

INSTITUTTET FOR HUSBYGNING

Rapport nr. **161**

---

HELLE SØEBERG  
FINN OLAF SØRENSEN  
**RISTEVÆRKS KONSTRUKTIONER OPBYGGET  
AF SAMMENSATTE TRÆBJÆLKER**

---

Den polytekniske Lærestalt, Danmarks tekniske Højskole  
Lyngby 1982

| INDHOLDSFORTEGNELSE                                 | side |
|-----------------------------------------------------|------|
| FORORD.....                                         | 1    |
| RESUMÉ.....                                         | 2    |
| INDLEDNING.....                                     | 3    |
| GENERELT.....                                       | 4    |
| Statik.....                                         | 4    |
| Kipning.....                                        | 5    |
| Varmeisolering.....                                 | 6    |
| Materialeforbrug.....                               | 6    |
| Lamelristeværker.....                               | 8    |
| Brand.....                                          | 10   |
| FORSØG.....                                         | 12   |
| Indledning.....                                     | 12   |
| Beskrivelse af forsøgselementer.....                | 13   |
| Iagttagelser ved produktion af<br>forsøgselementer: |      |
| Boltede.....                                        | 17   |
| Limede.....                                         | 18   |
| Forsøgsopstilling og forsøgsgang for:               |      |
| Bjælker.....                                        | 19   |
| Søjler.....                                         | 21   |
| Risteværker.....                                    | 24   |
| Forsøgsresultater:                                  |      |
| Bjælker.....                                        | 27   |
| Søjler.....                                         | 28   |
| Risteværker.....                                    | 30   |
| Diskussion af forsøgsresultater:                    |      |
| Bjælker.....                                        | 32   |
| Søjler.....                                         | 34   |
| Risteværker.....                                    | 37   |
| FORSKYDNINGSFORSØG FOR 1-SNITSSAMLINGER.....        | 39   |
| MÅLING AF E-MODUL.....                              | 45   |
| TEORI OG BEREGNINGSMODELLER.....                    | 46   |
| Resumé.....                                         | 46   |
| Bjælker.....                                        | 47   |

FORORD

På Instituttet for Husbygning på Danmarks tekniske Højskole har vi gennem en periode arbejdet med træristeværkskonstruktioner, inspireret af lektorerne Søren Koch og Erik Reitzel's tidligere arbejder med denne konstruktionsform.

Træbranchens Oplysningsråd (TOP) har gennem Træfonden givet støtte til indkøb af materialer til brug for de eksperimentelle undersøgelser. Dette muliggjorde, at vi allerede under vort eksamensprojekt kunne udføre de første forsøg med træristeværker. Takket være midler fra Statens Teknisk Videnskabelige Forskningsråd kunne vi herefter fortsætte vores undersøgelser som deltidsansatte ved Instituttet for Husbygning.

Vi takker vores vejledere Søren Koch og Erik Reitzel for inspiration og bistand, samt samtlige medarbejdere ved Instituttet for Husbygning for velvillig bistand, vejledning og hjælp ved forsøg og rapportskrivning.

Instituttet for Husbygning - DTH 1982

---

Civilingeniør Helle Søeberg

Civilingeniør Finn Olaf Sørensen

## RESUME

Nærværende rapport behandler risteværkskonstruktioner, opbygget af sammensatte træbjælker.

Emnet er belyst ud fra et 4-lamelstværsnit, d.v.s. et tværsnit bestående af fire over hinanden liggende lameller, hvis indbyrdes afstand svarer til højden af en lamel.

Først i rapporten findes en kort analyse af plane risteværkers egenskaber.

Endvidere er der beskrevet udførte forsøg med plane kvadratiske risteværker og bjælke- og søjleforsøg med elementer, udformet som udsnit af samme plane risteværker.

Relaterende til de udførte forsøg er der opstillet beregningsmodeller for et sammensat 4-lamelstværsnit påvirket til: ren bøjning, rent tryk og kombineret tryk og bøjning. Beregningsmodellernes gyldighed er endvidere diskuteret.

---

## INDLEDNING

Plane træristerværker anvendes i dag hovedsagelig som sekundære konstruktioner, så som pergolaer og nedhængte lofter.

Vi mener, at konstruktionsformen, hvis den opbygges af sammensatte træbjælker, indeholder værdifulde egenskaber, der gør den egnet til anvendelse som hovedkonstruktion. Disse egenskaber - eksempelvis sikkerhed mod uvarslet brud, fleksibilitet med hensyn til understøtningsform og eventuel materialebesparelse ved tværsnits-optimering - udnyttes ikke i dag, hvilket bl.a. skyldes manglende kendskab til denne konstruktions adfærd.

Vi har derfor ønsket at opnå et større kendskab til plane risteværker, opbygget af sammensatte træbjælker. Grundet begrænset kapacitet har vi i princippet kun arbejdet med én tværsnitsudformning. Vi har med denne tværsnitsudformning udført en række pilotforsøg, for at opnå et vist kendskab til konstruktionens adfærd under forskellige belastninger. Ud fra iagttagelser af konstruktionens adfærd under belastning, samt teoretiske overvejelser, er der opstillet en række beregningsmodeller.

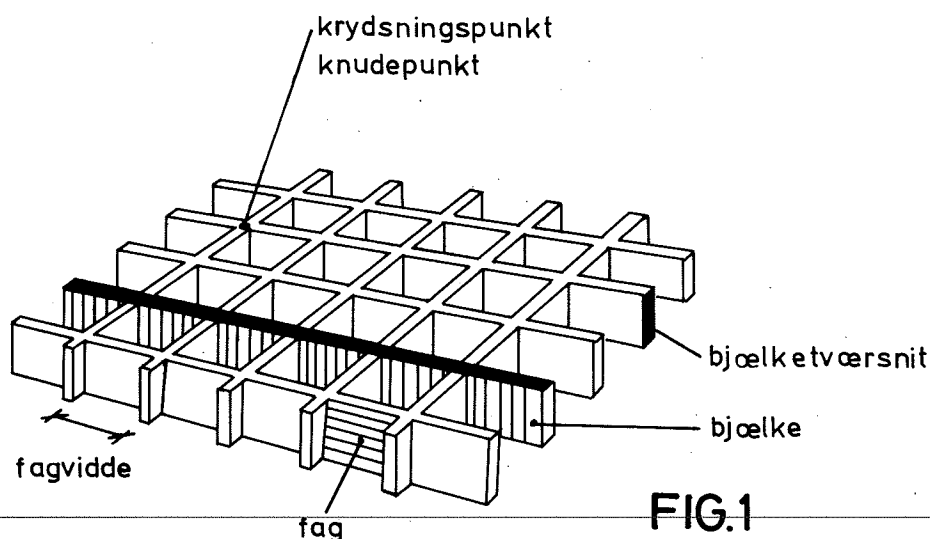
Rapporten indeholder indledende undersøgelser vedrørende risteværker, opbygget af sammensatte træbjælker, hvorfor den er tænkt som et udgangspunkt for et videre arbejde med konstruktionsformen.

## GENERELT

Ved et risteværk forstås en mængde af bjælker, der krydser hinanden eller mødes under en vinkel på f.eks.  $90^\circ$ ,  $60^\circ$  eller  $45^\circ$ .

Det har under behandling af risteværker været nødvendigt at opbygge en terminologi, som i det følgende vil blive anskueliggjort.

Her vil primært blive behandlet et risteværk, hvis bjælker krydses under  $90^\circ$ , som vist på figur 1.



**FIG.1**

## Statik

Statisk kendetegnes et risteværk blandt andet ved, at det altid vil fordele en punktlast, påført et krydsningspunkt, i mindst to retninger. Grundet bjælkernes indbyrdes kobling i krydsningspunkterne vil hele risteværket derfor deformeres under en sådan belastning.

Risteværkskonstruktioner kan derfor opnå en betragtelig stivhed, men har samtidig en høj grad af indre statisk ubestemthed.

Dette betyder, at kraftforløbet gennem risteværket fra en ydre påvirkning ikke umiddelbart lader sig bestemme.

Et risteværks samlede stivhed overfor deformationer vil i høj grad afhænge af bjælkernes tværsnitsudformning og den samlingsmetode, der benyttes til kobling af bjælkerne i krydsningspunkterne.

### Kipning

Når materialeforbruget (også for andre konstruktioner) skal minimeres, sker optimeringen af konstruktionsdeles tværsnit ved at anbringe materialet dér hvor det bedst udnyttes, f.eks. som det sker i gitterdragere, I-profiler, Masonitebjælker m.v.

Dette kan dog let give kipningsproblemer for traditionelle ét-spændskonstruktioner, da en bjælkes styrke overfor kipning er omvendt proportional med anden potens af bjælkelængden. For et slankt bjælketværsnit vil det derfor som regel være nødvendigt med afstivninger undervejs.

---

Et risteværks bjælker er fastholdt mod kipning i alle krydsningspunkter, de "frie bjælkelængder" bliver derfor små i forhold til den samlede spændvidde, det er derfor i risteværker muligt at benytte slanke, høje bjælketværsnit uden kipningsproblemer.

En stor konstruktionshøjde vil dog også medføre et merforbrug af materialer til sekundære konstruktioner og afdækninger, f.eks. vil en høj etageadskillelse forøge facadearealet.

### Varmeisolering

De skærpede krav, man i dag stiller til konstruktions isoleringsevne, medfører, at man i mange tilfælde er nødt til at forstørre de traditionelle konstruktioner i helt urimelig grad for at få plads til isoleringen.

Denne forøgelse af konstruktionens materialeforbrug giver i langt de fleste tilfælde ikke en tilsvarende forøgelse af styrken. Endvidere er der i de fleste tilfælde ikke brug for en større styrke, hvorfor mermaterialeforbruget ikke bliver udnyttet.

I risteværker er den store konstruktionshøjde som nævnt en naturlig følge af det optimerede bjælketværsnit, og de nuværende krav til isoleringstykkelsen vil derfor som regel nemt kunne opfyldes uden et mermaterialeforbrug.

### Materialeforbrug

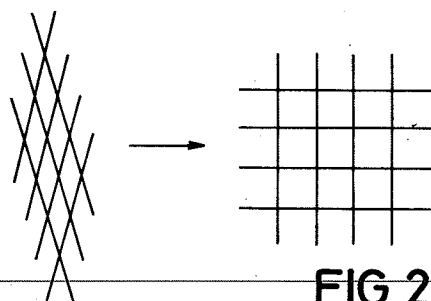
Et ensartet risteværk, d.v.s. et risteværk, hvor alle bjælkernes egenskaber med hensyn til styrke og stivhed er ens, kan, indenfor visse rammer, understøttes med søjler og/eller skiver på mange måder. Disse rammer fastlægges udfra risteværkets styrke og stivhed. I sammenhænge, hvor skiftende funktioner kræver skiftende rumfordelinger, vil de ensartede risteværkers fleksibilitet overfor understøtningernes form og placering i høj grad kunne udnyttes, og formentlig betyde en materialebesparelse i forhold til en traditionel et-spændskonstruktion. Her tænkes f.eks. på udstillingslokaler, skoler, institutioner m.v.

Hvis derimod belastningen (eller understøtningsformen) er konstant og veldefineret, kan kraftfordelingen i risteværket fastlægges.

Herefter kan hver enkelt bjælke optimeres, og der opnås en materialebesparelse i forhold til en ensartet konstruktion.

I en given situation må ønsket om en vis fleksibilitet afvejes med ønsket om minimering af materialeforbrug.

Risteværkers høje grad af statisk ubestemthed bevirker også, at de er i stand til at optage uforudsete belastninger, også af en anseelig størrelse, da brud i lameller/fag/samlinger blot vil bevirke en anden kraftfordeling i risteværket. Risteværker giver derfor en betydelig beskyttelse mod progressiv kollaps, da dele af et risteværk kan bortfalde, uden at bæreevnen forsvinder.

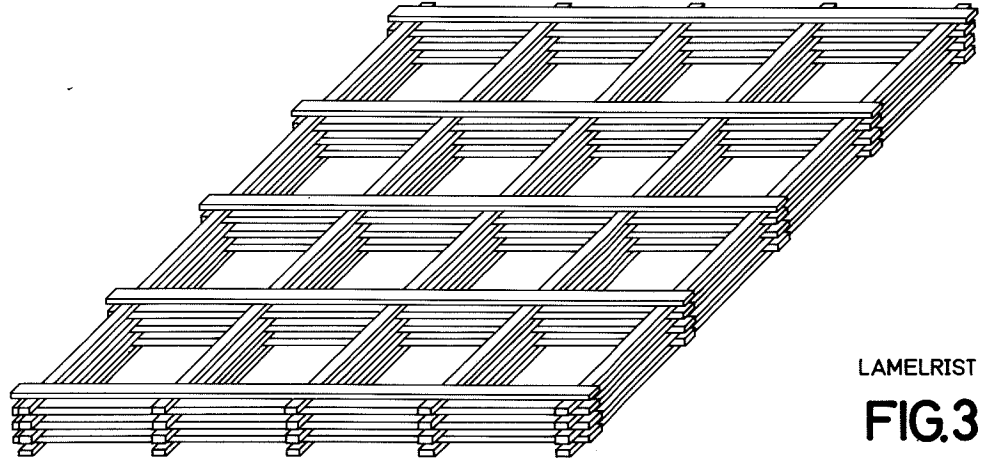


**FIG. 2**

En videreudvikling af risteværkets samlinger, så de bliver "sammenklappelige", medfører, at risteværker kan anvendes som mobile, let transportable overdækninger, f.eks. benyttet som udstillingslokaler eller overdækninger i katastrofesituationer.

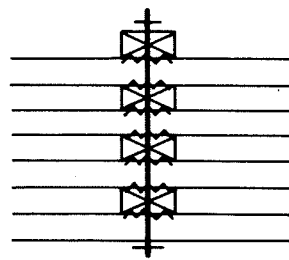
### Lamelristeværker

I dette projekt behandles primært et trærirsteværk - kaldet et lamelristeværk - hvis opbygning er anskueliggjort på figur 3.



LAMELRIST  
**FIG.3**

Bjælketværsnittet er 4 trælameller (34 x 70 mm), lagt på fladen. Samlingen i krydsningspunktet sker med en Ø 12 bolt og mellemlæg mellem de krydsende lameller som vist på figur 4.



**FIG.4**

Ved en optimering af bjælketværsnittet m.h.t. bøjning vil et højt, slankt lameltværsnit være gunstigere, f.eks. træ lagt på kant, se figur 5.

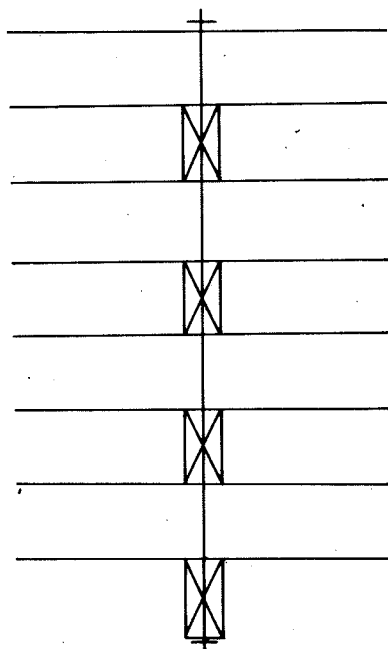


FIG.5

At træet blev anbragt på fladen i de her behandlede risteværker skyldes mellemlæggets minimumskrav til lamelbredden, sammenholdt med ønsket om, at der ikke i de indledende undersøgelser skulle anvendes for store trædimensioner.

For et fuldstændigt stift bjælketværsnit viser en optimering af antallet af lameller i forhold til materialeforbruget, at det ikke kan betale sig at anvende mere end 3 (2) lameller, jævnfør figur 6. Andre forhold kan imidlertid bevirke, at et større antal lameller foretrækkes, f.eks. en prioritering af at anvende så små trædimensioner som muligt, da risteværkskonstruktionselementerne derved bliver lettere at håndtere og samle. Endvidere vil en forøgelse af lamelantallet forøge graden af indre statisk ubestemthed, og dermed sikkerheden mod progressiv kollaps.

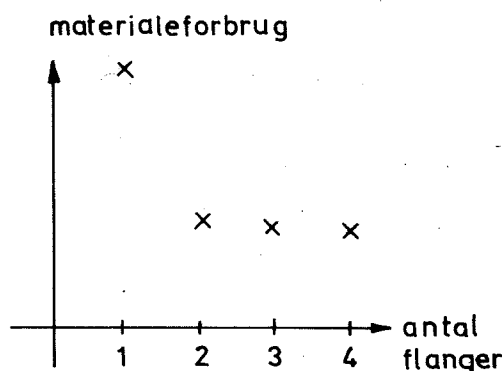


FIG.6

### Brand

Før lamelristeværker kan udnyttes i større omfang skal problemerne med hensyn til brand afklares.

I sin nuværende udformning er trælamelristeværkerne ikke særligt modstandsdygtige overfor en brandpåvirkning. Desuden vil boltene ved en brand virke varmeledende, og dermed svække samlingerne indefra.

En beskyttelse/indkapsling af boltene vil derfor være nødvendig ved benyttelse af risteværker i mere almindelige husbygningskonstruktioner.

Risteværkers brandmodstand afhænger dog også i høj grad af lamellernes dimensioner, da den forholdsmæssige brandsvækkelse af lamellerne vil aftage med voksende lameldimensioner.

Afhængig af brugen vil det dog generelt være nødvendigt med en form for brandisolering, der passende kan sammenkobles med varmeisoleringen, f.eks. enten i form af udstopning/-fyldning af mineraluld mellem lamellerne, eller også en form for standardkassetter til udfyldning af hullerne i risteværket. Et risteværk, isoleret på en af disse måder, ville også yde en bedre lydisolering.

Ved konstruktioner med store spændvidder i andre materialer, f.eks. rumgitre af stål, har man løst brandproblemet ved sprinkling, en løsning, der også kunne benyttes ved risteværker, formentlig dog kun over en vis størrelse.

Endvidere findes der i dag mange former for brandbeskyttende maling, brandimprægneringsvæsker m.v. Alt afhængig af, hvor risteværket skal benyttes, kunne en lamelrists brandmodstand forøges ved brug af disse midler.

## FORSØG

### Indledning til forsøg

Når man arbejder med sammensatte træristerværker, der består af bjælker opbygget af flere lameller, samlet med mekaniske forbindelsesmidler eller limning, er det indlysende, at samlingsmetoden i krydsningspunkterne er af afgørende betydning for den samlede konstruktions styrke og deformation.

Gennem en lille pilotserie af bjælkeforsøg, søjleforsøg og forsøg med plane risterværker er sammenhængen mellem samlingsmetode og risterværkets egenskaber søgt belyst.

For at eliminere flest mulige parametres ukendte indflydelse på forsøgsresultaterne benyttedes samme dimensioner som beskrevet ved bjælkeforsøgselementerne på træ, bolte m.v. under alle forsøg.

Forsøgsresultaterne betragtes ikke som endegyldige resultater bl.a. på grund af det lille antal forsøgselementer. Endelige konklusioner udfra forsøgene er derfor vanskelige at træffe, i stedet vil klare tendenser blive påpeget.

Endvidere bør nævnes, at alle forsøgene blev udført som korttidsforsøg, og de forudsiger derfor ikke noget om risterværkers egenskaber under langvarige og vekslende belastninger.

Faktorer, der også påvirker træs egenskaber, er temperaturen og luft/træfugtigheden. Alle forsøg foregik under tilnærmelsesvis samme klimatiske forhold (i samme lokale), så disse faktorerers indflydelse betragtes som minimeret.

Før risterværker anvendes i større omfang, skal der udføres en række forsøg, der klarlægger disse forskellige faktorerers ukendte indflydelse på træristerværkers egenskaber.

