

INSTITUTTET FOR HUSBYGNING

Rapport nr. **192**

HENNING LARSEN
**INDRE MOMENT
I NOGLE FORSKELLIGE CHARNIER'ER**

Den polytekniske Lærestalt, Danmarks tekniske Højskole
Lyngby 1988

Henning Larsen

Indre moment i nogle forskellige charnier'er

Instituttet for Husbygning
Danmarks Tekniske Højskole

Rapport nr. 192
1988

FORORD

I forbindelse med revision af standard-prøvemethoden for bestemmelse af bæreevnen af letbeton-vægelementer opstod der behov for at kende den "indre" excentricitet svarende til den "indre" drejningsmodstand i nogle aktuelle charnier'er.

Nærværende rapport gør nærmere rede for nogle forsøg, der blev udført i den anledning.

Instituttet for Husbygning 1988

Henning Larsen

RESUME

Rapporten viser resultater af afprøvning af nogle forskellige charnier'er, der benyttes ved bæreevnepforsøg med elementer.

Formålet var at bestemme det "indre" moment som følge af friktionskræfter, der optræder, når der sker en drejning i leddet, - uanset at der teoretisk skulle kunne ske en drejning i et charnier i en konstruktion, uden at der herved opstår et indre moment i charnier'et.

Det er fundet, at der i de afprøvede charnier'er, bestående af en cylinder i en V-rille, optræder indre momenter svarende til indre excentriciteter for kraften, der går gennem charnier'et, i størrelsesordenen 0,5 til 1,5 mm.

For de afprøvede charnier'er, bestående af et kuglefladeleje, er fundet, at der optræder indre momenter svarende til indre excentriciteter i størrelsesordenen 1,5 til 3,0 mm.

INDHOLDSFORTEGNELSE

	side
1. Indledning	1
2. Afprøvning af charnier'er	2
3. Konklusion	14
Appendix 1: Teoretisk sammenhæng mellem drejningsmodstand og friktionskoefficient i charnier'er	15

1. INDLEDNING

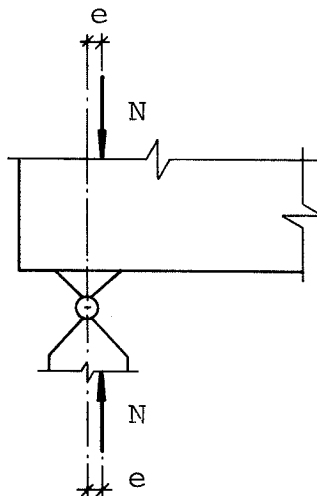
Et charnier i en konstruktion kan defineres som et led, der tillader drejning af delene på hver side af leddet, uden at der herved kommer til at optræde et moment i leddet. Teoretisk går kræfterne således igennem det, der er charnier'ets centrum.

I praksis vil der imidlertid i de allerfleste udformninger af charnier'er opstå et "indre" moment som følge af friktionskræfter, der optræder, når der sker en drejning i leddet.

I afprøvningsopstillinger til brug ved bestemmelse af styrke og/eller stivhed af konstruktionsdele via prøvning, kan det have stor interesse at kende det indre moment, der optræder i et charnier i opstillingen.

I denne rapport er angivet resultater af en afprøvning for indre moment i nogle forskellige charnier'er.

Virker der i charnier'et en normalkraft N , kan det indre moment M omregnes til en "indre" excentricitet e i charnier'et, $e = M / N$.



Figur 1.

2. AFPRØVNING AF CHARNIER'ER

Omfang.

=====

Afprøvningen har omfattet seks charnier'er. Se figur 2.

Det første charnier (Nr. 1) er det, der er foreskrevet i DS433.21 og DS434.21, 1.udgave fra 1977; disse standarder handler om bestemmelse af bæreevnen for vægelementer af letbeton.

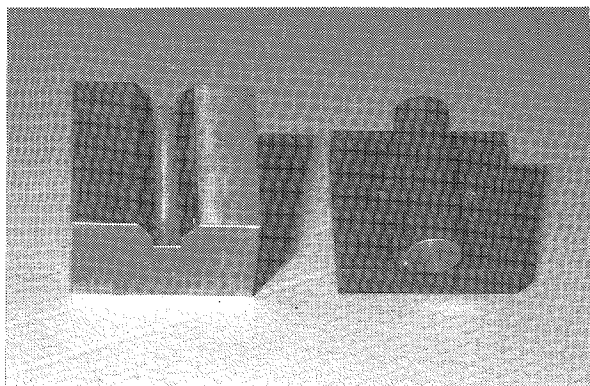
De to næste (Nr. 2 og Nr. 3) er varianter af det første charnier.

Disse tre charnier'er er af den type charnier, hvor drejning er mulig om en linie (men ikke vinkelret på denne linie). Disse charnier blev fremstillet i Instituttets maskinværksted.

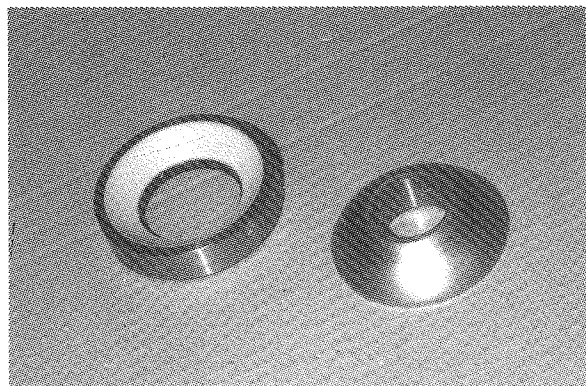
De tre sidste charnier'er (Nr. 4, Nr. 5 og Nr. 6) er fabriksfremstillede kuglefladelejer, hvor drejning er mulig om et punkt; prøvningen har dog kun omfattet drejning om en linie (vinkelret på lejets (symmetri-)akse).

