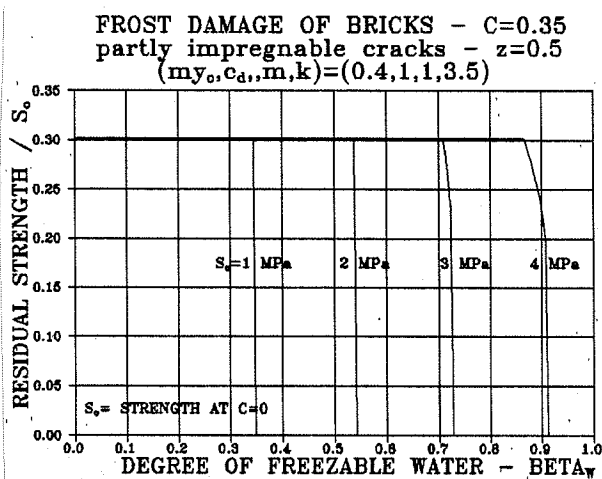


FROSTØDELAGGELSE I PORØSE MATERIALER
 en beregningsprocedure

Lauge Fuglsang Nielsen



Laboratoriet for Bygningmaterialer
 Danmarks Tekniske Højskole
 Bygning 118
 2800 Lyngby

FRØSTØDELÆGGELSE I PORØSE MATERIALER
- en beregningsprocedure -

Lauge Fuglsang Nielsen

Laboratoriet for Bygningsmaterialer
Danmarks tekniske Højskole
2800 Lyngby

INDLEDNING

Notatet giver i meget sammentrængt form det numeriske grundlag for forfatterens metode til beregning af porøse materials modstandsevne overfor impregnering, der udvider sig under solidificering. Et vigtigt eksempel er frost i våde, porøse materialer.

En dyberegående forståelse af metoden kan kun fås ved at studere dens udvikling i laboratoriets tekniske rapport, TR-192(1988): "Selvødelæggelse af Impregnerede Porøse Materialer" - og i nogen grad TR-193(1988): "Cementpastas Styrke i Relation til Kapillarporøsitet".

Med impregneringsmidlet vand som eksempel følger beregningerne i princippet følgende mekanisme: Vand i poresystemet fryser til is. Den dermed forbundne faseudvidelsen kan forårsage, at poresystemet begynder at revne. Revneudvidelsen standser, når (den revnede) materialestyrke netop kan modstå istrykket. Hvis en sådan ligevægtstilstand ikke kan findes opstår den totale frostødelæggelse.

Til hjælp for de numeriske beregninger er der bagest i notatet opstillet en algorithm og et fortran-program. De med () markerede ligninger i hovedteksten er anvendt i den forbindelse. Som et eksempel er programmet anvendt i en første analyse af tegls frostmodstandsevne som funktion af vandindholdet.

STYRKE

- c Porøsitet = $\frac{\text{porevolumen}}{\text{samlede volumen}}$
- c_c Kritisk porøsitet = porøsitet, hvor materialet mister sin sammenhæng
- S_c Referencestyrke. Traditionel trækstyrke af det betragtede materiale ved $c = 0$
- S Styrke. Traditionel trækstyrke af det betragtede materiale ved "tomt" poresystem (før impregnering)
- S_r Reststyrke. Traditionel trækstyrke af det betragtede materiale ved "tomt" poresystem efter "optøning" af impregneringsmiddel
- S_p Porestyrken er det poretryk, under hvilket materialesammenhængen svigter
- F Interaktionsfunktion
- μ Formfunktion. Formfaktoren, μ_c er formfunktionens grænseværdi for $c \rightarrow 0$
- Γ Den normerede formfunktion, $\Gamma = \mu/\mu_c$
- l Ækvivalent revnelængde ved porøsitet, c . Begyndelsesrevnelængden, l_c , er revnelængdens grænseværdi for $c \rightarrow 0$
- M En konstant ($0 < M \leq 1$), der sammen med den kritiske porøsitet, c_c , karakteriserer porernes interaktion. Et lille M betyder, at interaktionens variation er lav ved små porekoncentrationer.
- K En konstant, der karakteriserer porestørrelsen. Et lavt $K \cdot M$ betyder en langsom størrelsesvariation ved små porekoncentrationer.

