac{1+as}{1+bs}$$

For at den øverste halvcirkel i fig. 6, side 70, skal være sammenfaldende med halvcirkelen i fig. 7 (se teksten side 74-75) kræves ifølge geometrien i fig. 6 og fig. 7:

$$\frac{K(a+b)}{2b} = 1$$

$$\frac{a-b}{2b} K = e^{-\frac{L}{x_o}}$$

af disse ligninger fås:

$$\underline{K = 1-e^{-\frac{L}{x_o}}} \quad (I.1) \qquad \text{og} \qquad b = \frac{1-e^{-\frac{L}{x_o}}}{1+e^{-\frac{L}{x_o}}} a \quad (I-2)$$

For vinklen Θ i fig. 6 haves $\Theta = \omega \frac{L}{u}$

" " z i fig. 7 " $\sin z = \frac{2\omega b}{1+\omega^2 b^2}$

Vi sørger for, at halvcirklernes punkter B er sammenfaldende.

Hertil kræves:

$$z = \Theta = \frac{\pi}{2} \quad \text{for} \quad \omega = \omega_1 = \omega_2 = \frac{\pi}{2}\frac{u}{L}$$

Løses ligningerne for z og Θ fås at

$$\underline{b = \frac{2}{\pi}\frac{L}{u}} \qquad \text{(I-3)}$$

Indsættes denne værdi for sin z fås

$$\sin z = \frac{\frac{4}{\Theta}\,\Theta}{1 + \frac{4}{\pi^2}\,\Theta^2}$$

For $\Theta = \frac{1}{4}\pi = 45^\circ$ haves $z = 43^\circ$, fejl $-4{,}5\%$

For $\Theta = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$ " $z = 90^\circ$, fejl 0%

For $\Theta = \frac{3}{4}\pi = 135^\circ$ " $z = 113^\circ$, fejl $-16{,}3\%$

Vinkel z's afvigelse fra vinkel Θ er for $\Theta = 135^\circ$ mindre end 20%. Den procentvise faseforskel mellem H_3 og H_4 vil være nogenlunde den samme (se fig. 6 og fig. 7).

Af (I-2) og (I-3) fås

$$\underline{a = \frac{2}{\pi}\frac{L}{u}\,\frac{1+e^{-\frac{L}{x_o}}}{1-e^{-\frac{L}{x_o}}} = \frac{2}{\pi}\tau \cdot \frac{L}{x_o} \cdot \frac{1+e^{-\frac{L}{x_o}}}{1-e^{-\frac{L}{x_o}}} = \frac{2}{\pi}\,\tau D} \qquad \text{(I-4)}$$

Faktoren D er på kurveblad 2 afbildet som funktion af $\frac{L}{x_o} = \frac{L}{u\tau}$.

Man har nu for H_4's konstanter:

$$K = 1 - e^{-\frac{L}{x_o}}$$

$$b = \frac{2}{\pi}\frac{L}{u} \qquad \text{(I-5)}$$

$$a = \frac{2}{\pi}\tau D$$

Den samlede tilnærmede overføringsfunktion bliver:

$$H_T'(s) = \frac{Q_w(1 - e^{-\frac{L}{x_o}})}{1 + s\tau} \cdot \frac{1 + \frac{2}{\pi}s\tau D}{1 + \frac{2}{\pi}s\frac{L}{u}} \qquad \text{(I-6)}$$

Forudsættes $u > \frac{L}{\tau}$ eller $u < \frac{L}{2\tau}$, har vi ifølge kurveblad 2:

$$\underline{u > \frac{L}{\tau}}: \; H_T'(s) \simeq \frac{Q_w(1 - e^{-\frac{L}{x_o}})}{1 + s\tau} \cdot \frac{1 + \frac{4}{\pi}s\tau}{1 + \frac{2}{\pi}s\frac{L}{u}} \qquad \text{(I-7)}$$

$$\text{eller } \underline{H_T'(s) \simeq \frac{Q_w(1 - e^{-\frac{L}{x_o}})}{1 + \frac{2}{\pi}s\frac{L}{u}}} \qquad \text{(I-8)}$$

$$\underline{u < \frac{L}{2\tau}}: \; \underline{H_T'(s) \simeq \frac{Q_w(1 - e^{-\frac{L}{x_o}})}{1 + s\tau}} \qquad \text{(I-9)}$$

Heraf ses, at varmefladens dynamik ved lave vandhastigheder er bestemt af varmefladens karakteristiske tidskonstant, τ.

Appendix II.

Der søges en tilnærmelse for udtrykket

$$H_u'(s) = \frac{K}{L} T_{wo} \frac{1}{s}\left(1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}} - \frac{1-e^{-s\frac{L}{u_1}}\, e^{-\frac{L}{x_{o1}}}}{1+s\tau}\right) \qquad \text{(II-1)}$$

$$H_u'(s) \rightarrow \left(\tau - e^{-\frac{L}{x_{o1}}}\left(\tau + \frac{L}{u_1}\right)\right)\frac{K}{L}\, T_{wo} = AC_wT_{wo}\left(1-\left(1+\frac{L}{x_{o1}}\right)e^{-\frac{L}{x_{o1}}}\right)$$

for $s \rightarrow 0$

$$H_u'(s) \rightarrow \frac{K}{L}\, T_{wo}\, \frac{1}{s}\left(1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}\right)$$

for $s \rightarrow \infty$

For små s har man

$$e^{-s\frac{L}{u_1}} = \frac{e^{-s\frac{L}{2u_1}}}{e^{s\frac{L}{2u_1}}} \simeq \frac{1-s\frac{L}{2u_1}}{1+s\frac{L}{2u_1}} = 1 - \frac{s\frac{L}{u_1}}{1+s\frac{L}{2u_1}}.$$

Indføres dette udtryk for $e^{-s\frac{L}{u_1}}$ i (II-1) får man

$$H_u'(s) \sim H_u''(s) = \frac{K}{L}\, T_{wo}\left(\tau - e^{-\frac{L}{x_{o1}}}\left(\tau + \frac{L}{u_1}\right)\right)\frac{1+s\tau N}{(1+s\tau)\left(1+s\frac{L}{2u_1}\right)}$$

(II-2)

hvor
$$N = \frac{\frac{1}{2}\left(1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}\right)}{\frac{x_{o1}}{L}\left(1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}\right)-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}}$$

Det kan udregnes, at

$$H''_u(s) \rightarrow AC_w\ T_{wo}(1-(1+\frac{L}{x_{o1}})e^{-\frac{L}{x_{o1}}})$$

for $s \rightarrow 0$

og at

$$H''_u(s) \rightarrow \frac{K}{L}\ T_{wo}\ \frac{1}{s}\ (1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}})$$

for $s \rightarrow \infty$

Udtrykket $H''_u(s)$ givet i (II-2) har således samme grænseværdi for $s \rightarrow 0$ og $s \rightarrow \infty$ som udtrykket $H'_u(s)$

Den approksimerede funktion $H''_u(s)$ falder således sammen med det nøjagtige udtryk (II-1) for såvel lave som høje frekvenser. I et midterområde har frekvenskarakteristikken $H'_u(s)$ nogle svingninger, mens karakteristikken for $H''_u(s)$ danner en slags "middelkurve" i forhold til disse svingninger.