Charnier Nr. 5 og Nr. 6 er teflonbelagte og ens, bortset fra at Nr. 5 er brugt og Nr. 6 er nyt. Charnier Nr. 4 er uden teflonbelægning og brugt.

Alle seks charnier'er blev afprøvet i velsmurt stand.

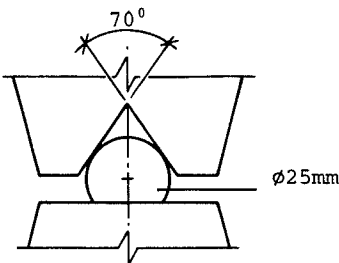
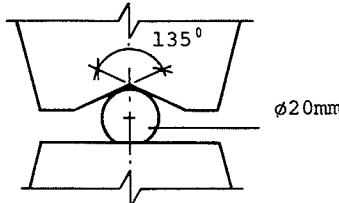
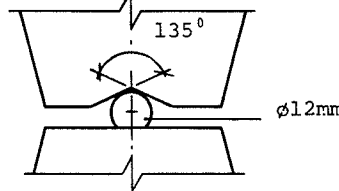
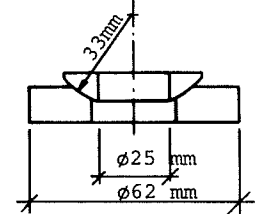
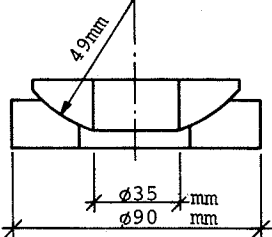
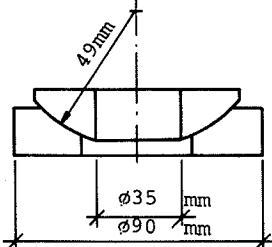


Charnier Nr. 1
(adskilt)



Charnier Nr. 6
(adskilt)

Figur 2. De afprøvede charnier'er.

Nr. 1		<p> $\varnothing 25\text{mm}$ cylinder i hårdt stål a) i 70° V-rille i universalstål b) længde 80mm nyt </p>
Nr. 2		<p> $\varnothing 20\text{mm}$ cylinder i hårdt stål c) i 135° V-rille i hårdt stål d) længde 80mm nyt </p>
Nr. 3		<p> $\varnothing 12\text{mm}$ cylinder i hårdt stål c) i 135° V-rille i hårdt stål d) længde 80mm nyt </p>
Nr. 4		<p> kuglefladeleje fabrikat INA type GE25AX brugt </p>
Nr. 5		<p> kuglefladeleje fabrikat SKF type GX35F teflonbelagt brugt </p>
Nr. 6		<p> kuglefladeleje fabrikat SKF type GX35F teflonbelagt nyt </p>

- a) Blankt stål (comprimeret), St37-2K, DIN 1652
b) Universalstål, R.St37-2, DIN 17100
c) Meterstål, W.2210/CV 1 extra (DIN 115CrV3)
d) Konstruktionsstål, legeret, DIN 34CrNiMo6/D15S

Prøvningsopstilling.

=====
 Charnier'erne blev indbygget i en opstilling med bevægelige arme og stænger, se figur 3. Der blev indbygget to (ens) charnier'er i opstillingen. De øvrige fire led i opstillingen var udformet som cylindre (diameter = 10 mm), der kunne rulle på en plan flade. Opstillingen var tilstræbt at være symmetrisk om en længdeakse. Cylindrene (i de fire led) var ikke fastlåst til den plane flade, og systemet kunne således justeres ind til bedst mulig balance i udgangsstillingen. Der regnes ikke med, at der i disse sidstnævnte led vil optræde et indre moment. Til berigtigelse af denne forudsætning blev sådanne led også indbygget, hvor de to prøveled ellers indbygges. Denne opstilling viste sig at være så instabil, at der så godt som ikke kunne foretages målinger til bestemmelse af indre momenter i sådanne led. På grundlag af de få målinger, det trods alt lykkedes at få, vurderes den indre modstand i de fire led, der er i opstillingens "permanente" del, til at svare til en excentricitet, der er af samme størrelsesorden som den unøjagtighed, der er på indjusteringen af opstillingen, som er under 0,5 mm.

