

TRÆS UDMATTELSE

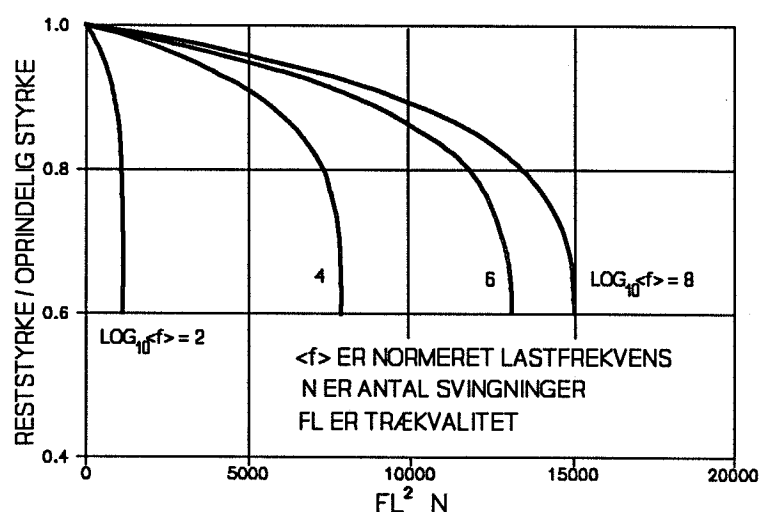
Prediktion af træbjælkers levetid og reststyrke

Lauge Fuglsang Nielsen

Forskningsprojekt under: *Udmattelsesforsøg med limtræ*
IHS projekt 1988-144/001-881040

Limtræs udmattelsesstyrke

Delprojekt 1.2: STVF-SNF-IHS Rammeprogram 1990: Halm og Træ



LABORATORIET FOR BYGNINGSMATERIALER
Danmarks Tekniske Højskole

BUILDING MATERIALS LABORATORY
Technical University of Denmark



TRÆS UDMATTELSE

Prediktion af træbjælkens levetid og reststyrke

LAUGE FUGLSANG NIELSEN

Et forskningsprojekt under:

Udmattelsesforsøg med limtræ

IHS projekt 1988-144/001-881040

Limtræs udmattelsesstyrke

Delprojekt 1.2: STVF-SNF-IHS Rammeprogram 1990: Halm og Træ

TEKNISK RAPPORT 294 • LABORATORIET FOR BYGNINGSMATERIALER 1993

INDHOLD

FORORD	5
Projektoprindelse	5
Forskningsprogram A: Udmattelsesforsøg med limtræ	5
Forskningsprogram B: Limtræs udmattelsestyrke	5
Projektidentifikation og -rapportering	6
ABSTRACT	7
1. INTRODUKTION	9
1.2 Metodegrundlag og -muligheder	10
1.3 Metode - anvendelse - forsøg	11
1.4 Notation	12
2. MATERIALE- OG SYSTEMEGENSKABER	14
2.1 Krybning	15
2.2 Styrkeniveau	16
2.3 Træthed	16
2.4 Brudbetingelse	17
3. UDMATTELSE UNDER KENDT LAST	18
3.1 Afhængige materialeparametre	18
3.2 Levetid	18
3.3 Reststyrke	19
3.4 Generaliseret lasthistorie	19
3.5 Udmattelsesprediktion	20
Gyldighedsområde	22
3.6 Specielle løsninger	22
Levetid under konstant last (dødlast)	22
Elastisk udmattelse	22
3.7 Normaliseret udmattelsesanalyse for design	22
3.8 Forsøg: Laststyring versus flytningsstyring	23
4. UDMATTELSE UNDER KENDT FLYTNING	24
4.1 Levetid under sinus-flytning	24
4.2 Forsøg: Flytningsstyring	25
5. FORSØG OG PREDIKTION	28

5.1 Konklusion	34
6. DESIGN-DIAGRAMMER	36
TRÆS LEVETID UNDER ENSIDIG UDMATTELSE	37
TRÆS LEVETID UNDER DOBBELSIDIG UDMATTELSE	38
TRÆS RESTSTYRKE UNDER UDMATTELSE	39
7. KONKLUSION OG SLUTBEMÆRKNINGER	40
8. SYMBOLLISTE	42
APPENDIKS: Resonansfrekvens	44
LITTERATUR	45
—oo—	
TILLÆG	49
Generelt	51
Databearbejdning	51
PROGRAM A	53
Instituttet for Bygningsteknik/AUC	55
Fuglsang/UBC	58
PROGRAM B	59
Instituttet for Bygningsteknik/AUC	61
Laboratoriet for Bygningsmaterialer/DTH	64

FORORD

Projektoprindelse

Forskningsprojektet "Træs udmattelse - Prediktion af træbjælkens levetid og reststyrke" er defineret gennem forfatterens deltagelse i følgende to forskningsprogrammer vedrørende udmattelsesegenskaberne for limtræ udført af rødgran af særlig høj kvalitet med hensyn til knastforekomst:

Forskningsprogram A: Udmattelsesforsøg med limtræ

er finansieret af Industri og Handelsstyrelsen (projekt 1988-144/001-881040, bevilget i december 1988).

Programmets hensigt er eksperimentelt at belyse lamelhældningens betydning for udmattelsestyrken af limtræ ved en fast lastfrekvens - og sætte de opnåede resultater i relation til udmattelsesdata fra canadiske forsøg på træ, påvirket på tværs af fibre.

I dette projekt har forfatterens opgave været dels at færdiggøre egne, tidligere igangsatte forsøg (de omtalte canadiske eksperimenter) og derefter bearbejde de indvundne data med henblik på en sammenligning med data fra de danske forsøg i projektet. En sådan sammenligning har krævet en del teoretiske overvejelser, der er indarbejdede i udviklingen af denne rapports metode til prediktion af træs udmattelsesegenskaber. Specielt skal nævnes, at teoretiske overvejelser er tvingende nødvendige, når udmattelsesdata fra kraftstyrede forsøg skal sammenlignes med data fra deformationsstyrede forsøg. Begge forsøgstyper har været anvendt i projekt A (og efterfølgende projekt B).

Forskningsprogram B: Limtræs udmattelsestyrke

er finansieret af Statens teknisk-videnskabelig Forskningsråd, Statens naturvidenskabelige Forskningsråd og Industri og Handelsstyrelsen under Rammeprogrammet HALM OG TRÆ, delprojekt 1.2 (bevilget i juni 1990).

Programmets hensigt er at belyse lamelhældningens betydning for udmattelsestyrken af limtræ ved forskellige lastfrekvenser og fugtniveauer - eksperimentelt såvel som teoretisk.

I dette projekt har forfatterens opgave (udover forsøgsplanlægning) været at opstille en metode til prediktion af limtræs udmattelsestyrke og levetid under hensyntagen til de nævnte faktorer som fx påvirkningsfrekvenser.

Projektidentifikation og -rapportering

Med sit engagement i de to forskningsprogrammer har forfatteren fundet det logisk og mest hensigtsmæssigt, at rapportere sine bidrag i den foreliggende form: *En artikel, der under hensyn til opnåede eksperimentelle data, samler programmernes fællesintentioner i en operationel metode til prediktion af træs (herunder limtræs) udmattelsesegenskaber som funktion af trækvalitet, lasthistorie (herunder frekvens) og klima.*

Udover tid eller antal svingninger til brud rummer begrebet udmattelsesegenskab i nærværende sammenhæng også reststyrkeaspektet. Reststyrken (eller genanvendelsesstyrken) er den styrke, der er tilbage i det betragtede materiale ved belastningsophør.

For numeriske udmattelsesanalyser i almindelighed præsenteres prediktionsmetoden i algoritmeform. For tilfælde af speciel praktisk interesse sammenfattes resultaterne i let anvendelige designdiagrammer.

Artiklen kan ses som en justering og videreudvikling af en prediktionsmetode, der tidligere er udviklet af forfatteren i (*) vedrørende bygningsmaterialers udmattelse. I den foreliggende sammenhæng udgør arbejdet i (*) så at sige den teoretiske basis, hvorfra nyttige udtryk uden videre reproduceres. Det eksperimentelle grundlag for metodeafprøvning og -justering udgøres af udmattelsesdata fra den eksperimentelle del af ovennævnte forskningsprogrammer A og B.

I et omfang, der er relevant i nærværende sammenhæng er forsøgsomstændigheder og databearbejdning i disse programmer beskrevet i artiklens Tillæg. Fuldstændige forsøgsmæssige oplysninger skal søges i de originale forsøgsrapporter (ref. i Tillægget).

De overordnede vurderinger vedrørende de eksperimentelt opnåede resultaters relation til projektintentioner og den opstillede prediktionsmetode er inddraget i selve artiklen.

* Nielsen, L. Fuglsang: "Lifetime and Fatigue of Wood and other Building Materials", Conference of Int. Union of Forestry Research Organizations (IUFRO), Saint John, New Brunswick, Fredericton, N.B., Canada, July 30 to August 3, 1990. Proc., Build. Mat. Lab., Techn. Univ. Denmark 1991.

ABSTRACT

I et materiale eller et materialesystem er udmattelse den fremadskridende beskadigelse, der forekommer under en svingende påvirkning. Det er en udbredt opfattelse, at udmattelsesbrud indtræder, når antallet af svingninger har nået en kritisk størrelse, der afhænger af påvirkningshistorien - for eksempel amplitude og middelværdi af en harmonisk kraftsvingning.

Denne opfattelse er nogenlunde rigtig, når elastiske systemer (som mange metaller) betragtes. Men den er ikke rigtig for systemer med krybning som træ, hvor antallet af svingninger til endeligt brud for eksempel kan falde 100 gange, hvis lastfrekvensen nedsættes fra 1 svingning per 10 sekunder til 1 svingning per 2 timer. Antal svingninger til brud er her ikke et særligt godt designkriterium. Et simpelt tidskriterium er meget bedre. Det vises, at svingningsantallet er ligegyldigt ved lave lastfrekvenser, mens det er afgørende ved høje frekvenser. I overgangsområdet for frekvenser afhænger svingningsantallet stærkt af de klimatiske omstændigheder.

Man kan ikke i almindelighed opnå brugbare udmattelsesdata fra akcelleerede forsøg på viskoelastiske materialer som for eksempel træ og beton. Resultater for praksis kan kun fås gennem et parallelt forløb mellem eksperimentel forskning og teoretiske analyser af udmattelsesfænomenets natur og mekanismer. Alternativet, at udføre eksperimenter svarende til en konstruktions forudsatte levetid, er naturligvis utænkeligt.

Artiklen omhandler disse forhold. En metode præsenteres til bestemmelse af træs udmattelsesegenskaber, det vil sige levetid og reststyrke (genanvendelsesstyrke), som funktion af en given svingende belastningshistorie, materialkvalitet og klimatiske omstændigheder. Metoden er formuleret dimensionsløst således, at dens resultater kan præsenteres i en form, der samlet tilgodeser enhver trækvalitet (som denne for eksempel influeres af knaster i konstruktionstræ eller lamelhældninger i limtræ) - og ethvert klimaniveau (som dette reflekteres gennem ændring af træets krybning i relation til fugtindhold og temperatur). Dette forhold nyttiggøres til fremstilling af operationelle design-diagrammer. Elastisk udmattelse (ved høje lastfrekvenser) og det såkaldte krybningsbrud (ved konstant last) er indbefattet.

Principielt gælder metoden også for andre viskoelastiske bygningsmaterialer som for eksempel beton. Der henvises til et par litteraturreferencer i den henseende. Afslutningsvist diskuteres nogle perspektiver for den fremtidige forskning i materialeudmattelse.

1. INTRODUKTION

Materialeudmattelse eller fatigue defineres sædvanligvist som den fremadskridende beskadigelse, der forekommer, når et materiale udsættes for gentagne belastninger af en størrelse mindre end materialets korttidsstyrke. Denne definition stammer fra tidlige studier af brudforholdene i elastiske materialer som for eksempel mange metaller.

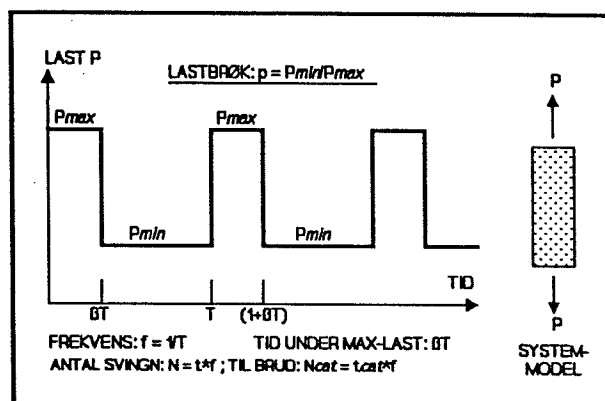
I denne artikel, der omhandler viskoelastiske materialer, herunder træ, bruges termen udmattelse i en bredere betydning, der udover tiden til kollaps, medtager en kontinuert beskrivelse af styrkens reduktion undervejs i dette tidsforløb. Ved højfrekvent belastning, eller i fravær af krybning, inkluderes elastisk udmattelse, og ved lavfrekvent belastning beskrives det såkaldte krybningsbrud under konstant last.

Udmattelse reducerer et materiales styrke og levetid i en grad, der ikke må overses i konstruktionsdesign. For viskoelastiske materialer som træ er lastfrekvensen en meget vigtig parameter. Jævnfør (1,2) kan antallet af svingninger til endeligt brud i træ kan falde 100 gange, hvis lastfrekvensen nedsættes fra 1 svingning per 10 sekunder til 1 svingning per 2 timer. Antal svingninger til brud er således ikke et særligt godt designkriterium. Et simpelt tidskriterium er meget bedre. Denne kendsgerning overses ofte i udmattelsesforskningen på bygningsmaterialer. Man kan ikke i almindelighed opnå brugbare udmattelsesdata fra akcellerede forsøg på viskoelastiske materialer som for eksempel træ og beton. Resultater for praksis kan kun fås gennem et parallelt forløb mellem eksperimentel forskning og teoretiske analyser af udmattelsesfænomenets natur og mekanismer. Alternativet, at udføre eksperimenter svarende til en konstruktions forudsatte levetid, er naturligvis utænkeligt.

I denne artikel præsenteres en metode til bestemmelse af af træs udmattelsesegenskaber, det vil sige levetid og reststyrke, som funktion af en given svingende belastningshistorie. Principielt gælder metoden også for andre viskoelastiske bygningsmaterialer som for eksempel beton (3,4). Elastisk udmattelse og det såkaldte krybningsbrud er indbefattet.

Metoden kan ses som en justering og videreudvikling af en prediktionsmetode, der tidligere er udviklet af forfatteren i (1,2) vedrørende bygningsmaterialers udmattelse. Dette arbejde udgør så at sige artiklens teoretiske basis, hvorfra nyttige udtryk uden videre reproducere i den rækkefølge der bedst tjener det foreliggende formål, at opstille en operationel prediktionsmetode. Artiklen fremstår herved som en slags "brugermanual" snarere end som en "almindelig" artikel med en selvstændig teoretisk sammenhæng.

1.2 Metodegrundlag og -muligheder



Figur 1. Grundkonfiguration for betragtede lasthistorier.

De grundlæggende formler er som tidligere nævnt udviklede af forfatteren i (1,2), hvortil der henvises såfremt læseren er mere end blot interesseret i den praktiske anvendelse af metoden. Den underliggende teoretiske materialemechaniske model er et revnet lineær-viskoelastisk materiale. Revnen bevæger sig frem mod en kritisk størrelse ved at sammenhængen i revnefronten

gradvist nedbrydes under dannelse af en kritisk energidissipation, der opnås under gentagne åbne/lukke bevægelser af revnespidsen i en zone med lokal materialeflydning. For alle bygningsmaterialer er en model med enkel-revner (revner med stor gensidig afstand) tilstrækkelig i udmattelsesanalyser. Forsøg viser, at brudstart altid kan henføres til lokale materialeområder med største fejl.

Gennemgående henvises der til en reference-belastningshistorie som vist i Figur 1, hvor den definerede lastbrøk p også kan antage negative værdier. Andre lasthistorier kan behandles, hvilket er en videreudvikling af prediktionsmetoden beskrevet i (2). Dette kommenteres i passende afsnit i artiklen.

Det skal bemærkes, at den præsenterede metode i (1,2) og denne artikel er formuleret som en dimensionsløs, såkaldt fejl-akkumulerings-teori, der dækker andre fejltyper end revner, for eksempel sammenhobninger af dislokationer.

Den dimensionsløse form gør (jfr 5), at metoden principielt gælder for alle defekte lineær-viskoelastiske systemer, hvis brudstyrke (korttids) er proportional med systemets påvirkning. For eksempel: En stang påvirkes med en aksialt virkende kraft Q . Systembrud sker for $Q \rightarrow Q_{cr}$. Et andet eksempel illustrerer den primære formulering af metoden i denne artikel: *En bjælke påvirkes på tværs af en kraft P . Systembrud indtræder for $P \rightarrow P_{cr}$.*

Det fremgår, at metoden kan anvendes på materialer såvel som på konstruktionsdele. Af den grund er terminologien i det følgende holdt ret "løs" omkring objektet, hvorpå metoden anvendes. Forskellige udtryk anvendes synonymt som for eksempel system, materialesystem og bjælke.

1.3 Metode - anvendelse - forsøg

Metoden er umiddelbart formuleret for systemer med påvirkningsfrekvenser, der er lavere end de betragtede systemers 1th egenfrekvens. Herved kan metodens resultater direkte sammenlignes med data fra udmattelsesforsøg som disse er oftest forekommende i litteraturen. I Appendix i artiklens slutning beregnes 1th resonansfrekvens for hyppigt anvendte forsøgsopstillinger til ca. 40 Hz. For systemer under vilkårligt høje belastningsfrekvenser skal de anførte kræfter indføres under behørig hensyntagen til inertikræfter fra det betragtede systems svingende masse.