$$\Gamma = \mu/\mu_c = (1 - c/c_c)^M \quad (A)$$

Interaktionsfunktionen og den normerede formfunktion har følgende sammenhænge

$$F = \exp\left(-\frac{1}{2\Gamma}\right) \quad (B)$$

$$\Gamma = \log_e(F^{-1}) + \sqrt{1 + [\log_e(F^{-1})]^2} \quad (C)$$

$$\frac{S_r}{S_c} = \sqrt{l_c/l} * F^{-1}$$

For relativt grovporøse materialer kan sættes

$$l_c/l = \Gamma^K$$

hvorefter

$$\frac{S_-}{S_0} = \sqrt{\Gamma^K} * F^{-1} \quad (D)$$

eller skrevet fuldt ud

$$\frac{S_-}{S_0} = e^{-[K * \log_e(1/\Gamma) + 1/\Gamma - \Gamma]/2}$$

der for de betragtede materialer generelt kan tilnærmes ved

$$\frac{S_-}{S_0} \approx \Gamma^{(1 + K/2)} = (1 - c/c_d)^B$$

med eksponenten

$$B = M * (1 + K/2)$$

Som en første tilnærmelse (før eksperimenter foreligger) kan de indgående strukturparametre skønnes ved følgende størrelsesordener

$$c_d \approx 1 \quad ; \quad M \approx 1 \quad ; \quad K \approx 4 \quad \Rightarrow \quad B \approx 3$$

For små porøsiteter gælder

$$\frac{S_-}{S_0} \approx 1 - B * c/c_d \approx e^{-B * c/c_d}$$

PORESTYRKE

Styrken under poretryk, S_F , er givet ved

$$\frac{S_F}{S_0} = \frac{S_-}{S_0} * f^{-1}$$

$$\frac{S_F}{S_0} = \sqrt{\Gamma^K} * F^{-1} * f^{-1} \quad (E)$$

med

$$f = \begin{cases} f_f = \sqrt{1 - \mu_0^2} & \text{(fuldt poretryk)} \\ f_d = 0.6 * \mu_0^{0.4} \sqrt{1 - \mu_0} & \text{(delvis poretryk)} \end{cases} \quad (F)$$

Anvendelse af det første udtryk (f_f) betinger, at impregneringsfasens molekyler kan nå ind i de fine pore-
revner. Kan disse kun delvist udfyldes skønner vi et effektivt f ved

$$f \approx f_f * f_d^{1-z} \quad ; \quad (0 \leq z \leq 1) \quad (G)$$

hvor $z = 1$ og 0 refererer til fuld- henholdsvis ingen indtrængning i de fine porer.

PORETRYK

β_w Væskefyldningsgrad. Volumen solidificerbart, flydende impregneringsmiddel i forhold til porevolumen. (Et eksempel: I materialer med meget fine porer er ikke alt vand blevet til is ved en temperatur på -10°C . Kun det til is omdannede vand skal medregnes i β_w . Dvs. β_w kan være temperaturafhængig).

α_v Volumenudvidelseskoefficient under solidificering af den flydende impregnering

$\beta = \text{MIN}[1, (1 + \alpha_v) \cdot \beta_w]$, Porefyldningsgrad. Volumen solidificeret impregneringsmiddel i forhold til porevolumen.

E_I Impregneringsmidlets stivhed

$E_P = E_I \cdot \beta / (2 - \beta)$, Porefasens stivhed

K_P Porefasens kompressionsmodul $\approx E_P / 1.8$

E_M Faststoffasens stivhed

$n = E_P / E_M = E_I \cdot \beta / (2 - \beta) / E_M$, Stivhedstal for porefase

e_M Faststoffasens egentøjning

$e_P = e_I$, Porefasens (og impregneringsmidlets) enaksede egentøjning. (Egentøjningen for et materiale er porøsituationsafhængig)

σ_P Poretryk

Med det anførte stivhedstal betragtes porefasen altid som 100 % fyldt, idet det overskydende porevolumen ved delvis impregnering regnes isotropt fordelt som givet ved Hashin's kuglemodel.