N er en funktion af L/x_{o1}, og er afbildet på kurveblad 5.

For N gælder: $N \rightarrow 0{,}5$ og $N \rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{u_1\tau}$

for $\frac{L}{x_{o1}} \rightarrow 0$ for $\frac{L}{x_{o1}} \rightarrow \infty$

Forudsættes, at

$$\frac{L}{x_{o1}} = \frac{L}{u_1\tau} < 1 \qquad \text{(II-3)}$$

kan vi uden større fejl sætte $N \sim 1$, hvorefter $H'_u(s)$ kan simplificeres:

$$u_1 > \frac{L}{\tau};\ H'_u(s) \simeq H''_u(s) = \frac{AC_wT_{wo}(1-(1+\frac{L}{x_{o1}})e^{-\frac{L}{x_{o1}}})}{1+0{,}5s\ \frac{L}{u_1}} \qquad \text{(II-4)}$$

Overføringsfunktionen $H_u'(s)$ for $u_1 > \frac{L}{\tau}$ består således blot af en konstant gange en enkelt tidskonstant. På kurveblad 9 kan man foretage en sammenligning mellem frekvenskarakteristikkerne for en nøjagtigt beregnet overføringsfunktion (II-1) og dens approksimerede, (II-4). Det ses, at tilnærmelsen er god, selv for høje frekvenser, idet den tilnærmede kurve er en slags "middelkurve" for den eksakte. Den nøjagtige frekvenskarakteristik udviser nogle svingninger ligesom frekvenskarakteristikken for overføringsfunktionen (II.1.36), afsnit 1, der gælder ved temperaturvariationer, men svingningerne er her stærkt dæmpede.

Af kurveblad 5 ses, at for $L/u\tau > 2$ gøres kun en lille fejl ved at sætte $N = 1/2 \cdot L/u\tau$. Overføringsfunktionen bliver således:

$$u < \frac{L}{2\tau}: \quad H_u''(s) = \frac{AC_w T_{wo}\left(1-\left(1+\frac{L}{x_{o1}}\right)e^{-\frac{L}{x_{o1}}}\right)}{1+s\tau} \qquad \text{(II-5)}$$

Ved lave vandhastigheder $u < \frac{L}{2\tau}$ er overføringsfunktionen $H_u''(s)$'s dynamiske del bestemt af en enkelt tidskonstant, der er lig varmevekslerens karakteristiske tidskonstant.

Appendix III.

Varmeveksler med egen varmekapacitet.

Udledelse og løsning af et ligningssystem, der beskriver de dynamiske forhold ved temperaturvariationer og ved små hastighedsvariationer.

Udtrykkene (II.4.16) indføres i ligningerne (II.4.14a-c).

Den første ligning bliver:

$$(u_1+\Delta u_1)\left(\frac{\partial T_w}{\partial x} + \frac{\partial \Delta T_w}{\partial x}\right) + \frac{\partial \Delta T_w}{\partial t} + \frac{K_i}{W}\,(T_w - T_r + \Delta T_w - \Delta T_r) = 0$$

Den tidsuafhængige del af ligningen bliver:

$$u_1 \frac{\partial T_w}{\partial x} + \frac{K_i}{W}\,T_w = \frac{K_i}{W}\,T_r \qquad \text{(III-1)}$$

Trækkes de tidsuafhængige led fra, og negligerer man produkter af to differentielle størrelser, får man den dynamiske ligning:

$$u_1 \frac{\partial \Delta T_w}{\partial x} + \Delta u_1 \frac{\partial T_w}{\partial x} + \frac{\partial \Delta T_w}{\partial t} + \frac{K_i}{W}\,(\Delta T_w - \Delta T_r) = 0 \qquad \text{(III-2)}$$

For den anden ligning (II.4.14b) giver samme fremgangsmåde den dynamiske ligning:

$$R\,\frac{\partial \Delta T_r}{\partial t} + (K_i + K_u')\Delta T_r = K_i \Delta T_w \qquad \text{(III-3)}$$

Her er indført substitutionen

$$K_u' = \frac{K_u Q_a}{Q_a + pK_u} \qquad \text{(III-4)}$$

Den tidsuafhængige del bliver:

$$(K_i + K_u')T_r = K_i T_w \qquad \text{(III-5)}$$

Ved hjælp af (III-5) kan ligning (III-1) skrives

$$u_1 \frac{\partial T_w}{\partial x} + \frac{K_i}{W} = \frac{K_i}{W}\,\frac{K_i}{K_i + K_u'}\,T_w$$

Ved løsning fås:

$$T_w = T_{wo}\, e^{-\frac{x}{u_1 W}\frac{K_i K_u'}{K_i + K_u'}} = T_{wo}\, e^{-\frac{x}{u_1}\frac{K}{W}}$$

eller

$$T_w = T_{wo}\, e^{-\frac{x}{x_{o1}}} \qquad \text{(III-6)}$$

hvor

$$x_{o1} = u_1 \frac{W}{K} = u_1 \tau \qquad \text{(III-7)}$$

Heraf ses, at vandstrømmens fordeling langs varmeveksleren under stationære forhold vil følge en eksponentialkurve med eksponentialkonstanten x_{o1}, der kaldes varmevekslerens karakteristiske længde svarende til vandhastigheden u_1.

τ kaldes varmevekslerens karakteristiske tidskonstant. Det ses af (III-7), at x_{o1} og τ for varmeveksleren med rørkapacitet bestemmes ud fra de samme ligninger, som x_{o1} og τ for varmeveksleren uden rørkapacitet (se afsnit 1, (II.1.13)-(II.1.15)). To varmevekslere, der har forskellig rørvarmekapacitet, men iøvrigt ellers har samme data, vil således have samme karakteristiske længde og tidskonstant.