Når intet andet anføres gælder metoden under konstante materialeklimatiske forhold (fugtindhold, temperatur i træ). Generelt er materialeklima en funktion af det ydre klima og den varmeudvikling, der i almindelighed er en konsekvens af belastede viskoelastiske materials energidissipation. Det er imidlertid det lokale klima omkring revnespidser, der har størst betydning for udmattelsesforløbet. I disse områder kan varmeudviklingen fra de førnævnte åbne/lukke mekanismer være voldsom. Dette udsagn underbygges eksperimentelt i (6), hvor lokale temperaturstigninger på op til 50 °C blev målt i 10 Hz udmattelsesforsøg på træ. Ved sådanne temperaturer vil det lokale klima ændres i væsentlig grad fra det (ligevegtsklima), der gælder for ubelastet træ: Voksende lastfrekvens fremkalder stigende lokaltemperatur, hvorved fugtindholdet i træ falder. Udmattelsesmæssigt er der tale om modsatrettede virkninger: Revnehastighed fremmes med stigende temperatur, mens den reduceres med faldende fugtindhold. (På lignende måde som klimaet influerer på træs krybning).

Ud fra en række sammenligninger i (2) af hidtil publicerede udmattelsesresultater i træliteraturen er det forfatterens opfattelse, at de to virkninger i nogen grad ophæver hinanden for svingningsfrekvenser mindre end ca. 20 Hz og at den gennemsnitlige klimaindflydelse på udmattelse i dette område er lig den, der kan ansættes på grundlag af klimaet i ubelastet træ. Det skal imidlertid understreges, at denne simple arbejdshypothese bygger på empiri og endnu savner egentligt videnskabeligt belæg. Fremtidig forskning på lokale klimaer i materialer under udmattelse er meget påkrævet.

Det bemærkes, at det lige anførte frekvensområde er mere begrænsende end det førnævnte frekvensområde, hvor der kan ses bort fra systemmasser. Data fra udmattelsesforsøg med påvirkningsfrekvenser mindre end 20 Hz kan således sammenlignes direkte med resultater fra den omhandlede prediktionsmetode i den form, som den umiddelbart fremstår i artiklen, dvs uden modifikation for svingende masser og frekvensafhængigt lokalt materialeklima.

1.4 Notation

Betydningen af hyppigt anvendte symboler er givet i symbollisten i Afsnit 8, der bør konsulteres ofte. Et symbols betydning gentages nødvendigvis ikke hver gang symbolet optræder. Egentlige symbolforklaringer må søges i (1,2), der som nævnt i Afsnit 1.2 udgør det teoretiske grundlag for artiklen. Vi genkalder fra samme afsnit, at det primært betragtede system er en tværbelastet bjælke.

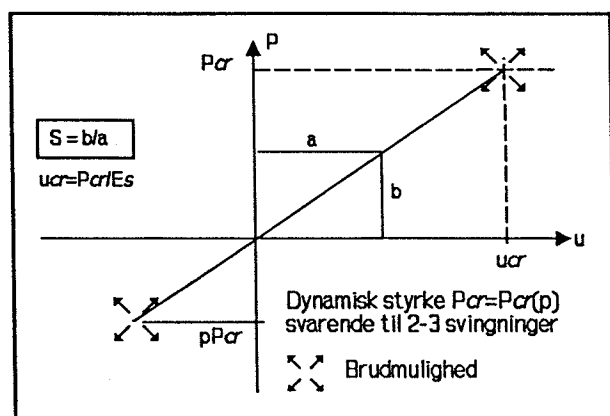
Af særlig betydning er de normerede størrelser, styrkeniveau, belastningsniveau, fejlbrøk samt den dynamiske styrke:

Styrkeniveau (FL) er bjælkestyrken som brøkdelen af bjælkens teoretiske styrke, det vil sige den potentielle (iboende eller urevnede) styrke. Styrkeniveauet er et udtryk for bjælke kvaliteten.

Belastningsniveau (SL) er bjækelasten som brøkdelen af bjælkens nedfor definerede dynamiske styrke.

Fejlbrøk (κ) er længden af den brududløsende fejl (revne) som brøkdelen af fejlens begyndelseslængde.

Den dynamiske styrke (eller referencestyrken) $P_{CR} = P_{CR}(p)$ er den til lastbrøken p (se Figur 1) svarende svingningsstyrke, der i fravær af krybning ville kunne måles



Figur 2. Dynamisk bjælkestyrke og bjælkestivhed.

over 2 - 3 svingninger som vist i Figur 2. I praksis må P_{CR} skønnes ud fra $P_{CR,EXP}$ målt i forsøg, udført så hurtigt som muligt, hvorved krybningens indflydelse søges minimeret. Den dynamiske værdi kan herefter med et udtryk fra (7) bestemmes som anført i Ligning 1, hvor $t_{EXP} (\approx 3 \text{ min})$ er forsøgsvarigheden og τ_r er den senere indførte relaxationstid for revnekrybning.

I fravær af forsøgsdata til bestemmelse af P_{CR} kan denne skønnes ud fra den traditionelle dynamiske ensidige styrke $P_{CR}(p=0)$ ved hjælp af Ligning 1s andet udtryk. Faktoren $1 + p/4$ er her skønnet ud fra følgende tankegang: For $p = -1$ er styrken mindre end styrken forårsaget af trækspændinger alene. Den er på den anden side næppe mindre end

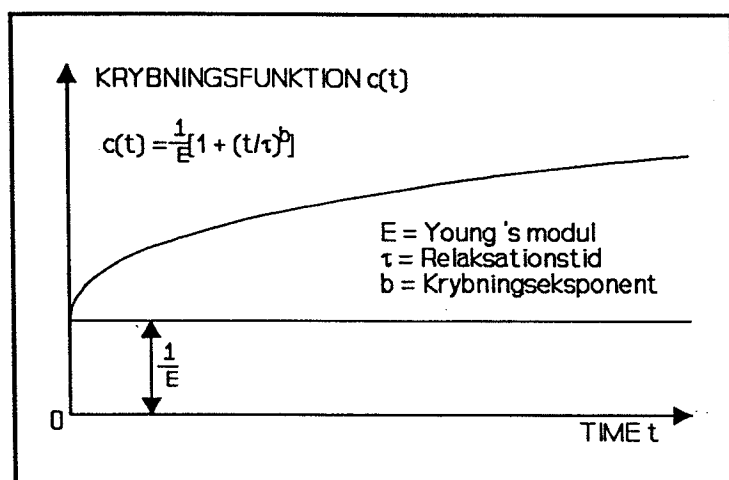
styrken forårsaget af trykspændinger alene. Da simpel trykbrudspænding $\approx 0.5 \cdot$ trækbrudspænding skønnes den dynamiske styrke for $p = -1$ til midlen $3/4$ af styrken under ensidig belastning. Dette simple argument understøttes ved en samlet tendensvurdering af de i (8) rapporterede data for træbjælker under svingningsudmattelse med flytningsbrøk $p_D = -1$.

$$\frac{P_{CR}}{P_{CR,EXP}} \approx \begin{cases} 1 + \left(\frac{t_{EXP}}{3\tau_R} \right)^b \\ \frac{P_{CR}(p)}{P_{CR}(0)} \approx \begin{cases} 1 + \frac{p}{4} & \text{hvis } p < 0 \\ 1 & \text{hvis } p \geq 0 \end{cases} \end{cases} \quad (1)$$

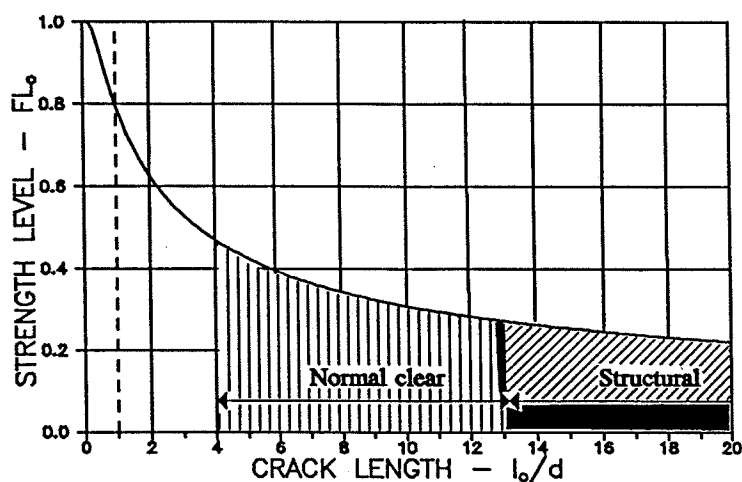
Bemærkning: Det skal noteres at resultater fra prediktionsmetoden for udmattelse, der udvikles i det følgende, naturligvis kun gælder for et svingningsantal $N \geq 1$, hvor referencestyrken er "etableret".

2. MATERIALE- OG SYSTEMEGENSKABER

Beregningsmetoden til bestemmelse af materialesystemers udmattelse, som den opstilles i Afsnittene 3 og 4, kræver kendskab til data vedrørende materialesystemers krybning og styrke samt brudbetingelse. Disse data præsenteres i dette afsnit som gældende for træ. I princippet kan de også anvendes i forbindelse udmattelsesberegning af en række andre bygningsmaterialer, hvis krybning kan beskrives ved det i Figur 3 viste udtryk.



Figur 3. Krybningsfunktion for materiale med såkaldt eksponentialkrybning, defineret som angivet i figuren.



Figur 4. Teoretisk styrkeniveau FL for træ: l_0 [mm] er skadesradius (evt knastradius). $d \approx 0.3$ mm er karakteristisk mikrostrukturel dimension.

2.1 Krybning

Materialsystem

Vi betragter materialer, hvis krybningssegenskaber kan beskrives ved den i Ligning 2 og Figur 3 viste eksponential-krybningsfunktion med krybningsparametrene, relaxationstid τ og krybningssekspont b . Denne krybningsfunktion er formuleret og analyseret af forfatteren i (fx 9,10,11) med specielt henblik på træes viskoelastiske adfærd, som den for eksempel giver sig udtryk gennem den viskoelastiske stivhed (numerisk kompleks stivhed) $|E_c|$, der også er præsenteret i Ligning 2. Den viskoelastiske stivhed anvendes senere i artiklen til bestemmelse af relationen mellem kraft og flytning i træsystemer under harmonisk varierende påvirkning.

Krybningsparametrene kan efter (9,5) skønnes ved størrelsesordener som vist i Ligning 3, der gælder for træk, tryk og bøjning parallelt med træfibrene.

Bemærkning: Indenfor den usikkerhed, der præger skønnet i Ligning 3 og den spredning, der, jfr. (12) for eksempel, kendetegner ansættelse af gennemsnitlige krybningsparametre for serier af træelementer, kan de ved Ligning 3 bestemte krybningsparametre regnes at gælde også, selvom spændings- og fiberretninger afviger op til de 11° , der karakteriserer de i artiklen senere betragtede bjælkeforsøg.

$$\begin{aligned}
 c(t) &= \frac{1}{E} \left(1 + \left(\frac{t}{\tau} \right)^b \right) && \text{Krybningsfunktion} \\
 r(t) &= \frac{E}{1 + (t/\tau)^b} && \text{Relaksationsfunktion } (b < 0.3) \\
 |E_c| &= \frac{E}{\sqrt{1 + Y^2 + 2Y \cos(b\pi/2)}} && \text{Viskoelastisk stivhed} \\
 \tan(\phi) &= \frac{Y \sin(b\pi/2)}{1 + Y \cos(b\pi/2)} \quad \text{med } Y = \frac{b!}{(\tau\omega)^b} && \text{Tabstangent}
 \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
 b &\approx 0.25 \quad ; \quad \tau \approx \tau_{REF} * 10^{\frac{15-U}{10} + \frac{20-T}{15}} \quad (\text{hvis } U > 30 \text{ så } U = 30) \\
 \tau_{REF} &\text{ er } \tau \text{ som målt ved } (U, T) = (15, 20) \\
 (\text{uden målinger kan skønnes } \tau_{REF} &\approx 10^4 \text{ døgn})
 \end{aligned} \tag{3}$$

Revne

Den krybning, der er relevant for en revnes vandring afhænger af den måde, hvorpå revnen deformerer sig. Dette er diskuteret i (5). I langt de fleste tilfælde er deformationen en blanding af, at revnens modstående sider åbner sig og forskyder sig i forhold til hinanden, hvilket efter (5) svarer til de i Ligning 4 givne krybningsparametre (b, τ_r). I undtagelsestilfælde, hvor revnen alene deformerer sig ved ren åbning falder τ_r til en brøkdel af den i Ligning 4 angivne værdi.

Udover b, τ_r indgår den såkaldte tidsforskydningsfaktor q i beregningen af materialesystemers udmattelse. Denne faktor er afledt af b som også vist i Ligning 4.

$\text{REVNEKRYBNING: } b \approx 0.25 \quad ; \quad \tau_r \approx \tau/1000$ $q = [0.5(1 + b)(2 + b)]^{1/b}$	(4) FORSKYDNINGSAKTOR
--	-----------------------------------

2.2 Styrkeniveau

Som tidligere anført er styrkeniveauet (FL) en kvalitetsangivelse af det betragtede system. Styrkeniveauet er kortidsstyrke i relation til systemets teoretiske styrke (den "urevnede"). Teoretisk set kan styrkeniveauet skønnes ved hjælp af den fra (5) hentede Figur 4, hvor l_0 er skadesradius og d er en karakteristisk mikrostrukturel dimension. For træ er passende værdier af disse størrelser anført i figuren.

Bemærkning: Skønnet af styrkeniveauet er mekanisme-teoretisk velbegrunder (5). Det er imidlertid en ulempe, at man i praksis ikke kender de to parametre i Figur 4 tilstrækkeligt grundigt. Til praktiske formål kan det indtil videre anbefales, primært at anvende Figur 4 til kvalitative formål og i sammenligningsøjemed. For praksis antages følgende styrkeniveauer, deducerede af forfatteren i eksempler behandlede i (5,13): *Træ af høj kvalitet (som knastfrit træ) har FL ≈ 0.4 . Træ af middelgod kvalitet (som godt konstruktionstræ) har FL $\approx 0.3 - 0.2$. Træ af dårlig kvalitet (som dårligt konstruktionstræ) har FL < 0.15 .*

2.3 Træthed

Følgende parametre refererer til en revnes bevægelse i et materiale, elastisk såvel som viskoelastisk, under pulserende belastning. De angivne numeriske størrelser er parameterværdier som de er deducerede i (2) for en række træ og træbaserede materialer.

<i>Hastighedskonstant</i>	C	(≈ 3)	$\left. \begin{array}{l} \text{Hastighedskonstant } C \quad (\approx 3) \\ \text{HastighedsekspONENT } M \quad (\approx 8 - 9) \\ \text{Kritisk lastbrøk } p_{CR} \quad (\approx -0.5) \\ \text{Tærskelfaktor } D_{TH} \quad (\approx 0.0005) \end{array} \right\} \text{TRÆTHEDSPARAMETRE} \quad (5)$
<i>HastighedsekspONENT</i>	M	$(\approx 8 - 9)$	
<i>Kritisk lastbrøk</i>	p_{CR}	(≈ -0.5)	
<i>Tærskelfaktor</i>	D_{TH}	(≈ 0.0005)	

2.4 Brudbetingelse

Brudbetingelsen er, som tidligere antydnet, at en enkelt-revne (eller anden fejl) vokser mod en kritisk størrelse, hvor udbredelseshastighed bliver uendelig hurtig med øjeblikkeligt systembrud som følge. Revnen repræsenterer under sin vandring med endelig hastighed et relativt lille område af systemet, hvilket betyder, at tab af systemstivhed praktisk taget først kan konstateres, når brud er en realitet. Brudkriteriet kan således også formuleres: Levetiden for et intakt system er udløbet, når tab i systemstivheden konstateres. Reduktion af systemstivhed fra smårevners eventuelle vandring kan regnes forsvindende.

De hyppigst anvendte udmattelsesforsøg betjener sig af kraftstyring eller deformationsstyring (påvirkning med kendt kraft henholdsvis kendt flytning). Disse "forsøgsstyringer" kommenteres nærmere i de følgende afsnit sammen med dertil knyttede eksperimentelle metoder til levetidsdetektering, der afgør hvornår den lige anførte brudbetingelse forceres.

3. UDMATTELSE UNDER KENDT LAST

Metoden beskrevet i dette afsnit er udviklet under forudsætning af, at lasten varierer som vist i Figur 1. Metoden kan imidlertid også anvendes ved andre belastningshistorier. Dette kommenteres i Afsnit 3.4. Fælles for påvirkningerne i dette afsnit er imidlertid, at disse er kræfter - heraf begrebet *kraftstyret udmattelse*. Metoden kan også anvendes i forbindelse med udmattelse af systemer, hvor flytninger er kendte i stedet for kræfter. Dette er behandlet separat i det følgende Afsnit 4, der omhandler et eksempel på såkaldt *deformationsstyret udmattelse*.

3.1 Afhængige materialeparametre

Metodens anvendelse kræver kendskab til en række parametre - uafhængige materialeparametre såvel som afhængigt variable. De fremføres nedenfor uden særlig forklaring. Følgende forskelle fra (2) skal noteres: En parameter W , der optræder i denne reference er sat lig 0. Parameteren h i Ligning 8 nedenfor er modificeret (forbedret) i forhold til originaludtrykket i (2, Ligning 46).