### Beskrivelse af bjælkeforsøgselementerne - figur 7

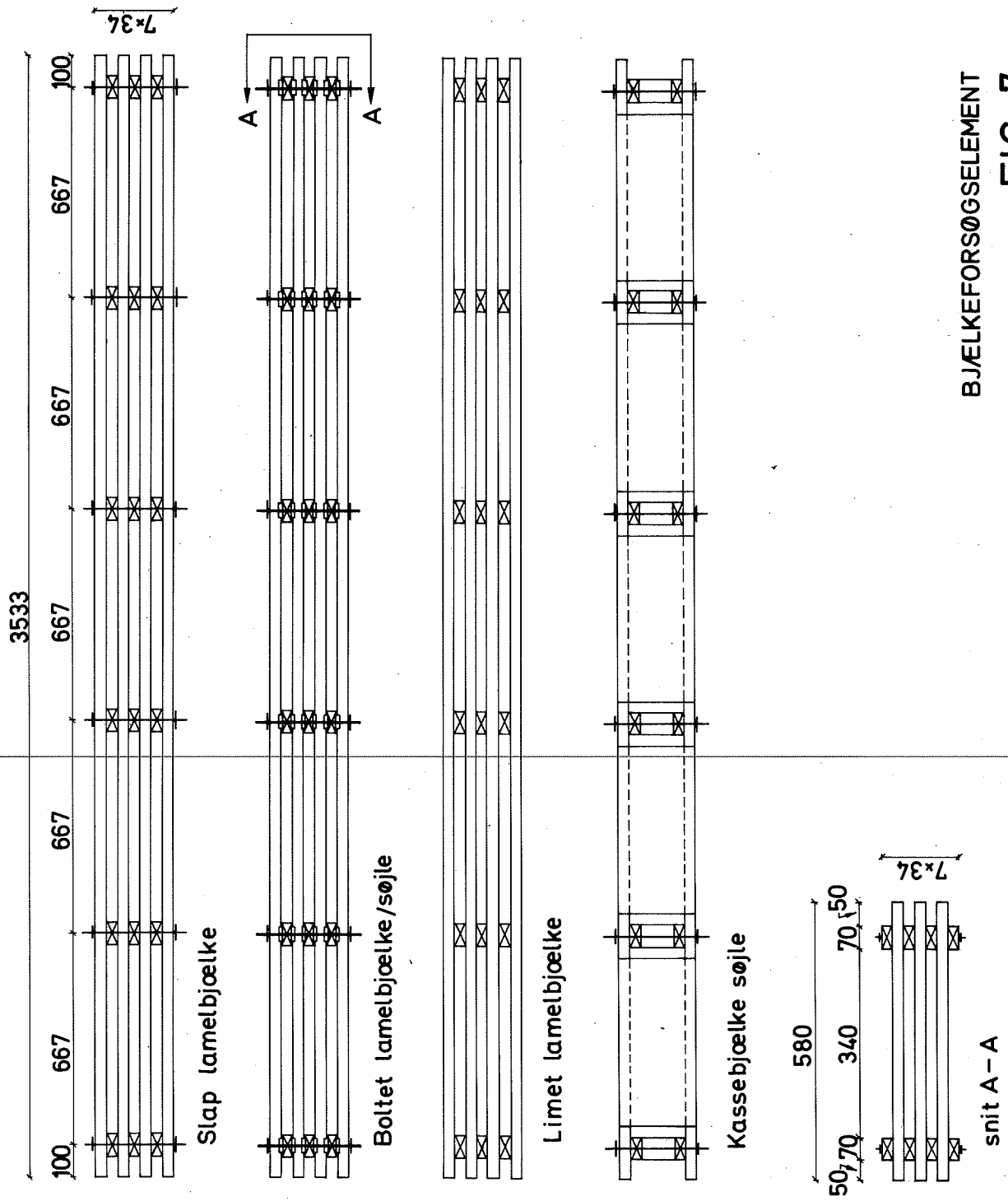
Der blev udført bøjningsforsøg med 4 forskellige bjælketyper. De tre første var opbygget som delelementer af et firelamelristeværk, blot med forskellige samlingsmetoder. Alle lameltværsnit var 34 × 70 mm, og afstanden mellem krydsningspunkterne var 0,67 m. Den fjerde type svarede til en kassebjælke.

|                       |                                                                                                                                                                                                                                       |
|-----------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Slap<br>lamelbjælke   | Den slappe lamelbjælke var samlet i krydsningspunkterne med Ø 6 gevindjern, og kunne derved betragtes som en referencebjælke med helt slappe samlinger.                                                                               |
| Boltet<br>lamelbjælke | Denne forsøgsbjælke var samlet med Ø 12 bolte (hul Ø 12,5 mm) og 50 × 50 mm stjernemellemlæg.                                                                                                                                         |
| Limet<br>lamelbjælke  | Som den anden referencebjælke valgtes en lamelbjælke med limede samlinger (at betragte som ∞-stive).                                                                                                                                  |
| Kassebjælke           | Denne bjælke var opbygget af 2 lameller, adskilt med afstandsklodser i krydsningspunkterne. Mellem disse blev bjælkens sider beklædt med krydsfinér. Denne bjælketype kunne således også betragtes som et delelement af et risteværk. |

### Beskrivelse af søjleforsøgselementerne - figur 7

Der blev udført søjleforsøg med 2 forskellige søjletyper.

|             |                                                                    |
|-------------|--------------------------------------------------------------------|
| Lamelsøjlen | Lamelsøjlen som var opbygget identisk med den boltede lamelbjælke. |
| Kassesøjlen | Kassesøjlen som var identisk med kassebjælken.                     |



BJÆLKEFORSØGSELEMENT  
FIG. 7

### Beskrivelse af risteværksforsøgselementerne

Der blev udført forsøg med principielt 2 forskellige typer af risteværker.

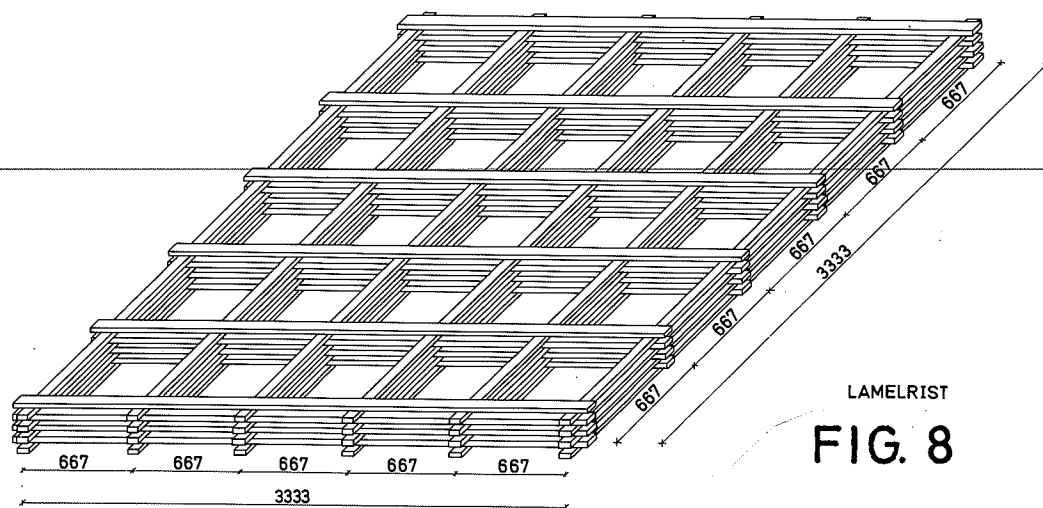
For begge typer blev der først udført forsøg med et ensartet opbygget risteværk. Dernæst blev der udført forsøg med de samme risteværker, hvor de brudte lameller var udskiftet og risteværkerne forstærket ved påsømning af krydsfinér på siderne af de hårdest belastede fag.

Lamelristen - figur 8 -

var et kvadratisk risteværk, opbygget som den boltede lamelbjælke.

Den forstærkede lamelrist -

var lamelristen, påsømmet krydsfinér i fagene ved randen.

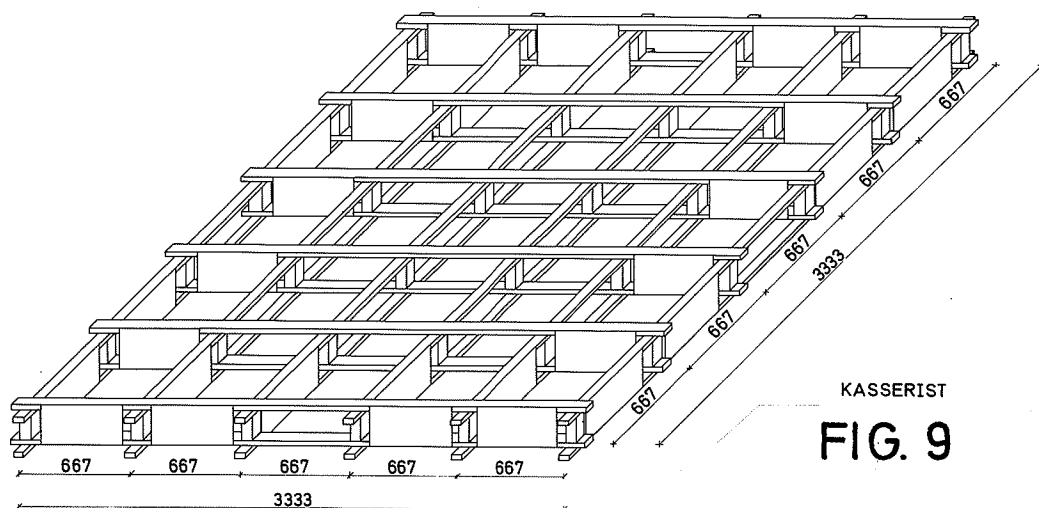


LAMELRIST

FIG. 8

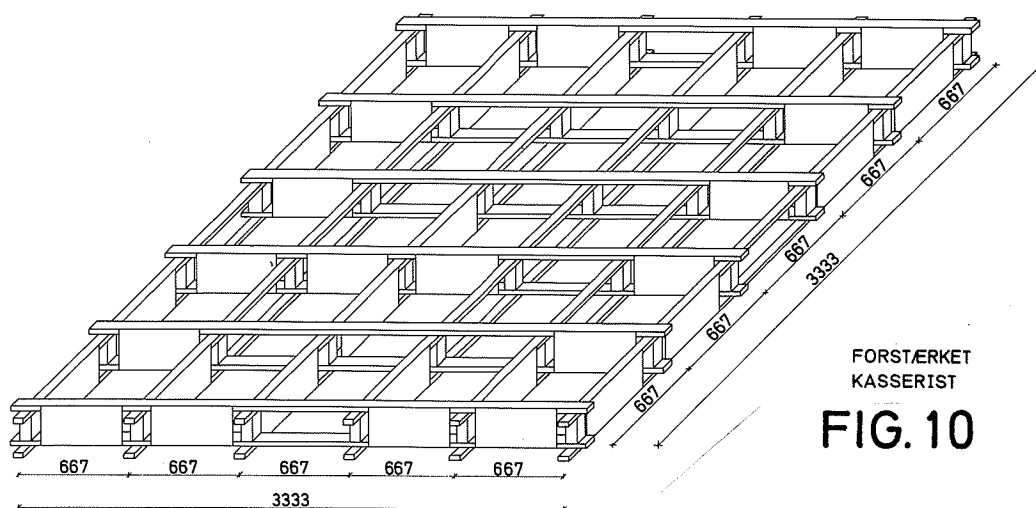
## Kasseristen - figur 9 -

var et risteværk, opbygget som kassebjælke, dog var der kun påsømmet krydsfinér i fagene ved randen.



## Den forstærkede kasserist - figur 10 -

var kasseristen, forstærket yderligere.



## Iagttagelser ved produktion af 4-lamelforsøgselementer

### Boltede forsøgselementer

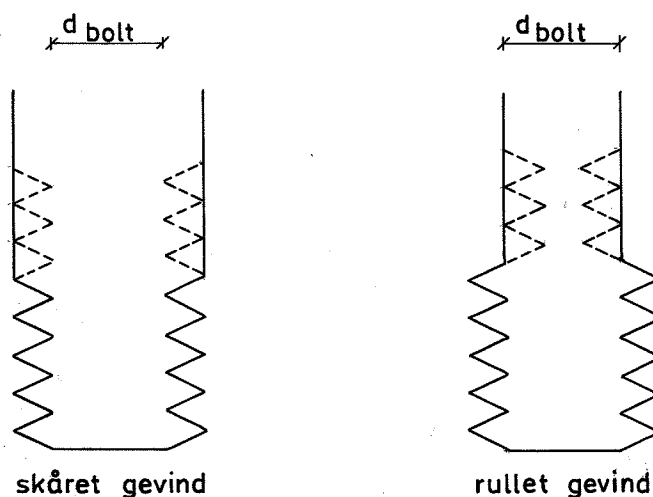
oplægning Afmærkningen af boltehullerne i lamellerne (og dermed afsætningen af fagvidderne) skete med en tomme-stok og var derfor forholdsvis unøjagtig. Boltehullernes diameter var i de første forsøg 0,5 mm større end boltediameteren (12 mm).

På trods heraf var der ingen problemer med oplægningen af lamelforsøgselementerne, også når træet var temmeligt skævt og vredet.

Boltehullernes diameter nedsattes da til 12 mm (lig boltediameteren), uden at der derfor opstod problemer med oplægningen af elementerne.

De egenspændinger, som træet påførtes under oplægningen (og sammenspændingen), skønnedes uden betydning for forsøgsresultaterne.

sammen- Bolte af den her benyttede længde er ikke standard-  
spænding lagervare, og desuden må gevindet forlænges. Ved selv at skære gevindet længere på en bolt, hvis gevind er "rullet på", fås en svagere boltestyrke end oprindeligt, se figur 11.



**FIG.11**

Ved sammenspændingen af de lamelriste, hvor der benyttedes rullede bolte, var det nødvendigt at udskifte flere af boltene, da gevindet flød under sammenspændingen i modsætning til bjælkeforsøgselementerne, hvor der benyttedes skårne bolte.

Ved den første lamelbjælke benyttedes standard-kvadratiske underlagsskriver (50 x 50 x 2,5 mm) til boltene. Hjørnerne på disse skiver skar sig ned i træet under sammenspændingen. Til resten af forsøgselementerne benyttedes derfor specialfremstillede, runde og tykkere underlagsskiver ( $d = 74$  mm,  $t = 7$  mm).

Sammenspændingen skete manuelt med en stjern nøgle. Det var dog alligevel ikke muligt at sammenspænde forsøgselementerne helt. Afstanden mellem de krydsende lameller var fra 0 - 3 mm.

Sammenspændingen af en boltet lamelbjælke (12 bolte) tog ca. 2 timer, mens det var nødvendigt successivt at sammenspænde lamelristene (36 bolte) over flere dage.

Påsømningen af krydsfinér på siderne skete med en sømpistol, men kunne uden problemer være gjort manuelt. Ved produktionen af de forstærkede forsøgselementer til de plane risteværksforsøg genbrugtes som nævnt de første forsøgselementer. Udskiftningen af de flækkede lameller skete uden problemer, da de flækkede lameller var risteværkets yderste lameller.

#### Limede forsøgselementer

Denne samlingsmetode afprøvedes kun i bjælkeforsøgene. I den første limede lamelbjælke blev lamellerne lagt løst sammen med lim imellem de krydsende lameller uden nogen form for styring af krydsningspunkterne.

Dernæst blev bjælken spændt i form. Dette ville give uoverskuelige praktiske problemer ved konstruktion af et større limet risteværk.

Den anden limede forsøgsbjælke udførtes derfor med gevindjern gennem alle krydsningspunkterne, til styring af lamellerne under oplægningen. Gevindjernerne bidrog i øvrigt ikke til forsøgsbjælkens begyndelsesstivhed.

Limen, - Casco Resorcinol-Fenollim 1711 - er ikke let at arbejde med, dels grundet den korte brugstid (1 1/4 time ved 20°C, 2/3 time ved 25°C), dels er den temmelig giftig, og kræver kraftig ventilation ved anvendelse indendørs. Det var derfor kun ved produktionen af kassebjælkerne, krydsfinéren blev sømlimet. Krydsfinéren på de øvrige kasseforsøgselementer blev kun sømmet på.

### Forsøgsopstilling og "forsøgsgang"

#### Bjælkeforsøg - figur 12

Forsøgsbjælkerne var placeret vandret og påvirkedes via tværråg af 4 lige store opadrettede enkeltkræfter, påført i krydsningspunkterne, hvor de indbyggede charnierer sikrede en ligelig kraftfordeling, også i udbøjet stilling.

Bjælkernes ender var fastgjort til gulv med tværbjælker og forankringsstænger, hvor kuglefladelejerne sikrede en simpel understøtning.

Opstillingen gav afstand mellem enkeltkræfterne på 0,667 m og en samlet spændvidde på  $5 \times 0,667 \text{ m} = 3,33 \text{ m}$ .

De lodrette flytninger af de fire krydsningspunkter og bjælkens ender målttes ved hjælp af flytnings-



transducere placeret over forbindelsesbrædderne mellem de to bjælker, så den målte udbøjning blev en middelværdi af enkeltbjælkernes udbøjning.

Bøjningerne i lamellerne forsøgte målt med strain-gages, men værdierne blev kun taget som retningsgivende. Desuden målt ved hvert forsøg træfugtigheden og rumtemperaturen.

Alle data blev via en scanner dels udskrevet på en datalogger, dels udlæst på hulstrimmel for videre behandling på edb.

Lasten påførtes i trin svarende til  $1/8$  af lamelbjælkens brudlast, beregnet ud fra en stærkt forenklet model over bjælkens spændingsfordeling.

Forsøgselementerne førtes - hvis muligt - til brud, hvis ikke den maksimalt mulige udbøjning i denne forsøgsopstilling på 150 mm hindrede dette.

Det var derfor ikke muligt at bryde de boltede lamelbjælker, og der udførtes derfor 2 belastningsserier med den ene boltede lamelbjælke. Efter anden oplastning lå bjælken i opstillingen med belastning, og efter ca. 1 time var øverste lamel (træksiden) i midterste fag flækket.

### Søjleforsøg

Søjleforsøgene blev udført i to lidt forskellige opstillinger. Forsøgssøjlen var i begge opstillinger placeret vandret, og fra presserne førtes søjlelasten via et åg til pladen, der fordelte lasten til de  $2 \times 4$  lameller.

Ved modholdet førtes lasten via en tilsvarende fordelingsplade direkte til understøtningen.

De indbyggede charnier-kugleleje-flader mellem åg og fordelingsplade ved presse og fordelingsplade og understøtning ved modholdet sikrede en ligelig kraftfordeling, også i udbøjningstilstand.

De vandrette flytninger af søjlens 4 krydsningspunkter og 2 endepunkter målt med hjælp af måleure anbragt (som ved bjælkeforsøgene) ved tværlamellerne.

I begge opstillinger var spændvidden 3,33 m.

Lasten påførtes i trin af 10 kN svarende til ca. 1/20 af lamelsøjlen brudlast, skønnet ud fra allerede kendte beregningsmodeller for sammensatte træsøjlers bæreevne.

I de "rene" søjleforsøg var forsøgselementerne anbragt således, at udbøjningen foregik i et vandret plan. Søjlen sikredes mod udbøjning i lodret plan ved tværråg lagt over søjlen ved presse, midtpå og ved modhold. Mellem ågene og forsøgselementet var anbragt rullelejer, og søjlen var ligeledes understøttet samme tre steder med rullelejer, for at sikre at afstivningerne ikke ville påvirke søjlens vandrette udbøjning.