Af (III-6) findes

$$\frac{\partial T_w}{\partial x} = \frac{1}{x_{o1}} T_{wo}\, e^{-\frac{x}{x_{o1}}} \qquad \text{(III-8)}$$

Indsættes udtrykket for

$$\frac{\partial T_w}{\partial x}$$

i den første dynamiske ligning (III-2), får vi

$$u_1 \frac{\partial \Delta T_w}{\partial t} + \frac{\partial \Delta T_w}{\partial t} + \frac{K_i}{W}(\Delta T_w - \Delta T_r) = \frac{\Delta u_1}{x_{o1}} T_{wo} e^{-\frac{x}{x_{o1}}} \qquad \text{(III-9)}$$

Laplace-transformeres den anden dynamiske ligning (III-3), fås:

$$Rs\Delta T_r + (K_i + K_u') \Delta T_r = K_i \Delta T_w$$

eller

$$\Delta T_r(x,s) = \frac{K_i}{K_i+K_u'} \frac{1}{1 + \frac{R}{K_i+K_u'}s} \Delta T_w(x,s) \qquad \text{(III-10)}$$

af (III-10) kan udledes:

$$\Delta T_w - \Delta T_r = \frac{K_u'+Rs}{K_i+K_u'+Rs} \Delta T_w \qquad \text{(III-11)}$$

Laplace-transformeres den første dynamiske ligning (III-9) og indføres (III-11) i ligningen, får vi:

$$u_1 \frac{\partial \Delta T_w}{\partial x} + s\Delta T_w + \frac{K_i}{W} \frac{K_u'+Rs}{K_i+K_u'Rs} \Delta T_w = \frac{\Delta u_1}{x_{o1}} T_{wo} e^{-\frac{x}{x_{o1}}} \qquad \text{(III-12)}$$

For at finde ΔT_w som funktion af s og x, Laplace-transformeres (III-12) med hensyn til x, (Laplace-operatoren kaldes p), og vi får:

$$\Delta T_w(u_1 p+s + \frac{K'_u+Rs}{K_i+K_u'+Rs} \frac{K_i}{W}) = \frac{\Delta u_1}{x_{o1}} \frac{1}{p + \frac{1}{x_{o1}}} T_{wo}+u_1\Delta T_{wo}$$

Løses ligningen og transformeres tilbage til x, får vi

$$\Delta T_w(x,s) = \frac{T_{wo}}{x_{o1}u_1} \frac{e^{-\frac{x}{x_{o1}}} - e^{-\frac{1}{u_1}(s + \frac{K_i}{W} \frac{K_u'+Rs}{K_i+K_u'+Rs})x}}{\frac{s}{u_1} + \frac{K_i}{u_1 W} \frac{K_u'+Rs}{K_i+K_u'+Rs} - \frac{1}{x_{o1}}} \Delta u_1(s) +$$

$$e^{-(\frac{s}{u_1} + \frac{K_u'+Rs}{K_i+K_u'+Rs} \frac{K_i}{W u_1})x} \Delta T_{wo} \qquad \text{(III-13)}$$

Kombineres ligning (II.4.14c) med ligning (III-10), får vi:

$$\Delta T_a(x,s) = \frac{K_u'}{Q_a}\,\frac{K_i}{K_i+K_u'}\,\frac{1}{1+\frac{R}{K_i+K_u'}s}\,\Delta T_w(x,s) \qquad \text{(III-14)}$$

Ved hjælp af denne ligning samt (III-13) kan $\Delta T_a(x,s)$ udtrykkes som funktion af $\Delta u_1(s)$ og ΔT_{wo}.

Den følgende analyse deles op i to tilfælde, $\Delta u_1(s)=0$ og $\Delta T_{wo}=0$. Denne opdeling er den samme som i rapportens første afsnit, hvor variationer af vandreservoirets temperatur er betragtet for sig, og variationer af vandhastigheden for sig.

<u>Tilfælde I, $\Delta u_1 = 0$.</u>

For $\Delta T_a(x,s)$ har man ifølge ligning (III-13) og (III-14):

$$\Delta T_a(x,s) = \frac{K}{Q_a}\,\frac{\Delta T_{wo}(o,s)}{1+\frac{R}{K_i+K_u'}s}\,e^{-\left(\frac{s}{u_1}+\frac{K_u'+Rs}{K_i+K_u'+Rs}\,\frac{K_i}{Wu_1}\right)x}$$

Denne ligning forbinder altså variationer af vandreservoirets temperatur, ΔT_{wo}, med variationer af lufttemperaturen, $\Delta T_a(x,s)$.

Varmeafgivelsen pr. sek., P [kcal/sek], er givet ved (II.4.14d).

Vi får da:

$$\Delta P(s) = \frac{Q_a}{L}\int_0^L \Delta T_a dx =$$

$$\frac{K}{L}\,\frac{\Delta T_{wo}}{1+\frac{R}{K_i+K_u'}s}\int_0^L e^{-\left(\frac{s}{u_1}+\frac{1}{x_{o1}}\,\frac{1+\frac{R}{K_u'}s}{1+\frac{R}{K_i+K_u'}s}\right)x}\,dx$$

Ved udregning heraf får vi:

$$\Delta P(s) = u_1 A C_w \frac{\left(1-e^{-\frac{L}{u_1}s}\right) e^{-\frac{L}{x_{o1}} \frac{1+\frac{R}{K'_u}s}{1+\frac{R}{K_i+K'_u}s}}}{s^2 \frac{WR}{K_i K'_u} + s\left(\frac{R+W}{K'_u} + \frac{W}{K_i}\right) + 1} \Delta T_{wo} \qquad \text{(III-15)}$$

Da vi som nævnt side 110 ved, at systemet er lineært for temperaturvariationer, gælder ligning (III-15) altså for alle ΔT_{wo}; vi kan derfor slette Δ-mærkerne og får som resultat:

$$\underline{P(s) = H_T(s)\ T_{wo}(s)}$$

$$H_T(s) = u_1 A C_w \frac{\left(1-e^{-\frac{L}{u_1}s}\right) e^{-\frac{L}{x_{o1}} \frac{1+\frac{R}{K'_u}s}{1+\frac{R}{K_i+K'_u}s}}}{s^2 \frac{WR}{K_i K'_u} + s\left(\frac{R+W}{K'_u} + \frac{W}{K_i}\right) + 1} \qquad \text{(III-16)}$$