EFFEKTIVITETSAKTOR, U

$$U = 0.5 \begin{cases} \text{MAX}[1, 1+p] & \text{når } p \geq p_{CR} \\ \text{MIN}[1, (1-p_{CR})/(1-p)] & \text{når } p < p_{CR} \end{cases} \quad (6)$$

LUKNINGSFAKTOR, Z

$$Z = Z_0 * \text{MIN} \left(1, \frac{Z_0}{Z_{TH}} \right) \quad \text{hvor} \quad (7)$$

$$Z_0 = \frac{C}{8} [U(1-p)]^M [\kappa SL_{MAX}^2]^{M/2-2} ; \quad Z_{TH} = \frac{1}{2} \left(\frac{D_{TH}}{\kappa SL_{MAX}^2} \right)^2$$

TIDSAKTOR, h

$$h = [1 - \Delta(1 - \beta)^b]^{-1/b} \quad \text{med} \quad \Delta = \text{MIN} \left(\frac{1 - \beta^b + \langle f \rangle^b \sqrt{2Z}}{\langle f \rangle^b + (1 - \beta)^b}, 1 - p | p | \right) \quad (8)$$

3.2 Levetid

Tiden (eller antal svingninger) til brud kan bestemmes ved løsning af følgende differentiaalligning for den reciproke fejlhastighed $dt/d\kappa$ (eller $dN/d\kappa$), hvor koefficienterne A_1 , A_2 og A_3 har betydningen som givet i Ligning 10, hvor $\langle f \rangle = f\tau_r$ er den normaliserede lastfrekvens.

$$A_1 X^b + A_2 X = A_3 \quad \text{hvor} \quad X = FL^2 \frac{dN}{d\kappa} = fFL^2 \frac{dt}{d\kappa} \quad (9)$$

$$A_1 = (1 + (1 - \beta)\sqrt{Z/8}) \theta^b ; \quad A_2 = Z\Phi ; \quad A_3 = \frac{1 - \kappa SL_{MAX}^2}{\kappa SL_{MAX}^2} \quad (10)$$

$$\text{med } \Phi = \frac{\pi^2}{8} \kappa SL_{MAX}^2 ; \quad \theta = \frac{\Phi}{qh\langle f \rangle}$$

Ligning 9 løses som $t = t(\kappa)$ under iagttagelse af begyndelsesbetingelsen $(t, \kappa) = (0, 1)$. Levetiden er udtømt ved $t = t_{CAT}$, når den reciprokke fejlhastighed bliver $dt/d\kappa = 0$, hvilket sker ved $\kappa = \kappa_{CR} = 1/SL_{MAX}^2$. I almindelighed kan ligningen kun løses numerisk. Til dette formål omskrives udtrykket som $Y = Y(X) = 0$ i Ligning 11, hvorefter levetiden beregnes efter algoritmen vist i Tabel 1 under anvendelse af Newtons iterationsprincip i forbindelse med en stepvis forøgelse af fejlbrøken κ . Algoritmen medtager beregning af den i det følgende Afsnit 3.3 omtalte reststyrke - og den tillader som forklaret i Afsnit 3.4 afvigelser fra den i Figur 1 beskrevne lasthistorie.

$$Y = A_1 X^b + A_2 X - A_3 = 0 \quad \text{med} \quad \frac{dY}{dX} = bA_1 X^{b-1} + A_2 \quad \text{ved fastholdt } \kappa \quad (11)$$

3.3 Reststyrke

I forbindelse med beregning af levetid er det ret enkelt at beregne den til enhver tid gældende reststyrke (genanvendelsesstyrke) af det betragtede materialesystem. Vi får reststyrkebrøken $P_{RES} = P_{CR}(t)/P_{CR}$ fra (2,5)

$$P_{RES} = \frac{P_{CR}(t)}{P_{CR}(0)} = \frac{1}{\sqrt{\kappa}} \quad (12)$$

3.4 Generaliseret lasthistorie

Algoritmen som den er fremstillet i Tabel 1 løser udmattelsesproblemet under stepvis forøgelse af fejlbrøken (κ). Lasthistorier, der afviger fra den i Figur 1 beskrevne behandles i algoritmen ved stadig ajourføring (for hvert enkelt step $\Delta\kappa$)

af alle involverede parametre med hensyn til "lokale" værdier for belastningsniveau SL_{MAX} , belastningsbrøk p og frekvens f . Dette anvendes i forbindelse med det i Afsnit 4 behandlede flytningsstyrede udmattelsesproblem.

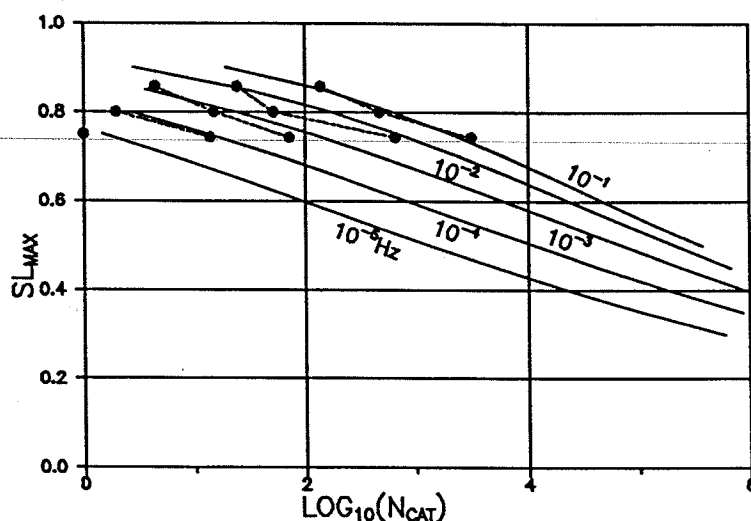
TABEL 1. Algoritme for beregning af træes udmattelsesegenskaber

GIVET: Materialeegenskaber: $FL, \tau_r, b, q, C, M, p_{CR}, D_{TH}$ fra Afsnit 2
 Skridtlængde: $\Delta\kappa \approx (1/SL_{MAX}^2 - 1)/500$ med mindste SL_{MAX}
START: $\kappa, t, N = 1, 0, 0$
 ■■■■ **Last:** SL_{MAX}, p, f, β
 Afhængige materialeparametre: U, Z, h, A_1, A_2, A_3
 fra Afsnittene 3.1 og 3.2
 Hvis $\kappa = 1$: skøn $X = \langle f \rangle \frac{(SL_{MAX}^2 - 1)^{1/6}}{SL_{MAX}^2}$; ($\langle f \rangle = f\tau_r$)
 ■ **Beregn** Y og $\frac{dY}{dX}$ efter Ligning 11
 Beregn $X_{NY} = X - \frac{Y}{dY/dX}$ (Newtons iterationsprincip)
 Hvis $|\frac{X_{NY}}{X} - 1| < 0.00000001$ gå til ■■
 $X = X_{NY}$
 Gå til ■
 ■■ $\Delta t = \frac{X\Delta\kappa}{f FL^2}$; $\Delta N = f\Delta t$
 $\kappa = \kappa + \Delta\kappa$; $t = t + \Delta t$; $N = N + \Delta N$
 $P_{RES} = 1/\sqrt{\kappa}$ (Reststyrke efter Ligning 12)
RESTSTYRKE: SKRIV (t, N, P_{RES})
 Hvis $\kappa > \kappa_{CR} = \frac{1}{SL_{MAX}^2}$ gå til ■■■■
 Gå til ■■■■
 ■■■■ **LEVETID:** SKRIV ($t_{CAT} = t, N_{CAT} = N$)

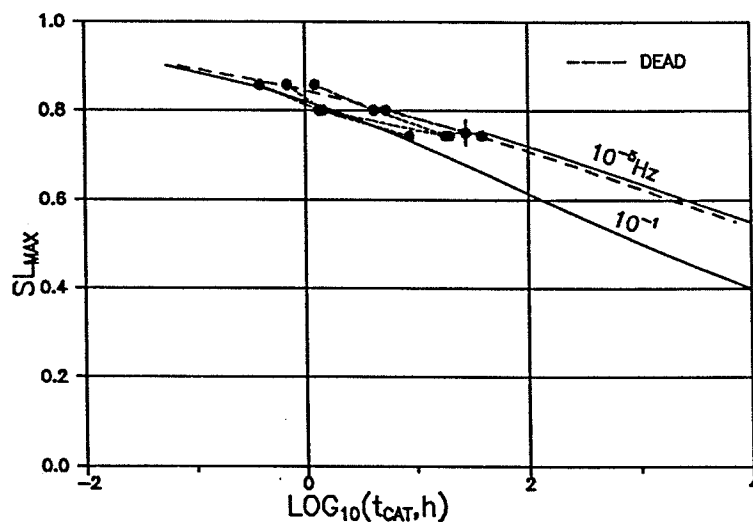
3.5 Udmattelsesprediktion

De ovenfor beskrevne beregninger af udmattelsesegenskaberne, levetid og reststyrke, for træsystemer under varierende svingende belastning er sammenfattede i den i Tabel 1 beskrevne algoritme.

Det er meget vigtigt at bemærke, at "metoden" arbejder med belastninger (lastniveauer, SL_{MAX}), der er normerede med hensyn til det betragtede systems styrke (referencestyrken). Dette forhold medfører, at metoden i samme ombæring bestemmer udmattelsesegenskaber for materialesystemer af forskellig kvalitet som fx de senere betragtede bjælker af limtræ med forskellige lamelhældninger.



Figur 5. Tryk parallelt med fibre i gran: $(FL, b, \tau_R) = (0.4, 0.25, 1 \text{ døg})$. $(C, M, p_{\alpha}, d_{TH}) = (3, 9, -0.5, 0.0005)$. $(p, \beta) = (0, 0.5)$.



Figur 6. Tryk parallelt med fibre i gran: $(FL, b, \tau_R) = (0.4, 0.25, 1 \text{ døg})$. $(C, M, p_{\alpha}, d_{TH}) = (3, 9, -0.5, 0.0005)$. $(p, \beta) = (0, 0.5)$.

Et eksempel på algoritmens anvendelse til bestemmelse af levetid er vist i Figurene 5 og 6, hvor de eksperimentelle værdier er fra udmattelsesforsøg, rapporterede i (14), på grantræ under blokvarierende tryklast parallelt med fibre. Tilsvarende kan algoritmens evne til prediktion af reststyrke under udmattelse ikke illustreres i forhold til forsøgsresultater. Forfatteren bekendt findes sådanne resultater endnu ikke. Teoretisk predikterede reststyrker kan studeres i Afsnit 6.

Gyldighedsområde

Med en referencestyrke (P_{α}) svarende til $N = 1$ ligger det i metodeudviklingens natur, at prediktioner kun er gyldige for $N \geq 1$.

3.6 Specielle løsninger

Levetid under konstant last (dødlast)

Dødlast er defineret ved en belastningsbrøk på $p = 1$ ($SL \equiv SL_{MAX}$). Ligning 9 degenererer herved til følgende udtryk, for hvilket eksplicitte løsninger i lukket form er givet i (5 fx).

$$\frac{d\kappa}{dt} = \frac{(\pi FL)^2}{8q\tau_r} \frac{\kappa SL^2}{[(\kappa SL^2)^{-1} - 1]^{1/2}} \quad (13)$$

Elastisk udmattelse

Denne er defineret ved $\tau_r = \tau = \infty$, hvorved $\langle f \rangle = f\tau_r = \infty$, hvilket medfører $A_1 = 0$ i Ligning 10. Herved reduceres Ligning 9 som følger,

$$\frac{d\kappa}{dt} = \frac{f \cdot Z \cdot (\pi FL)^2}{8} \frac{\kappa SL_{MAX}^2}{(\kappa SL_{MAX}^2)^{-1} - 1} \quad (14)$$

3.7 Normaliseret udmattelsesanalyse for design

Det bemærkes, at den variable X i Ligning 9 kan skrives som vist i Ligning 15s første udtryk, hvor normaliseret tid er indført ved $\langle t \rangle = t/\tau_r$. Dette betyder, at beregningsmetoden kan formuleres med resultater som anført i Ligning 15s tre sidste udtryk, hvor den normaliserede frekvens er indført ved $\langle f \rangle = f\tau_r$. Normerede prediktionsudtryk har den fordel, at der kan opstilles "masterkurver",

der er uafhængige af systemkvalitet FL (knaster fx) - og af relaxationstid τ_r (fugtindhold og temperatur fx). Dette er benyttet i Afsnit 6 ved optegning af designdiagrammer. Dødlastudtrykket i Ligning 13 normeres som vist i Ligning 16.

Betydningen af at introducere normerede belastninger (SL_{MAX}) i stedet for absolutte belastninger er allerede omtalt i Afsnit 3.5: Udmattelse af materialesystemer af forskellig kvalitet kan bestemmes i samme beregningsforløb.

$$\begin{aligned}
 X &= \frac{d(FL^2 N)}{d\kappa} = \langle f \rangle \frac{d(FL^2 \langle t \rangle)}{d\kappa} \Rightarrow \\
 N_{CAT} FL^2 &= \text{en funktion af } SL_{MAX}, p \text{ og } \langle f \rangle \\
 \langle t_{CAT} \rangle FL^2 &= \text{en funktion af } SL_{MAX}, p \text{ og } \langle f \rangle \\
 P_{RES} &= \frac{P_{CR}(t)}{P_{CR}(0)} = \text{en funktion af } FL^2 \langle t \rangle, SL_{MAX}, p, \text{ og } \langle f \rangle
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

$$\frac{d\kappa}{d(FL^2 \langle t \rangle)} = \frac{\pi^2}{8q} \frac{\kappa SL^2}{[(\kappa SL^2)^{-1} - 1]^{1/6}} \quad (d\phi dlast) \tag{16}$$

Bemærkning: Et interessant forhold vedrørende udmattelse af materialer træder klart frem i Ligning 15: Levetid er omvendt proportional med styrkeniveauet FL^2 . Dette betyder, at for samme lastniveau (SL , SL_{MAX}) vokser levetiden med faldende materialekvalitet (FL) - et fænomen, der er i overensstemmelse med eksperimentelt målt såvel som predikteret mekanisk adfærd af træsystemer under konstant last, se (15,16,13).

3.8 Forsøg: Laststyring versus flytningsstyring

I et kraftstyret udmattelsesforsøg er levetiden meget nem at detektere. Den er simpelt hen tiden (eller antal svingninger) indtil det afprøvede system på et øjeblik mister sin stivhed totalt. Intet tab af systemstivhed vil være praktisk målbar i tiden før brud. I et flytningsstyret udmattelsesforsøg er levetiden svær at detektere på traditionel vis. Det afprøvede system bryder ikke pludseligt sammen. Systemet "bærer" en flytning, selv efter det tidspunkt, hvor det mister sin oprindelige stivhed og hvor den i Afsnit 2.4 definerede levetid er opbrugt. Dette forhold kommenteres nærmere i det følgende Afsnit 4.

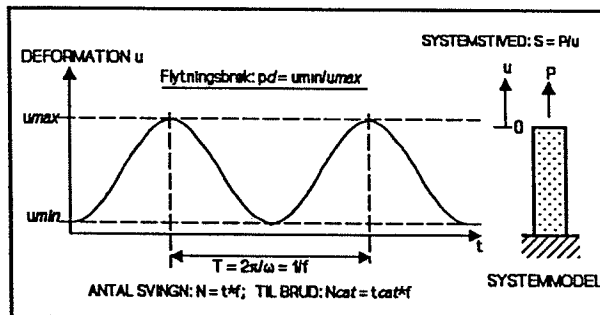
4. UDMATTELSE UNDER KENDT FLYTNING

Udmattelse af systemer under flytningsstyret påvirkning kan beregnes ved hjælp af metoden udviklet i det forrige Afsnit 3, når flytningerne "oversættes" til kræfter. Dette er en enkel proces, når det betragtede materiale er elastisk (Hooke's lov). Lidt mere kompliceret er det, når materialet er viskoelastisk som træ for eksempel. Kræfter - og hermed SL_{MAX} og p - varierer her som en funktion af træets krybning.

Flytningsstyret udmattelse illustreres i dette afsnit på et system påvirket af en harmonisk varierende flytning som vist i Figur 7. Et sådant system er ofte anvendt i den eksperimentelle udmattelsesforskning på materialer.

4.1 Levetid under sinus-flytning

Efter viskoelasticitetsteorien (fx 17) lader den i Figur 7 viste deformations-historie sig oversætte til krafthistorien vist i Ligning 17, hvor den indførte relaxationsfunktion ($r(t)$), den numeriske komplekse elasticitetsmodul ($|E_c|$) og tabsvinklen (ϕ) er givne i Ligning 2.



Figur 7.

forrige afsnit med $\beta = 0.5$, dvs sinus-svingninger betragtes som bloksvingninger med max-belastning i halvdelen af svingningstiden. Tilladeligheden af en sådan svingningskonvertering er påvist i (2).

P_{MAX} og P_{MIN} er bestemt ved disse udtryk som præsenteret i Ligning 18, der umiddelbart kan anvendes til bestemmelse af lastniveau (SL_{MAX}) og lastbrøk (p) som vist i Ligning 19 og illustreret i Figur 8.

I det videre beregningsforløb anvendes udtrykkene fra det

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{u_{MAX}}{2} [(1 + p_d)H(t) - (1 - p_d)\cos(\omega t)] \\
 P &= \frac{Su_{MAX}}{2} [(1 + p_d)H(t) - (1 - p_d)\cos(\omega t)] \quad \text{elastisk kraft} \\
 \text{Viskoelastisk kraft:} \\
 P &= \frac{Su_{MAX}}{2} \left[(1 + p_d) \frac{r(t)}{E} - (1 - p_d) \frac{|E_c|}{E} \cos(\omega t + \phi) \right]
 \end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{bmatrix} P_{MAX} \\ P_{MIN} \end{bmatrix} = \frac{Su_{MAX}}{2} \left[(1 + p_d) \frac{r(t)}{E} \pm (1 - p_d) \frac{|E_c|}{E} \right] \quad (18)$$

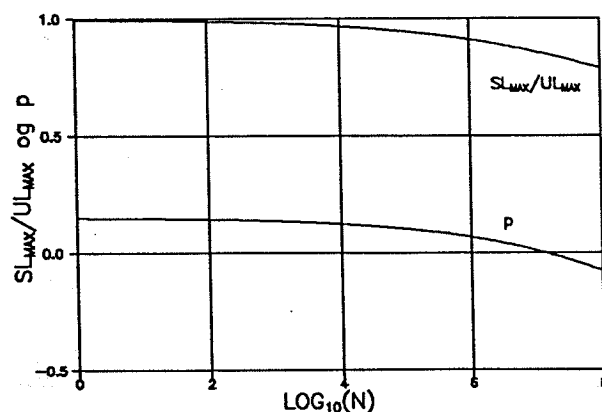
$$SL_{MAX} = \frac{UL_{MAX}}{2} \left[\frac{1 + p_d}{1 + (t/\tau)^b} + \frac{1 - p_d}{\sqrt{1 + Y^2 + 2Y \cos(b\pi/2)}} \right]$$

$$p = \frac{(1 + p_d) \sqrt{1 + Y^2 + 2Y \cos(b\pi/2)} - (1 - p_d)(1 + (t/\tau)^b)}{(1 + p_d) \sqrt{1 + Y^2 + 2Y \cos(b\pi/2)} + (1 - p_d)(1 + (t/\tau)^b)} \quad (19)$$

hvor $UL_{MAX} = \frac{u_{MAX}}{u_{CR}}$; $Y = \frac{b!}{(2\pi f\tau)^b}$

En udmattelsesanalyse (inklusive reststyrkeberegning) kan nu foretages som angivet i Afsnit 3 for kendt lasthistorie. Figur 9 viser et eksempel på en levetidsanalyse. Til sammenligning viser figuren også resultaterne fra en analyse, hvor lasten (og ikke flytningen) er harmonisk varierende. Som ventet reduceres levetiden under laststyring i relation til levetiden under flytningsstyring betydeligt, specielt i tilfældet konstant last versus konstant flytning.