Med betegnelserne på figur 3, fås det indre moment M i eet charnier

$$M = \frac{1}{2} \cdot P \cdot a$$

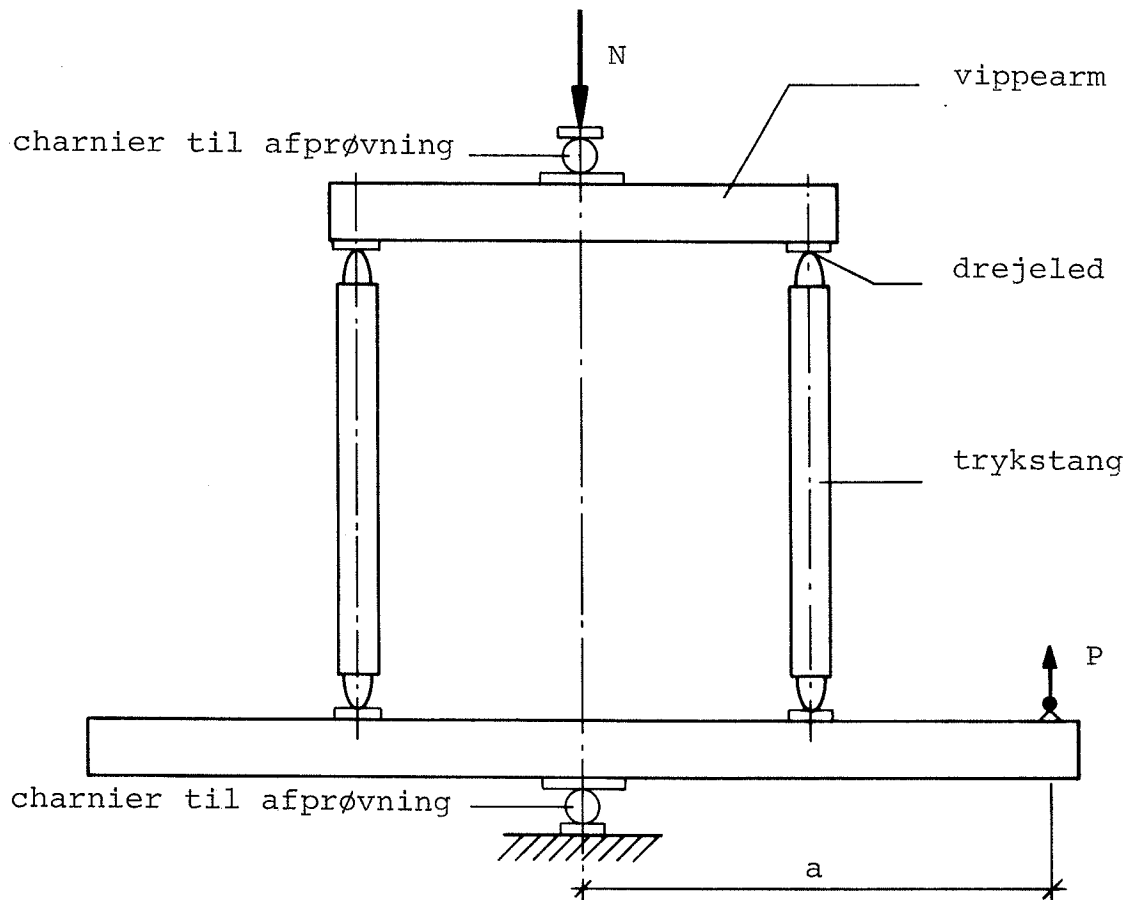
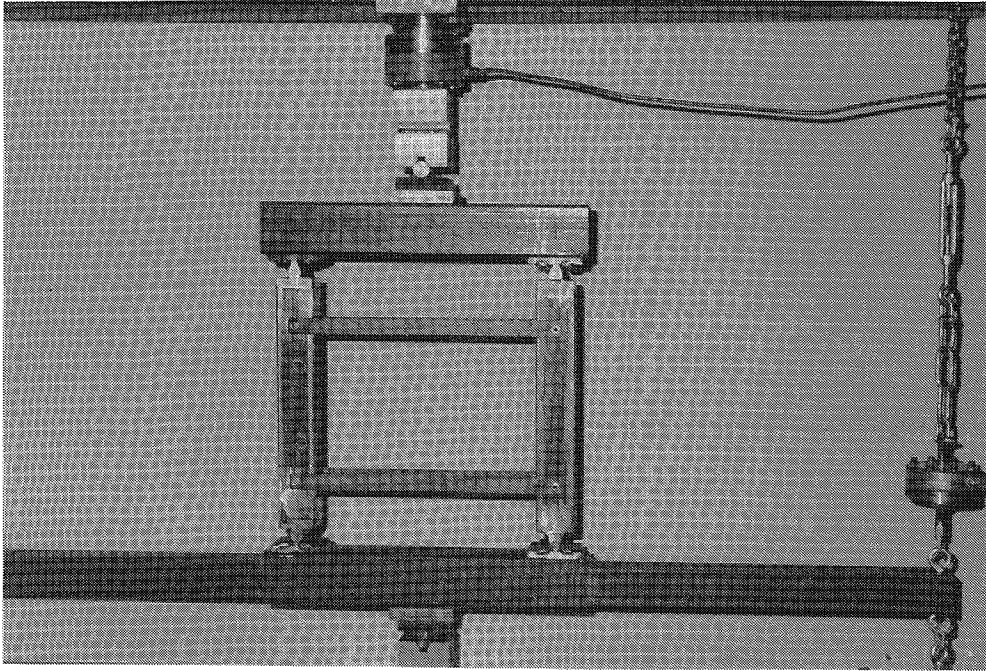
hvor P er den kraft, der skal til, for at dreje begge de indbyggede charnier'er.

Opstillingen blev udformet sådan, at kraften P kunne virke dels opad (som vist) og dels modsat (nedad).

Afstanden a er 785 mm for P virkende opad i opstillingen, og 780 mm for P virkende nedad.