Porespændingen er givet ved

$$\sigma_P = 3K_P(e_P - e_M) \frac{\mu \cdot (1 - c)}{n + \mu + \mu \cdot c \cdot (n - 1)}$$

eller normeret med hensyn til styrken, S_∞ , ved forsvindende porøsitet

$$\frac{\sigma_P}{S_\infty} = \frac{D \cdot \beta}{2 - \beta} (1 - e_M / e_P) \frac{\mu \cdot (1 - c)}{n + \mu + \mu \cdot c \cdot (n - 1)} \quad (H)$$

$$D = \frac{E_I \cdot e_I}{0.6 \cdot S_\infty} \quad (I)$$

SOLIDIFICERING

For solidificerende impregnering kan egentøjningen bestemmes ved

$$e_I = e_{\text{f}} \approx \text{MAX} \left| \begin{array}{l} [(1 + \alpha_V) \beta_w]^{1/3} - 1 \\ [1 + U \beta_w \alpha_V]^{1/3} - 1 \end{array} \right|$$

hvor koefficienten, U, er afhængig af impregneringsmiddel og porevæggenes struktur. Som en første approximation anvendes følgende skøn

$$U \approx \alpha_V / 3 \quad (\text{J})$$

$$D = D_{\text{MAX}} * \text{MAX} \left| \begin{array}{l} \frac{[(1 + \alpha_V) \beta_w]^{1/3} - 1}{(1 + \alpha_V)^{1/3} - 1} \\ \frac{[1 + U \beta_w \alpha_V]^{1/3} - 1}{(1 + \alpha_V)^{1/3} - 1} \end{array} \right| \quad (\text{K})$$

$$D_{\text{MAX}} = \frac{E_I * ((1 + \alpha_V)^{1/3} - 1)}{0.6 * S_{\text{e}}} \quad (\text{L})$$

BEREGNINGSALGORITHMEN

Som angivet i indledningen følger beregningerne i princippet følgende mekanisme: Vand i poresystemet fryser til is. Den dermed forbundne udvidelse kan forårsage, at poresystemet begynder at revne. Revneudvidelsen standser, når (den revnede) materialestyrke, S_{f} , netop kan modstå istrykket, σ_{f} . Det vil sige, vi søger en tilstand, hvor $\sigma_{\text{f}} = S_{\text{f}}$. Hvis en sådan ligevægtstilstand ikke kan findes opstår den totale frostødelæggelse.

Start normeret formfunktion

$$\mu / \mu_0 = (1 - c / c_0)^M$$

Start reciprok interaktionsfaktor

$$F_0^{-1} = \text{EXP} \left(\frac{(\mu / \mu_0)^2 - 1}{2 \mu / \mu_0} \right)$$

Størrelsesforholdet mellem porestyrke og poretryk undersøges i afhængighed af en voksende revneudvidelse. Det vil sige, vi udfører de følgende beregninger frem til mærke med stepvist aftagende reciprok interaktionsfaktor.

Mærke **

Ny reciprok interaktionsfaktor

$$F_i^{-1} = F_0^{-1} * \left(1 - \frac{i-1}{N} \right)$$

hvor N er en konstant (10 f.eks) og $i = 1, 2, 3, \dots, N+1$.

Mærke ***

Ny normeret formfunktion, μ/μ_0

$$\mu'/\mu_0' = \log_e(F'^{-1}) + \sqrt{1 + [\log_e(F'^{-1})]^2}$$

Ny formfaktor

$$\mu_0' = \mu_0 \frac{1 - F^{-2}}{1 - F'^{-2}}$$

hvorefter den nye formfunktion er givet ved

$$\mu' = \mu_0' * (\mu'/\mu_0')$$

Ny porestyrke

$$\frac{S'_P}{S_0} = \sqrt{(\mu/\mu_0)^{0.8}} \left(\frac{1 - F^{-2}}{1 - F'^{-2}} \right)^{0.2} F'^{-1} * f'^{-1}$$

hvor

$$f' = f_{f'} * f_{d'}^{1-z} \quad ; \quad (0 \leq z \leq 1)$$

med

$$f_{f'} = \sqrt{1 - \mu_0'^{-2}} \quad (\text{fuldt poretryk})$$

$$f_{d'} = 0.6 * \mu_0'^{0.4} \sqrt{1 - \mu_0'} \quad (\text{delvis poretryk})$$

Bemærk, at μ/μ_0 under kvadratroden i styrkerelationen er startværdien.