Tilfælde II, $\Delta T_{wo}=0$

For $\Delta T_a(x,s)$ har man ifølge ligning (III-13) og (III-14):

$$\Delta T_a(x,s) = \Delta u_1(s) \frac{K}{Q_a} \frac{1}{1+\frac{R}{K_i+K'_u}s} \frac{T_{wo}}{x_{o1}} \frac{e^{-\frac{x}{x_{o1}}} e^{-\frac{x}{u_1}\left(s + \frac{K_i}{W} \frac{K'_u+Rs}{K_i+K'_u+Rs}\right)}}{s + \frac{K_i}{W} \frac{K'_u+Rs}{K_i+K'_uRs} - \frac{u_1}{x_{o1}}}$$

$$\int_0^L \Delta T_a(x,s)\,dx = \varphi(s)\left[x_{o1}\left(1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}\right)+\frac{e^{-\frac{L}{u_1}\left(s+\frac{K_i}{W}\frac{K_u'+Rs}{K_i+K_u'+Rs}\right)}-1}{\frac{1}{u_1}\left(s+\frac{K_i}{W}\frac{K_u'+Rs}{K_i+K_u'+Rs}\right)}\right]\Delta u_1(s)$$

hvor

$$\varphi(s) = \frac{K}{Q_a}\,\frac{1}{1+\frac{R}{K_i+K_u'}s}\,\frac{T_{wo}}{x_{o1}}\,\frac{1}{s+\frac{K_i}{W}\frac{K_u'+Rs}{K_i+K_u'Rs}-\frac{u_1}{x_{o1}}}$$

$\varphi(s)$ kan udregnes til:

$$\varphi(s) = \frac{T_{wo}}{u_1 Q_a}\,\frac{K_i^{\,2}\,K_u'^{\,2}}{K_i^{\,2}R+W(K_i+K_u')^2}\,\frac{1}{s\left(1+s\frac{RW(K_i+K_u')}{K_i^{\,2}R+W(K_i+K_u')^2}\right)}$$

Sættes

$$M = \frac{T_{wo}}{u_1 Q_a}\,\frac{K_i^{\,2}K_u'^{\,2}}{K_i^{\,2}R+W(K_i+K_u')^2} \quad \text{og} \quad r = \frac{RW(K_i+K_u')}{K_i^{\,2}R+W(K_i+K_u')^2}$$

får vi:

$$\varphi(s) = M\,\frac{1}{s(1+sr)}$$

For integralet $\int_0^L \Delta T_a(x,s)\,dx$ får vi nu ved nogen regning:

$$\int_0^L \Delta T_a\,dx = M\,\frac{x_{o1}\Delta u_1}{s(1+sr)}\left[1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}-\frac{1-e^{-\frac{Ls}{u_1}-\frac{L}{x_{o1}}\frac{1+s\frac{R}{K_u'}}{1+s\left(\frac{R}{K_i+K_u'}\right)}}}{s\frac{x_{o1}}{u_1}+\frac{1+s\frac{R}{K_u'}}{1+s\frac{R}{K_i+K_u'}}}\right]$$

Af denne ligning og af ligning (II.4.14d) udregnes:

$$\underline{\Delta P = H_u'(s)\ \Delta u_1(s)}$$

$$\underline{H_u'(s) = T_{wo}\frac{K}{L}\frac{1}{s(1+sr)}\left(1-e^{-\frac{L}{x_{o1}}}-\frac{1-e^{-s\frac{L}{u_1}}\,e^{-\frac{L}{x_{o1}}\frac{1+sc}{1+sd}}}{s\tau+\frac{1+sc}{1+sd}}\right)}$$

(III-17)

hvor

$$\left.\begin{aligned}
r &= \frac{RW(K_i+K_u')}{K_i^{\,2}R+W(K_i+K_u')^2}\\
c &= \frac{R}{K'_u}\\
d &= \frac{R}{K_i+K_u'}\\
\tau &= \frac{W}{K}\\
x_{o1} &= u_1\tau
\end{aligned}\right]$$

(III-18)

Appendix IV.

Undersøgelse af udtrykket:

$$Z = 1-e^{-bs}\, e^{-a\,\cdot\,\frac{1+cs}{1+ds}} = 1 - F \qquad \text{(IV-1)}$$

Her er

$$\left.\begin{aligned} b &= \frac{L}{u_1} \\ a &= \frac{L}{x_{o1}} \\ c &= \frac{R}{K_u'} \\ d &= \frac{R}{K_i+K_u'} \\ \frac{b}{a} &= \frac{x_{o1}}{u_1} = \frac{W}{K} = \tau \end{aligned}\right] \qquad \text{(IV-2)}$$

τ er den karakteristiske varmevekslertidskonstant.

For at få overblik over Z's variation med frekvensen ω, indsættes $s=j\omega$ i leddet F:

$$F = e^{-j\omega\left(b+a\,\frac{c-d}{1+\omega^2 d^2}\right)}\; e^{-a\,\frac{1+\omega^2 cd}{1+\omega^2 d^2}} \qquad \text{(IV-3)}$$

F kan opfattes som en vektor $r\,\angle\underline{\Theta}$:

$$\left.\begin{aligned} r &= e^{-a\,\frac{1+\omega^2 cd}{1+\omega^2 d^2}} \\ -\Theta &= \left(b+a\,\frac{c-d}{1+\omega^2 d^2}\right)\omega = a\left(\tau + \frac{c-d}{1+\omega^2 d^2}\right)\omega = aY\omega \end{aligned}\right] \qquad \text{(IV-4)}$$

$$\left.\begin{aligned} &\text{for} \quad \omega = 0: \\ &r_o = e^{-a} \\ &-\Theta_o = 0 \end{aligned}\right] \qquad \text{(IV-5)}$$

I afsnit V er givet data for en krydsvarmeveksler. Disse data er overladt os af docent Vagn Korsgaard. De i det følgende gjorte forudsætninger er foretaget ud fra kendskabet til disse data, hvis indbyrdes størrelsesforhold antages at være nogenlunde typiske. Er forudsætningerne ikke opfyldt må man anvende udtrykket (IV-1), som man da må tilnærme efter kendskabet til de forhåndenværende data.

Sammenhængen mellem Θ og ω er givet ved (IV-4). I (IV-4) indgår faktoren:

$$Y = \tau + \frac{c-d}{1+\omega^2 d^2} \leq \tau + c - d \qquad \text{(IV-6)}$$

Ifølge (IV-2) har vi:

$$c-d = \frac{RK_i}{K_u'(K_i+K_u')} \qquad \text{(IV-7)}$$

og

$$\tau = \frac{x_{o1}}{u_1} = W \cdot \frac{K_i+K_u'}{K_i K_u'} = \frac{W}{R} \cdot \frac{(K_i+K_u')^2}{K_i^2} \cdot \frac{RK_i}{K_u'(K_i+K_u')}$$

eller:

$$\tau = \frac{W}{R} \cdot \frac{(K_i+K_u')^2}{K_i^2} \cdot (c-d) \qquad \text{(IV-8)}$$

Nu forudsættes, at vandets varmekapacitet W er større eller lig rørvæggens varmekapacitet, R, dvs:

$$\underline{W \geq R} \qquad \text{(IV-9)}$$

Endvidere forudsættes, at varmeovergangstallene vand-rør og rør-luft er nogenlunde ens, dvs.:

$$\underline{K_i \sim K_u'} \qquad \text{(IV-10)}$$

Udfra disse forudsætninger har vi ifølge (IV-8):

$$\tau \gtrsim 4\ (c-d) \sim 4d \qquad \text{(IV-11)}$$

Heraf ser vi, at vi ikke vil gøre nogen stor fejl ved at se bort fra det andet led i faktoren Y givet ved (IV-6), dvs.,

$$Y \sim Y' = \tau \qquad \text{(IV-12)}$$

Fejlen $Y - Y' = \dfrac{c-d}{1+\omega^2 d^2}$ vil aftage stærkt med stigende frekvens.

