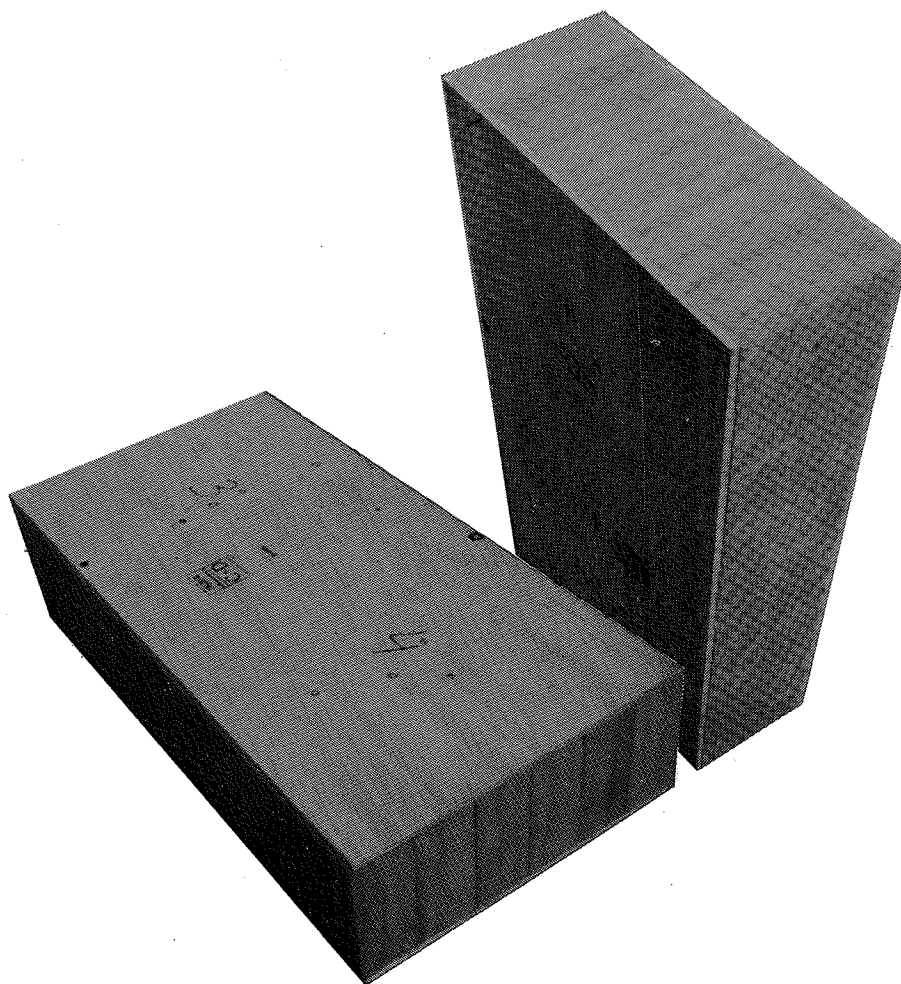


INSTITUTTET FOR HUSBYGNING

Rapport nr. **139**



LAURITZ RASMUSSEN

BÆRENDE, HØJISOLERENDE MINERALULDBASEREDE SANDWICHELEMENTER – TEORI OG FORSØG

Den polytekniske Lærestalt, Danmarks tekniske Højskole
Lyngby 1980

FORORD

Denne afhandling er udarbejdet som et led i betingelserne for erhvervelsen af den tekniske licentiatgrad.

Licentiatarbejdet er udført ved Instituttet for Husbygning med professor, arkitekt Knud Peter Harboe og lektor, lic.techn. civilingeniør Egil Borchersen som faglærere.

Baggrunden for licentiatarbejdet er Nul-energihuset, opført på Danmarks tekniske Højskole i 1974, hvor mineraluldbaserede sandwichelementer for første gang blev anvendt som bærende bygningsdele.

Konstruktionstypen er ikke omfattet af gældende konstruktionsnormer, og i 1976 iværksattes en lang række undersøgelser med henblik på en boligministeriel godkendelse som bærende dæk-, tag- og vægelementer. Undersøgelserne har været forestået af en gruppe bestående af repræsentanter fra: Instituttet for Husbygning, Statens Byggeforskningsinstitut og Cowiconsult, Rådgivende Ingeniører A/S samt mineraluldproducenterne Rockwool A/S og Superfos Glasuld a/s. Projektet er blevet støttet af Teknologirådet med en bevilling på kr. 725.000 fordelt over perioden 1976-1978. Resultaterne af projektet er sammenfattet i en hovedrapport ref. [79.1].

Deltagelsen i dette projekt har givet mig mulighed for at gennemføre et større forsøgsprogram end oprindeligt planlagt. Forsøgsarbejdet såvel som undersøgelsen og udviklingen af beregningsmetoder skulle primært underbygge praktisk orienterede beregningsregler, hvorfor der i så stor udstrækning som muligt er gjort brug af kendte beregningsprincipper, ligesom der i de materialeteknologiske undersøgelser er lagt vægt på at finde praktisk anvendelige prøvemetoder.

Ligeledes er der i de udførte fuldskala-forsøg anvendt elementer fra en produktion, som den ville forekomme i praksis, d.v.s. elementerne rummer de i praksis uundgåelige produktionsbestemte svækkelser.

Til behandlingen af de mange forsøgsdata som til diverse beregninger er udarbejdet en lang række EDB-programmer, som det desværre ville være for omfattende at give en nærmere dokumentation for i nærværende afhandling.

I forbindelse med studiet har jeg modtaget værdifuld bistand fra en lang række medarbejdere ved Instituttet for Husbygning, som jeg gerne vil benytte lejligheden til at takke for den store interesse, der er vist og for det gode samarbejde og arbejdsklima, der har hersket omkring dette projekt.

Ligeledes takkes deltagerne i Teknologirådsprojektet for et inspirerende og udbytterigt samarbejde.

Birgit Rossil og Niels Hansen takkes for tålmodigt skrive- og trykkearbejde.