4.2 Forsøg: Flytningsstyring

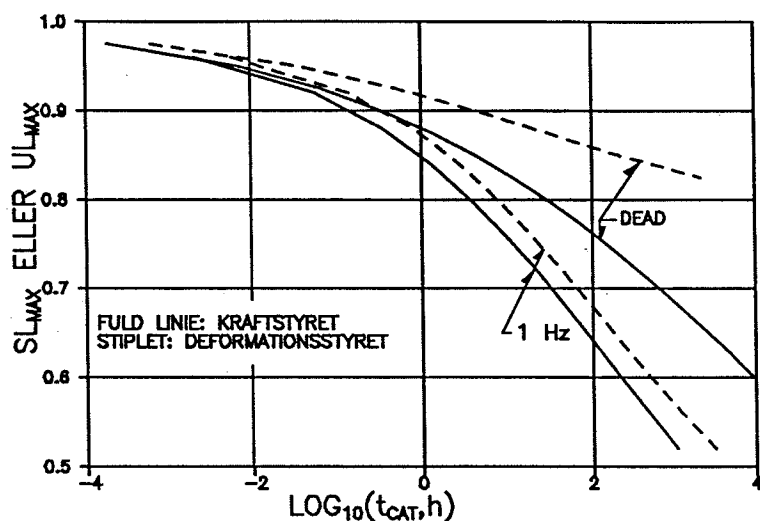


Figur 8. Fald i kraft og lastbrøk i flytningsstyret forsøg med $p_d = 0.15$. $(b, \tau) = (0.25, 1000 \text{ døgn})$. $f = 10 \text{ Hz}$.

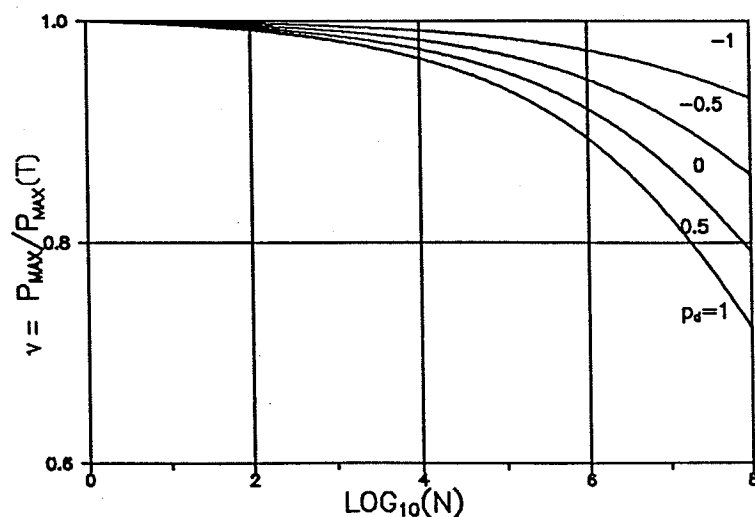
inspektion af en kraftkurve (fx målt ved systemunderstøtning). Denne afslører summen af lastfald på grund af krybning og på grund af stivhedstab i systemet. Det vil sige, at udmattelsesforsøg med levetidsdetektion ved hjælp af kraftkurver

I et flytningsstyret udmattelsesforsøg er levetiden, som tidligere antydte, svær at detektere på traditionel vis. Det afprøvede system bryder ikke pludseligt sammen. Systemet "bærer" en flytning, selv efter det tidspunkt, hvor det mister sin oprindelige stivhed og hvor den i Afsnit 2.4 definerede levetid er opbrugt. Det er heller ikke særligt nemt at afgøre levetidens længde ved

kræver samtidigt udførte krybningsmålinger, hvorved det "naturlige" kraftfald i systemet kan beregnes som vist i Ligning 20 og Figur 10. Levetiden er opbrugt ved første afvigelse fra dette fald. Eksperimentelt er denne metode behæftet med store usikkerheder. Efter forfatterens opfattelse skal levetidsdetektion i flytningsstyrede udmattelsesforsøg ske under anvendelse af såkaldt modal-analyse-udstyr (fx 18) til måling af systemstivheder. Dette er mere sikkert og krybningsmålinger kan undværes.



Figur 9. Levetid af system ved kraftstyring versus levetid ved flytningsstyring. $p = p_d = 0.5$. $(FL, b, \tau, \tau_R) = (0.4, 0.25, 5000 \text{ døgner}, 5 \text{ døgner})$.



Figur 10. Levetid er udtømt i flytningsstyret udmattelsesforsøg (sinus), når målt kraft falder under figurens grafer. $(b, \tau) = (0.25, 5000 \text{ døgner})$. $f = 10 \text{ Hz}$. $(T = 0.1 \text{ sec})$.

$$v = \frac{P_{MAX}(t)}{P_{MAX}(T)} = \frac{(1 + p_d)r(t)/E + (1 - p_d)|E_c|/E}{(1 + p_d)r(T)/E + (1 - p_d)|E_c|/E} \quad (20)$$

Bemærkning: Det kan noteres fra Figur 10, at pålideligheden af levetid detekteret ved fald i målt kraftkurve stiger med faldende flytningsbrøk. Ved lige store svingninger af en bjælke til hver side ($p_D = -1$) er den første afvigelse fra en konstant kraft teoretisk ensbetydende med udløbet levetid.

5. FORSØG OG PREDIKTION

I dette afsnit afprøves den præsenterede metode til udmattelsesprediktion mod en række forsøg, der er nærmere beskrevet i artiklens Tillæg A og B. Formålet med forsøgene var at belyse limtræsbjælkers udmattelsesegenskaber som funktion af lamelhældning ($\alpha = 0 - 11^\circ$). Generelt er det anvendte materiale rødgran af høj kvalitet. Til belysning af ekstremt høje lamelhældningers betydning ($\alpha = 90^\circ$) er dog inddraget forsøg med kraft på tværs af fibre i kunstigt revnede emner af knastfrit Douglas-Fir.

Eksperimentelt baserede data (med *normerede belastninger* SL_{MAX}) er angivne med punktsymboler, hvor pile angiver tendenser i et ufuldstændige datasæt. Teoretiske data efter den beskrevne prediktionsmetode er angivet ved linier. *Faste træthedsparametre* på $(C, M, p_{cr}, D_w) = (3,9, -0,5, 0,0005)$ er benyttet for alle rødgransforsøg. I nogle tilfælde er døddlast-levetiden (krybningsbrud) også beregnet. Skønnede styrkeniveauer (FL) er angivet i figurene tillige med anvendte krybningsparametre b , τ og τ_R . Der har ikke i de ovenfor omtalte forsøg været foretaget krybningsforsøg ved lave belastningsniveauer. For bjælkeforsøgenes vedkommende sammenlignes de anvendte krybningsparametre derfor med følgende værdier, der er skønnede ved hjælp af Ligning 2 i kombination med angivelser i (19): $(b, \tau_{REF}) \approx (0,25, 6000 \text{ døgn})$ ved $u = 12\%$, hvilket efter Ligningerne 2, 3 og 4 giver følgende forventede krybningsparametre for de to fugtniveauer, der er tale om i projekterne:

$U = 12\%: (b, \tau, \tau_R) \approx (0,25, 6000 \text{ døgn}, 6 \text{ døgn})$

$U = 20\%: (b, \tau, \tau_R) \approx (0,25, 1000 \text{ døgn}, 1 \text{ døgn})$

For Doug-Fir forsøgene med last $\perp$ på fibre forventes efter kommentarerne til Ligning 4: $\tau_R \approx 1 \text{ døgn}$ ved $U = 12\%$.

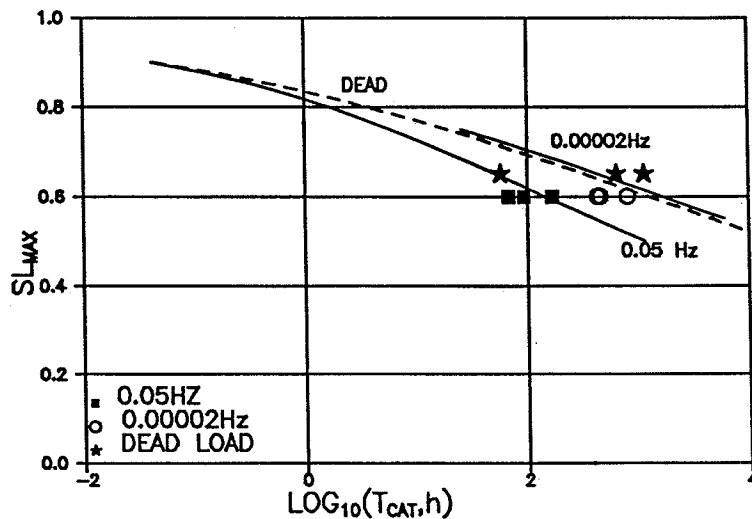
Figurerne 11, 12 og 13:

I disse figurer vises data fra *kraftstyret* udmattelse af limtræsbjælker i *ensidig bøjning med lastbrøk* $p = 0$ (12). Blokfrekvenser $f = 0,00002 \text{ Hz}$ og $0,05 \text{ Hz}$. Klima: $23 - 25^\circ \text{C}$, $u \approx 20\%$.

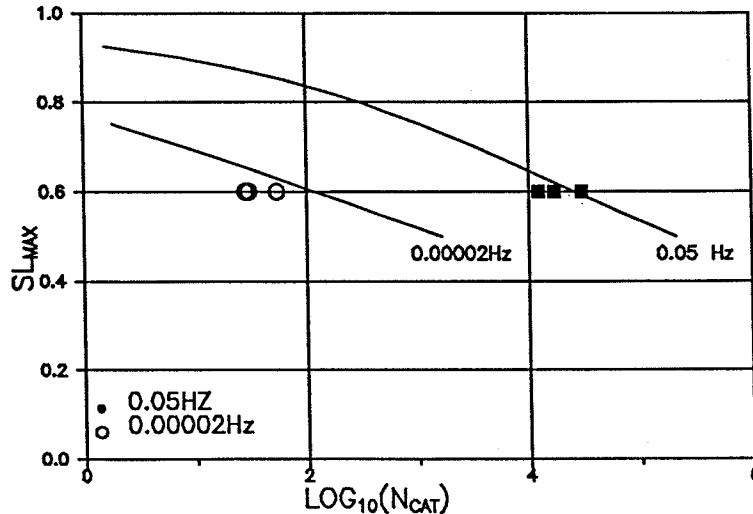
Forsøgene er skitse-mæssigt beskrevet i Tillæggets "Program B: Laboratoriet for Bygningsmaterialer/DTH". Den i (12) foretagne databehandling er sammenfattet i Tillæggets Tabel T5. Figurenes SL -værdier er rensede for krybning efter Ligning 1 ($SL = SL_{EXT}/1,08$) i forhold til tabellens værdier.

Kommentar: De anvendte krybningsparametre afviger ikke væsentligt fra de forventede værdier. Udfra de givne data kan der ikke observeres nogen signifikant ændring af levetid i relation til lamelhældninger. Der kan konstateres en god

overensstemmelse mellem forsøgsdata og predikterede data ved et ansat styrkeniveau, der efter Afsnit 2.2 svarer til træ af høj kvalitet.



Figur 11. Kraftstyret ensidig bøjning med $p = 0$ af limtræsbjælke: Styrkeniveau: $FL = 0.4$. Krybning: $(b, \tau, \tau_R) = (0.25, 1000 \text{ døg}, 1 \text{ døg})$.

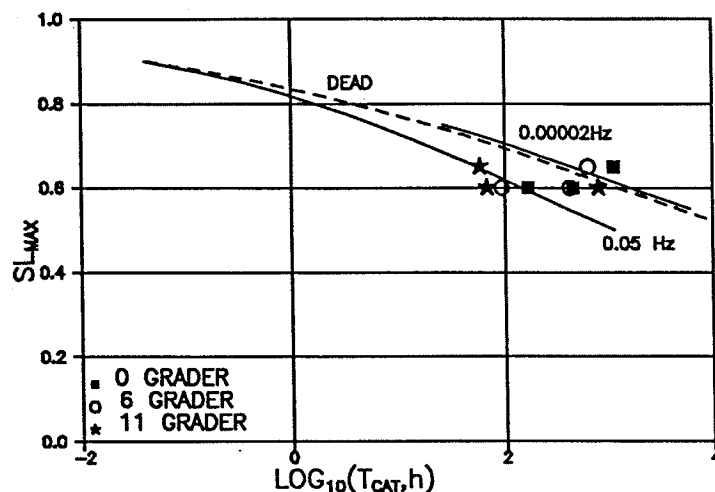


Figur 12. Kraftstyret ensidig bøjning med $p = 0$ af limtræsbjælke: Styrkeniveau: $FL = 0.4$. Krybning: $(b, \tau, \tau_R) = (0.25, 1000 \text{ døg}, 1 \text{ døg})$.

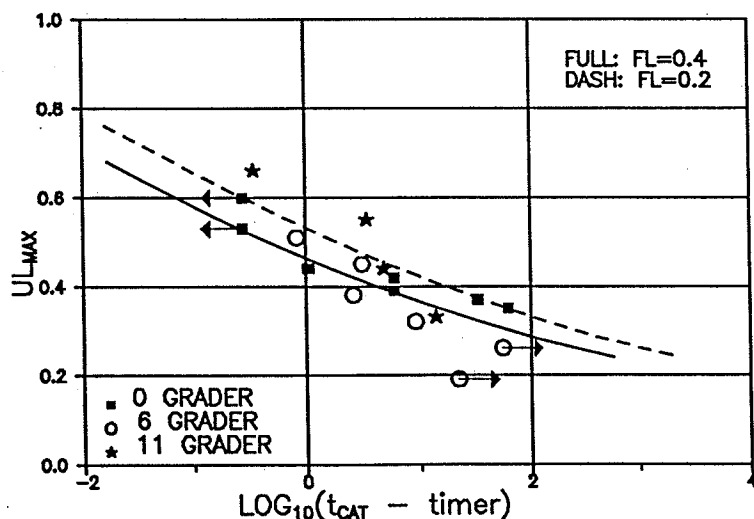
Figureerne 14 og 15:

I disse figurer vises data fra *flytningsstyret* udmattelse af limtræsbjælker i *dobbelsidig bøjning med flytningsbræk* $p_d = -1$ (8). Sinusfrekvens $f = 10 \text{ Hz}$. Klima: $\approx 20^\circ \text{C}$, $u \approx 12\%$.

Forsøgene er skitse-mæssigt beskrevet i Tillæggets "Program B: Institutet for Bygningsteknik/AUC", der i Tabel T4 også viser den endelige databehandling som den er foretaget af denne artikels forfatter på grundlag af rådata angivet i (8). Figurenes UL-værdier er rensede for krybning efter Ligning 1 (svarende til $UL = UL_{EXP}/1.05$) i forhold til tabellens værdier.



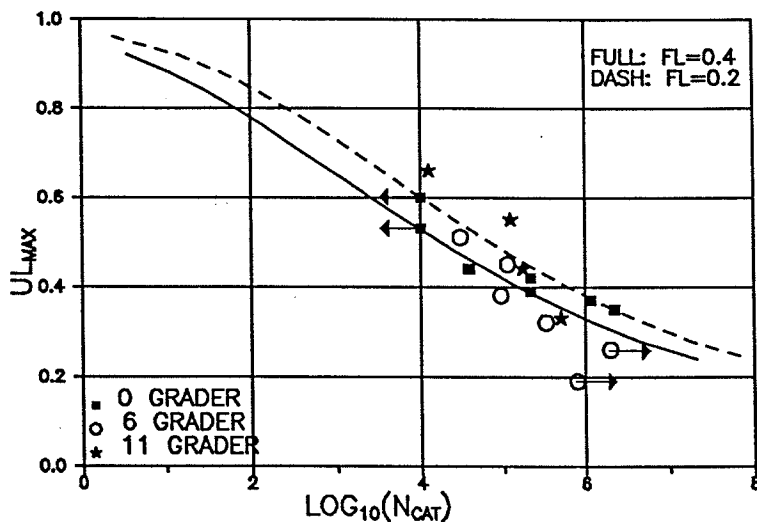
Figur 13. Kraftstyret ensidig bøjning med $p = 0$ af limtræsbjælke: Styrkeniveau: $FL = 0.4$. Krybning: $(b, \tau, \tau_R) = (0.25, 1000 \text{ døgn}, 1 \text{ døgn})$.



Figur 14. Flytningsstyret dobbelsidig bøjning med $p_d = -1$ af limtræsbjælke. Krybning: $(b, \tau, \tau_R) = (0.25, 5000, 5 \text{ døgn})$.