Ifølge (IV-4) og (IV-12) har vi

$$-\Theta \simeq a\tau\omega = b\omega \qquad \text{(IV-13)}$$

Vektorlængden af F ved $-\Theta = \pi$ bliver således:

$$r_\pi = e^{-a \frac{b^2+\pi^2 cd}{b^2+\pi^2 d^2}} = e^{-a\phi}$$

hvor

$$\phi = \frac{b^2+\pi^2 cd}{b^2+\pi^2 d^2} \qquad \text{(IV-14)}$$

For vektoren $Z = x \angle\varphi$ får man af det foregående:

$\omega = 0,\ \Theta = 0$: $\qquad Z = x_o \angle\varphi_o = (1-e^{-a}) \angle 0$

$\omega = \pi \dfrac{u_o}{L},\ \Theta = -\pi$ $\qquad Z = x_\pi \angle\varphi_\pi = (1+e^{-a\phi}) \angle 0$

Hvis der ikke var varmekapacitet i rørene, ville stedkurven for vektoren Z's endepunkt være en cirkel som vist fig. 6. På grund af rørkapaciteten bliver cirklen forvrænget, da stedkurvens afstand fra (1,0) aftager, når den reelle del af $\frac{1+cs}{1+ds}$ vokser. For tilstrækkeligt høje frekvenser går stedkurven over i en cirkel med radius $e^{-a\frac{c}{d}}$.

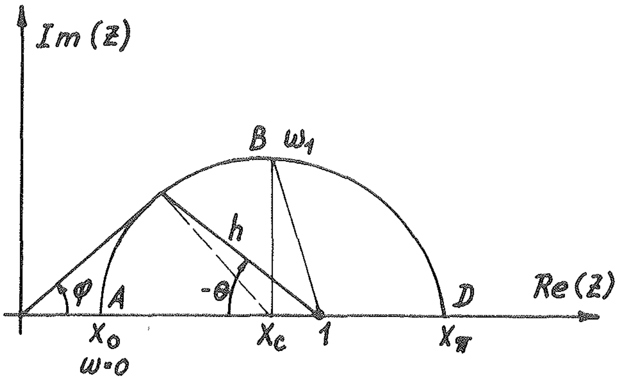


Fig. 16. Appendix IV.
De geometriske forhold for vektoren

$$Z = 1-e^{-bj\omega}\, e^{-a\frac{1+cs}{1+ds}}$$

I fig. 16 er den første del ($0 \leq \theta \leq \pi$) af stedkurven for Z optegnet i et $I_m(Z)$ - Re(Z) koordinatsystem.

For at kunne tilnærme Z med et udtryk af formen

$$H_4 = \frac{1+ms}{1+fs}$$

således som det er gjort for varmeveksleren uden rørkapacitet i appendix I, vil vi betragte kurven AD i fig. 16 som værende en halvcirkel med radius

$$\frac{x_\pi - x_o}{2}$$

For en kendt varmeveksler, se afsnit 5, er stedkurven Z optegnet på kurveblad 7. Det ses, at en halvcirkel med centrum i

$$\left(\frac{x_o + x_\pi}{2},\ 0\right)$$

og radius $\frac{x_\pi - x_o}{2}$, vil være en udmærket tilnærmelse til kurvestykket AD.

For den approksimerende halvcirkel har vi:

$$\begin{aligned} &\text{centrum i} \quad \left(\frac{x_o + x_\pi}{2}, 0\right) = \left(\frac{2 + e^{-a\phi} - e^{-a}}{2}, 0\right) \\ &\text{radius } h = \frac{x_\pi - x_o}{2} = \frac{e^{-a\phi} + e^{-a}}{2} \end{aligned} \qquad \text{(IV-15)}$$

Den vinkel θ_1, for hvilken Z's realdel er $\frac{x_o + x_\pi}{2}$, findes ved hjælp af fig. 16:

$$1 - \frac{x_\pi + x_o}{2} = \frac{x_\pi - x_o}{2} \cot \theta_1 \simeq h \left(\frac{\pi}{2} - \theta_1\right)$$

dette udregnes til

$$\theta_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{e^{-a} - e^{-a\phi}}{e^{-a} + e^{-a\phi}} \qquad \text{(IV-16)}$$

Den tilsvarende frekvens bliver ifølge (IV-13):

$$\omega_1 = \theta_1 \cdot \frac{1}{b} = \frac{u_1}{L}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{e^{-a} - e^{-a\phi}}{e^{-a} + e^{-a\phi}}\right) \qquad \text{(IV-17)}$$

Vi tilnærmer nu Z med udtrykket

$$H_4 = K \cdot \frac{1 + sm}{1 + sf} \qquad \text{(IV-18)}$$

Som i appendix I får vi følgende ligninger til bestemmelse af H_4's konstanter:

$$\frac{K(m+f)}{2f} = 1 + \frac{e^{-a\phi} - e^{-a}}{2} \qquad \text{(IV-19)}$$

$$\frac{m-f}{2f} K = \frac{1}{2} (e^{-\phi} - e^{-a}) \qquad \text{(IV-20)}$$

af disse ligninger fås:

$$\underline{K = 1-e^{-a}} \qquad \text{(IV-21)}$$

af (IV-20) og (IV-21) får vi:

$$m = f \cdot \frac{1+e^{-a\phi}}{1-e^{-a}} = f \cdot \varepsilon \qquad \text{(IV-22)}$$

hvor

$$\varepsilon = \frac{1+e^{-a\phi}}{1-e^{-a}} \qquad \text{(IV-23)}$$

Endvidere kræves, at H_4's realdel for $\omega = \omega_1$ (givet ved (IV-17)) skal have samme abscisse som cirklens centrum,

$$\frac{x_o + x_\pi}{2}$$

givet ved (IV-15):

$$K \frac{1+\omega_1^2 mf}{1+\omega_1^2 f^2} = 1 + \frac{1}{2}\left(e^{-a\phi} - e^{-a}\right)$$