En særlig tak rettes til Egil Borchersen for det enestående samarbejde og gode venskab, der har hersket imellem os under mit studium.

Lyngby, marts 1979

Lauritz Rasmussen

INDHOLDSFORTEGNELSE

	Side
FORORD	
INDHOLDSFORTEGNELSE	4
SYMBOLLISTE	6
RESUMÉ	7
1. INDLEDNING	9
2. MATERIALEEGENS KABER	12
2.1 Mineraluld (kernemateriale)	12
2.1.1 Trækprøvning	14
2.1.2 Trykprøvning	18
2.1.3 Forskydningsprøvning	22
2.1.4 Sammenfattende vurdering af korttidsegenskaber	38
2.1.5 Tidsafhængige egenskaber (krybning, udmattelse)	40
2.2 Krydsfinér (flangemateriale)	54
3. SANDWICHBJÆLKER (DÆK-/TAGELEMENTER)	61
3.1 Sandwichbjælker uden kantskot	61
3.1.1 Bøjningsteori	62
3.1.2 Korttidsforsøg (styrke/stivhed)	77
3.1.3 Teoretisk vurdering af langtidsnedbøjninger (krybning)	94
3.1.4 Langtidsforsøg (krybning)	101
3.1.5 Kvalitativ vurdering af limforbindelse og forslag til ikke-destruktiv kvantitativ kontrol	114
3.1.6 Sammenfatning af beregningsprincipper	122
3.2 Sandwichbjælker med kantskot (kassebjælker)	125
3.2.1 Almindelig bjælketeori	125
3.2.2 Bøjningsforsøg	131
4. SANDWICH-SØJLER (VÆGELEMENTER)	139
4.1 Sandwich-søjler uden kantskot	139
4.1.1 Centralt belastede søjler/stabilitet	139
4.1.2 Lokal foldning af flangerne	147
4.1.3 Ekscentrisk belastede og tværbelastede søjler	159
4.1.4 Bæreevnforsøg	167
4.1.5 Sammenfatning af beregningsprincipper for sandwichsøjler	183
4.2 Sandwich-søjler med kantskot	188

	Side
5. BÆREEVNEFORHOLD UNDER BRANDPÅVIRKNING	192
5.1 Sandwichbjælker (dæk-/tagelementer) under brandpåvirkning	193
5.1.1 Teoretisk vurdering af restbæreevne	
5.1.2 Brandprøvning af dækelementer	195
5.2 Sandwichsøjler (vægelementer) under brandpåvirkning	198
5.2.1 Teoretisk vurdering af rest- bæreevne og forsøg med simuleret indbrænding	198
5.2.2 Brandprøvning af vægelementer	204
SUMMARY	210
LITTERATURREFERENCER	212

SYMBOLLISTE

I afhandlingen er tilstræbt anvendelse af symboler i overensstemmelse med Dansk Ingeniørforenings normforslag.

Store bogstaver:

A	:	areal, kropsareal (forskydningsareal)
B	:	bøjningsstivhed
C	:	integrationskonstant
E	:	elasticitetsmodul
G	:	forskydningsmodul
I	:	inertimoment
L	:	længde
M	:	bøjende moment
N	:	normalkraft
P	:	søjlelast (normalkraft)
Q	:	forskydningskraft
R	:	krumningsradius
S	:	statisk moment
U	:	tøjningsenergi
W	:	systemenergi

Små bogstaver:

a	:	tværsnittsbredde
d	:	afstand mellem flangernes tyngdepunktslinier
e	:	excentricitet
g	:	egenvægt
h	:	totalhøjde
i	:	inertiradius
k	:	kernetykkelse (isoleringstykkelse)
l	:	længde
ℓ	:	halvbølgelængde
p	:	fladelast
q	:	tværlast
s	:	spænding, styrke
t	:	tykkelse
u	:	udbøjning

Græske alfabet:

γ	:	vinkeltøjning, rumvægt
$\delta(\Delta)$	:	tilvækst
ε	:	længdetøjning
η	:	svækkelsesfaktor (limforbindelse)
κ	:	krumning
λ	:	slankhedsforhold
ν	:	Poissons forhold
ρ	:	rumvægt
σ	:	normalspænding
τ	:	forskydningsspænding
φ	:	krybefunktion
ω	:	forskydningsdeformationernes andel af samlede deformationer

RESUMÉ

I afhandlingen behandles mineraluldbaserede sandwich-elementers styrke- og stivhedsegenskaber, dels under påvirkning af bøjende momenter (tværlast på dæk-/tag-elementer) dels under påvirkning af normalkræfter (vægelementer). Desuden vurderes elementernes styrkeforhold under brandpåvirkning (restbæreevne).

Elementerne er opbygget som en tre-lags sandwich-konstruktion med kerne af tværstillet mineraluld (lameller) limet til flanger af krydsfinér eller tilsvarende pladematerialer.

De styrende parametre for elementernes bæreevne- og deformationsforhold er dels undersøgt gennem teoretiske overvejelser baseret på elasticitetsteorien dels gennem en lang række fuldskalaforsøg.

Materiale-
egenskaber
(kapitel 2)

I tilknytning hertil er udført materialeprøvninger på mineraluld og krydsfinér (detaljeret beskrevet i to separate forsøgsrapporter, ref. [78.2] og [78.3]).

Mineraluldens mekaniske egenskaber (i fiberplanet) er gennem forskellige prøvemethoder undersøgt for henholdsvis træk, tryk og forskydning. Generelt set udviser mineralulden lineærelastiske egenskaber med en proportionalitetsgrænse omkring 50-60% af brudspændingen. Korttidssegenskaberne er sammenfattet i tabel 2.1, side 38. De tidsafhængige egenskaber er undersøgt for henholdsvis krybning og udmattelse.

Bøjnings-
påvirkede
elementer
(kapitel 3)

Sandwichbjælkerne er undersøgt dels ved korttidsforsøg, dels ved langtidsforsøg (detaljeret beskrevet i forsøgsrapport ref. [78.4]) gennem variation af mineraluldens styrke/stivhed, kernetykkelsen, flangetykkelsen, spændvidden samt belastningens varighed og karakter.