Den indre excentricitet e i charnier'et udregnes som

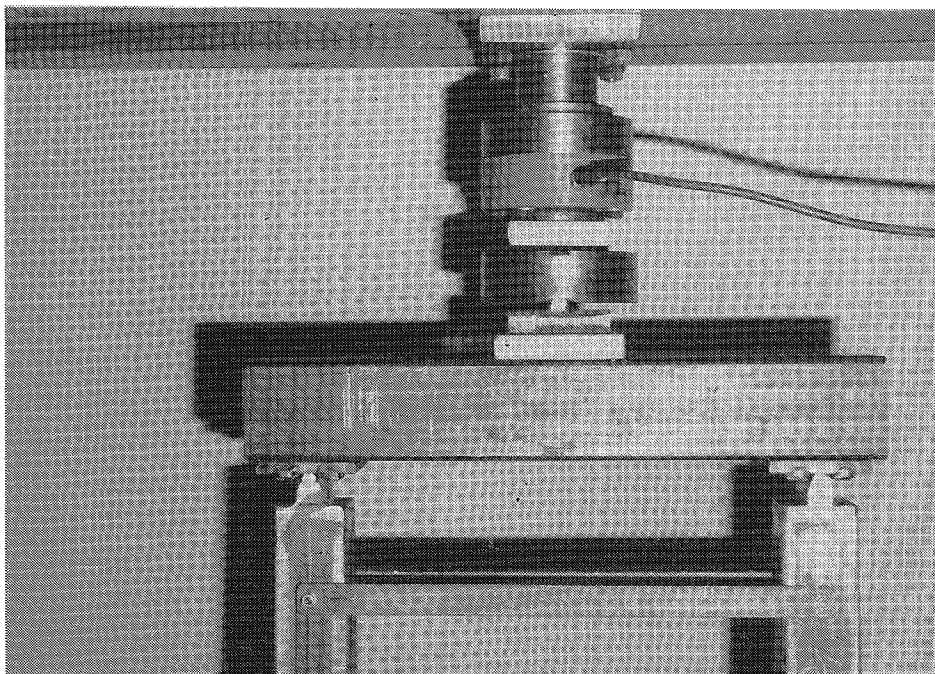
$$e = \frac{M}{N} .$$



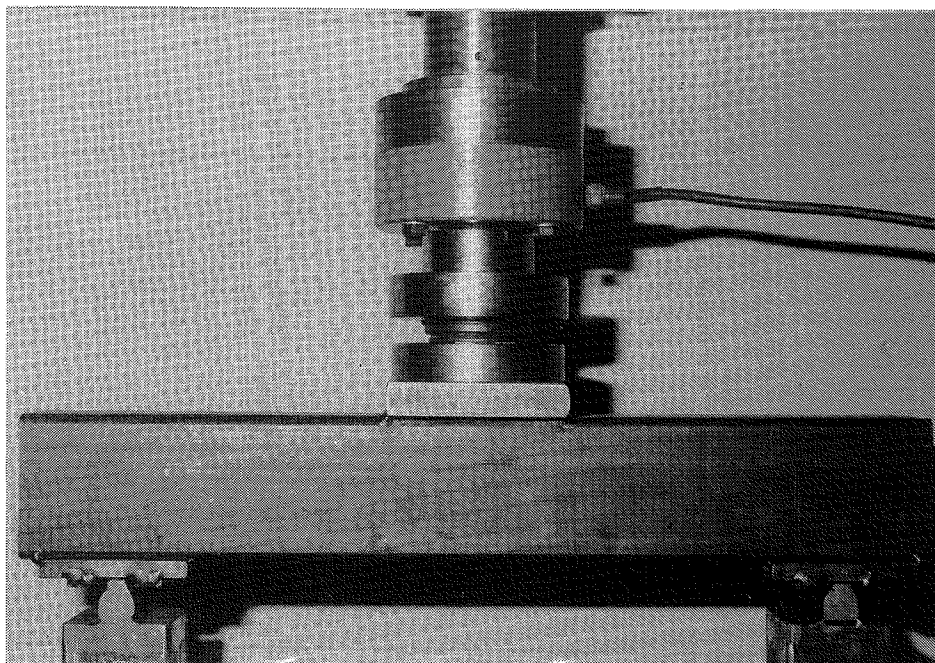
N : Normalkraft

P : Dreje-kraft

Figur 3.



Charnier Nr. 3 indbygget i opstillingen



Charnier Nr. 6 indbygget i opstillingen

Fremgangsmåde.

Charnier'et, der skal afprøves, indbygges i to eksemplarer, henholdsvis foroven og forneden i opstillingen.

Opstillingen justeres ind til bedst mulig balance, og med vippearmen, hvor kraften P angribes, i vandret stilling vinkelret på længdeaksen (udgangstillingen).

Den påføres en normalkraft N af ønsket værdi.

Kraften P øges, indtil charnier'et drejer, og kraften falder.

Maximumværdien for P aflæses.

Vippearmen føres tilbage til vandret stilling igen (udgangsstillingen). Kraften P "vendes", så den virker modsat og øges, indtil charnier'et drejer og kraften falder.

Maximumværdien for P i denne retning aflæses.

Der foretages fire målinger af kraften P ved drejning den ene vej og fire målinger ved drejning den anden vej.

Efter disse målinger ændres normalkraften N til en ny ønsket værdi, og proceduren gentages.

Ved at dreje både den ene vej og den anden vej - og tage gennemsnittet heraf, elimineres den systematiske fejl, opstillingen giver, fordi charnier'et og de to drejeled på samme vippearms ikke ligger på en ret linie.

Kræfterne P og N måles med vejeceller af fabrikat "Interface", henholdsvis type 1221 og type 1210; unøjagtigheden på kraftmålingen er henholdsvis ca. 0,05 á 0,1 kN og ca. 0,5 á 1 kN.

Prøveresultat.

=====

Resultaterne af prøvningen - omregnet til "indre" excentricitet $e = M/N$ - er anført i Tabel I.

Tabel I. Prøveresultater.