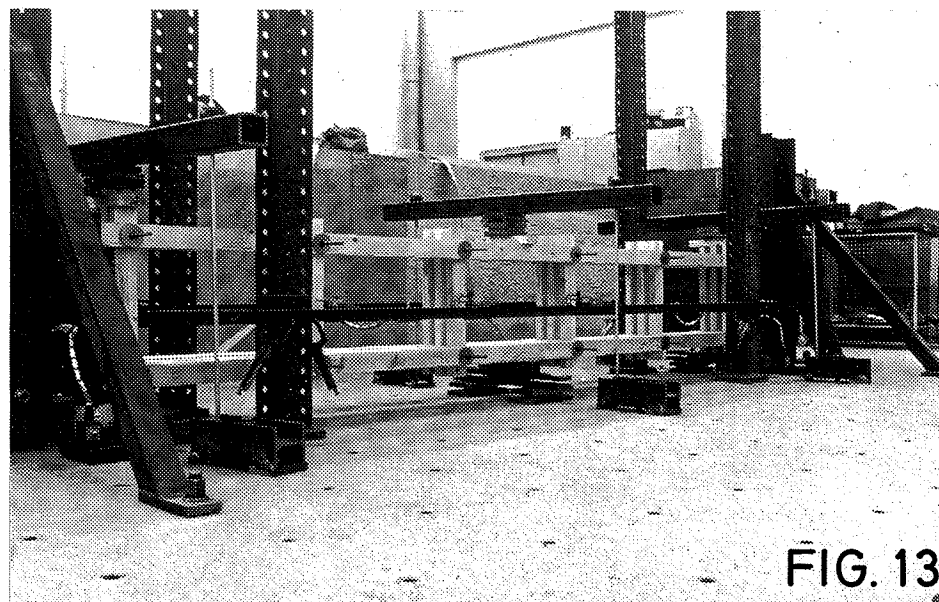
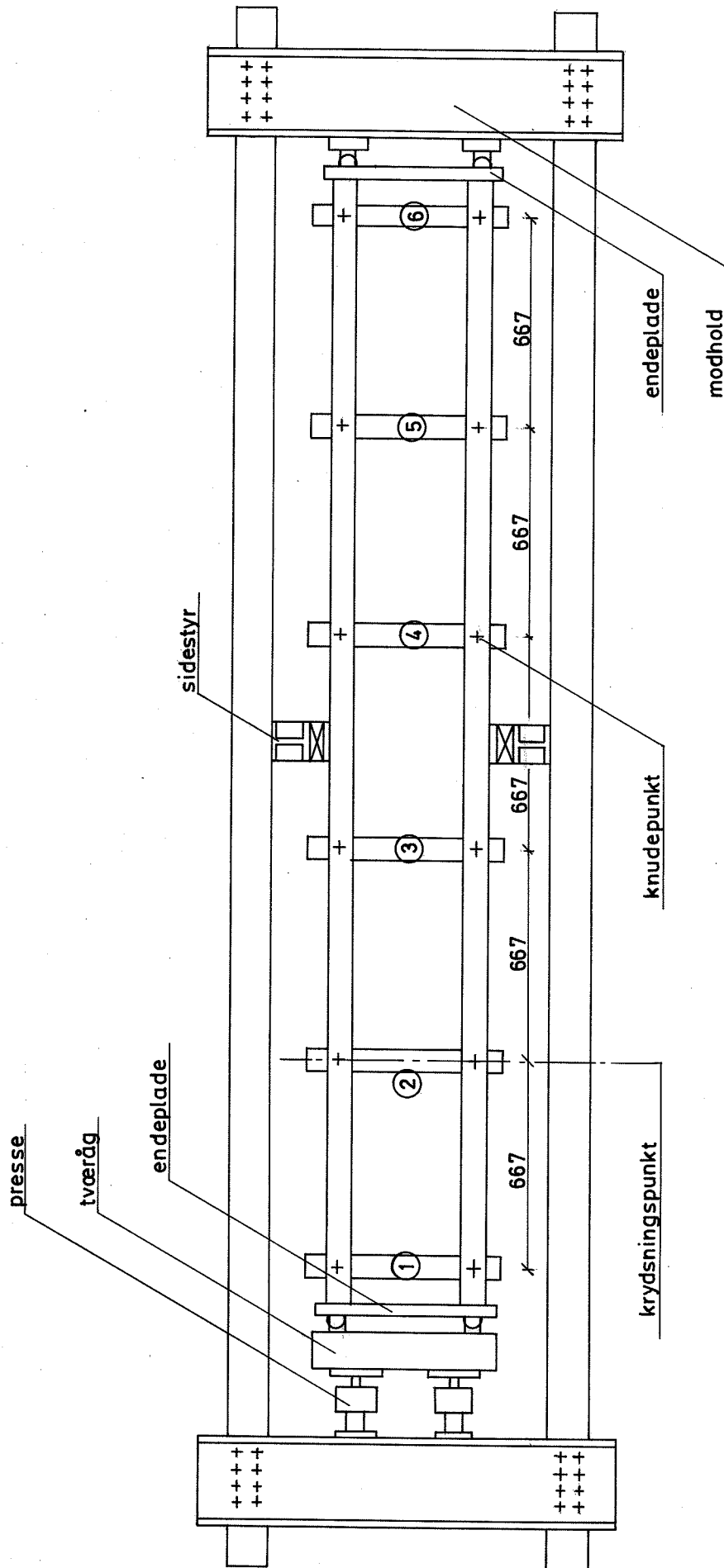


FIG. 13



SØJLEFØRSOGSOPSTILLING  
MED TRÆLAST

FIG. 14

#### Søjleforsøg med tværlast - figur 14

I disse forsøg skete udbøjningen i lodret plan (og fortrinsvis nedad). Endepunkterne af forsøgselementet var ved forsøgets start understøttet på rullelejer. Der udførtes forsøg med to forskellige størrelser af tværlast på henholdsvis 0,25 og 0,5 kN pr. knude.

Størrelsesordenen var valgt ud fra nogle skitse-mæssige betragtninger over hvilke påvirkninger (forholdet mellem tværlast og normallast), der ville forekomme i en bue.

I forsøgene med den lille tværlast sikredes bjælkerne med udbøjning i vandret plan ved to sidestyr på midten af bjælken.

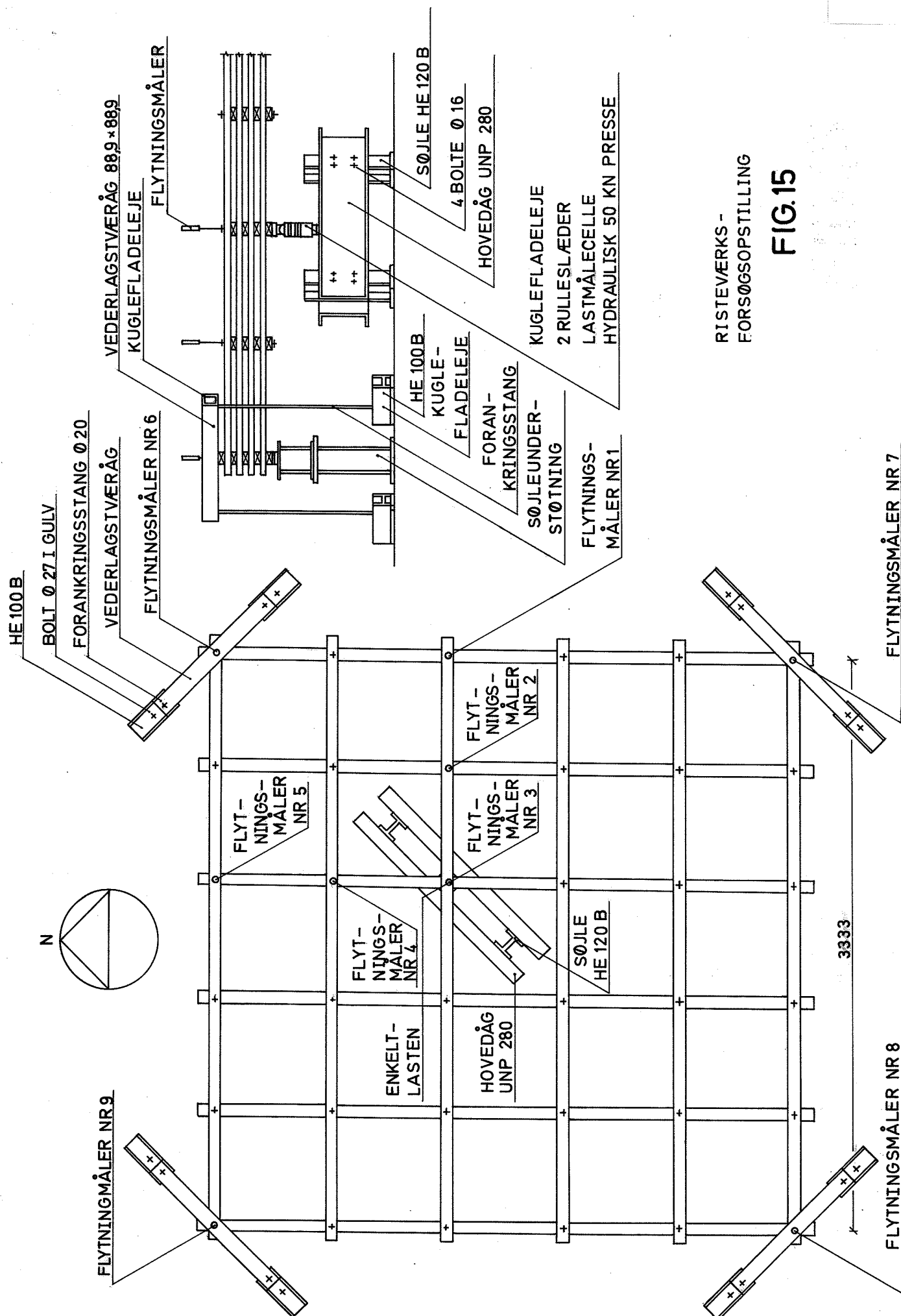
I de øvrige forsøg skønnedes tværlastens størrelse at være tilstrækkelig til sikring af, at søjlens deformation skete nedad.

Ved forsøgenes start påførtes først en søjlelast på ca. 10 kN. Den last sikrede, at søjlen ikke faldt ned af understøtningerne, når hele tværlasten dernæst påførtes i form af 25 kg lodder, lagt på krydsningspunkterne.

#### Risteværker - figur 15

Risteværkerne var anbragt vandret og påvirkedes af en lodret opadrettet punktlast  $P$ , hvorder ved hjælp af kugleleje-flader og to rulleslæder var tilstræbt en lodret lastpåføring af elementerne også i udbøjet tilstand.

Da forsøgselementerne, som tidligere nævnt, var ensartet opbygget, ville den mest hensigtsmæssige belastningsform være en jævnt fordelt fladelast (påført som lige store punktlaste), men grundet



RISTEVEKKS -  
FORSØGSOPSTILLING

FIG.15

forsøgstekniske problemer valgtes i stedet en punktlast.

I starten af belastningsserien var risteværkerne søjleunderstøttede i de 4 hjørner, disse understøtninger gav grundet friktion kun ringe mulighed for vandret bevægelse. Når reaktionerne senere i belastningsserien skiftede fortegn, var risteværkerne forankret til gulv på samme måde som bjælkerne med åg og trækstænger.

Opstillingen gav en fagvidde på 0,667 m og en afstand mellem understøtningerne på  $5 \times 0,667 = 3,33$  m.

Målingen af udbøjningen af de på figur 15 viste punkter skete direkte på boltene ved hjælp af flytningstransducere. Alle data blev via en scanner dels udskrevet på en datalogger, dels udlæst på hulstrimmel for videre behandling med edb.

Desuden måltes ved hvert forsøg træfugtigheden og rumtemperaturen.

Da der kun var et forsøgselement af hver type, udførtes flere belastningsserier med hvert forsøgselement.

De opnåede erfaringer fra forsøg, sammenholdt med de hidtil kendte beregningsmodeller, gjorde det meget svært at skønne en brudlast for lamelristeværket. Lasten påførtes derfor to gange i trin af 1,14 kN (samme trin-størrelse som benyttet i bjælkeforsøgene) til flydning af risteværkets hårdest belastede samling, bestemt udfra en subjektiv bedømmelse af risteværkets deformation og "knagen". Dernæst hurtig lastøgning til brud i trin af 3,41 kN.

## Forsøgsresultater

### Bjælkeforsøg

De første, simple beregningsmodeller, der blev opstillet, byggede på en antagelse om, at kraftforde-lingen i en fire-lamelkonstruktion kunne beskrives ved vierendeelanalogi (se i øvrigt side 43).

Ved de lave lasttrin observeredes da også for de boltede lamelbjælker den fra vierendeelalogien forventede s-krumning af lamellerne.

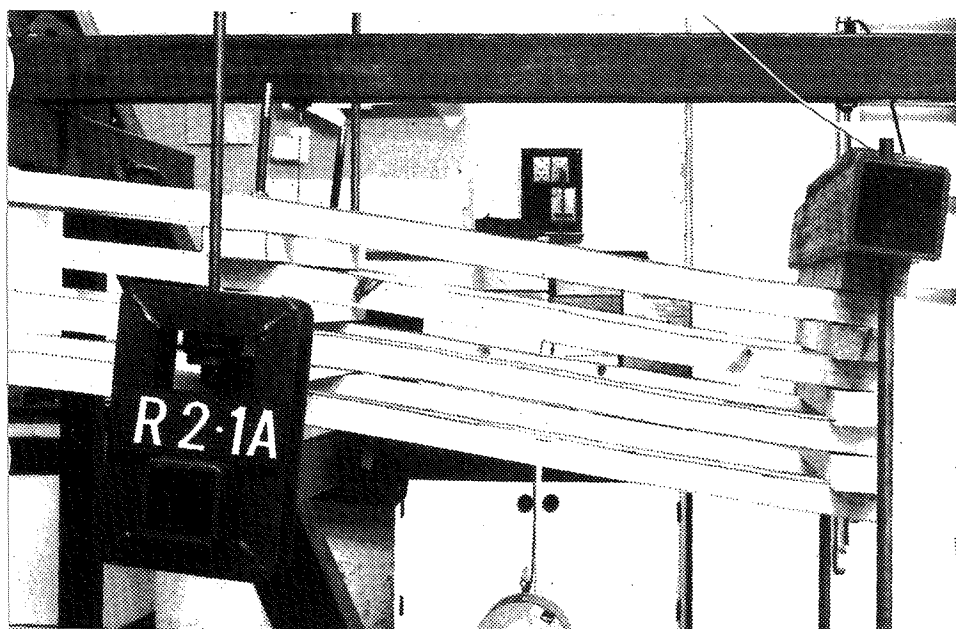


FIG. 16

Denne "vierendeelvirkning" aftog dog efterhånden som lasten blev forøget, og samlingerne begyndte at glide.

Den første boltede lamelbjælke blev belastet 2 gange uden at bryde til pressen gik i bund ved henholdsvis 25 og 29 kN. Den anden boltede lamelbjælke blev belastet til 29 kN uden at bryde.

Forsøgsbjælkerne stod derfor en time under belastning, svagt faldende efterhånden som træets visco-elastiske egenskaber gjorde sig gældende. Ved den

første boltede lamelbjælke flækkede den øverste lamel (i træksiden) i midterfaget, hvor lamellen var svækket af en nedfræset underlagsskive. Det lykkedes ikke at bringe den anden boltede lamelbjælke til brud.

Der bemærkedes dog efter forsøget et forskydningsbrud i en af de næstyderste samlinger.

Maksimalpilhøjden blev ca. 10 cm, og efter aflastning havde bjælkerne en blivende pilhøjde på ca. 5,5 cm.

Også for de limede lamelbjælker observeredes en tydelig vierendeelvirkning.

For den første limede lamelbjælke bemærkedes ved en last på 7 kN det første tydelige brud, limen/træet var revnet ved næstyderste samling. Ved yderligere lastøgning brød bjælken.

Den anden limede lamelbjælke begyndte ved en last på 7 kN at knage heftigt, og da lasten nåede op på 11 kN, gik samlingen mellem de mellemste lameller i næstyderste samling, og det var tydeligt, at gevindjernene var begyndt at overføre trækraften i samlingen.

Maksimalpilhøjden for den anden limede lamelbjælke blev ca. 11 cm.

Allerede ved en last på 11 kN brød limen i kassebjælkens samlinger mellem krydsfinér og flanger, og kun gevindjernene i krydsningspunkterne forhindrede et næsten uvarslet brud.

### Søjleforsøg

Som forventet var lamelsøjlerne "slappere" og havde mindre bæreevne end kassesøjlerne.

"Rene søjleforsøg" Ved de "Rene søjleforsøg" med lamelsøjlen måtte forsøget standses ved en totallast på 175 kN og en maksimaludbøjning på ca. 6 cm på grund af forsøgstekniske vanskeligheder.

Ved andet "rene" søjleforsøg med lamelsøjlen lastedes op til en totallast på ca. 185 kN, uden at søjlen begyndte at flyde. Pressen var da gået i bund, og det var ikke muligt at øge lasten. Maksimaludbøjningen var da ca. 12 cm.

Kassesøjlen fik i det "rene" søjleforsøg kun en udbøjning på 2 mm ved en totallast på ca. 185 kN.

#### Søjleforsøg med lille tværlast

**Lamelsøjle** På lamelsøjlen flækkede øverste lamel (i midterfaget) under oplastningen på grund af friktionen mellem søjlen og det ene sidestyr. Da erfaringerne fra bjælkeforsøgene viste, at det er samlingernes bæreevne/stivhed, der er afgørende for forsøgselementernes samlede bæreevne/stivhed, skønnedes dette brud ikke at have betydning for forsøgsresultaterne.

Ved en totallast på ca. 68 kN begyndte søjlen at flyde, og det var ikke muligt at øge søjlelasten. Udbøjningerne voksede nu så hurtigt, at måleurene ikke kunne følge med, hvorfor udbøjningen måltes med en tommestok. Den maksimale udbøjning blev ca. 19 cm - den blivende udbøjning var ca. 9 cm.

Efter forsøget konstateredes 4 forskydningsbrud i de tværgående lameller, hvoraf de 3 var sket i de yderste krydsningspunkter, og det sidste i næstyderste krydsningspunkt.

Desuden var der på de steder, hvor de store vinkeldrejninger havde optrådt (d.v.s. ved søjlens ender), sket en indpresning mellem lamellerne, men fibrene i lamellerne var dog ikke knuste.

**Kassesøjle** Kassesøjle's udbøjninger var i starten meget små, nogle af søjle's punkter begyndte at bøje opad på trods af tværlasten.

Dette kan skyldes, at søjlen i sig selv var vredet, desuden blev opklodsningen ved endepunkterne ikke fjernet under forsøget. Søjlen begyndte ved en totallast på ca. 140 kN og en maksimaludbøjning på 2,4 mm at bryde, lasten faldt til ca. 90 kN, hvorfra det ikke var muligt at laste videre op.

#### Søjleforsøg med stor tværlast

**Lamelsøjle** I begge søjleforsøg med den store tværlast var de to sidestyr fjernet.

Ved forsøget med lamelsøjlen lastedes op til en totallast på ca. 45 kN og en maksimaludbøjning på 29 mm, hvorefter søjle's udbøjninger begyndte at vokse så hurtigt, at søjlen var begyndt at flyde.

Det var efter forsøget ikke muligt at konstatere forskydningsbrud i de tværgående lameller. Ved begge søjleforsøg med tværlast faldt lamelsøjle's udbøjninger til ca. halvdelen ved aflastning.

**Kassesøjle** Limen mellem lameller og krydsfinér begyndte at bryde ved en totallast på ca. 90 kN og en udbøjning på 8 mm, hvorefter søjlen pludselig knækkede ud i vandret plan. Bruddet i den øverste lamel i midterfaget i søjle's overside (trykside) skete ved en stor knast.