Elementernes bæreevne er primært bestemt af mineraluldens og limforbindelsens forskydningsstyrke. De produktionsbestemte svækkelser i limforbindelsen har afgørende indflydelse på elementernes bæreevne. Nedbøjningerne er dels bestemt af et bøjningsbidrag fra normalspændinger i flangerne, dels af et forskydningsbidrag i kernen af samme størrelsesorden. Teoretisk kan de bøjningspåvirkede elementer behandles efter "teorien for tynde flanger" uden hensyntagen til flangernes egenbøjningsstivhed og kernens bidrag til bøjningsstivheden. Beregningsprincipperne er resumeret i afsnit 3.1.6, side 122.

Under indvirkning af statisk og/eller vekslende langtidslast vil sandwichelementerne udvise krybetendenser. Krybningen er tilnærmelsesvis uafhængig af belastningsniveauet, når mineralulden ikke belastes over proportionalitetsgrænsen.

Efter et år udgør krybningen omkring 14-19% af initialnedbøjningen. Krybeforløbene viser aftagende hastighed med tendens til, at krybningen langsomt dør hen. Krybningens afhængighed af tiden kan med god tilnærmelse beskrives ved hyperbelfunktioner med grænseværdier omkring 18-23% af initialnedbøjningen.

Aksial-
belastede
elementer
(kapitel 4)

Sandwichsøjlernes styrke- og stivhedsegenskaber er belyst gennem korttidsforsøg med etagehøje vægelementer (detaljeret beskrevet i separat forsøgsrapport, ref. [76.1]) gennem variation af mineraluldens styrke/stivhed, kernetykkelsen, flangetykkelsen, søjlelængden og belastningens ekscentricitet.

Bæreevnen er primært bestemt af lokale foldningsfænomener i flangerne. Den kritiske flangespænding er stort set uafhængig af elementgeometrien og kun afhængig af flangernes og mineraluldens elastiske konstanter samt flangernes initialdeformationer, der gennem de udførte forsøg har kunnet fastlægges empirisk. Beregningsprincipperne for sandwichsøjlerne, omfattende centralt og ekscentrisk belastede søjler samt tværbelastede søjler, er resumeret i afsnit 4.1.5, side 183.

Brand-
påvirkede
elementer
(kapitel 5)

Under brandpåvirkning (efter DS 1051) vil den eksponerede flange (af organisk materiale) brænde bort, og sandwichprincippet "slås i stykker". For vægelementerne (primært påvirket af normalkræfter) vil den intakte del af mineraluldkernen stabilisere den ueksponerede flange og bidrage til restbæreevnen.

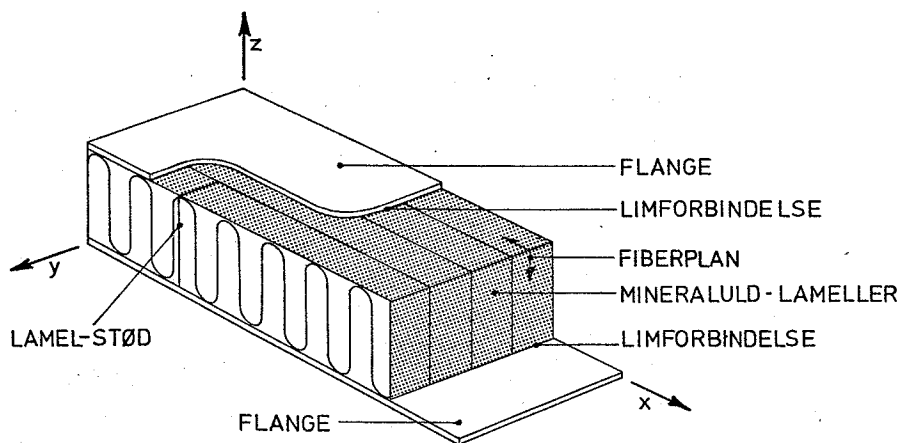
Indbrændingen i krydsfinérflangen sker med en hastighed på ca. 1 mm pr.minut og den efterfølgende indbrænding i mineralulden (250°C-isotermen) med en hastighed på ca. 5 mm pr.minut. Mineralulden mister sin styrke ved temperaturer over ca. 250°C, mens fibrene tåler temperaturer helt op til 7-800°C.

Ved at forsyne elementerne med kantforstærkninger kan den ønskede restbæreevne i princippet indbygges i samlingerne.

Brandtekniske prøvninger og forsøg på elementer med simuleret indbrænding (detaljeret beskrevet i forsøgsrapporterne ref. [77.3] og [78.7]) har foreløbig vist, at elementerne kan klassificeres efter DS 1052 som: Bærende bygningsdel BD30 og sandsynligvis BD60.

1. INDLEDNING

Mineraluldbaserede sandwichelementer er opbygget som en 3-lags sandwichkonstruktion med en kerne af lamelskåret mineraluld limet til to tynde flangeplader af krydsfinér eller eventuelt andre pladematerialer med tilsvarende egenskaber. Se princip i figur 1.1.



Figur 1.1:

Princip i sandwichkonstruktion med kerne af mineraluld (lameller).

Sammenlignet med en traditionel stressed-skin konstruktion er "kroppene" af træ erstattet af den mineraluld, der alligevel er nødvendig af hensyn til isoleringsevnen. Sandwichkonstruktionen er således praktisk taget uden kuldebroer.

Lamel-princippet

Mineraluldens evne til at optage belastninger, fungerer som "krop" afhænger af fibrenes orientering. Ved produktionen af mineraluldplader lejres fibre tilnærmelsesvis i flader parallelt med pladens plan (fiberplanet). Denne gitterstruktur og fibrenes indbyrdes sammenbinding giver mineralulden betydelige styrke- og stivhedsegenskaber i fiberplanet, som udnyttes i sandwichkonstruktionen ved at opskære mineraluldpladerne til lameller og lime dem til flangepladerne med fiberplanet orienteret vinkelret herpå.

Princippet er illustreret på figur 1.1.