Ved udregning af denne ligning får man for f:

$$f = \frac{1}{\omega_1} = \frac{b}{\Theta_1} = \frac{L}{u_1 \Phi_1}$$

eller

$$f = \frac{L}{u_1} \cdot \frac{1}{\frac{\pi}{2} - \frac{e^{-a} - e^{-a\phi}}{e^{-a} + e^{-a\phi}}} = \frac{L}{u_1} \cdot \frac{1}{\frac{\pi}{2} - B}$$

(IV-24)

For at skønne over størrelsen af B betragtes først ϕ, givet ved (IV-14):

$$\phi = \frac{b^2 + \pi^2 cd}{b^2 + \pi^2 d^2} = \frac{\tau^2 + \pi^2 \cdot \frac{cd}{a^2}}{\tau^2 + \pi^2 \frac{d^2}{a^2}} \qquad \text{(IV-25)}$$

Af forudsætningerne (IV-9) og (IV-10) har vi:

$$c \sim 2d \quad \text{og} \quad \tau \geq 4d$$

Indsættes dette i udtrykket (IV-25) får vi:

$$\phi \leq \frac{16d^2 + \frac{20d^2}{a^2}}{16d^2 + \frac{10d^2}{a^2}} = \frac{8a^2+10}{8a^2+5} \qquad \text{(IV-26)}$$

For B har vi:

$$B = \frac{e^{-a}-e^{-a\phi}}{e^{-a}+e^{-a\phi}} = \frac{e^{a(\phi-1)}-1}{e^{a(\phi-1)}+1} \qquad \text{(IV-27)}$$

Indsættes udtrykket (IV-26) for ϕ får vi:

$$B \leq \frac{e^{\frac{5}{8a^2+5}} - 1}{e^{\frac{5}{8a^2+5}} + 1} \qquad \text{(IV-28)}$$

Undersøges (IV-28) for varierende a, får man, at B har en størsteværdi, B_{max}, for

$$a = \sqrt{\frac{5}{8}} = 0{,}79$$

Vi udregner

$$B_{max} = 0{,}324$$

B er således lille i forhold til $\frac{\pi}{2}$, så (IV-24) kan skrives

$$\underline{f \simeq \frac{2}{\pi} \cdot \frac{L}{u_1} = \frac{2}{\pi}\tau a} \qquad \text{(IV-29)}$$

For m har vi ifølge (IV-22):

$$m = f \cdot \frac{1+e^{-a\phi}}{1-e^{-a}} = \frac{2}{\pi}\,\tau a\frac{1+e^{-a\frac{8a^2+10}{8a^2+5}}}{1-e^{-a}} = \frac{2}{\pi}\,\tau M \qquad \text{(IV-30)}$$

Vi vil undersøge faktoren M; på kurveblad 6 er M optegnet som funktion af

$$a = \frac{L}{x_{o1}} = \frac{L}{u_1\tau}$$

og det ses, at man ikke gør nogen stor fejl ved at foretage følgende tilnærmelser

$$u_1 \gg \frac{L}{\tau}: \quad M \simeq 2 \qquad \text{(IV-31)}$$

og

$$u_1 < \frac{L}{2\tau}: \quad M \simeq a = \frac{L}{u_1\tau} \qquad \text{(IV-32)}$$

Tilnærmelsen H_4 for Z får således følgende udseende:

$$\underline{Z \simeq H_4 = K\,\frac{1+ms}{1+fs} = \left(1+e^{-\frac{L}{x_{o1}}}\right)\frac{1+\frac{2}{\pi}s\tau M}{1+\frac{2}{\pi}s\,\frac{L}{u_1}}} \qquad \text{(IV-33)}$$

For H_4 gælder endvidere følgende:

$$\underline{u_1 > \frac{L}{\tau}: \quad Z \simeq H_4 \simeq \left(1+e^{-\frac{L}{x_{o1}}}\right)\frac{1+\frac{4}{\pi}s\tau}{1+\frac{2}{\pi}s\,\frac{L}{u_1}}} \qquad \text{(IV-34)}$$

$$\underline{u_1 < \frac{L}{2\tau}: \quad Z \simeq H_4 \simeq \left(1+e^{-\frac{L}{x_{o1}}}\right)} \qquad \text{(IV-35)}$$

Ved udledelsen heraf er gjort følgende forudsætninger:

1. $W \gtrsim R$ (IV-9)

2. $K_i \simeq K'_u$ (IV-10)

Appendix V.

Undersøgelse af udtrykket

$$Y = s^2 \frac{WR}{K_i K_u'} + s\left[\frac{R+W}{K_u'} + \frac{W}{K_i}\right] + 1$$

Ligningen kan skrives således:

$$Y = \frac{WR}{K_i K_u'} \left(s^2 + \frac{K_i K_u'}{WR} \left(\frac{R+W}{K_u'} + \frac{W}{K_i}\right)s + \frac{K_i K_u'}{WR}\right)$$

Betingelsen for at andengradsfaktoren har 2 reelle rødder er

$$\frac{K_i K_u'}{2WR} \left(\frac{R+W}{K_u'} + \frac{W}{K_i}\right)^2 \geq \frac{K_i K_u'}{WR}$$

som kan skrives

$$\left(W\left(1 + \frac{K_u'}{K_i}\right) + R\right)^2 - 4RW \frac{K_u'}{K_i} \geq 0$$

Undersøges funktionen til venstre for ulighedstegnet ses, at den aldrig kan blive mindre end 0. Rødderne i Y er altid negative.

Deraf ses, at Y altid kan opløses i to førstegradsfaktorer:

$$Y = (1+a_1)(1+a_2) \qquad \text{(V-1)}$$

Antages det, at $W \sim R$ og $K_i \sim K_u' = 2K$ kan Y skrives:

$$Y = \left(1+1{,}25\,\frac{W}{K}\,s\right)\left(1+0{,}2\,\frac{W}{K}\,s\right) \qquad \text{(V-2)}$$

og da

$$\tau = W \cdot \frac{K_i + K_u'}{K_i K_u'} \sim \frac{W}{K}$$

kan (V-1) omskrives til

$$\underline{\underline{Y = (1+1{,}25\tau s)(1+0{,}2\tau s)}} \qquad \text{(V-3)}$$

Appendix VI.