Kommentar: De anvendte krybningsparametre afviger ikke væsentligt fra de forventede værdier. Det kunne umiddelbart synes som om emner med lamelhældning $\alpha = 11^\circ$ har længst levetid. Det ret spinkle eksperimentelle datamateriale i hver enkelt α -serie tillader imidlertid ikke en sådan konklusion, (hvert enkelt datapunkt i figurerne repræsenterer målinger fra antal medlemmer ≤ 3 , jfr. ovenfor nævnte tillæg). Forfatteren anser de to datapunkter, der kunne antyde en forlænget levetid for $\alpha = 11^\circ$, som værende et resultat af 1) naturlig spredning, 2) den i Afsnit 4.2 beskrevne svaghed ved levetidsmåling i flytningsstyrede forsøg, eller som det mest sandsynlige, 3) et resultat af dårlig limning, der nedsætter styrkeniveauet (FL), hvilket efter Afsnit 3.7 forlænger levetiden. Til illustration af sidstnævnte årsag viser figurerne alternative prediktioner ved to forskellige styrkeniveauer.

Med disse kommentarer kan der konstateres en god overensstemmelse mellem forsøgsdata og predikterede data ved ansatte styrkeniveauer, der efter Afsnit 2.2 svarer til træ af høj til middel kvalitet.



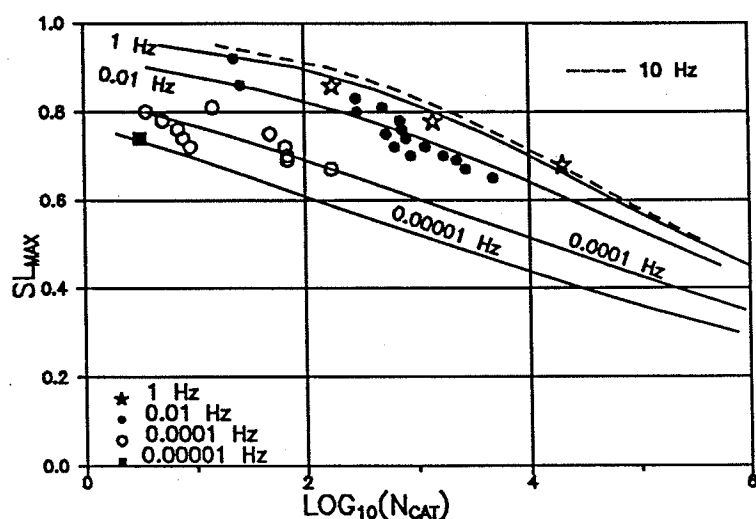
Figur 15. Flytningsstyret dobbelsidig bøjning med $p_d = -1$ af limtræsbjælke. Krybning: $(b, \tau, \tau_R) = (0.25, 5000, 5 \text{ døg})$.

Figureerne 16 og 17:

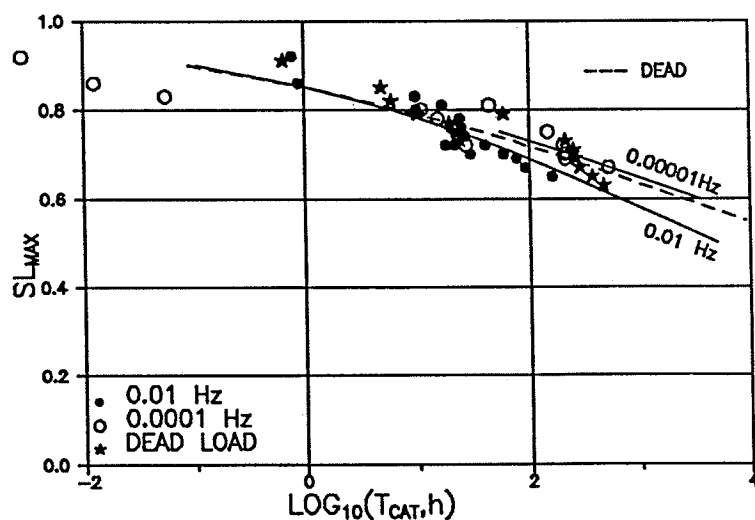
I disse figurer vises data fra *kraftstyret* udmattelse af knastfrit, kunstigt revnet træ (Douglas Fir) i *ensidig træk med lastbrøk* $p = 0$ på tværs af fibrene. Forsøg med blokfrekvens $f = 0.00001 \text{ Hz}$ er rapporteret i (20), blokfrekvenser $f = 0.0001 \text{ Hz}$ og 0.01 Hz i (2,21), og sinusfrekvens $f = 1 \text{ Hz}$ i (22). Klima: $\approx 20^\circ \text{C}$, $u \approx$

12 %. Forsøgene er skitse-mæssigt beskrevet i Tillæggets "Program A: Fuglsang/UBC".

Kommentar: De anvendte krybningsparametre afviger ikke væsentligt fra de forventede værdier. Der kan konstateres en god overensstemmelse mellem forsøgsdata og predikterede data ved et ansat styrkeniveau, der efter Afsnit 2.2 svarer til træ af middel kvalitet.



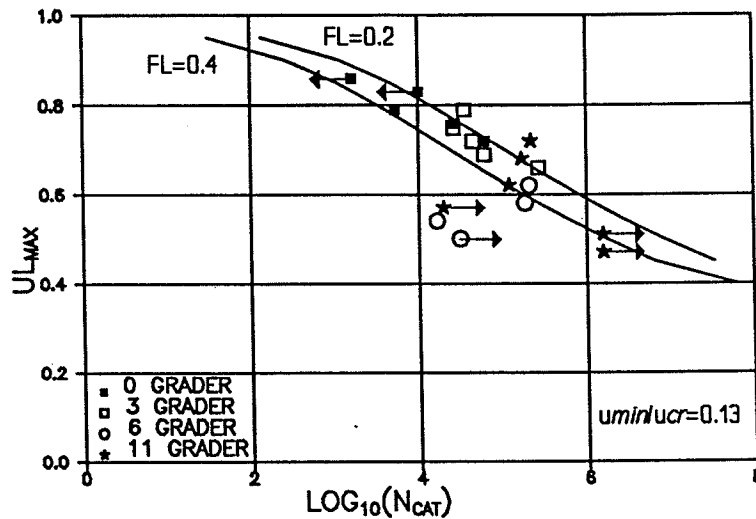
Figur 16. Kraftstyret ensidigt træk ($p = 0$) på tværs af fibre (Clear Douglas-Fir): $M = 8$. Styrke-niveau: $FL = 0.25$. Krybning: $(b, \tau_R) = (0.25, 0.5 \text{ døgn})$.



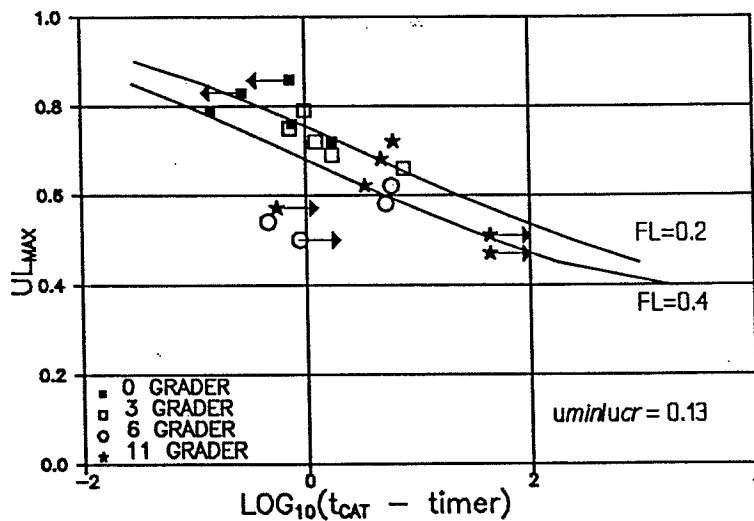
Figur 17. Kraftstyret ensidigt træk ($p = 0$) på tværs af fibre (Clear Douglas-Fir): $M = 8$. Styrke-niveau: $FL = 0.25$. Krybning: $(b, \tau_R) = (0.25, 0.5 \text{ døgn})$.

Figurerne 18 og 19:

I disse figurer vises data fra *sinus-flytningsstyret* udmattelse af limtræsbjælker i *ensidig bøjning med flytningsbræk* $p_d > 0$ (23). Sinusfrekvens $f = 10$ Hz. Klima: $\approx 20^\circ\text{C}$, $U \approx 12\%$.



Figur 18. Deformationsstyret ensidig bøjning af limtræsbjælke med flytningsbræk efter Ligning 21. Krybning: $b, \tau, \tau_R = .25, 5000$ døgn, 5 døgn.



Figur 19. Deformationsstyret ensidig bøjning af limtræsbjælke med flytningsbræk efter Ligning 21. Krybning: $b, \tau, \tau_R = .25, 5000$ døgn, 5 døgn.

Forsøgene er skitse-mæssigt beskrevet i Tillæggets "Program A: Institutet for Bygningsteknik/AUC", der i Tabel T2 også viser den endelige databehandling som den er foretaget af denne artikels forfatter på grundlag af rådata angivet i (23). Figurenes UL-værdier er rensede for krybning efter Ligning 1 (svarende til $UL = UL_{\text{ren}}/1.05$) i forhold til tabellens værdier.

Forsøgene blev udført med et fast minimum udbøjning. Dette medfører, at forsøgsdata ikke umiddelbart kan sammenlignes da flytningsbrøken (p_d) varierer fra datasæt til datasæt. I den teoretiske prediktion er dette "problem" klaret ved at lade flytningsbrøken variere som anført i Ligning 21 med $u_{\text{min}}/u_{\text{cr}} = 0.13$, hvilket svarer til en gennemsnitsværdi i de betragtede forsøg.

Kommentar: De anvendte krybningsparametre afviger ikke væsentligt fra de forventede værdier. Der kan knyttes de samme kommentarer til Figurene 18 og 19 som til Figurene 14 og 15. I begge tilfælde er der tale om eksperimentelle resultater fra flytningsstyrede forsøg, hvor levetidsdetektion, jævnfør Afsnit 4.2, ikke er så præcis som i kraftstyrede forsøg.

Som for Figurene 14 og 15 konstateres der en god overensstemmelse mellem forsøgsdata og predikterede data ved ansatte styrkeniveauer, der efter Afsnit 2.2 svarer til træ af høj til middel kvalitet.

$$p_d = \frac{u_{\text{min}}}{u_{\text{max}}} = \frac{u_{\text{min}}/u_{\text{cr}}}{UL_{\text{max}}} \quad (21)$$

5.1 Konklusion

De ovenfor foretagne sammenligninger mellem data fra forsøg og predikterede data bestyrker delvis duelligheden af den præsenterede prediktionsmetode anvendt på rødgran med faste værdier af $(C, M, p_{\text{cr}}, D_{\text{u}}) = (3,9, -0.5, 0.0005)$. De angivne forsøgsdata er primært fra forsøg på bjælker af limtræ med lamelhældninger $\alpha = 0-11^\circ$. *I den normaliserede fremstilling (lastniveauer i stedet for absolutte belastninger) kan der ikke konstateres signifikante forskelle i levetid som funktion af de betragtede lamelhældninger.*

Doug-Fir-forsøgene præsenteret i Figurene 16 og 17 simulerer en lamelhældning på $\alpha = 90^\circ$. Disse forsøg antyder, at ovenstående konklusion kan udstrækkes til at gælde hele lamelhældningsområdet $\alpha = 0 - 90^\circ$. At τ_r (0.5 døgn) i Doug-Fir-resultaterne er mindre end for gran i samme klima (5 døgn) er i overensstemmelse med Ligning 4 og kommentarerne til denne (ren åbning af revne). At $M = 8$ er

deduceret for Doug-Fir kan skyldes materialeforskellighed. Det kan også skyldes forskelle i brudmorfologi ved $\alpha = 0^\circ$ og 90° . Det er i (2) påpeget, at M tilsyneladende falder med stigende glathed af brudflader (for metaller er $M \approx 4 - 6$). For træ er brudfladerne netop glattere for last vinkelret på fibre end for last parallelt med fibre.

Prediktionsmetodens duelighed verificeres yderligere af, at dens resultater dækker de eksperimentelle data præsenterede i dette afsnit uanset last/flytningsbrøk.

6. DESIGN-DIAGRAMMER

I dette afsnit nyttiggøres, at den udviklede prediktionsmetode kan formuleres og bruges på normeret form som vist i Afsnit 3.7 - og at der herved åbnes mulighed for at fremstille "master-kurver" for design, der er uafhængige af trækvalitet (FL) og klima.

Nedenstående eksempler på opstilling af masterkurver forudsætter træthedsparametre $(C, M, p_{CR}, D_{TH}) = (3, 9, -0.5, 0.0005)$ som de er deducerede for *granlimtræ* i det foregående Afsnit 5. Belastningen er *sinus- eller blokssvingende* ($\beta = 0.5$) omkring en middelværdi svarende til $p = 0$ og -1 .

Anvendelseseksempel

En bjælke af limtræ har kvaliteten $FL = 0.4$. Den svingningsbelastes ved en frekvens på 1 Hz med en kraft, der varierer mellem 30% og - 30% af bjælkens svingningsstyrke, dvs $SL_{MAX} = 0.3$ med $p = -1$.

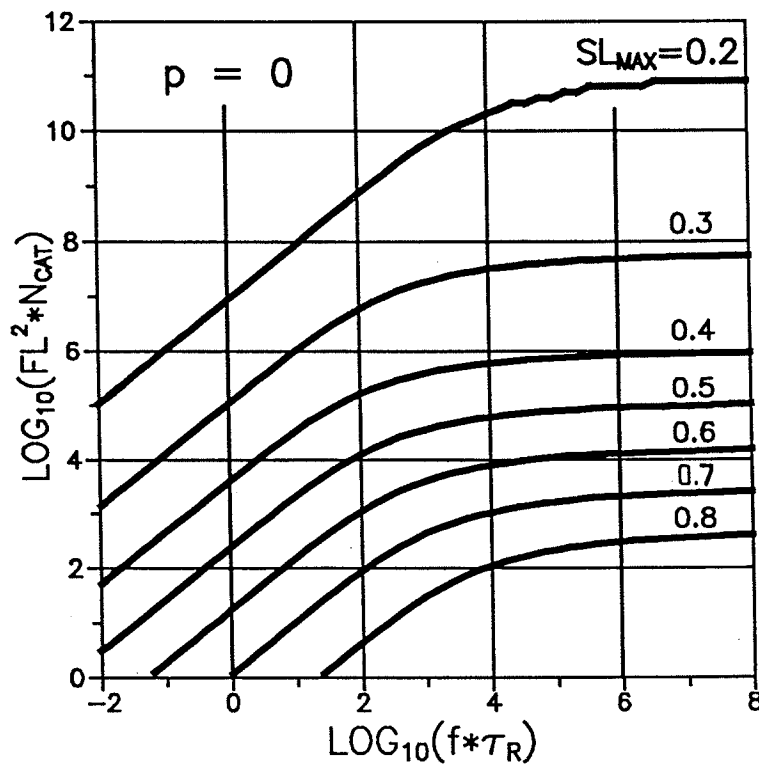
Bjælkens temperatur er $T = 20$ °C og fugtindholdet er $U = 15(\%)$. Der er ikke foretaget målinger af krybning, hvorfor denne skønnes ved hjælp af Ligningerne 3 og 4: $(b, \tau) = (0.25, 10^4 \text{ døgn}) \Rightarrow \tau_R = 10 \text{ døgn}$.

Med $\langle f \rangle = f \cdot \tau_R \approx 9 \cdot 10^5$ og $(SL_{MAX}, p) = (0.3, -1)$ fås fra Figur 23 $\log_{10}(FL^2 \cdot t_{CAT}/\tau_R) \approx -0.2$, der giver $t_{CAT} \approx 39 \text{ døgn}$ svarende til $N_{CAT} \approx 3.4 \cdot 10^6$ svingninger.

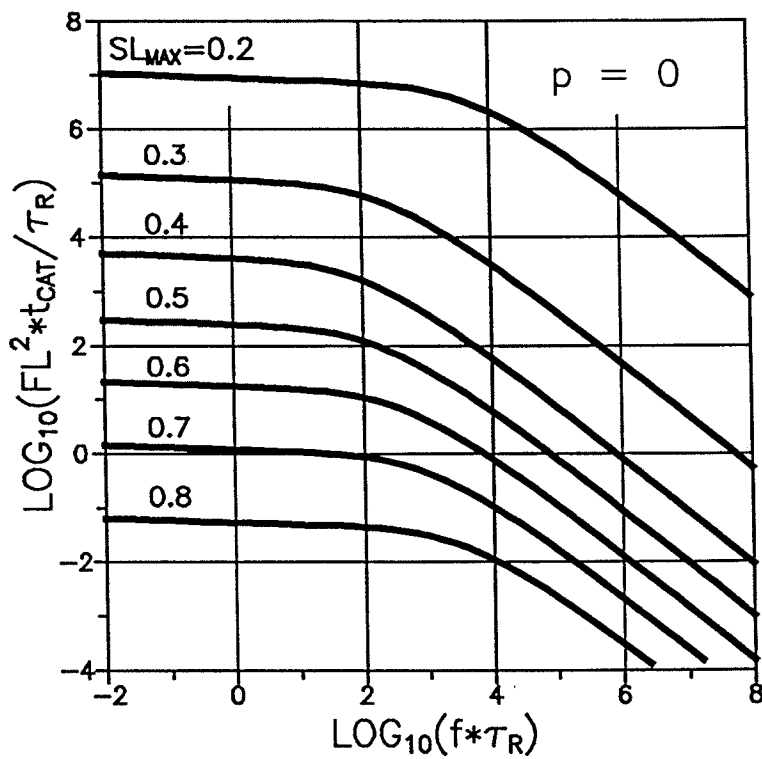
Ændres lastfrekvensen til $f = 0.01 \text{ Hz}$ bliver $\langle f \rangle = f \cdot \tau_R \approx 9 \cdot 10^4$, der med $(SL_{MAX}, p) = (0.3, -1)$ og Figur 23 giver $\log_{10}(FL^2 \cdot t_{CAT}/\tau_R) \approx 0.8$ svarende til $t_{CAT} \approx 394 \text{ døgn}$ eller $N_{CAT} \approx 3.4 \cdot 10^5$ svingninger.