Fibrene er orienteret parallelt med x-z-planet. Vinkelret på fiberplanet (y-retningen) kan der stort set ikke overføres kræfter, og mineraluldbaserede sandwichelementer må altså primært anvendes som enkeltspændende elementer (søjle-/bjælkeelemen-

ter) med x-retningen som spændretning. Af hensyn til håndtérbarhed, sårbarhed under transport m.v., anvendes lamellerne med maksimal længde på 2,0-2,5 m, og ved større elementlængder er det således nødvendigt at udføre stød. Lamellerne anbringes derfor i forbandt, så virkningen af svækkelserne i stødene minimeres.

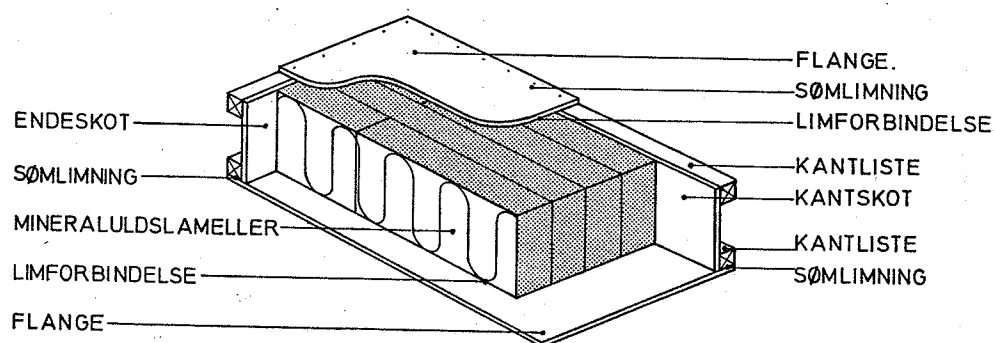
Limforbindelse

Limforbindelsen mellem mineralulden og flangerne skal sikre flangernes indbyrdes samvirken gennem kernen. En god vedhæftning er derfor afgørende for konstruktionens virkemåde.

Til limforbindelsen blev anvendt en énkomponent polyurethanlim (ca. 300 g/m²), der hærder til en kemikalie-, vand- og kogefast polyurea-ethan. Udhærdningen foregår ved hjælp af luftens og materialernes fugtighed. Under udhærdningen sker der en opskumning af limen, der, kombineret med en pressetryk (modhold), kan sikre, at limen trænger ind i mineralulden, samtidig med at den kan udfylde eventuelle hulrum og udligne lamellernes højdeforskelle hidrørende fra tolerancer ved opskæringen.

Produktion

Produktionsteknisk er elementerne hidtil blevet fremstillet rent håndværksmæssigt, og det er endnu vanskeligt udenfor laboratoriet at etablere en limforbindelse med samme styrke som mineralulden. I de materialeteknologiske undersøgelser er der derfor lagt vægt på at anvende metoder, der samtidig kan belyse de produktionsbestemte svækkelser i limforbindelsen. Endvidere er der i tilknytning til de udførte fuldskalaforsøg foretaget en adskillelse af forsøgselementer for en kvalitativ vurdering af limforbindelsen.



Figur 1.2:

Princip i opbygning af sandwichelement med forstærkninger langs kanterne.

Element-
varianter
med kant-
forstærk-
ninger

I behandlingen af sandwichelementernes bæreevne- og deformationsforhold er hovedvægten lagt på det "rene" sandwichelement uden kantforstærkninger. Som del af en bygningskrop vil det imidlertid ofte være nødvendigt at forsyne den "rene" sandwich med visse kantforstærkninger af hensyn til befæstigelse, samvirken med nabokonstruktioner, brandmodstandsevne m.v. I praksis, jvf. Nul-energihuset og andre forsøgsbygninger, har elementerne derfor været forsynet med kantlister og kantskot i samlingerne, som illustreret på figur 1.2.

Sandwichelementer med kantskot er mere korrekt betegnet en kombineret sandwich- og stressed-skin-konstruktion, idet kantskottene i overvejende grad vil overtage mineraluldkernens rolle ved overførsel af forskydningskræfter. I den teoretiske behandling vil disse elementer stort set kunne behandles som rene stressed-skin elementer, altså som en konstruktion, der er omfattet af gældende konstruktionsnormer.

I nærværende afhandling er derfor kun medtaget en opsummering af nogle beregningsprincipper for sådanne "inhomogene tværsnit".

Varme-
isolerende
egenskaber

Sandwichelementernes varmeisolerende egenskaber er primært styret af mineraluldkernens tykkelse og varmeledningstal. Forsøg udført på Teknologisk Institut ved hjælp af "Guarded Hot-Box"-metoden, se ref. [78.7] har vist, at elementernes varmetransmissionskoefficient, k -værdi, kan beregnes efter DS 418, ref. [77.1].

Kantstillingen af mineralulden betyder en lille stigning i varmeledningstallet, således at den anvendte mineraluld af type A skal regnes som type B, svarende til et basisvarmeledningstal:
 $\lambda_{10} = 0,037 \text{ W/m}^\circ\text{C}$. Kantløsningerne, som vist på figur 1.2, giver kun formindskelse af isolansen på ca. 5% i overensstemmelse med DS418.

Med kernetykkelser fra 200-400 mm vil transmissionskoefficienten, k -værdien, typisk ligge i intervallet fra 0,20 - 0,10 $\text{W/m}^2\text{C}$.

2. MATERIALEEGENS KABER

I relation til den teoretiske og eksperimentelle undersøgelse af mineraluldbaserede sandwichelementers styrke- og stivhedsegenskaber har de mange influerende parametre gjort det nødvendigt med en nærmere analyse af såvel mineraluldkernens som flangematerialets mekaniske egenskaber.

Specielt har det i forbindelse med undersøgelsen af mineraluldens egenskaber ved forskydningspåvirkninger været nødvendigt at udvikle nye prøvningsmetoder til simulering af de påvirkninger, der optræder i den egentlige konstruktion.