Nyt poretryk ($e_m = 0$)

$$\frac{\sigma'_P}{S_0} = \frac{D * \beta}{2 - \beta} \frac{\mu' * (1 - c)}{n + \mu' + \mu' * c * (n - 1)}$$

Mærke *: Poretryk og porestyrke sammenlignes, og ny beregning foretages fra mærke **. Når to på hinanden følgende F'^{-1} , F'^{-1}_0 og F'^{-1}_L , viser, at størrelsesforholdet skifter, igangsættes en iteration med mellemliggende F'^{-1} , hvor beregningen fortsætter fra mærke ***.

Når $\sigma'_P = S'_P$ standses iterationen: $\sigma_P = \sigma'_P = S_P = S'_P$ og reststyrken bestemmes (med det sidst fundne F'^{-1}).

Reststyrke

$$\frac{S_R}{S_0} = \sqrt{(\mu/\mu_0)^{0.8}} \left(\frac{1 - F^{-2}}{1 - F'^{-2}} \right)^{0.2} F'^{-1}$$

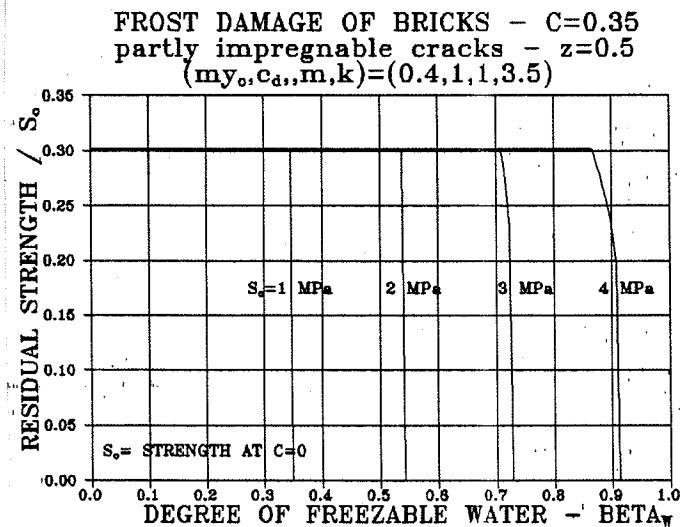
hvor igen μ/μ_0 under kvadratroden er indsat med startværdien.

Såfremt ingen "rod" kan findes i ovenstående beregninger, er reststyrken lig udgangsstyrken, når σ'_P altid

er mindre end S'_{F} - og reststyrken lig 0, når σ'_{F} altid er større end S'_{F} .

FORTRAN-PROGRAM MED EKSEMPEL

Den gennemgæede algorithmen ligger til grund for opstillingen af det efterfølgende Fortran-program til beregning af porøse materials holdbarhed under ekspanderende impregnering. Som et eksempel på programmets anvendelse viser Figur 1 resultatet af en analyse vedrørende tegls frostmodstandsevne i relation til materialekvalitet og vandindhold. (Der er tale om en indledende analyse med groft skønnede materialeparametre. Kvantitativt skal figuren således ikke opfattes for rigoristisk).