Som et eksempel på reststyrkebestemmelse betragtes den samme bjælke under ensidig bøjning med $(SL_{MAX}, p, f) = (0.6, 0, 1 \text{ Hz})$. Figur 24 fortæller (med $\langle f \rangle = f \cdot \tau_R = 9 \cdot 10^5$), at bjælkestyrken er faldet til 80 % af den oprindelige styrke efter $N \approx 12000$ svingninger.

**TRÆS LEVETID UNDER ENSIDIG UDMATTELSE MED $p = 0$
I REEL TID OG ANTAL SVINGNINGER**

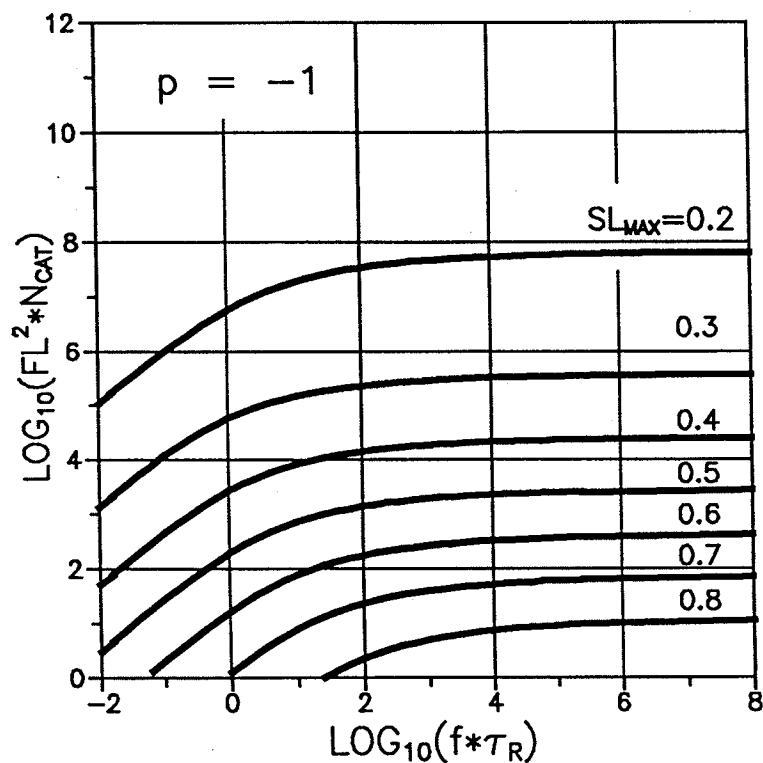


Figur 20.

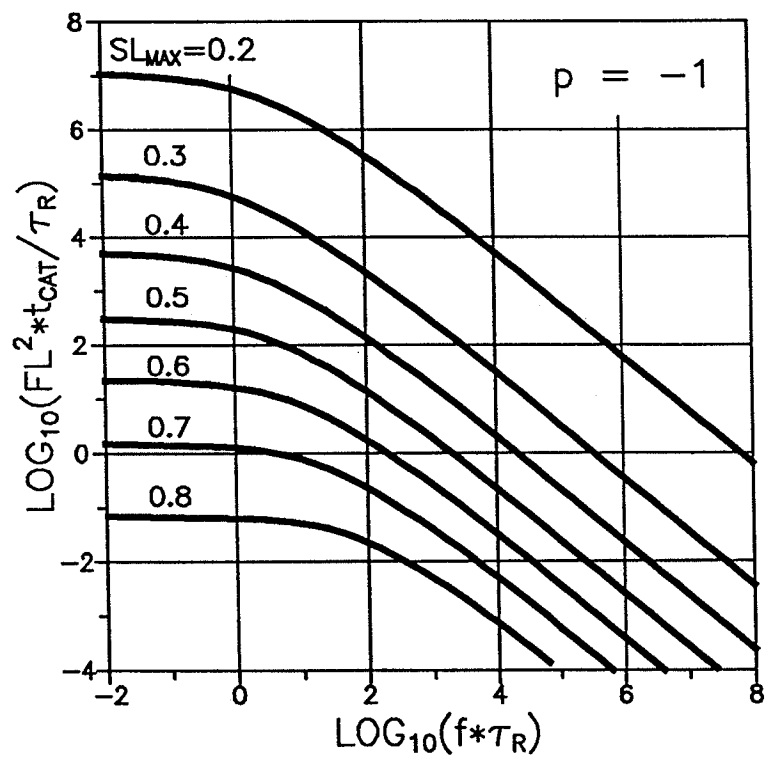


Figur 21.

**TRÆS LEVETID UNDER DOBBELSIDIG UDMATTELSE MED $p = -1$
I REEL TID OG ANTAL SVINGNINGER**



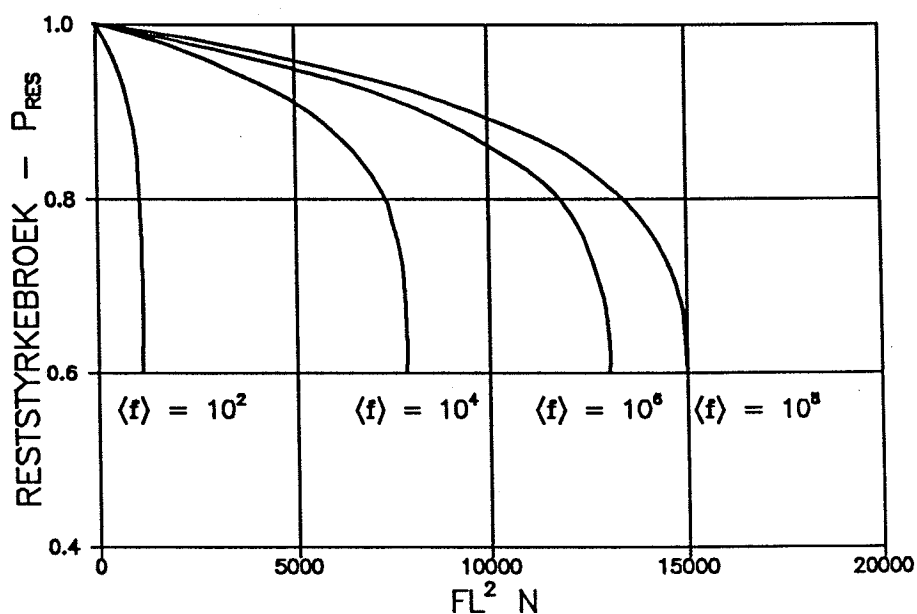
Figur 22.



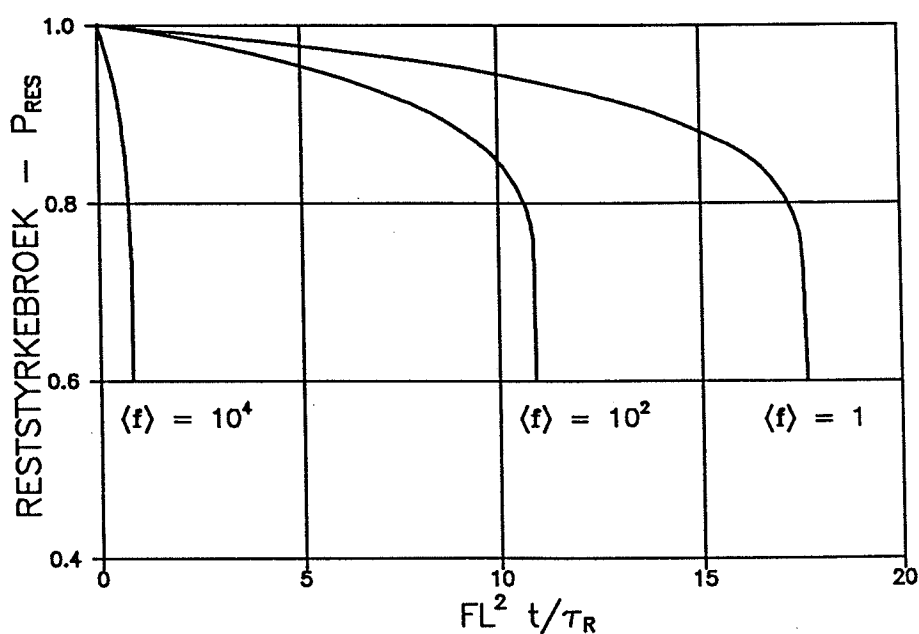
Figur 23.

TRÆS RESTSTYRKE UNDER UDMATTELSE

Eksempel med $(SL_{MAX}, p) = (0.6, 0)$



Figur 24. Træs reststyrke $P_{RES} = P_{CR}(t)/P_{CR}$ under ensidig udmattelsepåvirkning med $SL_{MAX} = 0.6$ og lastbrøk $p = 0$ som funktion af antal svingninger.



Figur 25. Træs reststyrke $P_{RES} = P_{CR}(t)/P_{CR}$ under ensidig udmattelsepåvirkning med $SL_{MAX} = 0.6$ og lastbrøk $p = 0$ som funktion af reel tid.

7. KONKLUSION OG SLUTBEMÆRKNINGER

Den præsenterede metode til udmattelsesprediktion er med held afprøvet mod en række forsøgsresultater. I nærværende sammenhæng er dette vist i Afsnit 5 for så vidt angår resultater fra såvel kraft- som flytningsstyrede udmattelsesforsøg med limtræsbjælker med varierende lamelhældning. En lignende positiv verifikation af metodens grundelementer mod en række udenlandske forsøg foreligger i (2,24). Metodens praktiske duelighed til prediktion af materialsystemers, herunder, træbjælkers, udmattelsesegenskaber synes hermed godtgjort. Det fremgår herunder, at de i Ligning 5 indførte træthedsparemetre (C , M , p_{CR} , D_{TH}) kan sættes lig (3, 9, -5, 0.0005) for træsystemer i almindelighed og for limtræ af gran i særdeleshed.

Metoden er formuleret dimensionsløst således, at dens resultater kan præsenteres i en form, der ikke afhænger af trækvalitet som den for eksempel influeres af knaster i konstruktionstræ eller lamelhældninger i limtræ - eller af krybning som denne for eksempel influeres af træets fugtindhold og temperatur. Dette forhold er nyttiggjort Afsnit 6 til fremstilling af meget operationelle design-diagrammer til prediktion af materialesystemers levetid i reel tid eller antal lastsvingninger, samt reststyrker.

Følgende generelle træk vedrørende udmattelsesprediktion skal bemærkes: Levetiden reduceres generelt med voksende revnekrybning (faldende τ_R), hvilket sker ved voksende temperatur og voksende fugtindhold. For samme lastniveau (SL, SL_{MAX}) vokser levetiden med faldende materialekvalitet (styrkeniveau FL). Disse observationer er som nævnt i Afsnit 3.7 i overensstemmelse med en række tidligere observationer på den mekaniske adfærd af træsystemer under konstant last.

Det fremgår af metoden, at design ikke generelt kan udføres på grundlag af et kritisk antal svingninger til brud. Dette er i overensstemmelse ikke blot med denne artikels figurer i Afsnit 5, men også fra lignende figurer i (14,2,24). Tid er det eneste generelt pålidelige udmattelseskriterium i design af viskoelastiske konstruktioner, herunder træbjælker.

Det fremgår af figurerne i Afsnit 6, at udmattelsesprediktion i to specielle, men praktisk vigtige tilfælde kan simplificeres betydeligt for systemer under harmonisk svingende last:

For $f \cdot \tau_R < 1$ kan levetiden (uanset lastbrøk p) praktisk taget sættes lig konstant-lastlevetiden bestemt ved Ligning 13; (med $\tau_R = 1$ døgn svarer kriteriet til $f < 10^{-5}$ Hz).

For $f \cdot \tau_r > 10^4$ kan levetiden praktisk taget bestemmes ved Ligning 14 som for et elastisk system; (med $\tau_r = 1$ døgn svarer kriteriet til $f > 0.1$ Hz).

Det er vigtigt at bemærke, at ovennævnte grænser er klimaafhængige med aftagende τ_r ved voksende fugtindhold og voksende temperatur.

Generelle perspektiver: Artiklen bekræfter generelt følgende udsagn fra Afsnit 1.1: Man kan ikke i almindelighed opnå brugbare udmattelsesdata fra akcellerede forsøg på viskoelastiske materialer som for eksempel træ. Resultater for praksis kan kun fås gennem et parallelt forløb mellem eksperimentel forskning og teoretiske analyser af udmattelsesfænomenets natur og mekanismer.

I den fremtidige udmattelsesforskning er det vigtigt at få belyst sammenhængen mellem lasthistorie, krybning og materialklimaer i fejlområder. Årsagerne hertil er diskuteret i Afsnit 1.3. De i artiklen anførte metoder til bestemmelse af dynamiske styrke samt styrkeniveau (kvalitet) må, eksperimentelt såvel som teoretisk, udforskes nøjere. Der bør tillige forskes i træthedsparametrene (specielt M_s) afhængighed af materialetype og brudmorfologi samt i reststyrken som funktion af svingende belastninger.

Det fremgår af Afsnit 4.2, at kraftstyrede forsøg er at foretrække frem for flytningsstyrede. Sidstnævnte kan ikke anbefales med mindre der samtidigt udføres krybningsforsøg og der indlægges automatisk registrering af forskellen mellem naturligt kraftfald i systemet på grund af krybning, og det fald, der skyldes stivhedstab i systemet på grund af udløbet levetid (se Figur 10). Men selv ved indførelse af disse foranstaltninger er resultaterne fra kraftstyrede forsøg mere pålidelige. Kontinuert måling af systemstivhed med modalanalyseudstyr (der overflødiggor tidsforbrugende krybningsmålinger) er foreslået i artiklen som et "instrument", der sandsynligvis kan sidestille pålideligheden af levetid detekteret i flytningsstyrede og kraftstyrede forsøg.

Til slut gentages fra Afsnit 1, at den præsenterede metode til prediktion af træes udmattelsesegenskaber i princippet også gælder for andre bygningsmaterialer med eksponentialkrybning som for eksempel beton og letbeton, jfr (25). Lovende studier i den retning er blevet udført i (3,4); men flere er påkrævet.

8. SYMBOLLISTE

Betegnelser for hyppigt anvendte symboler er givet i følgende liste. Egentlige symbolforklaringer må søges i (1,2). Vi genkalder fra Afsnit 1.2, at det primært betragtede system er en tværbelastet bjælke.

SYSTEM

Styrke og stivhed	
Styrke (dynamisk, reference)	P_{CR} eller $P_{CR}(0)$
Brudflytning	u_{CR}
Stivhed (dynamisk)	S
Reststyrke til tiden t	$P_{CR}(t)$
Reststyrkebrøk	$P_{RES} = P_{CR}(t)/P_{CR}(0)$
Styrkeniveau (Materialekvalitet)	$FL = P_{CR}/\text{teoretisk (urevnet) styrke}$

Kraftpåvirkning

Kraft	P
Lastniveau	$SL = P/P_{CR}$
Minimum last	P_{MIN}
Minimum lastniveau	$SL_{MIN} = P_{MIN}/P_{CR}$
Maximum last	P_{MAX}
Maximum lastniveau	$SL_{MAX} = P_{MAX}/P_{CR}$
Lastbrøk	$p = P_{MIN}/P_{MAX} = SL_{MIN}/SL_{MAX}$
Relativ tid under P_{MAX} (u_{MAX})	β (se Figur 1)

Flytningspåvirkning

Flytning	u
Flytningsniveau	$UL = u/u_{CR}$
Minimum flytning	u_{MIN}
Minimum flytningsniveau	$UL_{MIN} = u_{MIN}/u_{CR}$
Maximum flytning	u_{MAX}
Maximum flytningsniveau	$UL_{MAX} = u_{MAX}/u_{CR}$
Flytningsbrøk	$p_D = u_{MIN}/u_{MAX} = UL_{MIN}/UL_{MAX}$

Tider

Tid, brudtid	t, t_{CAT}
Svingningstid	T
Frekvens	$f = 1/T$
Vinkelfrekvens	$\omega = 2\pi f$
Lastsvingninger, til brud	$N = t/T = f*t, N_{CAT} = ft_{CAT}$
Dimensionsløs tid	$\langle t \rangle = t/\tau_R, (\tau_R \text{ se materiale nedenfor})$
Dimensionsløs frekvens	$\langle f \rangle = \tau_R * f = \tau_R/T$

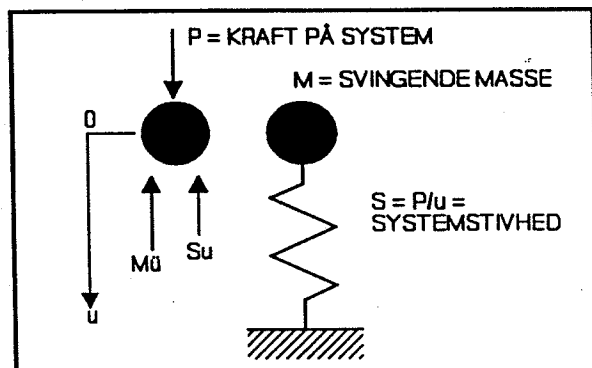
MATERIALE

Stivhed - krybning - klima	
Stivhed (dynamisk)	E (= spænding/tøjning)
Kompleks stivhed	E_c

Numerisk kompleks stivhed	$ E_c $
Tabsvinkel	ϕ
Krybningsfunktion	$c(t)$
Relaxationsfunktion	$r(t)$
Relaksationstid	τ
Relaxationstid for revnekrybning	τ_r
Krybningseksponent	b
q	forskydningsfaktor (Ligning 4)
Temperatur	$T \text{ } ^\circ\text{C}$
Fugtindhold	$U(\%)$
Træthed	
Træthedsparametre	C, M, p_{CR}, D_{TH} (Ligning 5)
Afhængige materialeparametre	$U, Z, h, A1, A2, A3$ (Lign. 6, 7, 8, 10)
Fejl	
Fejlbrøk - generelt	κ
Fejlbrøk - start	$\kappa_o = 1$
Fejlbrøk - katastrofe	$\kappa_{CR} = 1/SL_{MAX}^2$

APPENDIKS: Resonansfrekvens

De anvendte kræfter i et forsøg kan ikke umiddelbart tages for "pålydende" ved frekvenser højere end det afprøvede systems 1th resonansfrekvens. Over denne



skal der tages hensyn til inerti-kræfter fra den svingende masse. Forenklede databehandlinger kan forbindes med påvirkningsfrekvenser mindre end 1th resonansfrekvens. Denne kan skønnes som anført i følgende udtryk under henvisning til Figureerne A1 og A2.