Den efterfølgende behandling af de anvendte materialer og udførte materialeprøvnings af mineraluld og krydsfinér er mere detaljeret beskrevet i to separate forsøgsrapporter, ref. [78.2] og [78.3], hvori der er tilstræbt en så detaljeret beskrivelse af prøvningsmetoderne, så en reproduktion skulle være mulig. De materialeparametre, der er undersøgt, er afgrænset til de parametre, der indgår i beregningen af sandwichelementernes bæreevne- og deformationsforhold.

2.1 Mineraluld (kernemateriale)

Mineraluldens funktion i sandwichkonstruktionen er primært at overføre forskydningskræfter mellem flangerne og stabilisere flangerne, så foldning hindres op til en høj spændingstilstand i materialet.

De mekaniske egenskaber, der efterspørges, er derfor i første række uldens egenskaber ved træk- og trykpåvirkning vinkelret på flangepladerne og egenskaberne ved forskydning i planer vinkelret på flangerne (fiberplanet).

Egenskaberne overfor bøjning er af mindre interesse, idet det viser sig (se afsnit 3.1), at uldens bidrag til sandwichkonstruktionens bøjningsstivhed er forsvindende i forhold til bidraget fra de to flanger.

Hvad er mineraluld ?

Almindeligvis er mineraluld en fællesbetegnelse for isoleringsprodukter bestående af uorganiske fibre indbyrdes forbundet med et bindemiddel.

Anvendes mineralulden udelukkende til isoleringsformål, kendetegnes den almindeligvis ved rumvægten, men indgår den samtidig som kernemateriale i en sandwichkonstruktion, er en rumvægtangivelse langfra tilstrækkelig til at udtrykke de egenskaber, man har brug for. Udover den nævnte fiberorientering afhænger styrke- og stivhedsegenska-

berne især af følgende parametre:

- fibermængde
- fiberdiameter
- fiberlængde
- bindemiddelttype og -mængde

De mange parametre gør det vanskeligt at sammenligne forskellige fabrikater og for den sags skyld forskellige produkter af samme fabrikat blot ved en rumvægtsangivelse.

I nærværende undersøgelse er tilstræbt en parallel behandling af mineraluld fra de to producenter Rockwool A/S og Superfos Glasuld a/s.

De udvalgte mineraluldprodukter kommer fra løbende produktioner og er således ikke på nogen måde optimeret med henblik på denne specielle anvendelse. En videreudvikling af procesteknologi, materialesammensætning m.v. vil sandsynligvis give betydeligt bedre egenskaber.

I de undersøgte mineraluldprodukter er rumvægten den eneste variable, og i denne rapport er mineralulden alene karakteriseret ved rumvægten, der primært er bestemt af fibermængden.

Det skulle herved være muligt at sammenligne de forskellige produkter (rumvægte) af samme fabrikat med de i det følgende mere detaljeret beskrevne sammensætninger.

Rockwool

Rockwool-mineralulden er produceret på en traditionel produktionslinie og består af mineralfibre med gennemsnitsdiameter 5 μ og gennemsnitslængde 2,5 mm. Fibrene er indbyrdes forbundet med fenolharpiks og desuden imprægneret med olie. Indholdet af fenolharpiks er ca. 2% og olieindholdet ca. 0,2%, begge dele vægtprocent.

Ulden produceres i plader med følgende rumvægte og tykkelser:

Rockwool	80 kg/m ³	100 mm	R80
Rockwool	100 kg/m ³	80 mm	R100
Rockwool	120 kg/m ³	60 mm	R120

I det følgende anvendes kun de forkortede betegnelser markeret til højre.

Glasuld

Glasuld-mineralulden er produceret efter normal glasrecept i en såkaldt grovfiberproduktion. Fibrene er karakteriseret ved en gennemsnitsdiameter omkring 12 μ og en længdefordeling med ca.10% omkring 1 mm, ca.40% fra 1-3 mm, ca.40% fra 3-10 mm og ca.10% fra 10-100 mm (i middel ca.9 mm).

Bindemiddelindholdet (fenolharpiks) udgør 11-12% (vægtprocent) og olieindholdet ca. 0,5%.

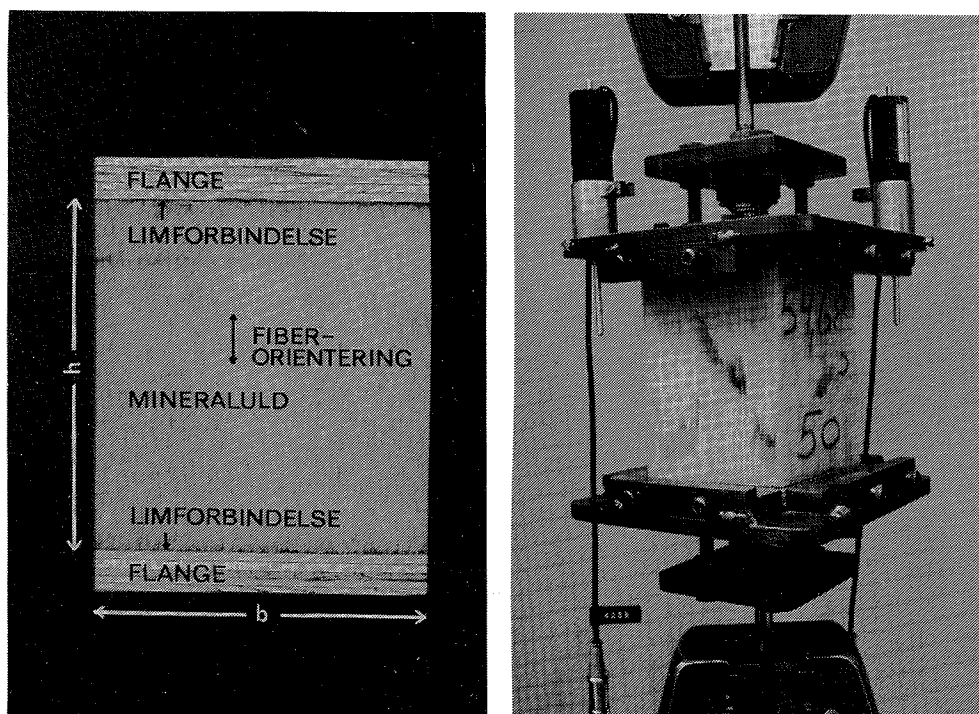
Ulden produceres i plader alle med nominel tykkelse på 100 mm og følgende rumvægte:

Glasuld	50 kg/m ³	G50
Glasuld	70 kg/m ³	G70
Glasuld	90 kg/m ³	G90

I det følgende anvendes alene de forkortede betegnelser.