Charnier	Normal-	excen-	spred-	excen-
	kraft	tricitet	ning	tricitet
	N	e	Δ	e_{mid}
	kN	mm	mm	mm
Nr. 1 : \emptyset 25 mm i 70° V	10	1,60	0,10	1,6
	20	1,55	0,05	
Nr. 2 : \emptyset 20 mm i 135° V	10	0,85	0,05	0,9
	20	0,85	0,05	
Nr. 3 : \emptyset 12 mm i 135° V	10	0,40	0,05	0,4
	20	0,40	0,05	
Nr. 4 : INA GE25AX	20	3,15	0,20	3,1
	25	3,10	0,15	
Nr. 5 : SKF GX35F brugt	20	2,55	0,40	2,2
	30	1,85	0,30	
Nr. 6 : SKF GX35F nyt	20	2,10	0,10	1,7
	30	1,40	0,10	

For de tre charnier'er af typen med en cylinder i en V-rille (Nr. 1 - 3) er fundet indre excentriciteter på ca. 1,5 til 0,5 mm - faldende med faldende cylinderdiameter og voksende åbningsvinkel for rillen.

For kuglefladelejet med stål-stål glideflade (Nr. 4) er fundet en indre excentricitet på ca. 3 mm.

For det lidt større kuglefladeleje med teflonbelægning på glidefladen er fundet en indre excentricitet på ca. 2 mm, lidt større for det brugte (Nr. 5), lidt mindre for det ny (Nr. 6).

Alle charnier'erne har været forbelastet op til omkring 35 kN og aflastet igen inden afprøvningen påbegyndtes.

Alle charnier'erne blev afprøvet i velsmurt stand.

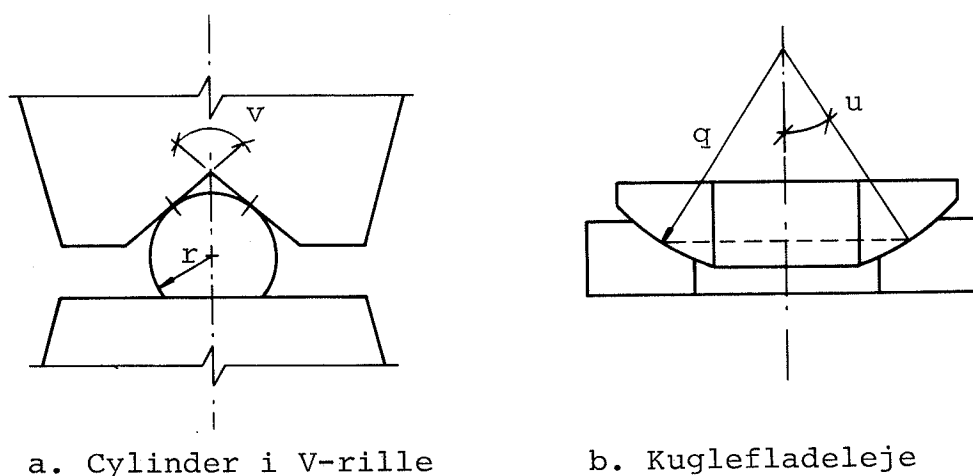
Det anførte tal for e er gennemsnit af fire "observationer", hvor hver observation består af fire målinger af modstand mod drejning den ene vej og fire målinger af modstand med drejning den anden vej. For Nr. 6's vedkommende er tallet for e dog gennemsnit af tre observationer.

Δ er spredningen (n-vægtet) på de fire (tre) observationer.

e_{mid} er middeltallet af de anførte e 'er for hvert charnier.

Tallene for e og Δ er afrundet til 0 og 5 på anden decimal.

I Appendix 1 er opstillet sammenhængen imellem friktionskoefficienten μ og den "indre" excentricitet e i charnier'erne.



Figur 4.

For charnier'erne af typen med en cylinder i en V-rille - se figur 4a - gælder

$$e = \frac{r \cdot \mu}{\sin v/2 \cdot (1 + \mu^2)}$$

hvor

r er radius i cylinderen

v er V-rillens åbningsvinkel.

Nedenfor er anført nogle eksempler på indre excentricitet i denne type charnier'er for forskellige værdier af r, v og μ .

Cylinder-radius r mm	V-rille vinkel v °	friktionskoefficient μ	indre excentricitet e mm
12,5	70	0,05	1,09
		0,10	2,16
10	90	0,05	0,71
		0,10	1,40
10	135	0,05	0,54
		0,10	1,07
7,5	135	0,05	0,40
		0,10	0,80
6	135	0,05	0,32
		0,10	0,64

For charnier'erne af kuglefladeleje-typen - se figur 4b - er det ikke en explicit udtrykt sammenhæng, der er opstillet; der er udarbejdet et diagram, der viser sammenhængen.

Nedenfor er anført nogle eksempler på indre excentricitet i denne type charnier'er for forskellige værdier af q , u og μ .

Kugle- radius q mm	hældnings- vinkel u 0	friktions- koefficient μ	indre excentricitet e mm
33	38	0,025	0,84
		0,050	1,67
		0,075	2,50
		0,100	3,31
49	38	0,025	1,24
		0,050	2,48
		0,075	3,71
		0,100	4,92

I tabel II er anført den beregnede friktionskoefficient μ i de afprøvede charnier'er ud fra ovenstående formler og på grundlag af de målte værdier for e .

For de tre charnier'er af typen med en cylinder i en V-rille er fundet, at friktionskoefficienten ligger på 0,07 à 0,08 - for stål-stål glideflader.

For kuglefladelejet med stål-stål glideflade er friktionskoefficienten fundet til knap 0,1.

For kuglefladelejerne med teflonbelægning på glidefladen er fundet, at friktionskoefficienten ligger på 0,03 à 0,05.

Tabel II. Prøvningsresultater.