#### Risteværker

For 4-lamel-risteværkerne bemærkedes i alle fire fag omkring enkeltlasten nogle meget store krumninger i alle fire lameller, men der var også en bemærkelsesværdig variation over disse krumninger, hvor de øverste lameller (påvirket til træk) havde

de største krumninger. Det var da også den næstøverste lamel over P (overflange i N-S-retningen), der først brød, ved lamelristen for P lig 14,4 kN og ved den forstærkede lamelrist for P lig 22,7 kN.

De retningsgivende tøjningsmålere, anbragt i et fag ved enkeltlasten, viste (i modsætning til bjælkeforsøgene) en tydelig normalkraftpåvirkning af de to mellemste lameller i bjælketværsnittet, dette skyldes dog nok den ekstreme belastningsform.

Efter brud af den forstærkede lamelrist observeredes ingen steder "slip" mellem krydsfinér og lameller.

Ved kasseristeværkerne var krumningen af den nederste lamel (påvirket til tryk) større end krumningen af den øverste lamel over P. Bruddene skete dog også her i træksiden, hvor øverste lamel over enkeltlasten (overflange i Ø-V-retningen) brød ved en værdi på 14,4 kN for kasseristen og på 14,2 kN for den forstærkede kasserist.

At brudværdien for kasseristen var højere end brudværdien for den forstærkede kasserist skyldtes, at selv om der ved kasseristen blev konstateret en mindre flækning i næstøverste lamel over enkeltlasten, blev denne lamel ikke udskiftet. Den forstærkede kasserist var da fra starten svækket.

## Diskussion af forsøgsresultater

### Generelt

De her udførte forsøg har vist, hvor forskellig lamelristens og kasseristens brudformer var. Kasseristen havde et næsten uvarslet brud, hvor næsten hele bæreevnen pludselig forsvandt, mens lamelristen langsomt begyndte at flyde.

Det virker derfor ikke rimeligt at kræve samme sikkerhed over for bæreevnesvigt for de to konstruktionstyper. Forskellen mellem karakteristiske og regningsmæssige styrker for lamelristen bør derfor være mindre end forskellen for kasseristen.

### Genbrug

Opbygningen af forsøgselementerne viste, at det både for lamel- og kasseristen gælder, at man efter brud i de yderste lameller rimelig nemt kan udskifte disse, og dermed atter opnå den fulde bæreevne.

Ved brud i en lamelrists indre lameller har man andre muligheder for retablering af bæreevnen.

Man kan f.eks. påsømme krydsfinér på siderne af lamellerne til overførelse af forskydningskræfterne, da forsøgene viste, at de midterste lameller kun i ringe grad medvirker til optagelse af det ydre moment.

### Bjælker

Arbejdskurverne er optegnet for den gennemsnitlige udbøjning ( $u$ ) af forsøgsbjælkernes 2 midterste tværlameller.

For sammenligning med beregningsmodeller, se side 62. Den store indpresning, der ved belastning sker mellem lamellerne i den limede lamelbjælkes krydsningspunkter, bevirkede, at de to forskellige la-

melbjælkers stivhed var forholdsvis ens ved de lave lasttrin. På trods af den limede samlings forskydningsstivhed (stivhed overfor forskydningskræfter) er langt større end den boltede samlings forskydningsstivhed.

Ved de lave lasttrin var kassebjælken som forventet en del stivere end 4-lamelbjælken. De boltede lamelbjælkers bærevne (over 25 kN) var derimod langt større end kassebjælkerne. Medvirkende hertil var dog den ekstra styrke, som lamelbjælkerne opnåede, da de begyndte at virke som membrankonstruktioner grundet deres store udbøjning.

Den forholdsvis høje bæreevne af den ene limede lamelbjælke skyldtes gevindjernene ( $\varnothing 6$  mm), der allerede ved en last på 9 kN (arbejdskurvens krumning begynder at vokse) begyndte at overføre forskydningen i de samlinger, hvor limen var brudt. Gevindjernene forhindrede det næsten uvarslede brud, som den anden limede forsøgsbjælke fik.

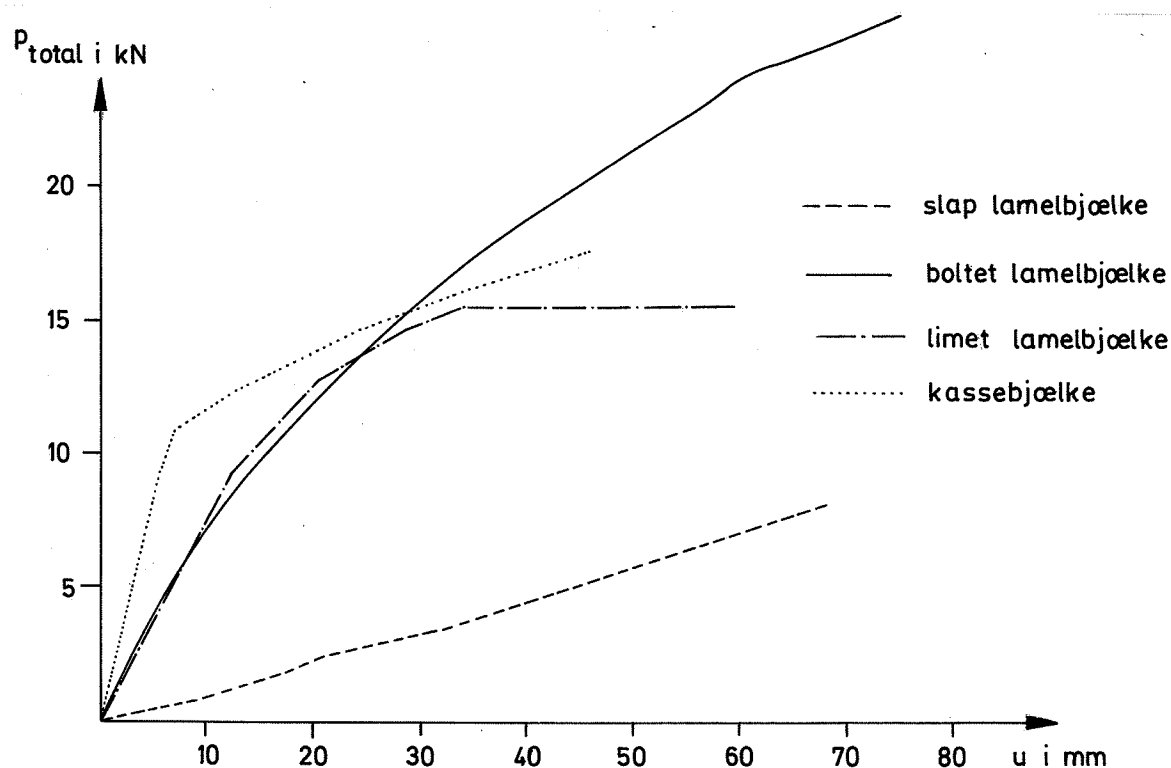


FIG. 17

Ved optegningen af arbejdskurven for den første boltede lamelbjælke er der set bort fra de blivende deformationer ved genbelastningen. Det ses, at under denne forudsætning stiger stivheden mærkbart ved genbelastning. Den boltede lamelbjælke var dog stadig slappere end kassebjælken.

### Søjler

Det er gennemsnittet af deformationerne ( $u$ ) fra forsøgselementernes to midterste tværlameller, der er benyttet ved optegningen af forsøgsresultaterne fra alle søjleforsøgene. For sammenligning med beregningsmodellernes resultater, se side 62 og 65.

"Rene"  
søjleforsøg

Forsøgsresultaterne for det "rene" søjleforsøg med kassesøjlen er ikke optegnet, da udbøjningerne var så små i forhold til måleusikkerheden, at kurven må betragtes som lodret.

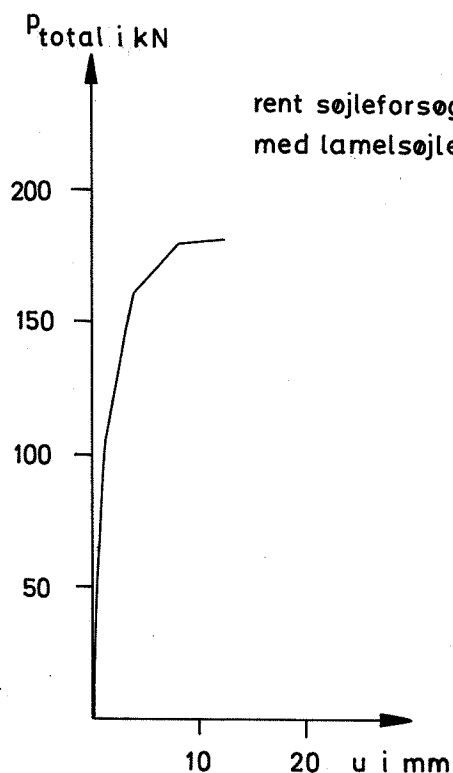


FIG.18

Kassesøjlels brudform er uvarslet. Man kan derfor ikke udfra forsøget skønne en søjlebrudlast. Det er resultaterne fra det andet "rene" søjleforsøg med lamelsøjlen, der er benyttet ved optegningen. Under forsøget virkede det, som den maksimalt påførte søjlelast på 185 kN ikke var meget under lamelsøjlels brudlast. Denne skønnes derfor at ligge omkring 200 kN.

Deformationskurvens fald i hældning ved ca. 180 kN skyldes, at lamelsøjlen lå i forsøgsopstillingen gennem længere tid med konstant last.

Søjleforsøg med tværlast Ved søjleforsøgene med tværlast lå forsøgselementerne vandret i forsøgsopstillingen, og deformationen foregik i lodret plan. Det var derfor nødvendigt at påføre en smule søjlelast ( $\Delta P_{\text{total}}$ ), for at kunne optage forsøgselementernes deformationer fra tværlasten.

Ved optegningen af arbejdskurverne fra disse forsøg er søjlelastens ( $P_{\text{total}}$ ) nulpunkt valgt som  $\Delta P_{\text{total}}$ . Påføringen af tværlasten gav lamelsøjlen en større forhåndsdeformation end kassesøjlen.

Søjleforsøg med lille tværlast Hældningen af de to forskellige søjletypers arbejdskurver var forbavsende ens ved de lave lasttrin, da man ud fra bjælkeforsøgene kunne forvente, at lamelkonstruktionen ville være langt slappere end kassekonstruktionen over for tværlast.

Kassesøjlen brød ikke fuldstændigt i dette forsøg, men alligevel skete faldet i lastbæreevnen (fra 140 til 90 kN, ikke vist på arbejdskurven) meget hurtigt og næsten uvarslet. Restbæreevnen var dog større end lamelsøjlels maksimale bæreevne på  $P_{\text{total}}$  ca. lig 65 kN.

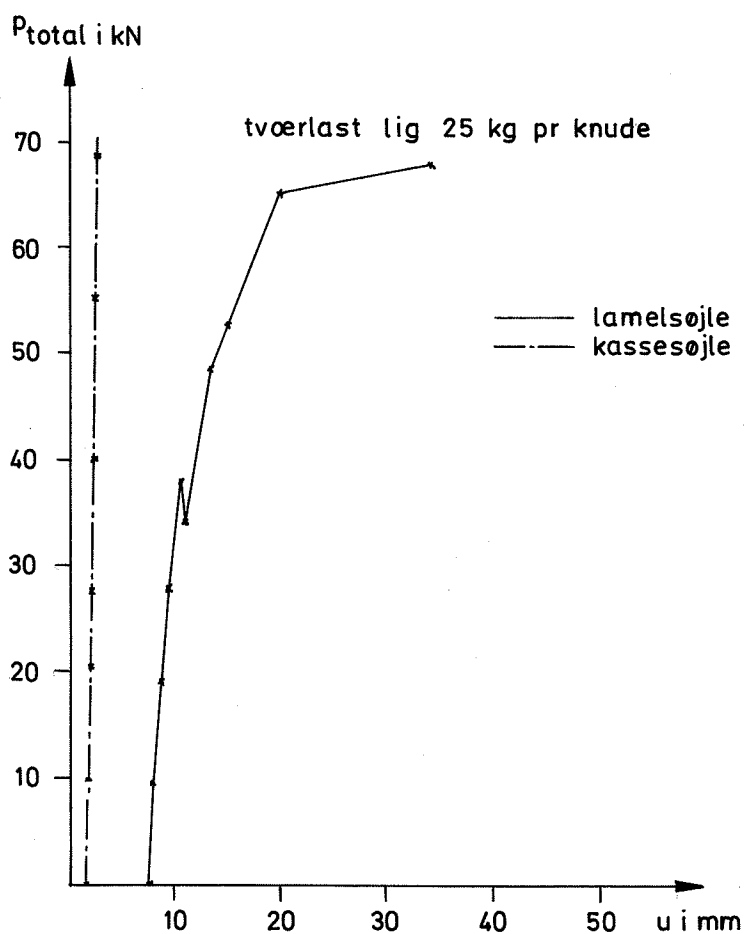


FIG. 19

Søjleforsøg  
med stor  
tværlast

Den større tværlast betød mest for lamelsøjle's  
stivhed, der faldt mærkbart i forhold til forsøget  
med den lille tværlast.

Kassesøjle's stivhed faldt ikke nævneværdigt. I for-  
hold til forsøget med den lille tværlast var det %-  
vise fald i den totale bæreevne ens for de to søjle-  
typer (65 - 70%).

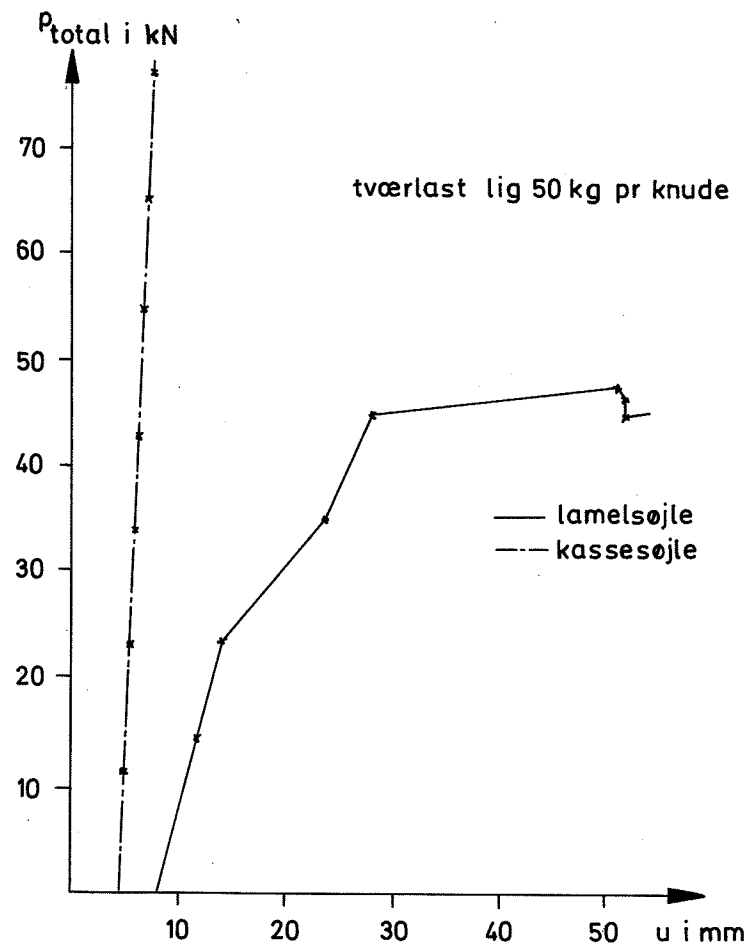


FIG. 20

### Risteværker

Ud fra denne forsøgsserie med en enkeltkraft ønske-  
des en vurdering og sammenligning af disse riste-  
værkers "opførsel" under en jævnt fordelt belast-  
ning. Den gennemsnitlige deformation ( $u$ ) af måle-

punkterne tættest ved risteværkets rande benyttes derfor ved optegningen af arbejdskurverne, da disse punkter havde den mindst ekstreme belastning.

Af arbejdskurverne for 4-lamelristeværkerne fremgår klart, at påsømmningen af krydsfinéren (lamelrist til forstærket lamelrist) og dermed en forøgelse i materialeforbruget på ca. 15% giver en forøgelse af risteværkets stivhed på ca. 200% og af bæreevnen på ca. 60%, altså en markant forbedring.

Ved fjernelse af de to midterste lameller (fra lamelrist til kasserist) og dermed en formindskelse af materialeforbruget på ca. 40% opnås den samme stivhed, men ca. 40% mindre bæreevne.

Som tidligere omtalt kan arbejdskurven for den forstærkede kasserist ikke betragtes som repræsentativ. Igen bemærkes den forøgede stivhed ved genbelastning, for den forstærkede lamelrist på ca. 15% og for kasseristen ca. 13%.

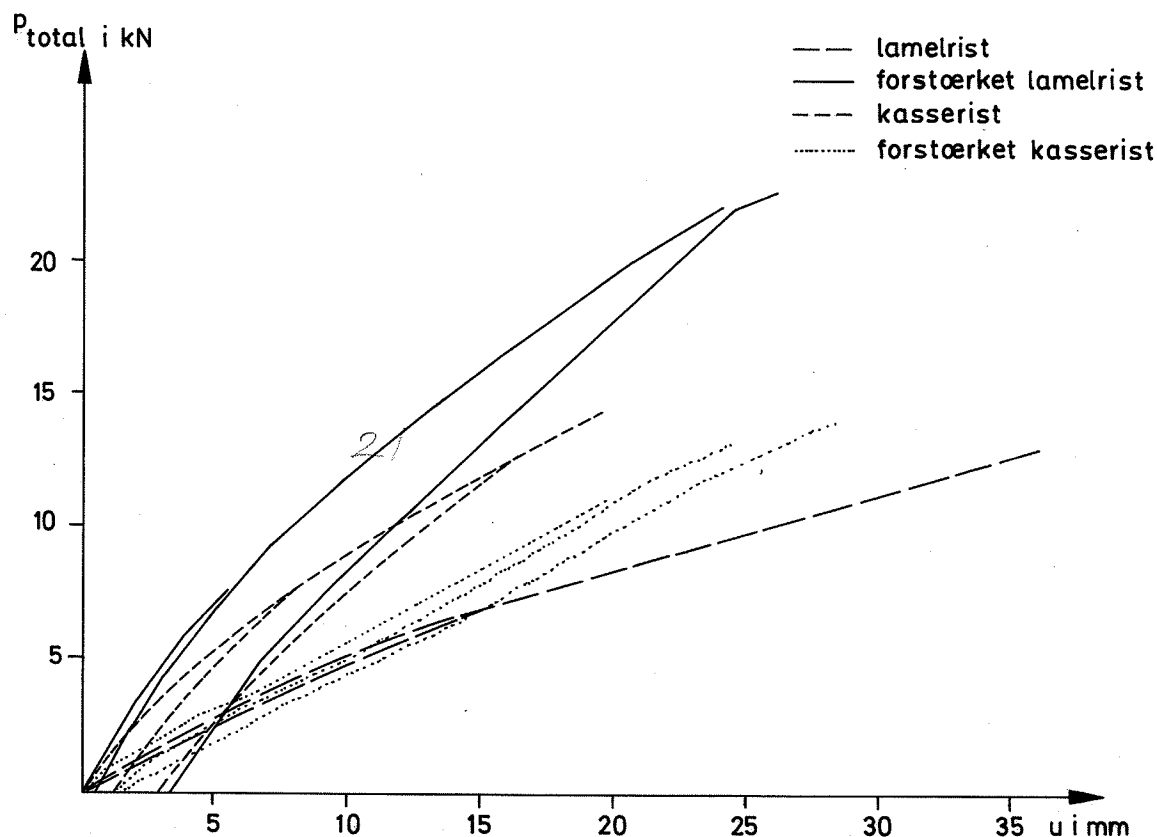


FIG. 21

## Forskydningsforsøg for l-snitssamlinger

### Indledning

Der udførtes forskydningsforsøg for samlingen med bolt og mellemlæg for at fastlægge en værdi for samlingens forskydningsstivhed til brug ved opstillingen af beregningsmodeller.