2.1.1 Trækprøvning

Mineraluldens egenskaber ved enakset træk er undersøgt ved hjælp af prismatiske prøvelegemer, trækpåvirket centralt gennem pålimede flangeplader (se figur 2.1).

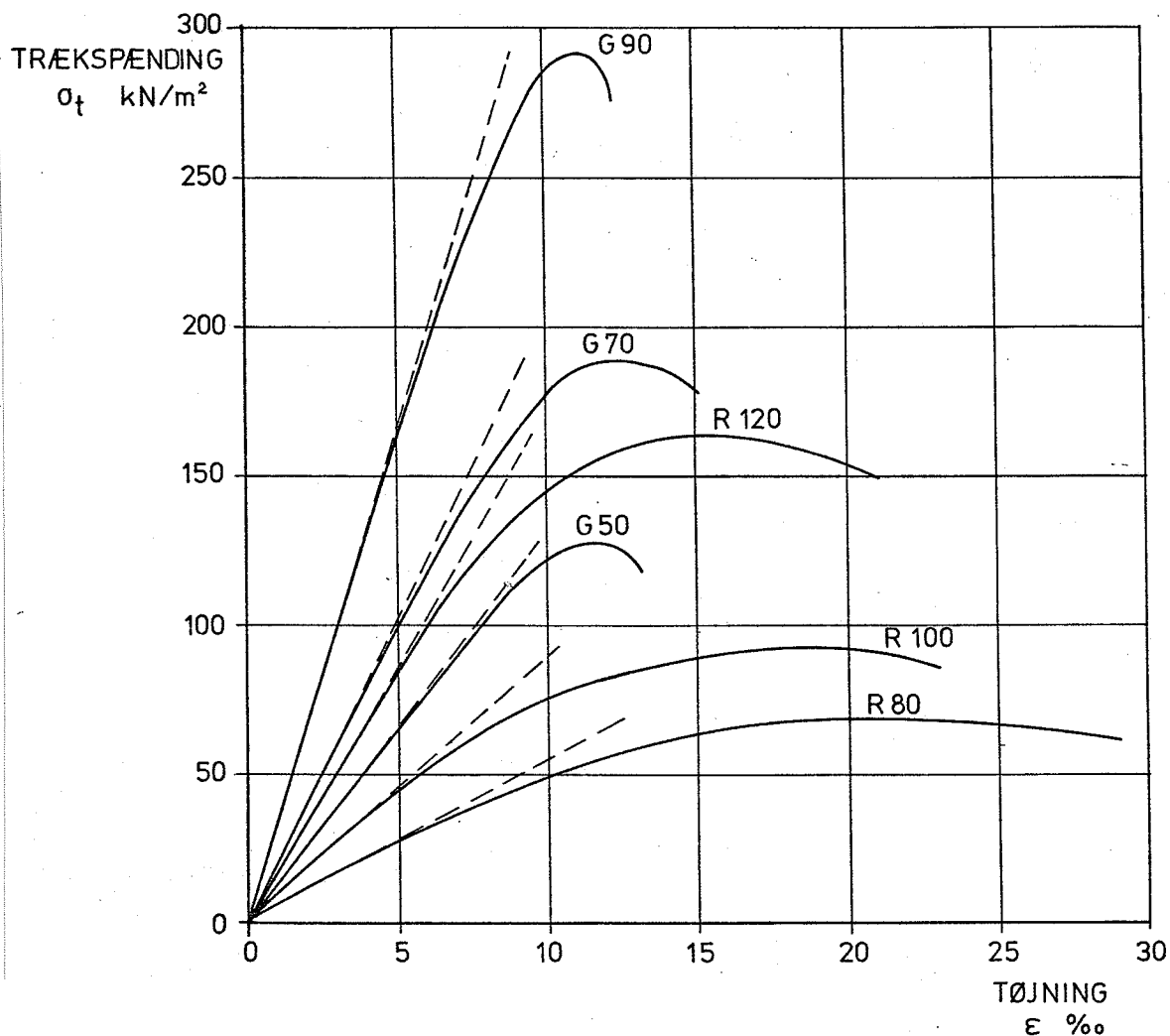


Figur 2.1:

Trækprøvning af mineraluld. Til venstre ses et prismatisk prøvelegeme med kvadratisk tværsnit (100x100 mm). Til højre ses prøvearrangementet bestående af to metalkæber, der griber om prøvelegemets flanger. Belastningen overføres ved friktion mellem trækkæber og kanten af de pålimede stive plader.

Metoden giver mulighed for samtidig måling af trækstyrke og -stivhed samt måling af limforbindelsens trækstyrke. Mineraluldens forlængelse registreres ved måling af flangepladernes indbyrdes bevægelse.

På figur 2.2 er vist typiske arbejdskurver for de 6 undersøgte mineraluldtyper.



Figur 2.2:

Typiske arbejdskurver ved enakset træk for de 6 undersøgte mineraluldtyper (20°C/65%RF).

Mineralulden udviser for alle typer lineærelastiske egenskaber med en proportionalitetsgrænse omkring 50-60% af trækbrudspændingen. Brudtøjningen varierer mellem ca. 10 og 25 ‰.

Styrke- og stivhedsegenskaberne afhængighed af rumvægten er illustreret på figur 2.3 og 2.4. Stivhedsegenskaberne er angivet ved hældningen af arbejdskurverne i det lineærelastiske område (E-modulen).