Figur 1. Tegls frostmodstandsevne i afhængighed af materialekvalitet og vandindhold. $E_M = 14000$ MPa, $E_I = 9000$ MPa, $\alpha_v = 0.09$, $u = \alpha/3$.

```

C *****
C *                                     LARNST.FOR                               *
C * *****
C *                                     FROST-DAMAGE OF POROUS MATERIALS          *
C * *****
      dimension bet(1001)
      data n/249/
      nn=n+1
C *** BETAW-VERDIER *****
      delta=1./float(n)
      do 1 i=1,nn
1 bet(i)=delta*float(i-1)

```

```

c *** ABNING AF OUTPUT-DATASET (INPUT FOR GRAPHER) *****
  open(1,file='grapher\graphdat\is1.dat',
    &status='old')
  open(2,file='grapher\graphdat\is2.dat',
    &status='old')
  open(3,file='grapher\graphdat\is3.dat',
    &status='old')
  open(4,file='grapher\graphdat\is4.dat',
    &status='old')
C *** BEREKNING AF RESTSTYRKE, Rs *****
  do 2 k=1,4
  do 2 i=1,nn
    betaw=bet(i)
    call funct(k,betaw,rs)
C *** UDSKRIVNING *****
    write(k,200) betaw,rs
  2 continue
  200 format(2(1pe11.3))
  stop
  end
C *****
  subroutine funct(j,betaw,rs)
c *****
  implicit real (a-i,k-z)
  if(betaw.gt.0.) goto 29
c *** ABNING AF INPUT-DATA-FILE *****
  open(10,file='datatheo\frost.dat',status='old')
  read(10,*) c,cd,m,m0,em,ei,zz,alfav,k
C ***** c er i artiklen *****
c   cd er cd i artiklen *****
c   m er m i artiklen *****
c   m0 er po i artiklen *****
c   em er faststofstivheden *****
c   ei er impregneringsmidlets (faststof)stivhed
c   zz er z i artiklen *****
c   alfav er øv i artiklen *****
c   k er k i artiklen *****
  29 continue
c ***** her angives faststofstyrker, So *****
  if(j.eq.1) s0=1.
  if(j.eq.2) s0=2.
  if(j.eq.3) s0=3.
  if(j.eq.4) s0=4.
c *****
  epsimx=(1.+alfav)**(1./3.)-1.
  epsi1=((1.+alfav)*betaw)**(1./3.)-1.
  u=alfav/3.
  epsi2=(1.+u*betaw*alfav)**(1./3.)-1.
  epsi=amax1(epsi1,epsi2)
c *****
  dmax=ei*epsimx/0.6/s0
  d=dmax*epsi/epsimx
  betai=(1.+alfav)*betaw
  beta2=1.

```

```

        beta=amin1(beta1,beta2)
        dbeta=d*beta/(2.-beta)
        nbeta=(ei/em)*beta/(2.-beta)
c****START VERDIER ****
37 mm0=(1.-c/cd)**m
    f0=exp((1.-mm0**2.)/2./mm0)
    frmax=1./f0
    dfr=frmax/10.
    fru=frmax
    frl=frmax
c ****
    fr=frmax
19 if(fr.gt.0.) goto 16
    fr=0.
    sp=0.
    pres=0.
    goto 17
c ****
16 fak=(1.-frmax**2.)/(1.-fr**2.)
    m0ny=m0*fak
    b=alog(fr)
    mm0ny=b+sqrt(1.+b*b)
    mny=m0ny*mm0ny
    ff=sqrt(1.-m0ny**2.)
    fd=0.6*m0ny**0.4*sqrt(1.-m0ny)
    fff=ff**zz*fd*(1.-zz)
    ffr=1./fff
c ** porestyrke ****
    sp=(sqrt(mm0))**k*fak**0.2*fr*ffr
c ** poretryk ****
    pres=dbeta*mny*(1.-c)/(nbeta+mny+mny*c#
    *(nbeta-1.))
c ****
17 continue
    y=sp
    z=pres
c ** rs = reststyrke ****
    rs=(sqrt(mm0))**k*fak**0.2*fr
c ****
    if(fr.eq.frmax) goto 21
    if(abs(z-y).le.0.001) goto 5
    if(z.gt.y) fru=fr
    if(z.le.y) frl=fr
    if(frl.eq.frmax) goto 23
    fr=(frl+fru)/2.
    goto 19
23 fr=fr-dfr
    goto 19
21 if(z.le.y) goto 5
    fru=fr
    fr=fr-dfr
    goto 19
5 return
end

```