Projektet indeholdt også udviklingen af en drejbar samling. I litteraturen var flere steder nævnt Splitringe, disse var nu udgået af produktionen. Et stykke overskåret sømløst vandrør kom meget tæt på en Splitrings udformning, og der udførtes derfor tilsvarende forskydningsforsøg med denne samlingstype.

Forskydningsforsøgene udførtes med l-snits-samlinger. Disse samlingers påvirkning var søgt tilnærmet de påvirkninger, samlingerne i et risteværk udsættes for, ved overførsel af forskydningskræfterne mellem lamellerne.

### Forsøgselementer

Alle forsøgselementer var opbyggede af to tværstil-lede træstykker (bjælke og søjle, 34 x 70 mm). De var sammenspændt med en 12 mm bolt ( $\varnothing$  12 mm boltehul) og underlagsskiver  $\varnothing$  74 mm, t lig med 7 mm, tilsvarende de underlagsskiver, der blev brugt i de boltede lamelbjælker.

Alle forsøgselementer blev spændt til med skruenøgler, så friktionen mellem træet har også bidraget til samlingens stivhed.

To af forsøgselementerne havde et 50 x 50 mm stjernemellemlæg indpresset mellem bjælke og søjle. De to øvrige forsøgselementer havde et 15 mm langt sømløst vandrør ( $D_y = 42,9$  mm,  $t = 3,9$  mm) i et nedfræset spor ( $D_y = 46$  mm,  $t \sim 6$  mm). Øvrige dimensioner fremgår af figuren.

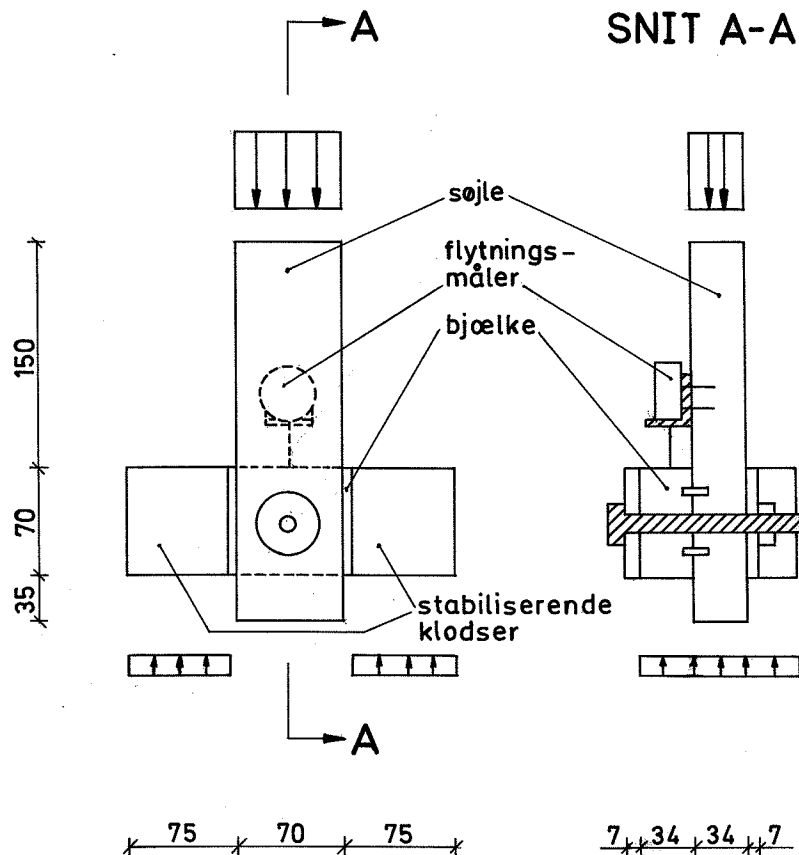


FIG. 22

For at undgå kipning af bjælken er der i begge dens ender pålimet stabiliserende klodser.

#### Forsøgsopstilling og beskrivelse

Forsøgselementet anbringes i en 6 tons MAN-trykpresse (mindste skala-inddeling 20 kp) med bjælkeenderne understøttet på jernklodser. Et Mercer måleuret er monteret på "søjlen" og måler flytninger af bjælken i forhold til søjlen direkte på bjælken. Opstillingen fremgår af foto. Lasten søgtes påført med en hastighed svarende til belastningshastigheden under bjælkeforsøgene svarende til trin af 120 kp pr. 2 minut.

Ved hvert lasttrin er udbøjningen konstant. På lasttrin med belastninger over ca. 600 kp falder lasten til ca. 75% af begyndelsesværdien. Lasten aflæstes derfor lige efter hver lastpåførsel og lige før næste lastpåførsel. Ved behandlingen af forsøgsdata er anvendt middelværdien af de to aflæsninger.

Ved det ene forsøg med mellemlæg udførtes 2 genbelastninger, de øvrige forsøg udførtes med 1 genbelastning, - alle forsøg førtes til brud/flydning.

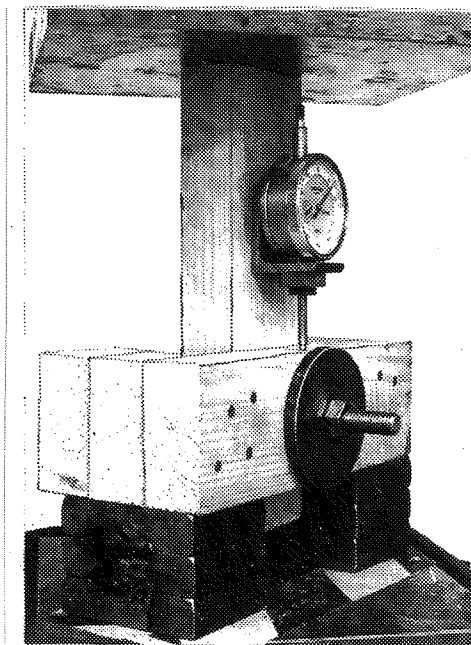


FIG. 23

#### Forsøgsresultater og diskussion af arbejdskurver - figur 24

|                      |                                                                                                                                                                    |
|----------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Mellemlæg<br>og bolt | Ved første forsøgselement var mellemlægget helt indpresset, træet virkede blødt. I det andet var mellemlægget derimod ikke helt indpresset, da træet var kerneved. |
|----------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

På arbejdskurverne ses den store betydning, træets styrke har for samlingens stivhed, da samlingen med det kun delvist indpressede mellemlæg var en del stivere end den anden.

Brudformen var for begge forsøgselementer flækning af bjælkens underside. Dette var at forvente, da der var anvendt en for lille dimension af bjælken i forhold til mellemlæggets krav hertil ud fra Trænormens krav om mindsteafstande.

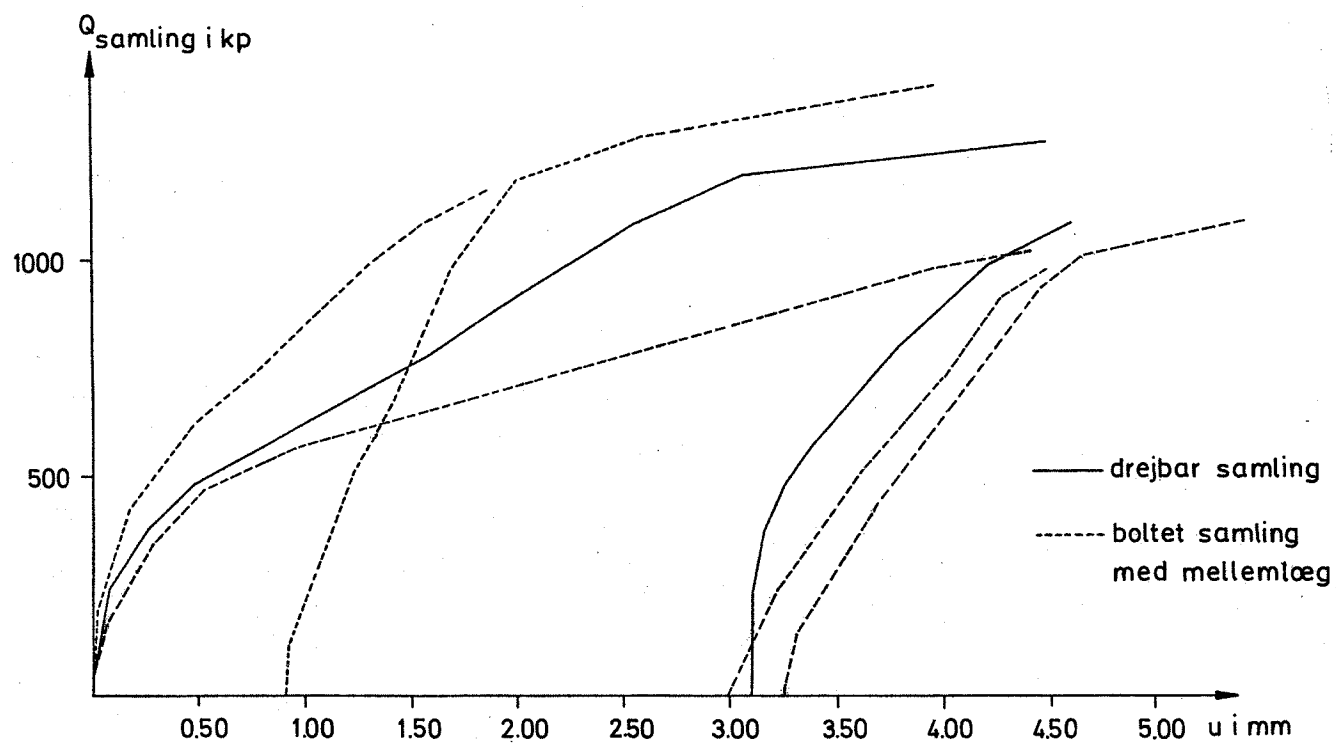


FIG. 24

## Drejbar

De to drejbare samlingers arbejdskurver er næsten ens og ligger mellem arbejdskurverne for samlingerne med mellemlæg.

Ved genbelastningen af den ene drejbare samling ses, at samlingen allerede ved første oplastning nærmest var brudt, alligevel viser arbejdskurven en markant forbedring af stivheden ved genbelastning, fuldt på højde med, hvad der opnås ved genbelastning af samlinger med mellemlæg.

Den ene drejbare samling fik samme brudform, som samlingerne med mellemlæg, nemlig ved brud i bjælkens underside, mens den anden samling blot begyndte at flyde.

Som det fremgår af figur 25, var der i begge forsøgselementer revner på langs i bjælken, hvorimod de inderste runde træstykker ikke var løsnet.

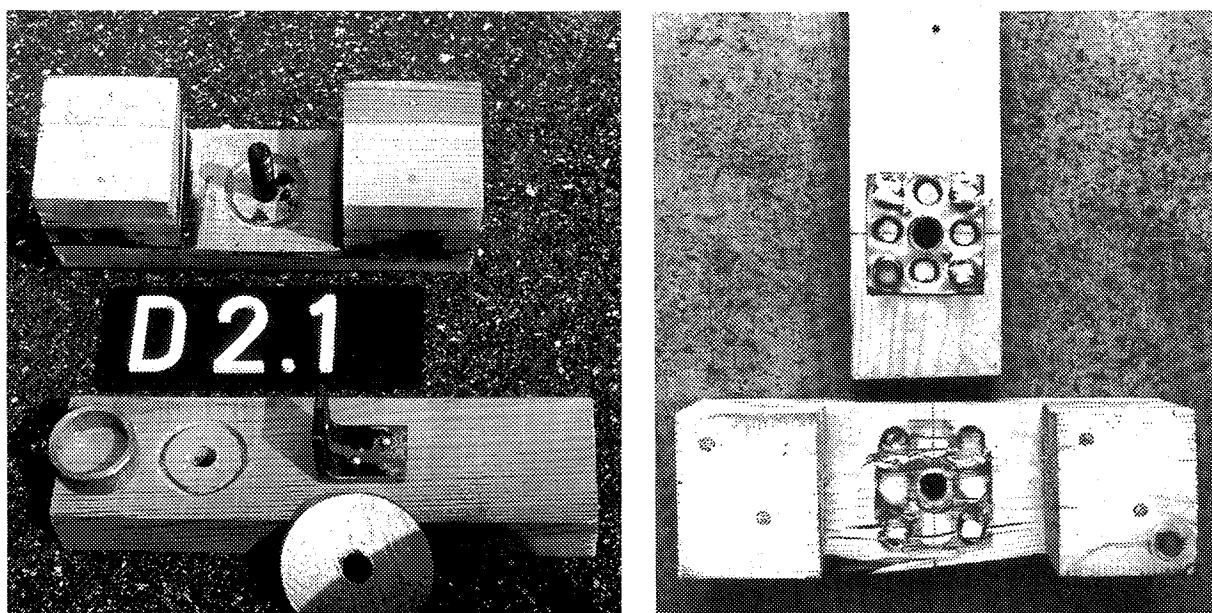


FIG. 25

## Konklusion

Udfra det sparsomme forsøgsmateriale fremgår, at de to samlingstypers egenskaber med hensyn til styrke og stivhed tilnærmelsesvis er de samme.

De drejbare samlinger stiller ikke mærkbare krav til nøjagtigheden ved udførelsen af elementerne, men desto præcisere det er muligt at udfræse hullet til ringen, desto stivere vil samlingen blive.

Desuden vil et risteværk, opbygget med disse drejbare samlinger være langt mindre tidskrævende at konstruere og sammenspænde end et tilsvarende med de "traditionelle" samlinger.

Boltenes bidrag til samlingernes stivhed og samlingernes egenskaber under langvarige samt vekslende belastninger er ikke undersøgt.

### Måling af E-modul

En forudsætning for en rimelig teoretisk behandling af alle forsøgsdata var kendskab til det for udbøjningen relevante E-modul for træet.

Da der ikke kunne udføres en større forsøgsrække, fik så mange parametre som muligt samme værdi ved disse forsøg som ved de øvrige forsøg, nemlig

- samme spændvidde på 3,33 m
- samme krumnings-(lastpåførings) hastighed 0,017 N/s
- samme trædimensioner  $b \times h = 70 \times 34$  mm
- samme ydre klimatiske forhold. Forsøgsserierne foregik i videst muligt omfang sideløbende i samme lokale.

Endvidere bestræbes i størst muligt omfang så klart definerede understøtnings- og lastpåføringsforhold som muligt.

E-modulet blev målt for 3 forsøgselementer, og gennemsnitsværdien blev  $15.389 \text{ N/mm}^2$ , med en spredning på  $578 \text{ N/mm}^2$ , hvorfor der i behandlingen af forsøgsresultaterne brugtes et  $E_{\text{korttids, bøjning}}$  på  $15.400 \text{ N/mm}^2$ .

## TEORI OG BEREGNINGSMODELLER

### Resumé

I nærværende kapitel gennemgås de beregningsmodeller, der ligger til grund for den teoretiske behandling af 4-lamels-sammensatte træbjælker, -søjler og risteværker, i relation til de udførte forsøg.

Der gennemgås ikke eksplicit beregningsmodeller for risteværker som sådan, men med kendskab til de her behandlede beregningsmodeller kan risteværker beregnes.

Grundet det lille forsøgsmateriale kan beregningsmodellerne generelt ikke "eftervises", men deres rimelighed kan anskueliggøres.

Der er endvidere anført kurver for sammenligninger af beregnede og målte udbøjninger ved bjælkeforsøg (sammenligninger ved risteværker findes i [1]).

## Bjælker

Ved opstilling af teoretisk beregningsapparat blev der arbejdet ud fra to forskellige grundidéer:

Den ene var at opstille et simpelt tilnærmet beregningsapparat, der blev baseret på statiske overvejelser om konstruktionens "adfærd" under belastning, og iagttagelser af konstruktionens "adfærd" under forsøgene.

Den anden var at opstille et mere eksakt og dermed avanceret beregningsapparat, der blev baseret på løsning af de differential (differens) ligninger, der beskriver bjælkers deformations- og spændingsrelationer.

Den teoretiske baggrund er gennemgået i detaljer i [1].

## Generelle betragtninger

Der er i det følgende behandlet 4-lamel, sammensatte træbjælker, hvis geometriske opbygning fremgår af figur 26. Den geometriske form svarer til forsøgsbjælkerne med samlinger, udført henholdsvis med gevindjern, bolte + mellemlæg og limede samlinger.

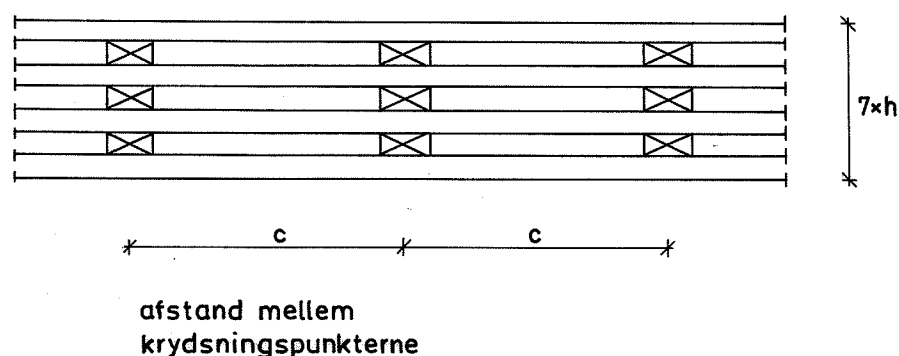


FIG. 26

Når man arbejder med sammensatte træbjælker, d.v.s. bjælker bestående af flere konstruktionselementer samlet med mekaniske forbindelsesmidler eller limning, er det indlysende, at samlingsmetoden og

forbindelsesmidlernes stivhed er af afgørende betydning for bjælkens stivhed, og for hvorledes kræfterne fordeler sig over bjælkets tværsnittet.

Der erindres endvidere, at samlingernes forskydningsmodul ( $k_s$ , forholdet mellem belastning og glidning), d.v.s. stivhed, er afhængig af belastningen (se figur 28: Arbejdskurve for samling), dette gælder dog ikke for limede samlinger.

### Simple modeller

#### Snitkræfter

Der er anvendt en vierendeel analogi ved opstilling af beregningsmodellerne, idet der indlægges charnierer i alle lameller midt mellem to knudepunkter, og charnierer i alle vertikaler mellem to lameller (sidstnævntes placering er dog variabel).

Endvidere antages det, at bjælken virker symmetrisk om sin tyngdepunkts-akse.

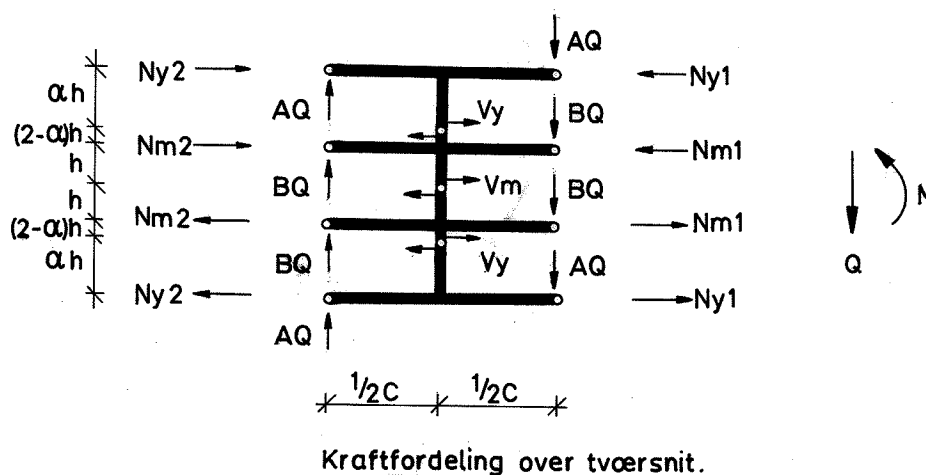


FIG. 27

#### Model 1

Først betragtes samlingerne som uendeligt stive (svarende til limede samlinger).