Analytisk model

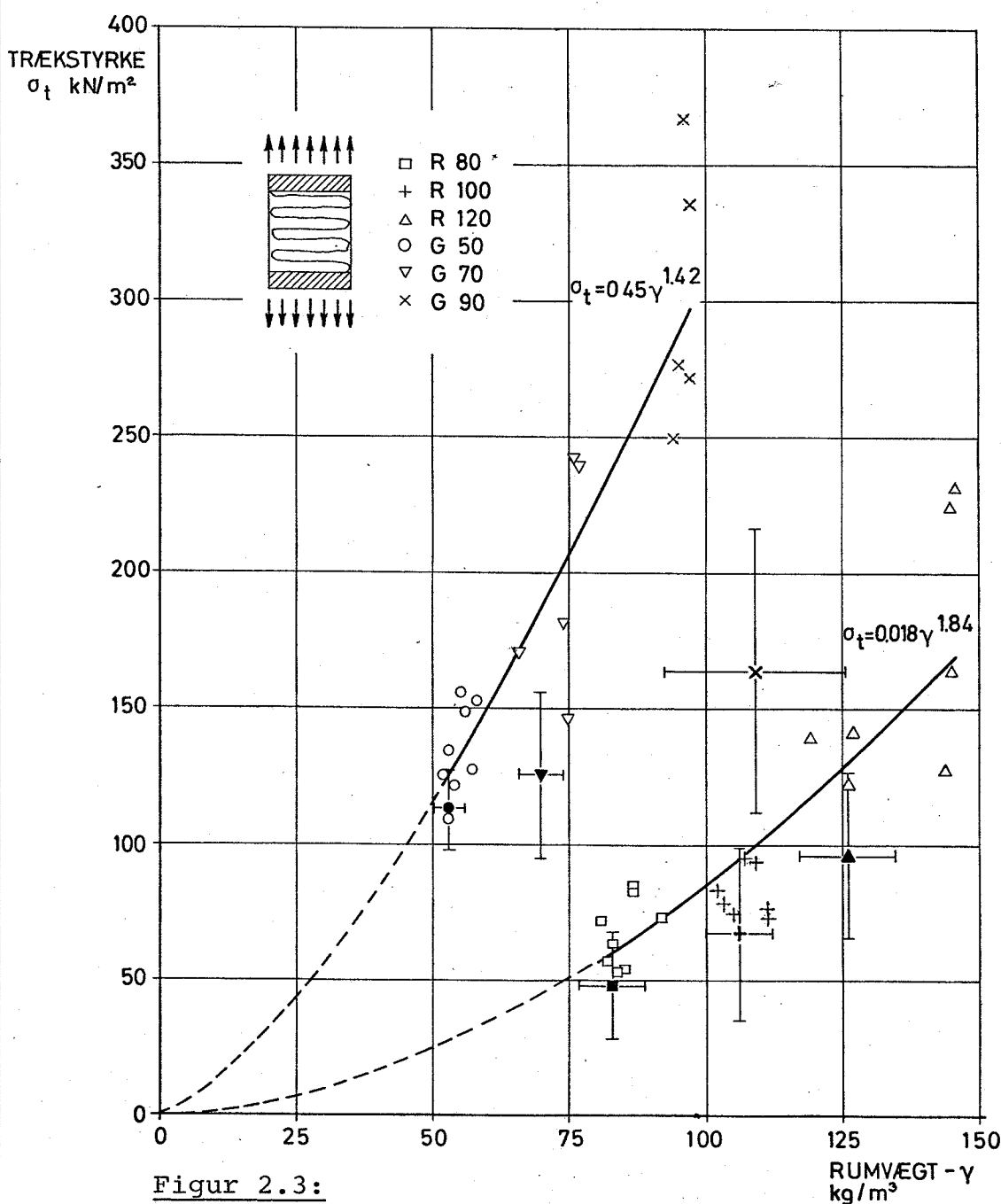
Både styrke- og stivhedsegenskaber afspejler en eksponentielt voksende sammenhæng med rumvægten. Under antagelse af, at egenskaberne går mod nul, når rumvægten går mod nul, er den bedst korrelerende analytiske model opnået ved at anvende en eksponentialfunktion af typen:

$$(2-1) \quad s = \alpha \gamma^\beta$$

hvor s er mineraluldens styrke eller stivhed, γ den aktuelle rumvægt i kg/m^3 (målt i laboratorium) og α og β er empiriske konstanter.

Efter logaritmering af (2-1) kan parametrene α og β bestemmes ved lineær regression.

De fundne modeller for de to typer mineraluld er indtegnet på figur 2.3 og 2.4 sammen med de aktuelle måleresultater.