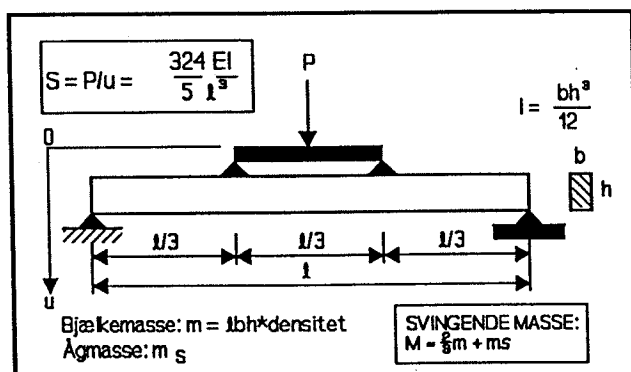
Figur A1. Model af svingende system

$$M \frac{d^2 u}{dt^2} + Su = P \quad \text{eller} \quad \frac{d^2 u}{dt^2} + \omega_{RES}^2 u = \frac{P}{M} \quad \text{hvor} \quad \omega_{RES} = \sqrt{\frac{S}{M}} \quad (A1)$$

$$P = P_0 \sin(\omega t) \Rightarrow u = \frac{P}{M(\omega_{RES}^2 - \omega^2)} \quad \text{med resonansfrekvensen } \omega_{RES}$$

$$f_{RES} = \frac{\omega_{RES}}{2\pi} \approx 1.3 \sqrt{\frac{EI}{Ml^3}} \quad \text{for 4-punkts-bøjet bjælke i Figur A2} \quad (A2)$$

Eksempler, der refererer til almindeligt anvendte opstillinger er følgende: • $h \cdot b \cdot l = 140 \cdot 70 \cdot 2000$ mm, ågmasse $m_s = 10$ kg, træ: $E = 14000$ MPa, densitet 500 kg/m³ $\Rightarrow f_{RES} \approx 54$ Hz • $h \cdot b \cdot l = 120 \cdot 60 \cdot 2000$ mm, ågmasse $m_s = 10$ kg, træ: $E = 14000$ MPa, densitet 500 kg/m³ $\Rightarrow f_{RES} \approx 42$ Hz.



Figur A2. Ofte anvendt udstyr til bestemmelse af systemers udmattelsesegenskaber

LITTERATUR

1. Nielsen, L. Fuglsang: • "Elastic fatigue of wood and other building materials", Building Mat. Lab., Tech. Univ. Denmark, Tech. report 170A(1986)
• "Fatigue of Wood as related to Defects and Creep". Building Mat. Lab., Tech. Univ. Denmark, Tech. report 170B(1987).
2. *Idem*: "Lifetime and Fatigue of Wood and other Building Materials", Conference of Int. Union of Forestry Research Organizations (IUFRO), Saint John, New Brunswick, Fredericton, N.B., Canada, July 30 to August 3, 1990. Proc., Build. Mat. Lab., Techn. Univ. Denmark 1991.
3. *Idem*: "Fatigue-styrken af beton og lignende viskoelastiske systemer med ældning". Teknisk Rapport 196(1989). Lab. for Bygningsmaterialer, Danmarks tekniske Højskole.
4. Sørensen, N. Bo.: "Udmattelse af højstyrkebeton", Ph.d.-thesis, Institutet for Bygningsteknik, Ålborg Universitetscenter, Ålborg 1993.
5. Nielsen, L. Fuglsang: "DVM-analysis of wood" (Damaged Viscoelastic Material), Chapter 6 in Borg Madsen: "Structural Behavior of Timber", Timber Engineering Ltd., North Vancouver, B.C., Canada 1992.
6. Hansen, L.P. og A. Rathkjen: "Indledende udmattelsesforsøg for laminerede limtræsbjælker. Serie 1 og 2". Rapport oktober 1990, Institutet for Bygningsteknik, Ålborg Universitetscenter.
7. Nielsen, L. Fuglsang: "Crack failure of dead-, ramp-, and combined loaded viscoelastic materials". Proceedings of First Int. Conf. on Wood Fracture. Banff, Alberta, Canada, 14. - 16. august 1978, Western Forest Products Lab., Vancouver, B.C., Canada, 1979, pp 187 - 200.
8. Hansen, L.P. og A. Rathkjen: Udmattelsesforsøg med laminerede limtræsbjælker. Delrapporter 14 - 16, Institutet for Bygningsteknik, Ålborg Universitetscenter:
Delrapport 14: Prøvning af serie L, Maj 1993 • Delrapport 15: Prøvning af serie M, Juni 1993 • Delrapport 16: Prøvning af serie N, Juni 1993.
9. Nielsen, L. Fuglsang: "Power Law Creep as Related to Relaxation, Elasticity, Damping, Rheological Spectra and Creep Recovery - With Special Reference to Wood", Conference of Int. Union of Forestry Research Organizations (IUFRO), Xalapa, Mexico, December 1984. Proc., Build. Mat. Lab., Techn. Univ. Denmark 1985, 181 - 204.
10. *Idem*: "Power-Law creep of wood - composite and dynamic aspects", Conference of Int. Union of Forestry Research Organizations (IUFRO), Bordeaux - France, 17.- 21. august, 1992. Proceedings, Building Mat. Lab, Tech. Univ. Denmark, 1992, pp 25 - 33.
11. *Idem*: "Power-Law creep of wood - composite and dynamic aspects", Conference of Int. Union of Forestry Research Organizations (IUFRO), Bordeaux,

France, 17.-21. august, 1992. Proceedings, Building Mat. Lab., Tech. Univ. Denmark, 1992, pp 123 - 134.

12. Marstrand, J.R. og C.N. Kristensen: "Limtræs udmattelsesstyrke". Eksamensprojekt ved Laboratoriet for Bygningmaterialer, Danmarks tekniske Højskole, Juni 1993.

13. Nielsen, L. Fuglsang: "Lifetime, Residual Strength, and Quality of Wood - and other viscoelastic materials". HOLZ als ROH- u. WERKSTOFF, 49(1991), 451-455.

14. Bach, L.: "Frequency-dependent fracture under pulsating loading". Build. Mat. Lab., Tech. Univ. Denmark, Tech. report 68, 1979, (presented at Forest Prod. Res. Society Annual Meeting 1975, Portland, Oregon, USA).

15. Borg Madsen: "Structural Behavior of Timber", Timber Engineering Ltd., North Vancouver, B.C., Canada 1992.

16. Nielsen, L. Fuglsang: "Lifetime of wood as related to strength distribution", in "Reliability-Based Design on Engineered Wood Structures", (ed. J. Bodig), Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, 1992.

17. *Idem*: "Viskoelastiske materialeegenskaber versus (målte) viskoelastiske bjælkeegenskaber", Tech. report 292(1993), Building Mat. Lab., Tech. Univ. Denmark.

18. Døssing, O. (Brüel & Kjær) : "Structural testing - Part I: Mechanical mobility measurements, and Part II: Modal analysis and simulation", Brüel & Kjær, Nærum, Denmark, 1988.

19. Larsen, H.J. og H. Riberholt: "Trækonstruktioner", Statens Byggeforskningsinstitut, SBI-anvisning 135, 1988.

20. McDowal, B.J.: "The duration of load effects in tension perpendicular to the grain for Douglas Fir". Thesis 1982, Dept. Civ. Eng., Univ. Brit. Columbia, Vancouver, B.C., Canada.

21. Nielsen, L. Fuglsang and B. Madsen: "Fatigue at low and moderate load frequencies of Douglas-Fir perpendicular to grain". Unpublished data, Dept. Civil Engineering, Univ. British Columbia, Vancouver, B.C., Canada 1984.

22. Nielsen, L. Fuglsang and R. Gray: "1 Hz Fatigue of Douglas-Fir perpendicular to grain". Unpublished data, Dept. Civ. Eng., Univ. Brit. Columbia, Vancouver, B.C., Canada, 1984

23. Hansen, L.P. og A. Rathkjen: "Udmattelsesforsøg med laminerede limtræs-bjælker". Delrapporter 1 - 5 samt 12 og 13, Instituttet for Bygningsteknik, Ålborg Universitetscenter:

Delrapport 1: Forsøgsbeskrivelse, April 1991 • Delrapport 2: Prøvning af serie A, Marts 1991 • Delrapport 3: Prøvning af serie B, Maj 1991 • Delrapport 4: Prøvning af serie C, Juni 1991 • Delrapport 5: Prøvning af serie D, Januar 1992

- Delrapport 12: Materialeprøvninger, April 1993 • Delrapport 13: Sammenligninger, Vurderinger og Konklusioner, Juni 1993
- 24. Nielsen, L. Fuglsang: "Beskrivelse af engelske fatigue-resultater fra forsøg med Khaya 4-lags laminat". Ministry of Trade and Industry, Denmark, Research program 1989-133/323-890193 on Advanced Materials based on Straw and Wood. Subproject 1.2: Fatigue of Glu-lam wood, Report 2(1991).
- 25. Nielsen, A.: "Bygningsmaterialers egenskaber", Laboratoriet for Bygningsmaterialer, Danmarks tekniske højskole, Teknisk rapport 274, 1992, 42 pp.
- 26. Hansen, L.P. og A. Rathkjen: "Udmattelsesforsøg med laminerede limtræsbjælker". Delrapporter 6 - 11, Institutet for Bygningsteknik, Ålborg Universitetscenter:
 Delrapport 6: Prøvning af serie E, Juni 1992 • Delrapport 7: Prøvning af serie F, Juli 1992 • Delrapport 8: Prøvning af serie G, September 1992 • Delrapport 9: Prøvning af serie H, Oktober 1992 • Delrapport 10: Prøvning af serie J, Oktober 1992 • Delrapport 11: Prøvning af serie K, Oktober 1992

TILLÆG

Forsøg i Forskningsprogrammerne A og B

Generelt

Det eksperimentelle arbejde i forbindelse med de i Forordet omtalte to forskningsprogrammer er fordelt som følger:

Program A: Udmattelsesforsøg med limtræ

- Institutet for Bygningsteknik (IBT), Ålborg Universitetscenter (AUC) • rapporteret i (23).
- Timber Section, Department of Civil Engineering, University of British Columbia, Canada (UBC) • rapporteret i (2,21,22).

Program B: Limtræs udmattelsesstyrke

- Institutet for Bygningsteknik, Ålborg Universitetscenter • rapporteret i (8).
- Laboratoriet for Bygningsmaterialer, Danmarks tekniske Højskole • rapporteret i (12).

University of British Columbia (UBC) refereres efterfølgende som Fuglsang/UBC, idet forsøgene på dette universitet blev udført af forfatteren (L. Fuglsang Nielsen et al) under en række ophold som gæsteprofessor. De i tillægget anvendte symboler og litteraturreferencer henviser til hovedtekstens symbol- henholdsvis litteraturliste.

De to programmer beskrives kort for så vidt angår oplysninger (forsøgsomstændigheder og databearbejdning) af relevans for hovedtekstens formulering af en metode til prediktion af træes udmattelsesegenskaber. For udførlige forsøgsbeskrivelser henvises til de respektive forsøgsrapporter anført ovenfor. Den overordnede evaluering af de opnåede forsøgsresultater i relation til projektintentioner er inddraget i artiklens hovedtekst.

Databearbejdning

I nogle tilfælde har det været nødvendigt, at foretage en mere detaljeret behandling af data end disse har været givet i forsøgsrapporterne (23,8). Det drejer sig om ansættelse af en forsøgsseries gennemsnitlige levetid, bestemmelse af udjævnede gennemsnit for brudkræfter eller brudflytninger i afhængighed af lamelhældning, når kun få målinger er foretaget for hver hældning. Disse forhold er behandlet i nedenstående afsnit. Det har tillige i (8) været nødvendigt at skønne korttids-svingningsstyrker (referencestyrker) som forslået i Ligning 1.

Retningsafhængig egenskab

Den velkendte Hankinsons formel antages at gælde for egenskaber (S) afhængighed af fiber- eller lamelvinkel (α). Udfra en række målinger af egenskaber ved forskellige vinkler kan egenskaber ved arbitrære vinkler bestemmes ved lineær regression som vist i Ligning T1.

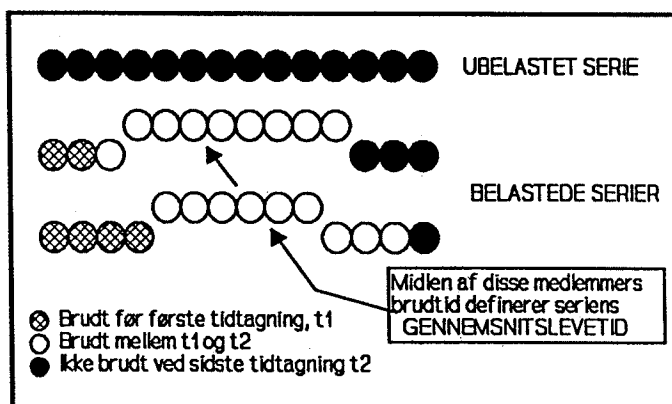
$$\text{Hankinson } S_{\alpha} = \frac{S_o S_{90}}{S_o \sin^2 \alpha + S_{90} \cos^2 \alpha} \text{ kan til regression skrives} \quad (\text{T1})$$

$$Y = Y_o + k X \text{ med } Y = S_{\alpha} \sin^2 \alpha \text{ og } X = -S_{\alpha} \cos^2 \alpha$$

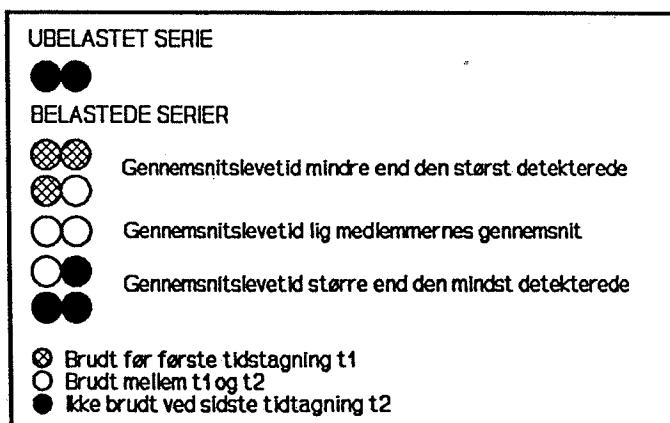
Herefter er: $S_{90} = Y_o$ og $S_{90} = Y/k$

Levetid

En series repræsentative levetidsgennemsnit er ansat udfra serie-medlemmernes levetid ved den i Figur T1 angivne metode. Ved så få seriemedlemmer som 2 er der suppleret med metoden vist i Figur T2. Udsagn fra serier med kun to medlemmer er ikke særligt pålidelige - specielt når begge medlemmer er brudt i forsøgsperioden. Her angives seriens gennemsnitslevetid som den logaritmiske middel, hvilket i bedste fald kun angiver en tendens.



Figur T1. En series gennemsnitslevetid (tid opfattet som $\log(\text{tid})$). Normal log-t-fordeling af levetider er forudsat.



Figur T2. Serie med to medlemmer.

PROGRAM A

Instituttet for Bygningsteknik/AUC

Instituttet for Bygningsteknik udførte den "danske del" af projektet (23) som led i en større forsøgsrække, der supplerende er rapporteret i (26):

Forsøgsomstændigheder

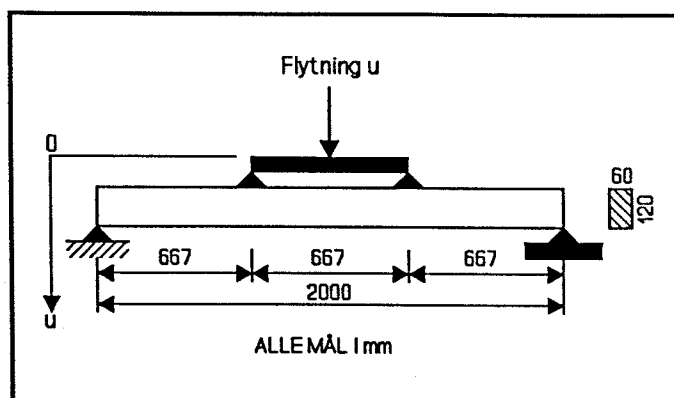
Materiale: Limtræsbjælker med fire forskellige lamelhældninger ($\alpha = 0^\circ, 3^\circ, 6^\circ$ og 11°). Rødgran af særlig høj kvalitet med hensyn til knastforekomst.

Klima: Temperatur ca. 20°C . Relativ luftfugtighed 75 - 80% svarende til et fugtindhold i træet på ca 12 - 13%.

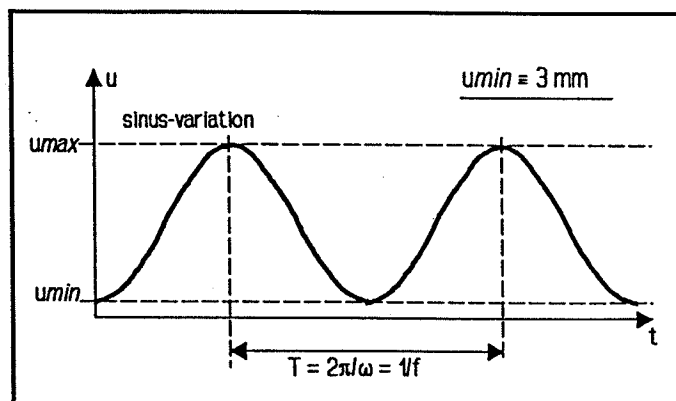
Opstilling: Vist i Figur T3. Styret flytning med måling af tilhørende kraft.