Det kan være rimeligt at antage, at normalkraften fordeler sig "elastisk" over tværsnittet ("plane snit forbliver plane"), endvidere antages det, at forskydningskraften fordeler sig ligeligt over tværsnittet.

Heraf findes:

$$N_y = 3 \cdot N_m = \frac{3}{20} \frac{M}{h}$$

$$A = B = \frac{1}{4}$$

$$\alpha = \frac{5}{3}$$

$$V_y = \frac{3}{20} \frac{c}{h} Q$$

$$V_m = \frac{4}{20} \frac{c}{h} Q$$

## Model 2

Betragtes samlingernes bæreevne som dimensionerende - uden at disses bæreevne undersøges her - vil det være rimeligt at anvende en beregningsmodel, hvor alle samlingerne i et givent snit bliver lige hårdt belastet (og dermed får samme glidning), d.v.s. jævnfør figur 27:

$$\left. \begin{array}{l} V_y = V_m \\ \alpha = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$A = 1/6, \quad B = 1/3$$

$$N_{y1} = \frac{1}{6} \cdot \frac{M}{h}$$

$$N_m = 0$$

## Sammenligning

En sammenligning af model 1, model 2 og andre beregningsmodeller, baseret på  $\alpha = 1$  og forskellige (A,B)-værdier samt en EDB-analyse, viser, at model 2 vil være den beregningsmetode, der giver de mindste nødvendige tværsnitsdimensioner for  $c \leq 26 \cdot t$ , hvor  $t$  er den mindste lameldimension ( $h$  eller  $b$ ).

Da samlingerne i praksis sjældent kan betragtes som uendeligt stive (med undtagelse af limede samlinger),

vil det være nødvendigt at tage disses glidninger i betragtning.

Det påpeges, at dersom en samlings bæreevne er udtømt, behøver det ikke at betyde, at bjælkens bæreevne er udtømt, da der eventuelt vil kunne optages mere last ved ren bøjning af de enkelte lameller, eller ved membranvirkning i den deformerede krumme bjælke.

Som en simplificering af problemet opdeles den lodrette last i to dele, en del, der optages ved samvirkning mellem lamellerne (ved vierendeel virkning)  $P_1$ , og en del, der optages ligeligt af hver lamel ved ren bøjning (teknisk bjælketeori)  $P_2$ .

Ved en kraftfordeling af denne type vil model 2 være den bedste "nedre-værdiløsning" til bestemmelse af bjælkens bæreevne. (For  $c \leq 35 \cdot t$ ; for mindre værdier kan nedre-værdiløsningen ikke angives generelt).

### Beregningsmetode

En samlings flydelast ( $P_F$ ) defineres som den last for hvilken en samlings arbejdskurve begynder at krumme (hældningen nærmer sig vandret), se figur 28.

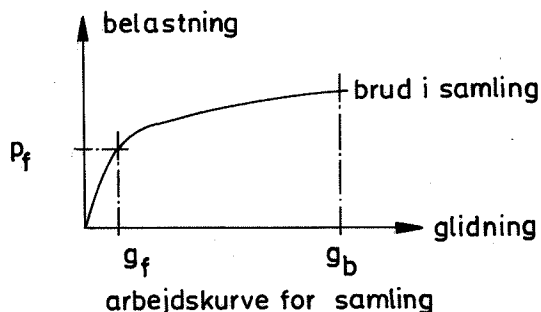
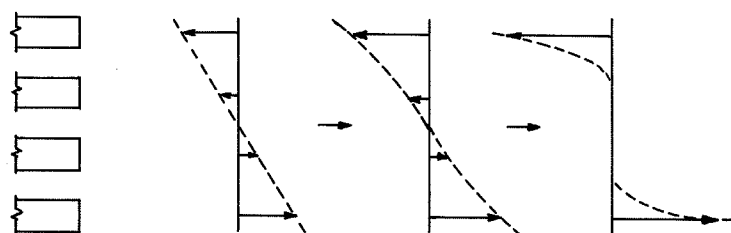


FIG. 28

Vi vil konkludere følgende: Ved beregning af kraftfordelingen over bjælkets tværsnittet er det rimeligt at antage, at så længe samlingerne opfører sig stift,

vil fordelingen kunne regnes svarende til model 1 (elastisk). Når forskydningskraften i samlingerne begynder at nærme sig flydelasten for disse, vil kraftfordelingen, for den del af lasten der optages ved samvirkning ( $P_1$ ), nærme sig model 2, mens den lastdel, der kan optages ved ren bøjning af lamellerne ( $P_2$ ), bestemmes udfra disses restbæreevne.



Skønnet kraftomlejring under oplastning for vierendeel virkning.

FIG. 29

Både de udførte forsøg og en EDB-analyse ved hjælp af "finite element method" underbygger det konkluderede. Ved anvendelsen af model 2 må der dog indføres en maksimal tilladelig værdi af  $P_2$ , som er bestemt ud fra samlingens "brudglidning" (se figur 28), idet den rene bøjning af lamellerne også giver anledning til en "glidning" mellem lamellerne ( $g_{mi}$ ), d.v.s.:

$$g_B \geq g_F (P_1) + g_{mi} (P_2)$$

Der foreligger dog ingen større analyse af  $g_F$  og  $g_B$  for boltede samlinger med mellemlæg.

Når bjælken indgår i en konstruktion, hvor udbøjningen er dimensionerende, vil det være rimeligt at dimensionere bjælken ved hjælp af model 1.

### Deformationsberegning

Generelt vil den totale udbøjning af en bjælke kunne skrives som

$$u = u_M + u_Q$$

hvor  $u_M$  er udbøjningen, hidrørende fra moment og omvendt proportional med det effektive inertimoment  $I_E$ , som igen er afhængig af forskydningsstivheden  $k_s$  bl.a.

$u_Q$  er udbøjningen hidrørende fra forskydningskraft-er og her regnet svarende til deformationen af lamellerne og vertikalerne, dersom samlingerne betragtes som stive (ved model 5 anvendes en anden definition). Udbøjningen hidrørende fra forskydningskraften er normalt forsvindende for tekniske bjælker, men af stor betydning for sammensatte bjælker.

Man kan skrive inertimomentet som

$$I_E = \sum i + (I_0 - \sum i) (T_1 - T_2/k_s)$$

hvor

$i$  : er den enkelte lamels inertimoment

$I_0$  : er inertimomentet for tværsnittet,  
dersom samlingerne er uendelig stive

$\left. \begin{matrix} T_1 \\ T_2 \end{matrix} \right\}$  er konstanter

Konstanterne ( $T_1$  og  $T_2$ ) vil være afhængige af træets E-modul, bjælkens geometri og belastningsform, men grundet emne-prioritering er denne sammenhæng ikke nærmere undersøgt (dette vil bl.a. kræve et større antal forsøg med varierende parametre).

De indgående konstanter kan da bestemmes ved hjælp af forsøg;  $T_1$  udfra forsøg med limede samlinger og derefter  $T_2$  ved hjælp af forsøg med bolte og mellem-lag, idet  $T_2$ -leddet beskriver stivhedsreduktionen hidrørende fra samlingernes eftergivelse.

Ved denne forsøgsserie viste  $T_1$  og  $T_2$  sig rimelig konstante, hvorved vi antager, at man kan beregne udbøjningen efter angivne metode.

## Eksakte modeller

En eksakt beregningsmodel vil kunne findes, dersom man løser de differensligninger, der kan opstilles for den samlede konstruktion (flytninger "elementerne" imellem etc.), sammenholdt med materialets konstitutive ligninger.

Da både løsningen af ligningssystemet og den derved fremkomne analytiske løsning vil være yderst kompliceret, vil det være praktisk at gøre en del tilnærmelser.

### Generelt

Første tilnærmelse er at regne samlingernes forskydningsstivhed ( $k_s$ ) konstant og ens for alle samlinger.

Da dette strider mod vor viden om  $k_s$ , betyder det, at de herved fremkomne løsninger kun stemmer overens med de "virkelige forhold", for netop den værdi af  $k_s$ , der svarer til en vægtet middelværdi af  $k_s$  for alle samlingerne ved et bestemt lastniveau.

Dette betyder dog ikke, at den praktiske anvendelse af de fremkomne løsninger nødvendigvis bliver forringet, da vi jo netop ofte dimensionerer med hensyn til extremens værdier.

Anden tilnærmelse er at regne samlingernes forskydningsstivhed jævnt fordelt over hele bjækelængden, svarende til indførelsen af et slags "forskydningslag" (se figur 30).

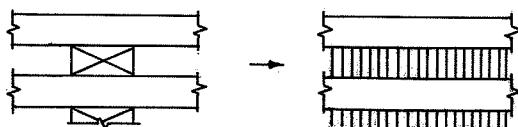


FIG. 30

Herved erstattes differensligningerne af differentialligninger.

Efter vurderinger vedrørende kræfternes fordeling over tværsnittet (se figur 29), samt tøjningsmålinger, er det klargjort, at elasticitetsteorien ("plane snit forbliver plane") ikke generelt kan anvendes til at beskrive bjælkens deformationer (hvilket betyder, at der mangler en fysisk relation til beskrivelse af sammenhængen mellem deformationer og snitkræfter).

Endvidere udtrykkes sammenhængen mellem forskydningsspændingen ( $\tau$ ), den totale udjævnete forskydningsstivhed ( $K$ ) og glidningen mellem lamellerne ( $g$ ) som

$$\tau = K \cdot g$$

### Model 3

Den følgende model blev i princippet opstillet af H. Granholm ("Sandöbrons bågsälling") [2].

Betragtes antallet af lameller så stort, at vi kan beskrive deformationsvariationen henover tværsnittet ved hjælp af en differentialligning som erstatning for den manglende "fysiske" relation, og antages der, at forskydningsspændingerne kan skrives som et produkt af to funktioner (se figur 31), kan de opstillede grundligninger (sammenhængen mellem deformationer og snitkræfter) derved løses ved hjælp af enkeltserier (uendelige hyperbolske rækker).

$$\tau = F(x) \cdot \phi(z)$$

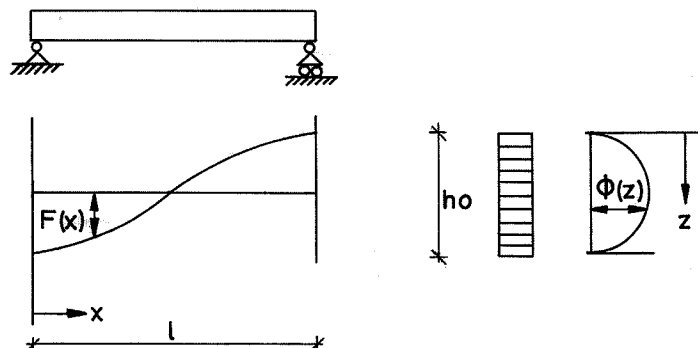


FIG. 31

Om tilnærmelsen med hensyn til indførelsen af differentialligningen angiver H. Granholm, at den derved fremkomne fejl er 10% for tværsnit med 3 lameller, og forsvindende for tværsnit med 4-5 lameller.

Udtrykket for normalspændingen i afstanden  $z_i$  fra bjælkens TP-akse skrives da som:

$$\sigma(z_i) = \sum_{n=1}^{\infty} \sigma_n(z_i) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6M_n}{bh_o^2} \cdot \psi_n \cdot \sinh \gamma z_i$$

idet også momentet ( $M_n$ ) ved hjælp af Fouriers udvikling kan udtrykkes som en uendelig række.

I praksis vil det dog "kun" være nødvendigt at summere indtil  $n = 9$ , og for symmetriske belastninger vil leddene for "n" lige være nul; hvorved beregningsmetoden vil være rimelig let at anvende.

En sammenligning af de fundne løsninger og forsøg viser en god overensstemmelse, idet  $k_s$  blev skønnet udfra arbejdskurver fra forsøg med en enkelt samling (se side 42).

Figur 29  
side 42

Denne model giver endvidere en kraftomlejring ved aftagende værdier af  $k_s$ , der i princippet svarer til den på figur 29 angivne.

#### Model 4

Ved denne model er der i stedet for elasticitetsteorien anvendt den antagelse, at forskydningskræfterne fordeler sig med forholdet A og B over tværsnittet, jævnfør figur 32 A, idet A og B regnes som værende konstante mellem to knudepunkter, hvilket svarer til en korrektion for antagelsen om, at forskydningsstivheden regnes jævnt fordelt og konstant langs hele bjælken.

Der indføres som ved "simple metoder" to "normalkrafts"-funktioner ( $N_1$  og  $N_2$ ). Ved hjælp af lige-

vægtsligningerne (se figur 32 A) og anvendelsen af elasticitets-teorien på lamellerne kan der opstilles et sæt differentialligninger til bestemmelse af  $N_1$  og  $N_2$  samt udbøjningen  $y$ .

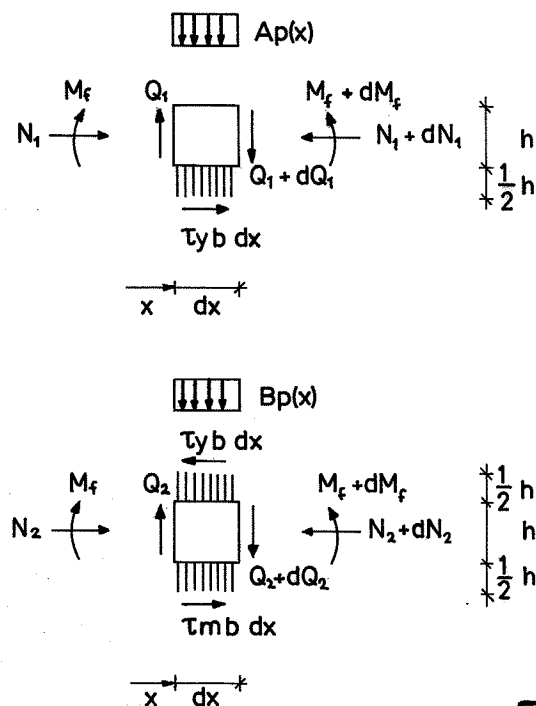


FIG.32A

Det forudsættes, at  $M_f$  kan udtrykkes som

$$M_f = -Eiy''$$

og der anvendes endvidere antagelserne

- at variationen i krumningen:  $y''' \sim 0$
- at glidningerne flangerne imellem ( $g_y$  og  $g_m$ ) kan udtrykkes ved forlængelsen, hidrørende fra normalkraften ( $f_1$  og  $f_2$ ) og vinkeldrejningen ( $y'$ ), se figur 32 B.

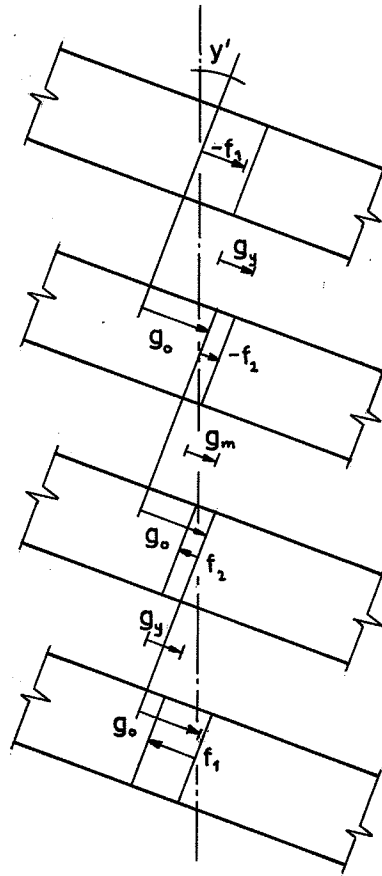


FIG. 32B

hvor

$$f'_i = \frac{df_i(x)}{dx} = \frac{N_i}{bhE} = \frac{\sigma_i}{E}$$

Man finder da løsningerne

$$\frac{3}{61} \frac{M(x)}{bh^2} = \frac{h}{I_0} \cdot M(x) = m_2 x^2 + m_1 x + m_0$$

$$\begin{aligned} \sigma_1(x) &= a_1 k_1 \cosh \beta_1 x + a_2 k_1 \sinh \beta_1 x + a_3 k_2 \cosh \beta_2 x \\ &+ a_4 k_2 \sinh \beta_2 x + 3m_2 x^2 + 3m_1 x + 3m_0 + \frac{238}{61} \frac{m_2}{\kappa^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_2(x) &= a_1 \cosh \beta_1 x + a_2 \sinh \beta_1 x + a_3 \cosh \beta_2 x \\ &+ a_4 \sinh \beta_2 x + m_2 x^2 + m_1 x + m_0 + \frac{120}{61} \frac{m_2}{\kappa^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Ehy &= \left( -\frac{1}{12} m_2 x^4 - \frac{1}{6} m_1 x^3 - \frac{1}{2} m_0 x + \frac{2502}{61} \frac{m_2}{\kappa^2} x^2 \right) \\ &+ \left( a_5 x + a_6 \right) + \left( a_1 \frac{k_3}{\beta_1^2} \cosh \beta_1 x + a_2 \frac{k_3}{\beta_1^2} \sinh \beta_1 x \right. \\ &\left. + a_3 \frac{k_4}{\beta_2^2} \cosh \beta_2 x + a_4 \frac{k_4}{\beta_2^2} \sinh \beta_2 x \right) \end{aligned}$$

$\kappa$ ,  $\beta_1$  og  $\beta_2$  er ligefrem proportionale med forskydningsstivheden.  $a_1$  er en belastningsafhængig konstant (bestemmes ved differentialligningernes randbetingelser,  $k_s \rightarrow \infty \Rightarrow a_1 \rightarrow 0$ ).

Bestemmes  $a_1$ , kan det indses, at for uendelig stive samlinger ( $k_s \rightarrow \infty$ ) svarer løsningen til den "sædvanlige" elastiske løsning.

Betragtes det generelle udtryk for udbøjningen, kan dette skrives som

$$y(x) = y_0(x) + y_Q(x) + y_{\text{kor}}(x)$$

hvor

- $y_0$  svarer til udbøjningen fra momentet alene (parameteren  $1/EI_0$ )
- $y_Q$  svarer til udbøjningen fra forskydningskraften (parameteren  $1/(\kappa^2 EI_0)$ ).

Denne har dog den ændring i forhold til det "sædvanlige" udtryk, at stivheden er en funktion af  $A_1$  og  $A_2$ , og dermed både en funktion af belastningsniveauet og stedet, hvorved der korrigeres noget for antagelsen om, at  $k_s$  er konstant langs bjælken.

- $y_{\text{kor}}$  svarer til et korrektionsled (og er negativ) til udbøjningen fra forskydningskraften (parameteren  $1/(\kappa^3 EI_0)$ ). Med voksende stivhed vil de hyperbolske led dog ophæve hinanden, hvorfor  $y_{\text{kor}}$  derfor forsvinder, mens  $y_Q$  stadig har en vis betydning.

De indførte antagelser medfører, at vi ikke generelt opfylder både de statiske og de fysiske betingelser (eksempel:  $N_2 = 0 \Rightarrow \tau_m = \tau_y$  statisk, men  $\tau_m \neq \tau_y$  fysisk).

Da man ikke kan bestemme  $A_i$  ved hjælp af beregningsmodellen alene (jævnfør indførelsen af disse), er disse søgt bestemt ved hjælp af vurderinger, baseret på en vierendeel analogi som under model 1 og 2, samt ved tilpasning mellem målte og beregnede udbøjninger.

Grundet det lille forsøgsmateriale har det dog ikke været muligt at fastlægge  $A_i$  nogenlunde entydigt, men de fundne A-værdier svarer til de værdier, man jævnfør analysen under model 1 og 2 kunne forvente at finde.