Undersøgelse af udtrykket

$$\left.\begin{aligned}
Z &= \frac{1}{s}\left[1-e^{-a} - \frac{1-e^{-sb}\; e^{-a\frac{1+sc}{1+sd}}}{s\tau + \frac{1+sc}{1+sd}}\right] \\
a &= \frac{L}{x_{o1}} \\
b &= \frac{L}{u_1} \\
c &= \frac{R}{K_u} \\
d &= \frac{R}{K_i+K_u} \\
\frac{b}{a} &= \tau = \frac{x_{o1}}{u_1}
\end{aligned}\right] \qquad (VI-1)$$

Det ses umiddelbart, at Z for $s \to \infty$ vil falde retlinet med 20 dB/dek, idet

$$\underset{s \to \infty}{Z \to} \frac{1}{s}\,(1-e^{-a}) \qquad (VI-2)$$

Udtrykket (VI-1) omformes, og $s=j\omega$ indføres:

$$Z = \frac{1}{s}\left[1-e^{-a} - \frac{1-e^{-j\omega a(\tau + \frac{c-d}{1+\omega^2 d^2})}\; e^{-a\frac{1+\omega^2 dc}{1+\omega^2 d^2}}}{\frac{1+\omega^2 dc}{1+\omega^2 d^2} + j\omega(\tau + \frac{c-d}{1+\omega^2 d^2})}\right] \qquad (VI-3)$$

Som i appendix IV forudsætter vi nu følgende:

$$\left.\begin{array}{ccc} W & \geq & R \\ K_i & \sim & K_u' \end{array}\right] \quad (VI-4)$$

I appendix IV blev det vist, at vi på grundlag af disse forudsætninger kunne se bort fra det andet led i udtrykkene

$$(\tau + \frac{c-d}{1+\omega^2 d^2})$$

uden at gøre nogen stor fejl.

Søges en tilnærmelse til Z gældende ved lave frekvenser kan vi approksimere Z ved følgende udtryk:

$$Z \sim \frac{1}{s}\left(1-e^{-a} - \frac{1-e^{-j\omega b}e^{-a}}{1 + j\omega\,\tau}\right) \qquad (VI-5)$$

For dette udtryk blev der i appendix II fundet følgende tilnærmelse:

$$Z \sim \tau \cdot \frac{1-(1 + \frac{L}{x_{o1}})\, e^{-\frac{L}{x_{o1}}}}{1+0{,}5s\;\frac{L}{u_1}} \cdot \frac{1+s\tau N}{1+s\tau} \qquad (VI-6)$$

N er afbildet som funktion af $\frac{L}{x_o} = \frac{L}{u_1\tau}$ på kurveblad 5.

I appendix II blev det vist, at det approksimerede udtryk (VI-6) for $s \to \infty$ går imod $\frac{1}{s}(1-e^{-a})$, som netop er grænseværdien for det nøjagtige udtryk (VI-1) for $s \to \infty$.

Approksimationen (VI-6) er altså god for såvel lave som høje frekvenser. I et vist midterområde, hvor den nøjagtige kurve har nogle svingninger vil approksimationen angive en slags "middelkurve" for disse.

Desuden udledtes i appendix II, at vi ved at forudsætte $u_1 > \frac{L}{\tau}$ eller $u_1 < \frac{L}{2\tau}$ kunne tilnærme Z således:

$$u_1 > \frac{L}{\tau}: \quad Z \sim \tau \; \frac{1-\left(1+\frac{L}{x_{o1}}\right)e^{-\frac{L}{x_{o1}}}}{1+0{,}5s\,\frac{L}{u_1}} \qquad \text{(VI-7)}$$

$$u_1 < \frac{L}{2\tau}: \quad Z \sim \tau \; \frac{1-\left(1+\frac{L}{x_{o1}}\right)e^{-\frac{L}{x_{o1}}}}{1+s\tau} \qquad \text{(VI-8)}$$

Appendix VII.

Undersøgelse af ribbernes indflydelse.

Ribberne består af galvaniseret jern. De er opstået ved, at man har snoet et jernbånd på højkant om selve varmerøret. Jernbåndet er 7,5 mm højt og ca. 0,5 mm tykt. Rørets radius er 8 mm. Der er 4 omdrejninger pr. 1".

For at få et overblik over ribbernes varmemæssige betydning, betragtes et idealiseret tilfælde. Vi tænker os et jernbånd af uendelig længde opsat på en varmeflade, se figur 17.

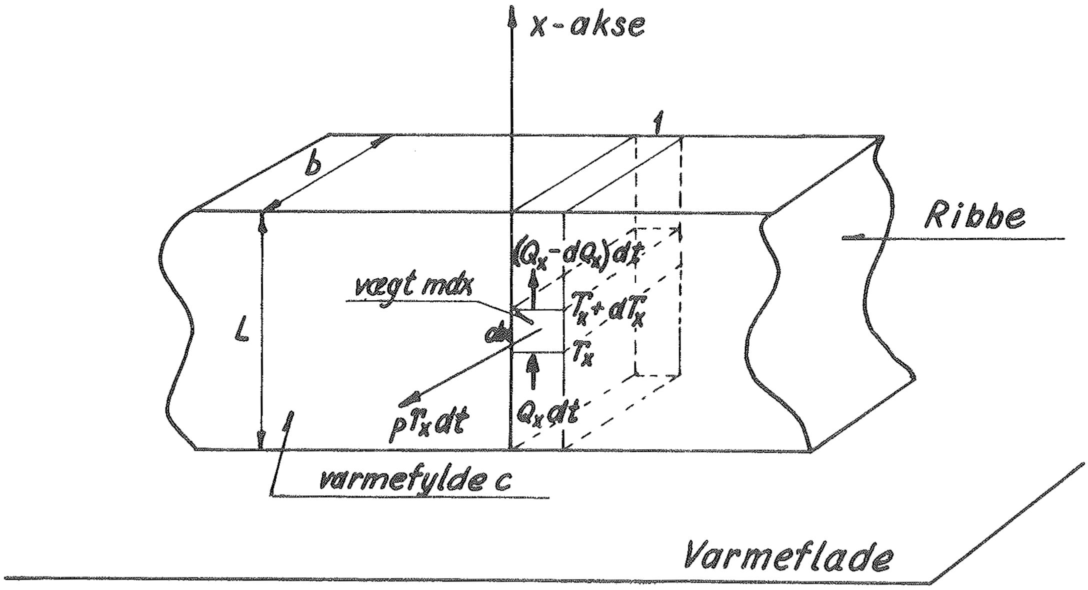


Fig. 17. Appendix VII. Ribbe opsat på plan varmeflade.