Belastning: Ensidedig sinus-svingende bøjning som vist i Figur T4 mellem en variabel højeste værdi og en fast laveste værdi på 3 mm. Svingningsfrekvens generelt 10 Hz (enkelte dog 1 Hz).

Målinger: Styrke, kraft, svingningsantal.



Figur T3. Bjælkesystem benyttet af IBT/AUC i projekt A.



Figur T4. Deformationsstyring benyttet af IBT/AUC i projekt A.

TABEL T1. Eksperimentelle data opnået af IBT/AUC i Program A: Flytningsstyret ensidig bøjning med p_b som angivet. u er i mm. N_{CAT} står for $\log_{10}(N_{CAT})$.

$\alpha = 0^\circ$			$\alpha = 3^\circ$			$\alpha = 6^\circ$			$\alpha = 11^\circ$		
u_{CR}			u_{CR}			u_{CR}			u_{CR}		
29	28.9*		27	27.7*		21	24.7*		21	18.4*	
28			29			25					
$u_{MAX}-u_{MIN}$	N_{CAT}	UL_{MAX}	$u_{MAX}-u_{MIN}$	N_{CAT}	UL_{MAX}	$u_{MAX}-u_{MIN}$	N_{CAT}	UL_{MAX}	$u_{MAX}-u_{MIN}$	N_{CAT}	UL_{MAX}
26-3	<3.15	.90	23-3	3.88	.83	16-3	3.22	.65	15-3	4.20	.82
-	<3.20	-	-	5.22	-	-	5.00	-	-	-	-
25-3	4.00	.87	22-3	4.17	.79	-	5.64	-	14-3	4.72	.76
-	<3.20	-	-	4.66	-	-	>6.38	-	-	5.95	-
24-3	3.40	.83	21-3	4.25	.76	15-3	3.92	.61	13-3	4.98	.71
-	3.52	-	-	4.35	-	-	5.27	-	-	5.47	-
-	3.70	-	-	5.35	-	-	>6.32	-	12-3	4.70	.65
-	3.90	-	20-3	3.55	.72	14-3	3.93	.57	-	5.45	-
-	4.08	-	-	6.02	-	-	4.50	-	11-3	4.28	.60
23-3	3.70	.80	-	-	-	13-3	4.46	.53	-	>6.28	-
-	3.90	-	19-3	4.98	.69	-	>6.32	-	10-3	>6.17	.54
-	4.32	-	-	5.88	-	12-3	5.90	.49	-	>6.38	-
-	4.62	-	18-3	6.12	.65	11-3	>6.34	.45	9-3	>6.20	.49
-	4.80	-	-	-	-	-	-	-	-	>6.34	-
-	5.28	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
22-3	4.13	.76	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	4.26	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	4.80	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	5.32	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	>6.33	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
21-3	5.58	.73	-	-	-	-	-	-	-	-	-

TABEL T2. Behandlede eksperimentelle data fra IBT/AUC-forsøg under Program A

$\alpha = 0^\circ$		$\alpha = 3^\circ$		$\alpha = 6^\circ$		$\alpha = 11^\circ$	
N_{CAT}	$UL_{MAX} (p_b)$	N_{CAT}	$UL_{MAX} (p_b)$	N_{CAT}	$UL_{MAX} (p_b)$	N_{CAT}	$UL_{MAX} (p_b)$
<3.2	.90 (.12)	4.55	.83 (.13)	5.32	.65 (.19)	5.34	.76 (.21)
<4.0	.87 (.12)	4.42	.79 (.14)	5.27	.61 (.20)	5.23	.71 (.23)
3.72	.83 (.13)	4.65	.76 (.14)	4.22	.57 (.21)	5.08	.65 (.25)
4.44	.80 (.13)	4.79	.72 (.15)	>4.5	.53 (.23)	>4.3	.60 (.27)
4.79	.76 (.14)	5.43	.69 (.16)			>6.2	.54 (.30)
						>6.2	.49 (.33)

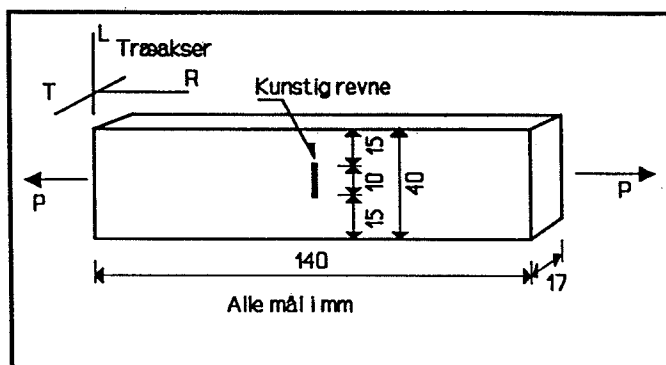
Data og databearbejdning

De i Tabel T1 anførte værdier for samhørende $u_{\text{MAX}}-u_{\text{MIN}}$ og N_{CAT} er hentede fra AUCs forsøgsrapportering i (23). Sidstnævnte data er målt som antal svingninger, hvor den tilhørende målte kraftkurve efter (23) udviste et visuelt aflæst "kraftigt fald". De i tabellen anførte værdier u_{CR} (uden *) for statisk brudflytning ved ensidig udbøjning er deducerede fra målte arbejdslinier i (23). De tilsvarende værdier med * er bestemt af artiklens forfatter ved regression af de 7 målte værdier under anvendelse af Ligning T1 ($u_0 = 28.9\text{mm}$, $u_{90} = 1.73\text{mm}$). Tabellens værdier for flytningsniveau (UL_{MAX}) refererer til de med * markerede brudflytninger. Repræsentative gennemsnitsdata efter Figurerne T1 og T2 er samlede i Tabel T2.

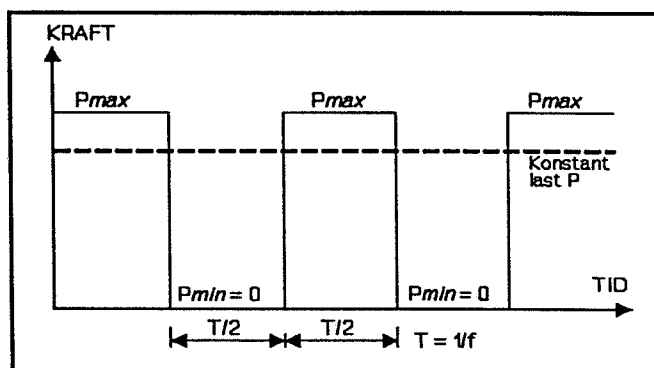
Bemærkning: Der knytter sig en del usikkerhed til levetidsmålinger aflæst som angivet. Serier med mange medlemmer giver det mest pålidelige udsagn. Serier med kun to medlemmer er absolut det mindst forsvarlige.

Fuglsang/UBC

Forfatteren udførte ved University of British Columbia den "canadiske del" af projektet. Udmattelsesdata (21,22,2) blev målt på tværs af fibrene ($\alpha = 90^\circ$) på knastfrit Douglas-Fir med kunstigt tilført revne.



Figur T5. System afprøvet af Fuglsang/UBC i program A.



Figur T6. Bloksvingende last som benyttet af Fuglsang/UBC i program A.

Forsøgsmønstændigheder

Materiale: Som ovenfor beskrevet.

Klima: Temperatur ca. 20 °C. Relativ luftfugtighed svarende til et fugtindhold i træet på ca 12 - 13%.

Opstilling: Vist i Figur T5. Kraftstyret udmattelse på tværs af fibre.

Belastning: • Ensidig blok-varierende kraft som vist i Figur T6 mellem en variabel højeste værdi og en fast laveste værdi på 0. Forsøg med frekvenser 0.01 Hz, 0.0001 Hz og 0 Hz (konstant last) er rapporterede i (2,21). • Ensidig sinus-varierende kraft mellem en variabel højeste værdi og en fast laveste værdi på 0. Forsøg med frekvens 1 Hz er rapporteret i (22).

Målinger: Styrke, levetid.

Data og databearbejdning

Er angivet i de nævnte referencer.

PROGRAM B

Instituttet for Bygningsteknik/AUC

IBTs forsøg i forskningsprogram er rapporterede i (8). Forsøgene resumeres nedenfor som det er relevant i den foreliggende undersøgelse.

Forsøgsomstændigheder:

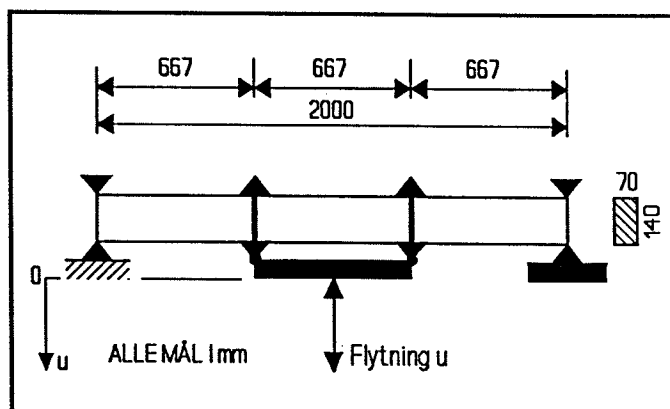
Materiale: Limtræbjælker med 3 forskellige lamelhældninger ($\alpha = 0^\circ, 6^\circ$ og 11°). Rødgran af særlig høj kvalitet med hensyn til knastforekomst.

Klima: Temperatur ca. 20°C . Relativ luftfugtighed 75 - 80% svarende til fugtindhold i træet på ca 12 - 13%.

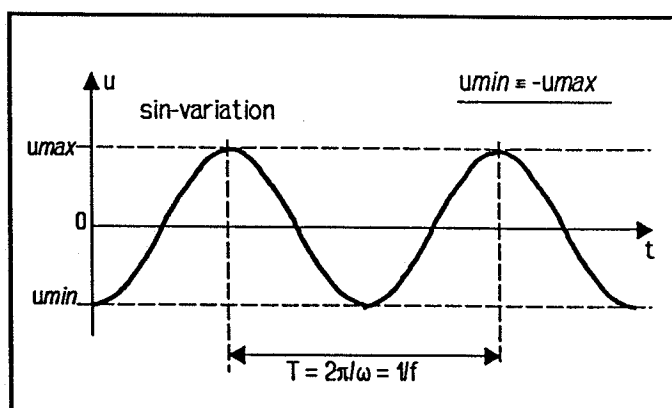
Opstilling: Som vist i Figur T7. Styret flytning med måling af tilhørende kraft.

Belastning: Sinus-svingende udbøjning med lige store udbøjninger til hver side som vist i Figur T8. Variabel amplitude. Anvendt frekvens er 10 Hz.

Målinger: Styrke, kraft, svingningsantal.



Figur T7. Bjælkesystem afprøvet på IBT/AUC i projekt B.



Figur T8. Lasthistorie benyttet på IBT/AUC i projekt B.

TABEL T3. Eksperimentelle data opnået af IBT/AUC i Program B: Flytningsstyret tosidig bøjning med $p_D = -1$. u er i mm. N_{CAT} står for $\log_{10}(N_{CAT})$.

$\alpha = 0^\circ$			$\alpha = 6^\circ$			$\alpha = 11^\circ$		
$u_{cr}(p_D=0)$		u_{cr}	$u_{cr}(p_D=0)$		u_{cr}	$u_{cr}(p_D=0)$		u_{cr}
27	28.6*	21.45**	18	19.6*	14.70**	10	11.3*	8.48***
27			23			13		
$\pm u$	N_{CAT}	$\pm UL$	$\pm u$	N_{CAT}	$\pm UL$	$\pm u$	N_{CAT}	$\pm UL$
13	<3.5 <4.0	.61	8	4.35 4.60	.54	6	<4.0 4.1 4.7	.71
12	<4.0 <4.0	.56	7	4.95 5.15	.48	5	4.70 5.10 5.46	.59
11	4.36 4.78	.51	6	4.73 4.83 5.36	.41	4	5.13 5.35	.47
10	4.82 4.35	.47	5	5.02 5.73 5.82	.34	3	5.35 5.70 >6.3	.35
9.5	5.06 5.42 5.50	.44	4	6.42 >6.3	.27	2.5	>6.3	.29
9.0	5.22 5.24 5.52	.42	3	>5.9 >6.3	.20	2	>6.3	.24
8.5	5.98 6.15	.40						
8.0	5.75 6.35 >6.4	.37						

TABEL T4. Behandlede eksperimentelle data fra IBT/AUC-forsøg under Program B

$\alpha = 0^\circ$		$\alpha = 6^\circ$		$\alpha = 11^\circ$	
N_{CAT}	UL_{MAX}	N_{CAT}	UL_{MAX}	N_{CAT}	UL_{MAX}
<4.0	.61	4.48	.54	4.10	.71
<4.0	.56	5.05	.48	5.09	.59
4.57	.51	4.97	.41	5.24	.47
4.59	.47	5.52	.34	5.70	.35
5.33	.44	>6.3	.27		
5.33	.42	>5.9	.20		
6.07	.40				
6.35	.37				

Data og databearbejdning

De i Tabel T3 anførte værdier for samhørende $\pm u$ og N_{CAT} er hentede fra AUCs forsøgsrapportering i (8). Sidstnævnte data er målt som antal svingninger, hvor den tilhørende målte kraftkurve efter (8) udviste et visuelt aflæst "kraftigt fald". De i

tabellen anførte værdier u_{cr} (uden *) for statisk brudflytning ved ensidig udbøjning er deducerede fra målte arbejdslinier i (8). De tilsvarende værdier med * er bestemt af artiklens forfatter ved regression af de 6 målte værdier under anvendelse af Ligning T1 ($u_0 = 28.6\text{mm}$, $u_{90} = 0.669\text{mm}$). De dynamiske styrker (mærket ** i tabellen) er ikke målt, men skønnede efter hovedtekstens Ligning 1 ved multiplikation af *værdierne med 0.75. Flytningsbrøkerne er beregnede ud fra **værdierne. Repræsentative gennemsnitsdata efter Figurene T1 og T2 er samlede i Tabel T4.

Bemærkning: De aflæste levetidsdata er mere pålidelige her end i det tilsvarende flytningsstyrede forsøg under Program A. Grunden hertil fremgår af hovedtekstens Figur 10. For specielt $p_b = -1$ forbliver den til flytningen svarende kraft teoretisk set konstant - som i et kraftstyret forsøg.

Laboratoriet for Bygningsmaterialer/DTH

LBM's udmattelsesforsøg er rapporterede i (12). Forsøgene résumeres nedenfor som de er relevante i den foreliggende undersøgelse.

Forsøgsomstændigheder:

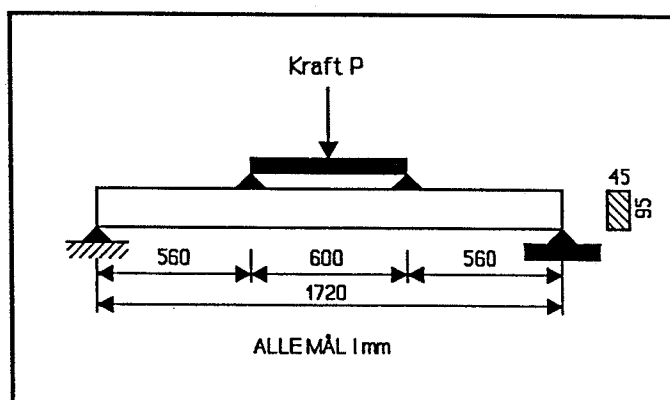
Materiale: Limtræbjælker med 3 forskellige lamelhældninger ($\alpha = 0^\circ, 6^\circ$ og 11°). Rødgran af særlig høj kvalitet med hensyn til knastforekomst.

Klima: Temperatur ca. 22 - 25 °C. Relativ luftfugtighed 90% svarende til et fugtindhold i træet på ca. 20%.

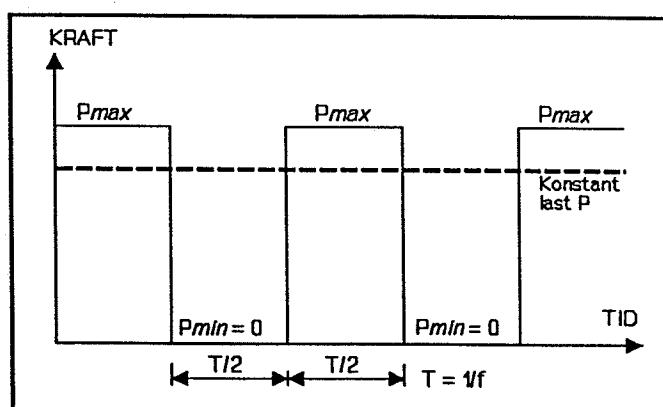
Opstilling: Som vist i Figur T9 med kraftstyring.

Belastning: Blok-svingende last som vist i Figur T10 med en variabel højeste værdi og en mindste værdi på 0. Frekvenser: 0.00002 Hz og 0.05 Hz. Yderligere er konstant last anvendt (frekvens 0 Hz).

Målinger: Styrke, levetid, krybning (ved en belastning på 70 % af styrken).



Figur T9. Bjælkesystem afprøvet på LBM/DTH i program B.



Figur T10. Lasthistorier benyttet af LBM/DTH program B.

Data og databearbejdning

Den i (12) foretagne databearbejdning er sammenfattet i Tabel T5.

TABEL T5. Eksperimentelle data opnået på LBM/DTH i Program B. Kraftstyret ensidig bøjning med lastbrøk $p = 0$ (dødlast, $p = 1$).

LAMELHÆLDNING	Frekvens (Hz)	LASTNIVEAU	LEVETID (timer)
0°	0 (dødlast)	0.70	1140
	0.00002	0.65	461
	0.05	0.65	168
6°	0 (dødlast)	0.70	643
	0.00002	0.65	432
	0.05	0.65	93
11°	0 (dødlast)	0.70	57
	0.00002	0.65	810
	0.02	0.65	67