### Model 5

Der er derfor valgt at opbygge en beregningsmetode, der bygger på samme principper som model 4, men med fast værdi af  $A_i$  (se figur 33).

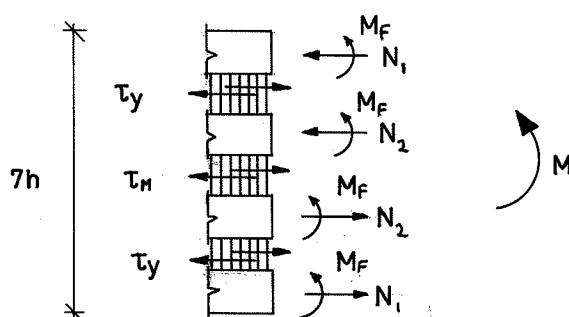


FIG. 33

Som fast værdi for A er valgt  $1/6$ , svarende til simple model 2. Valget er grundet, at vi kender en model, svarende til den elastiske løsning (model 1 og 4), men mangler en "eksakt" model, der kan beskrive kraftfordelingen og udbøjningen, svarende til model 2. Jævnfør figur 32A findes der

$$\tau_y = \tau_m = \frac{1}{b} \cdot N_1'$$

$$N_1 = \frac{M(x)}{6h} + c_1 \cosh \beta x + c_2 \cosh \beta x$$

$$N_2 = 0$$

hvor

$\beta$  : er ligefrem proportional med forskydningsstivheden

$c_i$  : er en belastningsafhængig konstant  
 $(k_s \Rightarrow \infty \Rightarrow c_i \Rightarrow 0)$

De fysiske betingelser opfyldes dog ikke generelt, da jævnfør definitionen på sammenhængen mellem forskydningsspændingerne og glidninger (se figur 32 B) burde

$$\tau_m = \tau_y \Rightarrow$$

$$g_m = g_y \Rightarrow$$

$$3 N_2 = N_1$$

som ikke svarer til ovennævnte.

Det er valgt kun at overholde de fysiske betingelser for midterste samling ( $g_m$ ), da denne samling jævnfør analysen under model 1 og 2, først opnår sin "flydelast".

Endvidere kan udbøjningen skrives som

$$y(x) = \frac{M(x)}{12Kbh^2} + y_{\text{korrr}}(x) = y_Q(x) + y_{\text{korrr}}(x)$$

hvor  $y_{\text{korrr}}$  er negativ, og består af hyperbolske led (K: den udjævnede effektive forskydningsstivhed, enhed  $N/mm^3$ ).

At udbøjningen kan skrives som værende ligefrem proportional med momentet (+ en korrektion), svarende til det "sædvanlige" bidrag til udbøjningen hidrørende fra forskydningskraften, virker rimelig. Thi ved beregningen af den totale, udjævnede forskydningsstivhed (K) er der taget højde for deformationen af lamellerne hidhørende fra overførslen af de forskydende kræfter; endvidere er en sammen-

sat bjælke af den type, vi behandler (fire lameller adskilt med forskydningslag) mere følsom overfor deformation af de enkelte konstruktionsdele, end den er overfor deformation af tværsnittet som en helhed. En deformation af tværsnittet som en helhed er omvendt proportionalt med dets inertimoment ( $I_0$ ), og man har netop ved denne konstruktionsform ved hjælp af mindre elementer (med inertimoment  $\ll I_0$ ) opnået et stort inertimoment for hele tværsnittet, og det må derfor være de enkelte elementers deformationer, der er dominerende.

Korrektionsleddets procentdel af  $y_0$  vokser for aftagende forskydningsstivhed (10% for  $k_s = 8000$  N/mm til 19% for  $k_s = 3000$  N/mm).

Da modellen ved sammenligning med forsøgsdata giver lidt for store udbøjninger (se videre), vil denne være på den sikre side, og endvidere simpel at anvende, der som  $y_{\text{korrr}}$  blot indregnes som en fast faktor.

Denne simplificerede beregningsmetode vil især kunne finde anvendelse ved "håndregning" af risteværker. (Disse er "indvendigt" statisk ubestemte, og må beregnes ved hjælp af iteration).

Normalkraften skrives som

$$N_1(x) = \frac{M(x)}{6h} + N_{1\text{korrr}}(x)$$

hvor  $N_{1\text{korrr}}$  er negativ og består af hyperbolske led.

Udtrykket svarer til model 2, dersom samlingerne er uendeligt stive, samt  $M_f \sim 0$  ( $P_2$ -lastdelen  $\sim 0$ ), idet de hyperbolske led ophæver hinanden, og  $N_{\text{korrr}}$  da forsvinder.

## Sammenligninger med forsøg

### Generelt

En sammenligning mellem forsøg og beregningsmodel kan være svær at udføre, idet en tilpasning mellem modeller og forsøg ofte betyder, at arbejdskurven, bestemt ved forsøg, og den beregnede arbejdskurve kun har ét skæringspunkt. Disse forhold beskrives grafisk (figur 34).

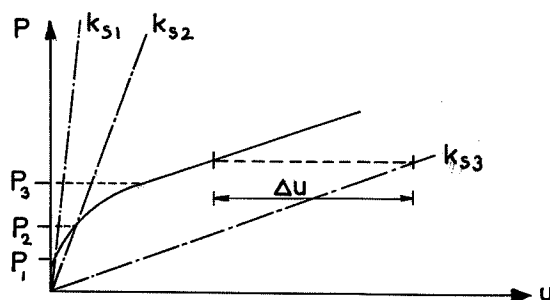


FIG. 34

På kurverne betegner  $k_{si}$  den for bjælken beregnede arbejdskurve for alle samlingers forskydningsstivhed lig  $k_{si}$ .

### Sammenligningsmetode:

For  $P \leq P_1$  : Hvis  $k_{s1}$ -kurven og den aktuelle arbejdskurve for bjælken er sammenfaldende, vil  $k_s$  for bjælken være konstant og lig  $k_{s1}$ .

For  $P = P_2$  : Hvis  $k_{s2}$ -kurven og den aktuelle arbejdskurve for bjælken skærer hinanden, vil  $k_s$  for bjælken variere, men en vægtet værdi af  $k_s$  for hele bjælken være lig  $k_{s2}$ .

For  $P \geq P_3$  : Hvis  $k_{s3}$ -kurven og den aktuelle arbejdskurve for bjælken er parallelle, men ikke sammenfaldende, vil  $k_s$  for bjælken være konstant og lig  $k_{s3}$ .

Sammenligningerne svarede alle i princip til belastninger  $\leq P_3$ .

Beregnes  $u$  for lasttrin, hvor  $P > P_3$  findes:

$$u(P) = u_{\text{målt}}(P) + \Delta u, \quad u > 0$$

hvor  $\Delta u$  modsvarer, at bjælken ved beregningen til-  
lægges større deformationer ved lavere lasttrin end  
der i virkeligheden forekommer, grundet at  $k_s$   
bjælke  $> k_{s3}$ .

#### 4-lamelbjælke med boltede sømlinger (figur 35)

Kurverne for de beregnede udbøjninger svarer til  
 $k_s = 3.000 \text{ N/mm}$ . Jævnfør forskydningsforsøgene med  
en enkel samling, er middelforskydningsstivheden lig  
 $3.000 \text{ N/mm}$  (spredning  $2.300 \text{ N/mm}$ ) for en totalbe-  
lastning på  $8 - 16 \text{ kN}$ .

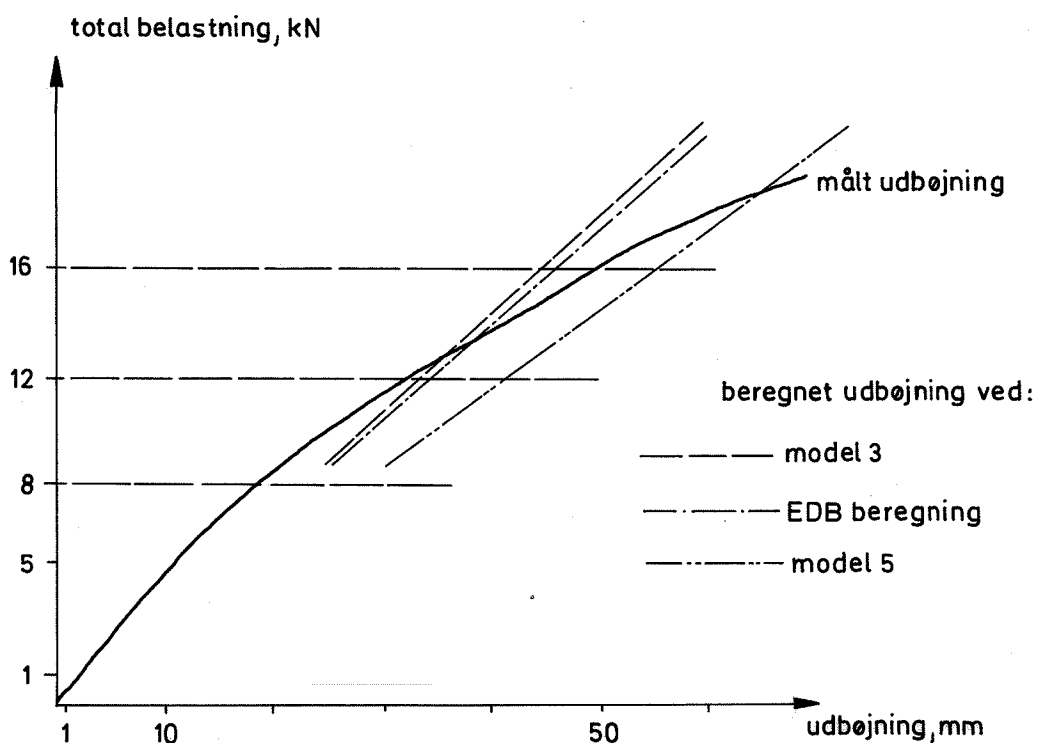


FIG. 35

#### 4-lamelbjælke med limede samlinger og gevindjern (figur 36)

Kurverne er alle beregnet for  $k_s \sim \infty$  (uendelig stive samlinger). EDB-beregningen ("finite element method") giver for små udbøjninger, da denne ikke kan tage hensyn til indpresningen af lamellerne imellem.

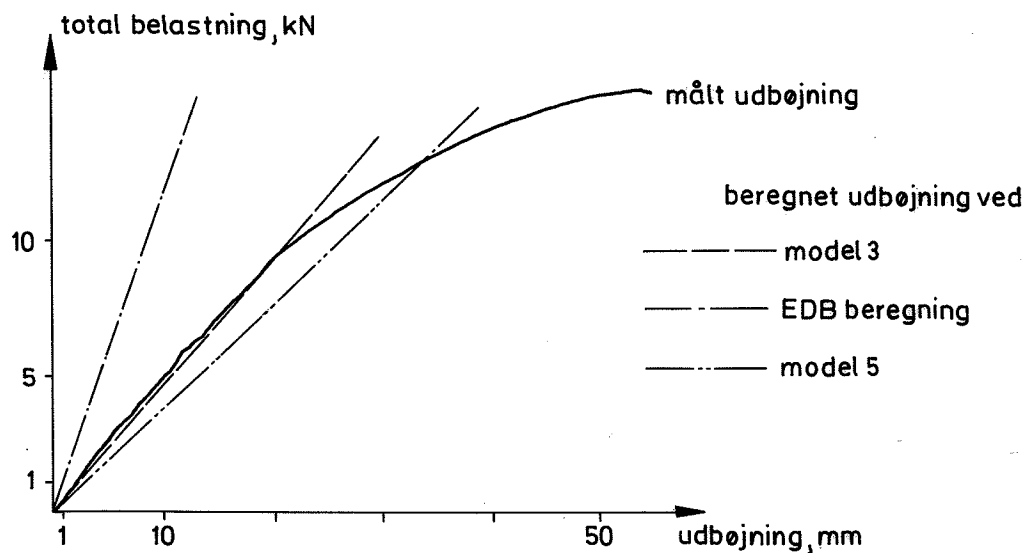


FIG. 36

Som tidligere nævnt vil model 3 med de angivne skøn på  $k_s$  give resultater, som ligger tæt på de målte. Model 5 giver resultater, som er på den sikre side, dog ikke mere end den vil være rimelig at anvende i beregninger.

#### Plane risteværker

Ved beregning af plane risteværker benyttes sædvanligvis deformationsmetoden, idet man anvender knudereaktionerne mellem de krydsende bjælker som over-tallige, og sætter udbøjningen for to bjælker lig hinanden i deres indbyrdes krydsningspunkt.

Ved anvendelsen af deformationsmetoden gælder der normalt, at de indgående bjælkers stivheder er uafhængige af belastningen. Dette gælder ikke for sam-

mensatte træbjælker, hvorfor beregningen af knude-reaktionerne/belastningen på den enkelte bjælke må udføres ved iteration. I deformationsberegningen kan de udledte bjælkeberegningsmodeller anvendes. Opstillingen af ligninger til deformation gennemgås ikke her, da disse i princippet vil være trivielle.

## Søjler

I det følgende er der udledt udtryk til bestemmelse af den rene søjlestyrke, samt forslag til bestemmelse af søjlestyrken ved kombineret tryk og bøjning, se i øvrigt [5] for lamelsøjler.

### Centrisk belastet søjle

Eulerlasten (den kritiske søjlelast) kan generelt for centrisk belastede søjler udtrykkes som

$$P_E = \frac{\pi^2}{\ell^2} \cdot K_M$$

hvor

$\ell_s$  : er den fri søjlelængde  
 $K_M$  : er tværsnittets mindste bøjningsstivhed

Bøjningsstivheden udtrykkes som værende proportional med elasticitetsmodulet  $E$

$$K_M = E \cdot I_E$$

hvor

$I_E$  : er det effektive inertimoment.

Det effektive inertimoment er - som tidligere omtalt - en funktion af tværsnitsgeometrien og samlingernes forskydningsstivhed.

Der er i litteraturen angivet forskellige udtryk til bestemmelse af  $I_E$  for træsøjler, sammensat af

flere lameller, se H. Granholm [2], H.J. Larsen [3] og CIB (Structural Timber Design Code) [4]. Bestemmes den kritiske søjlelast for 4-lamelsøjler svarende til forsøgssøjlerne (se figur 7) ved hjælp af angivne metoder findes

$$H. \text{ Granholm} : P_{CR} = 177 - 389 \text{ kN}$$

$$H.J. \text{ Larsen} : P_{CR} = 81 - 173 \text{ kN}$$

CIB-metoden kan ikke umiddelbart anvendes til en beregning af disse.

Værdierne er bestemt for

$$E = 15.400 \text{ MPa} , k_s = 3.000 - 10.000 \text{ N/mm}$$

Se endvidere [5] for beregninger og materialeparametre.

Som det ses er resultaterne vidt forskellige, man kan dog ikke på baggrund af de få udførte forsøg konkludere, hvilken beregningsmetode der bedst bestemmer brud i en lamelsøjle, men det har været muligt at se størrelsesordenen for de valgte forsøgssøjler.

Under forsøgene med centralt påvirkede 4-lamelsøjler blev der ikke opnået brud grundet manglende lastkapacitet. Der blev imidlertid - jævnfør arbejdskurver observeret begyndende søjlevirkning ved en maksimal belastning på 185 kN (udbøjning ca. 1/300 af søjlelængden), hvilket eventuelt kan implicere, at H. Granholm angiver den mest nøjagtige beregningsmetode (sammenholdt med en analyse af  $k_s$ ), mens H.J. Larsens metode er mere "på den sikre side".

## Søjler med tværbelastning

Der betragtes en søjle svarende til forsøg med tværbelastet lamelsøjle, hvor tværbelastningen angriber som ved bjælkeforsøgene (se figur 37).

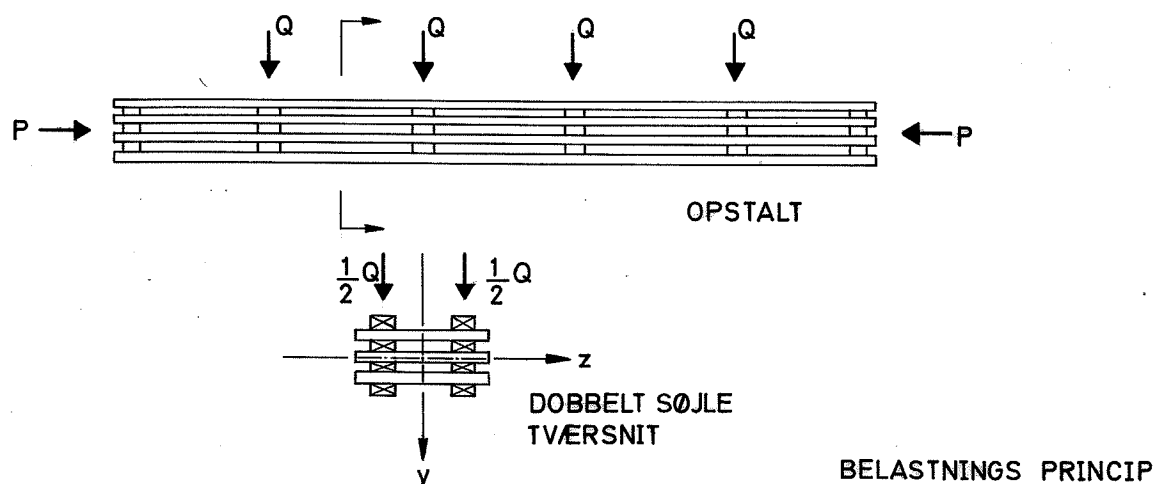


FIG. 37

En teoretisk bestemmelse af brudbelastningen for kombineret tryk og bøjning kompliceres af de styrkebestemmende parametres indbyrdes afhængighed.

Som tidligere omtalt vil samlingernes forskydningsstivhed være en funktion af momentet (inklusive tværlasten i disse, hidhørende fra normallasten), en aftagende forskydningsstivhed vil medføre en øget udbøjning og dermed et øget momentbidrag fra normallasten, som igen medfører et fald i forskydningsstivheden o.s.v. Med andre ord: en øgning i tværlast vil medføre et fald i forskydningsstivheden, som igen medfører et fald i den kritiske søjlestyrke ( $P_{CR}$ ) ud over det "elastisk" forventelige.

Da forsøgssøjlerne var afstivet mod udbøjning i z-aksens retning, ses der i det følgende bort fra stabilitetsbrud ved kombineret søjlevirkning og

kipning (som er en funktion af bøjningsstivheden om y-aksen og vridningsstivheden). Endvidere forekommer dette fænomen ikke i risteværkskonstruktioner.

### Momentøgning

I det følgende betragtes pendulsøjler som har maksimal udbøjning samme sted som momentet fra tværbelastningen er maksimal (se figur 38).

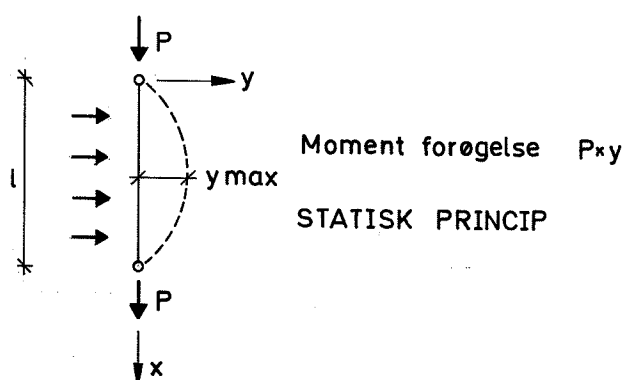


FIG. 38

Da søjlen jævnfør forsøg vil undergå relativt store deformationer før brud, baseres beregningerne på en statisk model for kraftfordelingen, svarende til den tidligere omtalte model 5, overlejret med et jævnt fordelt tryk.