Charnier	Normalkraft N kN	Friktions- koefficient μ	Friktions- koefficient μ_{mid}
Nr. 1 : \varnothing 25 mm i 70^0 V r=12,5 mm, v= 70^0	10	0,075	0,075
	20	0,070	
Nr. 2 : \varnothing 20 mm i 135^0 V r=10 mm, v= 135^0	10	0,080	0,080
	20	0,080	
Nr. 3 : \varnothing 12 mm i 135^0 V r=6 mm, v= 135^0	10	0,065	0,065
	20	0,065	
Nr. 4 : INA GE25AX q=33 mm, u= 38^0	20	0,095	0,095
	25	0,095	
Nr. 5 : SKF GX35F brugt q=49 mm, u= 38^0	20	0,050	0,045
	30	0,035	
Nr. 6 : SKF GX35F nyt q=49 mm, u= 38^0	20	0,040	0,035
	30	0,030	

Afprøvningerne viste - vel nok overraskende - at den indre excentricitet i kuglefladelejerne var større end i charnier'erne med en cylinder i en V-rille. - Har V-rillen en stor åbningsvinkel, eksempelvis 135° , får man med en cylinder med en diameter på 12 til 20 mm en indre excentricitet i charnier'et på omkring 0,5 til 1 mm - med kræfter på lejet i størrelsesorden som i afprøvningen. - Med et teflonbelagt kuglefladeleje, som det undersøgte GX35F, fås en indre excentricitet i charnier'et på omkring 2 mm - med kræfter på lejet i størrelsesorden som i afprøvningen. - Der ses en tendens til, at excentriciteten aftager med voksende last på lejet.

3. KONKLUSION

Afprøvning af forskellige charnier'er er gennemført med resultater som angivet i Tabel I og II.

Det er fundet, at der i charnier'erne, bestående af en cylinder i V-rille, optræder "indre" momenter svarende til "indre" excentriciteter i størrelsesordenen 0,5 til 1,5 mm; og herudfra er beregnet en friktionskoefficient i glidefladen i størrelsesordenen 0,05 til 0,1. For charnier'erne, bestående af et kuglefladeleje med stål-stål glideflade, er fundet, at der optræder "indre" momenter svarende til "indre" excentriciteter i størrelsesordenen 2 til 3 mm; og herudfra er beregnet en friktionskoefficient i glidefladen i størrelsesordenen 0,1. For charnier'erne, bestående af et kuglefladeleje med teflonbelægning på glidefladen, er fundet, at der optræder "indre" momenter svarende til "indre" excentriciteter i størrelsesordenen 1,5 til 2,5 mm; og herudfra er beregnet en friktionskoefficient i glidefladen i størrelsesordenen 0,05.

Afprøvningen har altså vist, at man må regne med en indre excentricitet på 0,5 op til 3 mm i de undersøgte charnier'er.

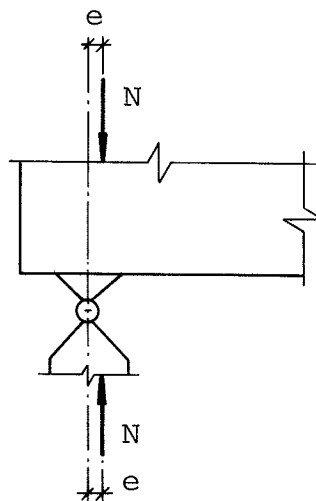
Af de opstillede formler for indre excentricitet ses, at for charnier'er med en cylinder i en V-rille, falder excentriciteten, når cylinderens radius formindskes, når åbningsvinklen forøges, og - selvfølgelig - når friktionskoefficienten formindskes. - For kuglefladelejerne gælder, at mindre lejer med lille kuglefladeradius har mindre excentricitet end større lejer med større kuglefladeradius; excentriciteten falder også - selvfølgelig - når friktionskoefficienten formindskes.

Appendix 1

Teoretisk sammenhæng mellem drejningsmodstand og friktionskoefficient i charnier'er.

Der betragtes et leje, der bærer en last N . Se figur A1. Der søges det moment M , der skal til, for at der sker en drejning i charnier'et, idet friktionskræfter hindrer en fri drejning. Dette moment omregnes til "indre" excentricitet $e = M/N$.

Figur A1.



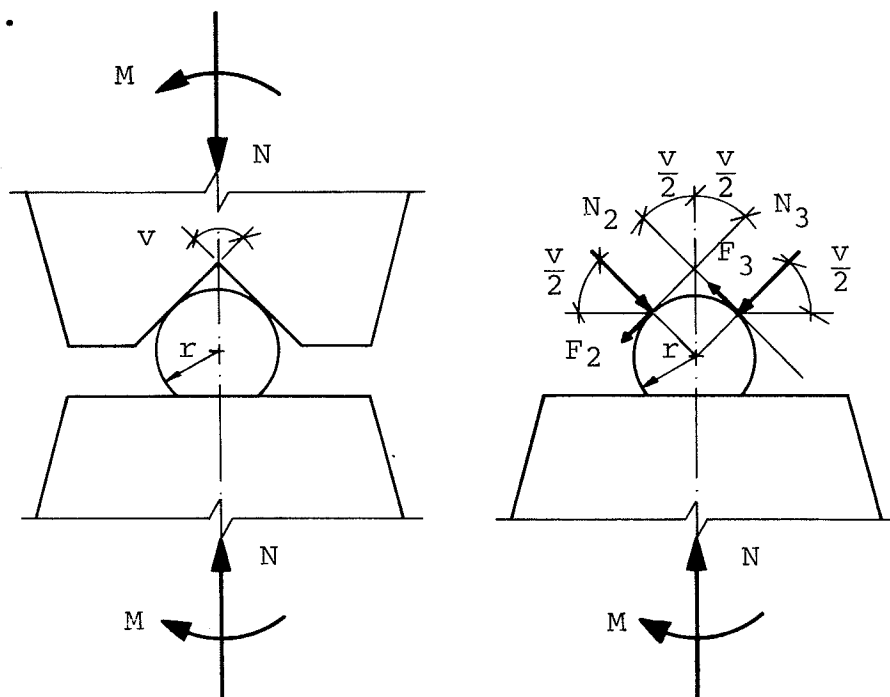
1. Cylinder i V-rille.