Varmestrøm: Q_x $\left[\frac{kcal}{sek}\right]$

Afledning pr. længdeenhed: p $\left[\frac{kcal}{sek\ C\ m}\right]$

Varmeovergangstal, ribbe-luft: $\alpha_u = 6{,}4\ 10^{-3}$ $\left[\frac{kcal}{sek\ C\ m^2}\right]$

Varmeledning for arealet b m^2: h $\left[\frac{kcal\ m}{sek\ C}\right]$

For rent jern er varmeledningskoefficienten

$$k = 0{,}02 \quad \left[\frac{kcal}{sek\ C\ m}\right]$$

heraf fås:

$$\underline{h = 0{,}02\ b \quad \left[\frac{kcal\ m}{sek\ C}\right]}$$

for afledningen pr. længdeenhed har vi, da båndet har to sider

$$\underline{p = 2 \cdot 6{,}4 \cdot 10^{-3} \quad \left[\frac{kcal}{sek\ C\ m}\right]}$$

Vægtfylden pr. længdeenhed er $\underline{m = 7{,}8 \cdot 10^3 \cdot b \quad \left[\frac{kg}{m}\right]}$

Varmefylden $\underline{c = 0{,}1 \quad \left[\frac{kcal}{kg\ C}\right]}$

Vi betragter dernæst snittet dx og får varmeligningerne:

$$-dQ_x dt = c \cdot m\ dx\ dT_x + pT_x\ dx \cdot dt$$

eller 1) $-\frac{\partial Q_x}{\partial x} = c\ m\ \frac{\partial T_x}{\partial t} + pT_x$

og 2) $+\ Q_x = -h\ \frac{\partial T_x}{\partial x}$

Ved hjælp af 2) kan 1) omskrives til:

$$1) \quad \frac{\partial^2 T_x}{\partial x^2} = \frac{mc}{h} \frac{\partial T_x}{\partial t} + \frac{p}{h} T_x$$

Denne ligning Laplace-transformeres med hensyn til tiden.

T_x til $t = 0$ er 0

$$1) \quad \frac{\partial^2 T_x}{\partial x^2} = \frac{mc}{h} s\, T_x + \frac{p}{h} T_x \qquad T_{x=o} = T_o$$

For at løse denne ligning, Laplace-transformeres med hensyn til x, operatoren kaldes α .

$$\mathcal{L}\left\{\frac{\partial^2 T_x}{\partial x^2}\right\} = \alpha^2\, T_x - \alpha T_o - T_o' \text{ indsættes i } 1):$$

$$T_x(\alpha^2 - \frac{p}{h}(1 + \frac{mc}{p} s)) = \alpha T_o + T_o'$$

Transformeres atter tilbage til x får vi:

$$T_x = T_o \cosh (x\sqrt{\frac{p}{h}(1 + \frac{mc}{p} s)}) + \frac{T_o'}{\sqrt{\frac{p}{h}(1 + \frac{mc}{p} s)}} \sinh\left(x\sqrt{\frac{p}{h}(1 + \frac{mc}{p} s)}\right)$$

Vi ved, at T_x må gå mod 0 for $x \to \infty$. Derfor må vi kræve, at de eksponentialfunktioner med positiv eksponent,

$$x\sqrt{\frac{p}{h}(1 + \frac{mc}{p} s)},$$

der indgår i de hyperbolske funktioner, forsvinder i løsningen. Dette kræver, at:

$$T_o' = -T_o\sqrt{\frac{p}{h}(1 + \frac{mc}{p} s)}$$

Den endelige løsning for T_x bliver således:

$$\underline{T_x(s) = T_o(s)\, e^{-x\sqrt{\frac{p}{h}(1 + \frac{mc}{p}s)}}}$$

Den totale varmeafledning fra jernbåndet er proportional med V, hvor V er bestemt ved følgende integral taget fra 0 til L, hvor L er båndets højde:

$$\underline{V = \int_0^L T_x d_x = \frac{T_o}{\sqrt{\frac{p}{h}(1 + \frac{mc}{p}s)}}\left(1 - e^{-L\sqrt{\frac{p}{h}(1 + \frac{mc}{p}s)}}\right)}$$

eller $\underline{V = T_o H(s)}$

Indsættes værdier i H(s), får man

$$H(s) = \frac{1 - e^{-0,268\sqrt{1+30,5s}}}{35,8\sqrt{1+30,5s}}$$

Eller ved indsætning af jω:

$$H(\omega) = \frac{1 - e^{-0,268\sqrt{1+30,5j\omega}}}{35,8\sqrt{1+30,5j\omega}}$$

$$\underset{\omega \to 0}{H(\omega) \to} 6,57 \cdot 10^{-3} \; \underline{/0^\circ}$$

For $\omega > \frac{1}{3}$ kan vi regne med følgende udtryk:

$$H(\omega) = \frac{1-e^{-1,48\sqrt{j\omega}}}{197,5\ \sqrt{j\omega}} \simeq \frac{1-e^{-\sqrt{\omega}-j\sqrt{\omega}}}{197,5\ \sqrt{\omega}\ \angle 45}$$

$$\underline{\omega = 0,3} \quad H_{\omega} = \frac{0,58\ \angle 31}{109\ \angle 45} = 5,32 \cdot 10^{-3} \angle -14 = \left| \begin{array}{l} -1,8 \text{ dB} \\ -14^{\circ} \end{array} \right.$$

$$\underline{\omega = 1} \quad H = \frac{0,86\ \angle 21}{197,5\ \angle 45} = 4,35 \cdot 10^{-3} \angle -24 = \left| \begin{array}{l} -3,6 \text{ dB} \\ -24^{\circ} \end{array} \right.$$

$$\underline{\omega = 4} \quad H = \frac{1,06 \angle 6,6}{395\ \angle 45} = 2,69 \cdot 10^{-3} \angle -38,4 = \left| \begin{array}{l} -7,8 \text{ dB} \\ -38,4^{\circ} \end{array} \right.$$

$$\underline{\omega = \pi^2} \quad H = \frac{1,043 \angle 0}{620\ \angle 45} = 1,69 \cdot 10^{-3} \angle -45 = \left| \begin{array}{l} -11,8 \text{ dB} \\ -45^{\circ} \end{array} \right.$$

For større ω falder $H(\omega)$ praktisk taget retlinet med 10 dB pr. dek. Fasevinklen er konstant -45°.

På kurveblad 12 er optegnet frekvenskarakteristikker over udtrykket $H(s)$.

Det ses, at indflydelsen fra ribberne næppe får betydning for de i rapporten beregnede tilfælde. Ved meget store hastigheder må man derimod tage hensyn hertil, men så store hastigheder anvendes næppe i praksis. Desuden er fasevinklen ikke særlig stor selv for ret store ω, og den bliver maximalt 45°.

Desuden udgør ribbernes areal kun ca. 2/3 af den samlede varmeafgivende flade.