Hermed findes for en "enkeltsøjle" (4 lameller over hinanden alene)

$$M(x) = M_0(x) + y(x) \cdot P = -4Eiy''(x) + 12Kbh^2y(x)$$

hvor

$M(x)$  : det totale moment

$M_0(x)$  : momentet hidhørende fra tværlasten.

Antages der, at udbøjningen tilnærmelsesvis kan beskrives som sinusformet og

$$M_{0\max} = M_0 \left(x = \frac{1}{2}\ell\right) , \quad y_{\max} = y \left(x = \frac{1}{2}\ell\right)$$

og indføres betegnelsen

$$P_{EM} = \frac{4\pi^2}{\ell^2} \cdot Ei + 12 Kbh^2$$

findes

$$M_{\max} = M_{0\max} + \frac{M_{0\max}}{P_{EM} - P} \cdot P = \frac{M_{0\max} \cdot P_{EM}}{P_{EM} - P}$$

Da  $P_{EM}$  er baseret på model 5, der bygger på samme principper som H. Granholms beregningsmetode, kan dette betyde, at  $P_{EM}$  vil være "på den usikre side", dersom en nærmere undersøgelse f.eks. viser, at H.J. Larsen angiver en bedre løsning for den rene søjlestyrke; hvorfor der i stedet for  $P_{EM}$  da bør anvendes den ved denne metode beregnede  $P_{CR}$ .

### Reduceret søjlestyrke

Reduktionen i søjlestyrke, svarende til momentets indvirkning, kan indregnes på flere måder.

Den simpleste vil være at anvende en af de tre tidligere omtalte metoder til bestemmelse af den kritiske søjlelast, i hvilke der blot anvendes "lave" værdier for forskydningsstivheden, idet denne skønnes ud fra påvirkningerne af samlingerne, svarende til det totale moment.

En anden metode er at anvende den ved model 5 bestemte udbøjningskurve, hvor

$$y(x) = y_Q + y_{\text{korr}}$$

$$y''(x) = \frac{M''(x)}{12 Kbh^2} + \beta^2 \cdot y_{\text{korrr}}$$

Findes da det effektive inertimoment ud fra

$$\begin{aligned} M_{\text{TOTAL}} &= -E I_E y'' = -4Eiy'' + 12 Kbh^2 y \Rightarrow \\ I_E &= 4i - 12 \frac{Kbh^2}{E} \frac{y_Q + y_{\text{korrr}}}{\frac{M''(x)}{M(x)} y_Q + \beta^2 y_{\text{korrr}}} \end{aligned}$$

Betragtes kun momentkurver med  $M''(x) = 0$  (max. 1 orden) findes

$$I_E = 4 \left( -\frac{y_Q}{y_{\text{korrr}}} \right) i, \quad (y_{\text{korrr}} < 0)$$

Som indsat giver

$$P_{\text{EM,RED}} = 4 \frac{\pi^2}{l^2} \left| \frac{y_Q}{y_{\text{korrr}}} \right| Ei$$

### Brudkriterium

Som et simplificeret brudkriterium foreslås

$$\frac{P}{P_{\text{CR}}} + \frac{M_0}{M_{\text{UR}}} \cdot \frac{P_{\text{EM}}}{P_{\text{EM}} - P} = f(P, M_0) = 1,0$$

hvor

$M_{\text{UR}}$  : er tværsnittets rene bøjningsstyrke  
(en funktion af forskydningsstivheden).

Som  $P_{\text{CR}}$  og  $P_{\text{EM}}$  anvendes værdier svarende til den beregningsmetode, der giver det rimeligste resultat af de angivne modeller til bestemmelse af søjlestyrken. Samtidigt undersøges, om samlingerne har den fornødne styrke over for tværlasten plus momentforøgelsen.

Sammenlignes brudkriteriet med forsøgene med tvær-belastede 4-lamelstøjler, og anvendes  $M_{UR}$ , bestemt ved forsøg med boltet lamelbjælke, findes

$$f(P, M) \sim 0,52 - 1,28$$

Afhængigt af valg af  $P_{CR}$  og  $P_{EM}$ .

At resultatet ligger i dette interval (omkring 1.0), gør, at man ikke kan konkludere andet end, at brudkriteriet med rimelighed må kunne anvendes, dersom metoden til bestemmelse af den kritiske søjlelast kan fastlægges.

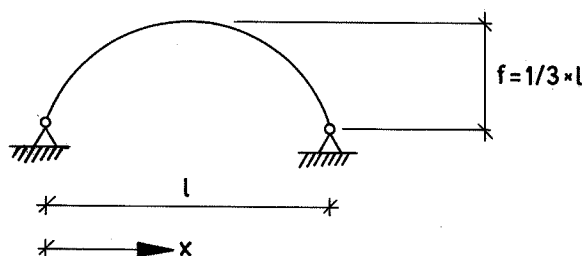
#### Kommentar

Undersøgelsen vedrørende den teoretiske behandling af sammensatte 4-lameltræstøjler, påvirket til kombineret tryk og bøjning, er kun at opfatte som værende en "pilotundersøgelse", idet der kræves et langt større forsøgsmateriale (og dermed større analysemuligheder) for at kunne fastlægge en teoretisk model til behandling af en trækonstruktion grundet træets anisotropitet. Men der er tale om en hypotese, som ikke kan afvises af disse forsøg.

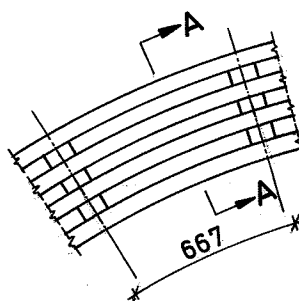
# REGNINGSMÆSSIGT MAKSIMALSPÆND FOR PARABELBUER

Med henblik på at undersøge konstruktionsformens (4-lameltværsnit) anvendelighed i bue- eller skal-konstruktioner er der udført en beregning af en parabelbues maksimale spænd. Til sammenligning beregnes endvidere en limtræsbue med samme materialeforbrug som kroppen i 4-lamel buen.

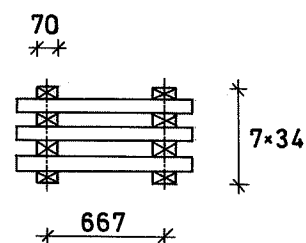
## KONSTRUKTIONS GEOMETRI OG PRINCIP



### TYPE 1:



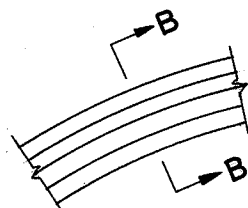
OPSTALT



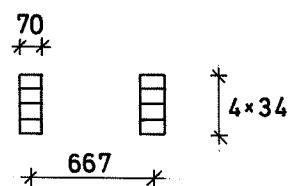
SNIT A-A

HVERT KRYDSNINGSPUNKT SAMLES MED  
M12 BOLT OG 6 STK. 50x50 STJERNEMELLEMLÆG

### TYPE 2:



OPSTALT



SNIT B-B

HVER ENKEL BUE UDFØRES AF 70x136 mm LIMTRÆ.

FIG. 39

## Belastninger

Maksimalspænd bestemmes for 4 lasttilfælde. Buen antages at modtage fladelast for en bredde på  $2 \times 667 \text{ mm} \sim 1,33 \text{ m}$ .

Last 1 - egenvægt (incl. beklædning)



$$g = 1,33 \text{ m} \cdot 0,46 \text{ kN/m}^2 \sim 0,61 \text{ kN/m}$$



Belastningen optages ved rent tryk.

Last 2 - egenvægt + sne

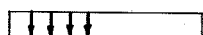


$$g + 1,5 \text{ s} = 1,33 \cdot (0,46 + 1,13) \sim 2,11 \text{ kN/m}$$

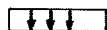


Belastningen optages ved rent tryk.

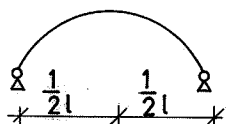
Last 3 - egenvægt +  $\frac{1}{2}$  bunden sne +  $\frac{1}{2}$  fri sne



$$g + 1,5 \cdot \frac{1}{2} \cdot s \sim 1,36 \text{ kN/m}$$

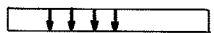


$$1,5 \cdot \frac{1}{2} \cdot s \sim 0,85 \text{ kN/m}$$



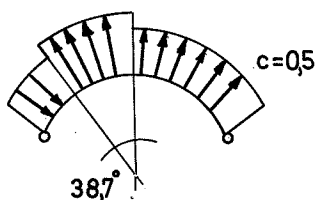
Belastningen optages ved kombineret bøjning og tryk.

Last 4 - egenvægt + vind



$$g = 0,61 \text{ kN/m}$$

$c=1,2$   
 $c=0,7$



Hastighedstryk =  $0,65 \text{ kN/m}$ .

$$\text{Linielast: } q = 1,5 \cdot c \cdot 1,33 \text{ m} \cdot 0,65 \text{ kN/m}^2.$$

Belastningen optages ved kombineret bøjning og tryk/træk.

### Dimensionering

Ved rent tryk, samt kombineret tryk og bøjning, anvendes det under tværbelastede søjler opstillede brudkriterium. Idet parametrene

$P_{CR,RED}$  og  $P_{EM}$ : Bestemmes som Eulerlasten ud fra H. Granholms metode, hvor der som den fri søjlelængde anvendes  $l_s = 0,65 \cdot l$  (jævnfør Anker Englund "Brobygning").

Ved lasttilfælde 1 og 2, hvor belastningen giver rent tryk, er der dimensioneret for normaltrykket, bestemt for  $x = l/6 \cdot l$ , (normaltrykket er maksimalt ved fodpunkt,  $x = 0$ , men her er der ingen søjlevirkning).

Ved lasttilfælde 3 og 4 er der dimensioneret for den farligste kombination af  $N(x)$  og  $M(x)$  ( $N(x) = -P$  og  $M(x) = M_0$ ).

I øvrigt vedrørende beregningerne henvises til Appendiks.

Resultaterne fremgår af efterfølgende skema, samt figur 4o.

| BELASTNING                                                                                                              | 1.<br>EGENVÆGT         | 2.<br>EGENVÆGT<br>+<br>FULD SNE | 3.<br>EGENVÆGT<br>+<br>$\frac{1}{2}$ BUNDEN SNE<br>+<br>$\frac{1}{2}$ FRI SNE | 4.<br>EGENVÆGT<br>+<br>VIND              |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|---------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|
| BELASTNING OVER-<br>FØRES SOM:                                                                                          | TRYK                   | TRYK                            | TRYK OG<br>BØJNING                                                            | TRÆK OG<br>BØJNING                       |
| DIMENSIONERENDE<br>LAST:<br>$x$ , $x\ell$<br>$N(x)$ , $x\ell \cdot \text{kN/m}$<br>$M(x)$ , $x\ell^2 \cdot \text{kN/m}$ | $1/6$<br>- 0,3061<br>- | $1/6$<br>- 1,0587<br>-          | $1/8$<br>- 1,1853<br>$8,79 \cdot 10^{-3}$                                     | $1/8$<br>0,2070<br>$-17,9 \cdot 10^{-3}$ |
| 1.A<br>$\ell_{\max}$ , m<br>$P_E$ , kN                                                                                  | 24,8<br>7,62           | 16,0<br>16,98                   | 11,7<br>27,97                                                                 | 18,9<br>-                                |
| 1.B<br>$\ell_{\max}$ , m<br>$P_E$ , kN                                                                                  | 25,1<br>7,70           | 16,3<br>17,33                   | 12,0<br>29,60                                                                 | 18,9<br>-                                |
| 1.C<br>$\ell_{\max}$ , m<br>$P_E$ , kN                                                                                  | 31,4<br>9,61           | 19,8<br>20,89                   | 13,8<br>40,43                                                                 | 18,9<br>-                                |
| 2.<br>$\ell_{\max}$ , m<br>$P_E$ , kN                                                                                   | 21,5<br>6,60           | 14,2<br>15,13                   | 11,7<br>18,41                                                                 | 25,2<br>-                                |

Regningsmæssige maksimalspænd for de to typer parabelbuer.

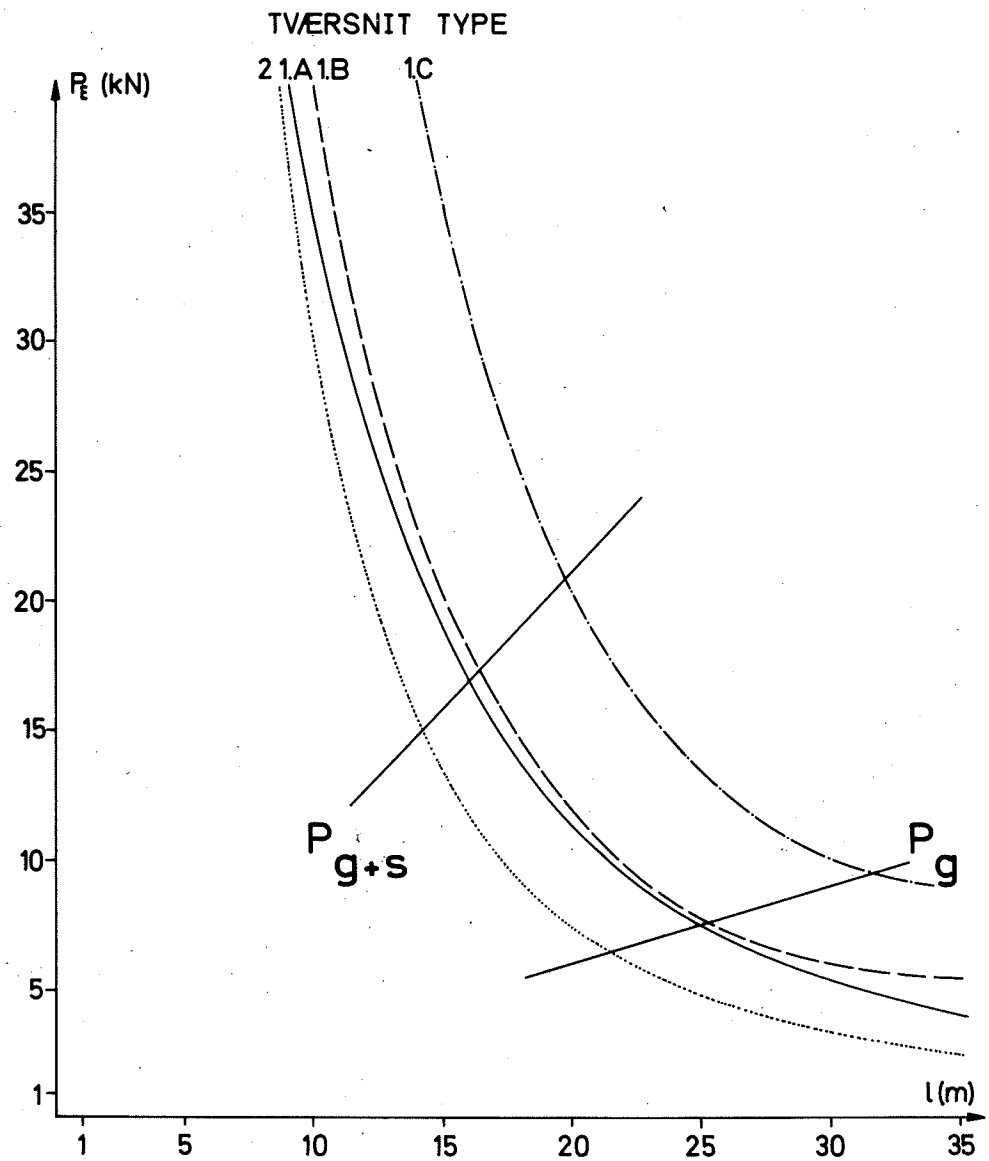


FIG. 40

Sammenhæng mellem Eulerlasten og spændvidden for de fire tværsnitstyper, samt normaltryk som funktion af spændvidden.

$$P_g = 0,31 \text{ kN/m} \cdot l \text{ (egenvægt)}$$

$$P_{g+s} = 1,06 \text{ kN/m} \cdot l \text{ (egenvægt + } 1,5 \cdot \text{sne)}$$

Kommentarer

Da den rene bøjningsstyrke er relativ lille for 4-lameltværsnittet (4,74 kNm) i forhold til "lim-træs"-tværsnittet (6,26 kNm), vil asymmetrisk last især virke reducerende på  $\ell_{\max}$  for lamelkonstruktioner.

Denne effekt vil dog være langt mindre udtalt ved dobbelt-krumme skaller.

Da de beregnede maksimalspænd ikke virker urimelige små, kan 4-lameltværsnittet muligvis med fordel anvendes i buekonstruktioner. Først vil det dog være nødvendigt ved forsøg at undersøge stabilitets- og bøjningsfænomener i buer, opbygget af et 4-lameltværsnit.

LITTERATURLISTE

- [1] Helle Søreberg og Finn Olaf Sørensen:  
"Fra sammensatte træbjælker til risteværker".  
Eksamensprojekt.  
Instituttet for Husbygning, DTH, 1980.
  
- [2] H. Granholm:  
Sandöbrons bägställing,  
Chalmars tekniska Högskolas Handlinger,  
nr. 239, 1961.
  
- [3] H.J. Larsen:  
"Beregning af trækonstruktioner - Teori".  
Teknisk Forlag, København 1967.
  
- [4] CIB:  
"Structural Timber Design Code",  
Working Group W18 Timber Structures,  
Third Draft, September 1978.
  
- [5] Helle Søreberg og Finn Olaf Sørensen:  
Appendiks til rapport.  
"Søjler opbygget af sammensatte træbjælker".  
Instituttet for Husbygning, DTH, 1982.

## KONKLUSION

Risteværkers nuværende udformning (boltet med mellem-læg) bevirker, at de er nemme at oplægge men svære ("kraftkrævende") at sammenspænde.

Forsøgene viste, at lamelristeværker er forholdsvis "slappe", men seje konstruktioner, hvis brud er varslet af store deformationer. Egentlige bæreevnesvigt forekommer kun ved brud flere steder i konstruktionen.

Hvis der ikke træffes særlige foranstaltninger m.h.t. optimering, medfører lamelristeværkernes "slaphed" ved plane konstruktioner et mer-materialeforbrug, da udbøjningen bliver dimensionerende. Ved genbelastning stiger stivheden, hvorfor det vil være nærliggende at anvende lamelristeværker til rumlige konstruktioner, hvor en forhåndsudbøjning kan optages ligeligt over hele konstruktionen.

Risteværker har visse frihedsgrader m.h.t. understøtningernes placering, så en yderligere anvendelse af risteværker bør ske, hvor denne fleksibilitet kan udnyttes.

Beregningsmodellerne for bjælkerne (risteværkerne) skønnes at være fuldt dækkende, dersom der opnås et større kendskab til de enkelte samlingers forskydningsstivhed ved forskellige lastniveauer, samt ved vekslende belastninger.

Beregningsmodellerne for lamelsøjlerne (med og uden tværlast) kan ikke betragtes som "endelige", idet de tre opstillede modeller giver markant forskellige resultater. Modellerne skønnes dog alle at ligge mere eller mindre på "den sikre side".

|                                                    |    |
|----------------------------------------------------|----|
| Generelt.....                                      | 47 |
| Simple modeller.....                               | 48 |
| Snitkræfter.....                                   | 48 |
| Deformationer.....                                 | 51 |
| Eksakte modeller.....                              | 53 |
| Sammenligninger med forsøg....                     | 62 |
| Plane risteværker.....                             | 64 |
| Søjler.....                                        | 65 |
| REGNINGSMÆSSIGT MAKSIMALSPEND FOR PARABELBUER..... | 72 |
| Konstruktionsgeometri og princip.....              | 72 |
| Belastninger.....                                  | 72 |
| Dimensionering.....                                | 74 |
| Kommentarer.....                                   | 77 |
| KONKLUSION.....                                    | 78 |
| LITTERATURLISTE.....                               | 79 |
| APPENDIKS.....                                     |    |