Se figur A2.

Normalkraften N optages i lejet som to linielaste N_2 og N_3 i lini-erne, hvor cylinderen ligger an mod V-rillens flader.

Ved drejning i charnier'et opstår friktionskræfterne F_2 og F_3 lig med henholdsvis $\mu \cdot N_2$ og $\mu \cdot N_3$, hvor μ er friktionskoefficienten. Da det er tilstræbt, at der kan ske en drejning i charnier'et (næsten) uden modstand, kan μ forudsættes at være lille (mindre end $\cot v/2$).

Figur A2.



Ligevægtsligningerne giver :

$$M = (F_2 + F_3) \cdot r \quad (\text{moment om cylinderens centrum})$$

$$N = (N_2 + N_3) \cdot \sin v/2 + (F_2 - F_3) \cdot \cos v/2$$

$$0 = (N_2 - N_3) \cdot \cos v/2 - (F_2 + F_3) \cdot \sin v/2$$

hvor

r er radius i cylinderen

v er V-rillens åbningsvinkel.

Af disse ligninger og

$$F_2 = \mu \cdot N_2$$

$$F_3 = \mu \cdot N_3$$

finder man den indre excentricitet

$$e = \frac{M}{N} = \frac{r \cdot \mu}{\sin v/2 \cdot (1 + \mu^2)}$$

Omvendt fås

$$\mu = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{r}{e \cdot \sin v/2} + \sqrt{\left[\frac{r}{e \cdot \sin v/2} \right]^2 - 4} \right]$$

2. Kuglefladeleje.

Se figur A3.

Normalkraften N optages i lejet som normalspændinger rundt i det kuglebælte, som de to lejedele har fælles (den effektive del af kuglefladen). Kraften jævnt fordelt pr. længdeenhed rundt i kuglebæltet er

$$N_{q0} = \frac{N}{\pi \cdot d \cdot \cos u}$$

hvor

u er vinklen mellem lejets længdeakse (z -aksen) og normalen til den effektive flade på kuglebæltet (middel for trykfladen)

$$d = 2 \cdot q \cdot \sin u$$

hvor q er kuglefladens radius.

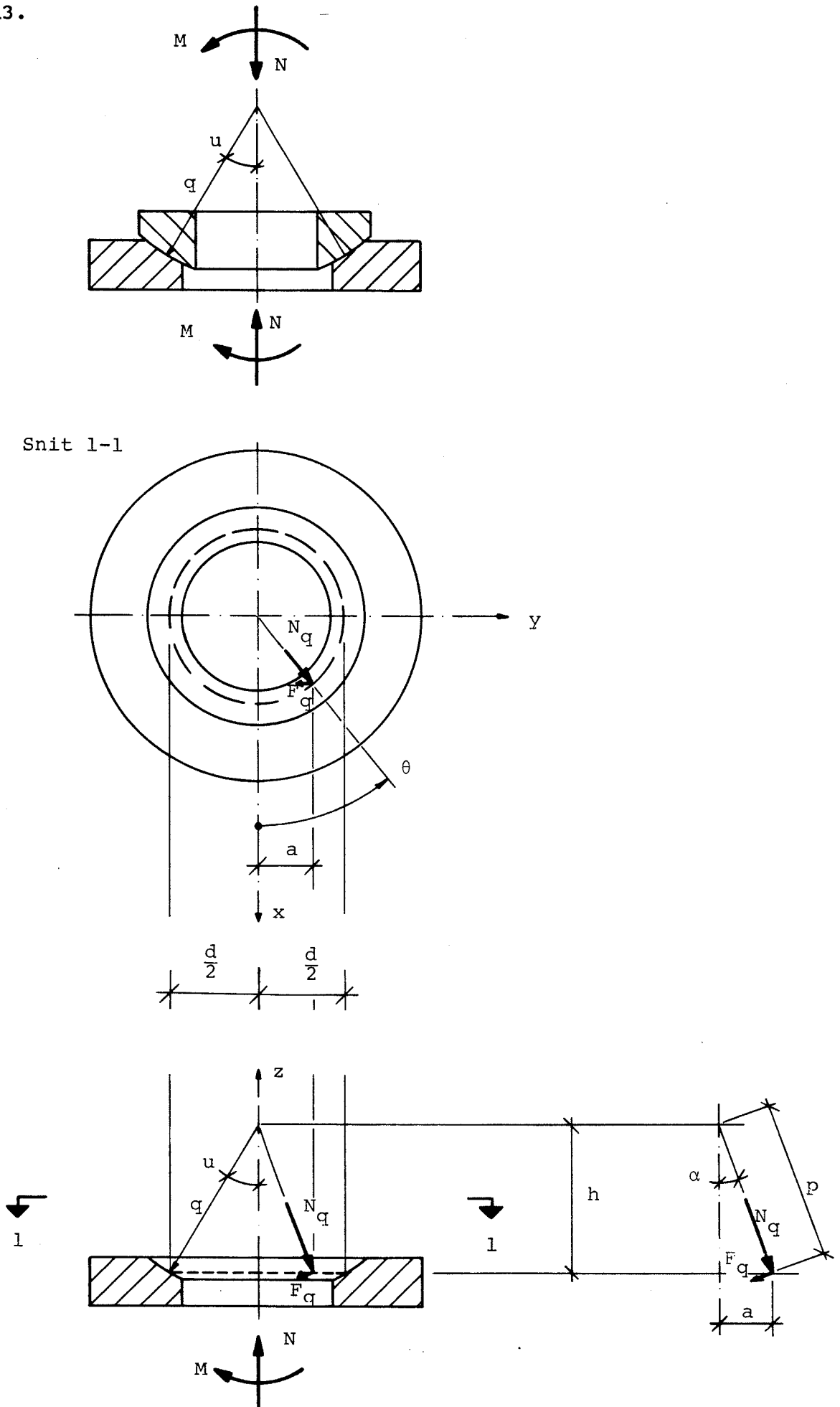
Ved drejning i charnier'et om x -aksen opstår friktionskraften F_q (pr. længdeenhed rundt i kuglebæltet) lig med $\mu \cdot N_q$, hvor μ er friktionskoefficienten, og N_q er normaltrykket rundt i kuglebæltet. N_q er nu ikke mere konstant, men regnes at variere proportionalt med afstanden fra x -aksen:

$$N_q = N_{q0} \cdot (k_1 + k_2 \cdot \sin \theta)$$

hvor k_1 og k_2 er konstanter, og θ er vinklen fra x -aksen til det sted, hvor N_q står.

μ kan forudsættes at være lille (mindre end $\tan u$), da det er tilstræbt, at der kan ske en drejning i charnier'et (næsten) uden modstand.

Figur A3.



Ligevægtsligningerne giver (se også figur A3)

$$M = \int_0^{2\pi} p \cdot F_q \cdot \frac{d}{2} d\theta$$

$$N = \int_0^{2\pi} \left[N_q \cdot \cos \alpha + F_q \cdot \sin \alpha \right] \cdot \frac{d}{2} d\theta$$

$$0 = \int_0^{2\pi} \left[F_q \cdot \cos \alpha - N_q \cdot \sin \alpha \right] \cdot \frac{d}{2} d\theta$$

hvor

$$\frac{d}{2} = q \cdot \sin u$$

$$h = q \cdot \cos u$$

$$a = \frac{d}{2} \cdot \sin \theta = q \cdot \sin u \cdot \sin \theta$$

$$p = \sqrt{h^2 + a^2} = h \cdot \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 u \cdot \sin^2 \theta}$$

$$= q \cdot \cos u \cdot \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 u \cdot \sin^2 \theta}$$

$$\cos \alpha = \frac{h}{p} = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 u \cdot \sin^2 \theta}}$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{p} = \operatorname{tg} u \cdot \frac{\sin \theta}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 u \cdot \sin^2 \theta}}$$

Endvidere er (som tidligere anført)

$$F_q = \mu \cdot N_q$$

Konstanterne k_1 og k_2 skal fastlægges således, at de to sidstnævnte ligevægtsligninger stemmer, og det er det samme som at

$$\int_0^{2\pi} (k_1 + k_2 \cdot \sin \theta) \cdot (\cos \alpha + \mu \cdot \sin \alpha) \cdot \frac{1}{2\pi \cdot \cos u} d\theta = 1$$

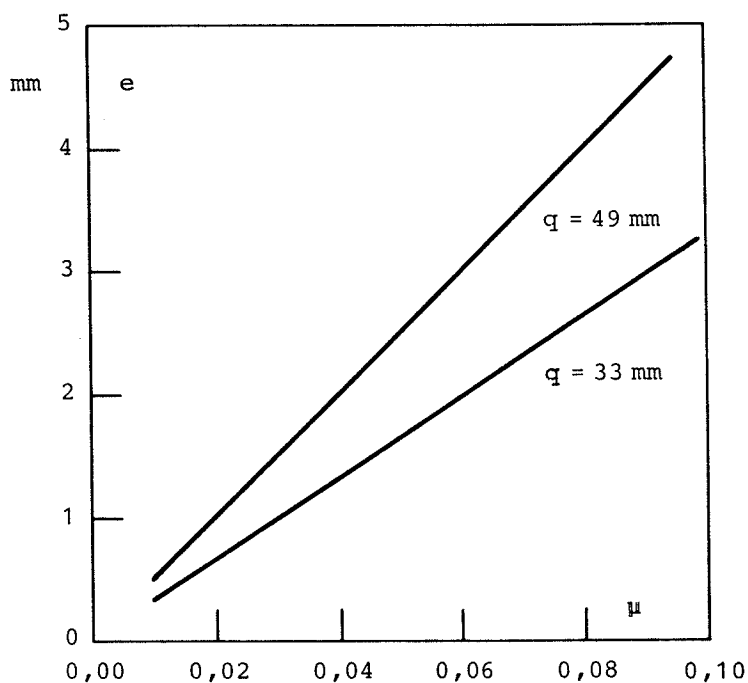
og

$$\int_0^{2\pi} (k_1 + k_2 \cdot \sin \theta) \cdot (\mu \cdot \cos \alpha - \sin \alpha) d\theta = 0$$

Løsning af ovenstående kan f.eks. klares med numerisk integration på en PC'er.

På side 11 er vist resultatet for nogle udvalgte kuglefladelejer.

Figur A4 viser et diagram, hvoraf sammenhængen mellem e og q , μ og u fremgår.



Figur A4. Sammenhæng mellem e og μ for kuglefladelejer med $u=38^\circ$ og $q=33$ mm henh. $q=49$ mm.