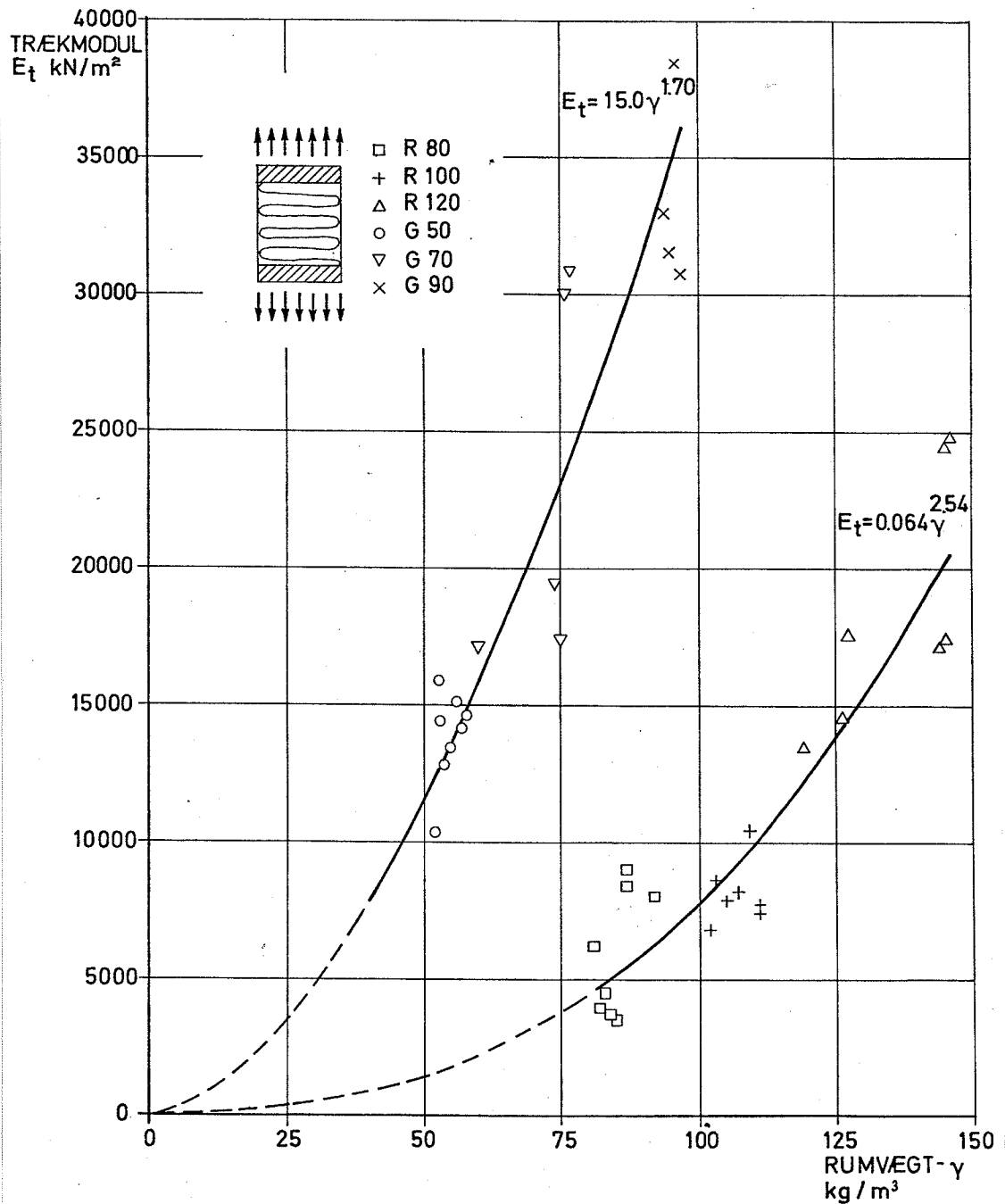


Figur 2.3:

Mineraluldens trækstyrke som funktion af rumvægten ($20^\circ\text{C}/65\%\text{RF}$). Trækstyrken i limforbindelsen på fabriksfremstillede elementer med samme mineraluldtyper er indtegnet som middelværdier af 11 prøver (sorte punkter) med angivelse af spredninger på henholdsvis rumvægt (vandret streg) og styrke (lodret streg).

Prøvningerne viser, at limforbindelsen, som den udføres i en praktisk produktion, har trækstyrker, der ligger 15-45% under uldens trækstyrke.

De samme svækkelser synes dog ikke at have indflydelse på mineraluldens elasticitetsmodul målt gennem svækkede limforbindelser (fiktivt E-modul).



Figur 2.4:

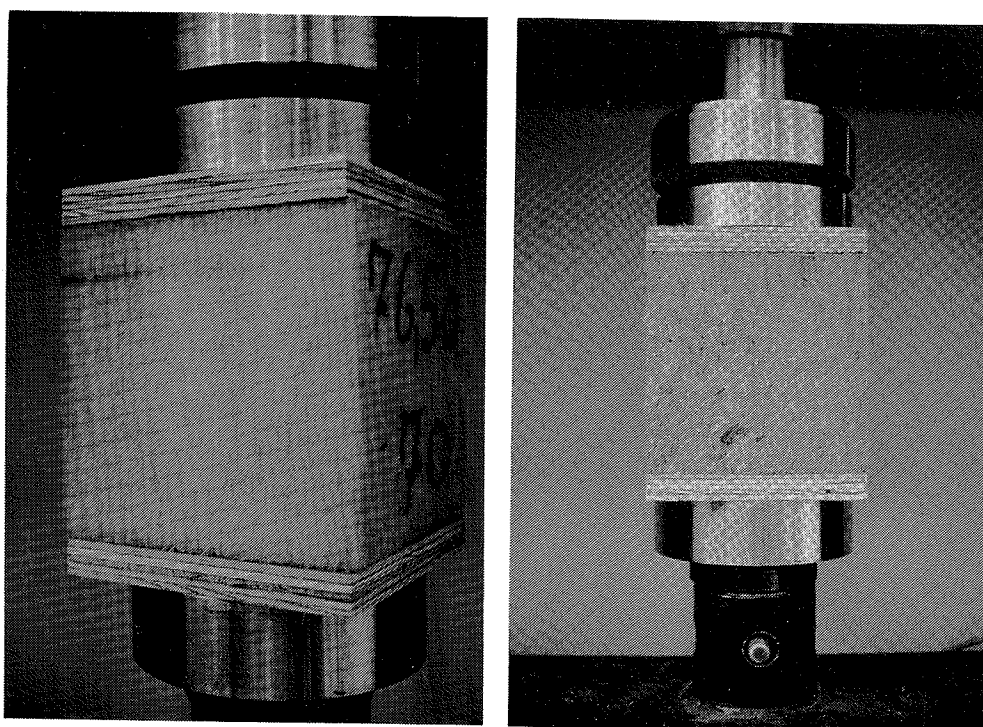
Trækstivhedens (E-modulens) afhængighed af mineraluldens rumvægt (20 °C/65 %RF).

Sammenligning mellem figur 2.3 og 2.4 viser, at både trækstyrke og -stivhed afhænger af rumvægten på samme måde, således at der for hver af de undersøgte produkter er en næsten entydig sammenhæng mellem rumvægt, styrke og elasticitetsmodul.

2.1.2 Trykprøvning

Mineraluldens egenskaber (i fiberplanet) under påvirkning af tryk er undersøgt på prismatiske prøvelegemer analoge til trækprøvelegemerne beskrevet i afsnit 2.1.1.

Trykbelastningen påføres gennem de pålimede flangeplader, som vist på figur 2.5.



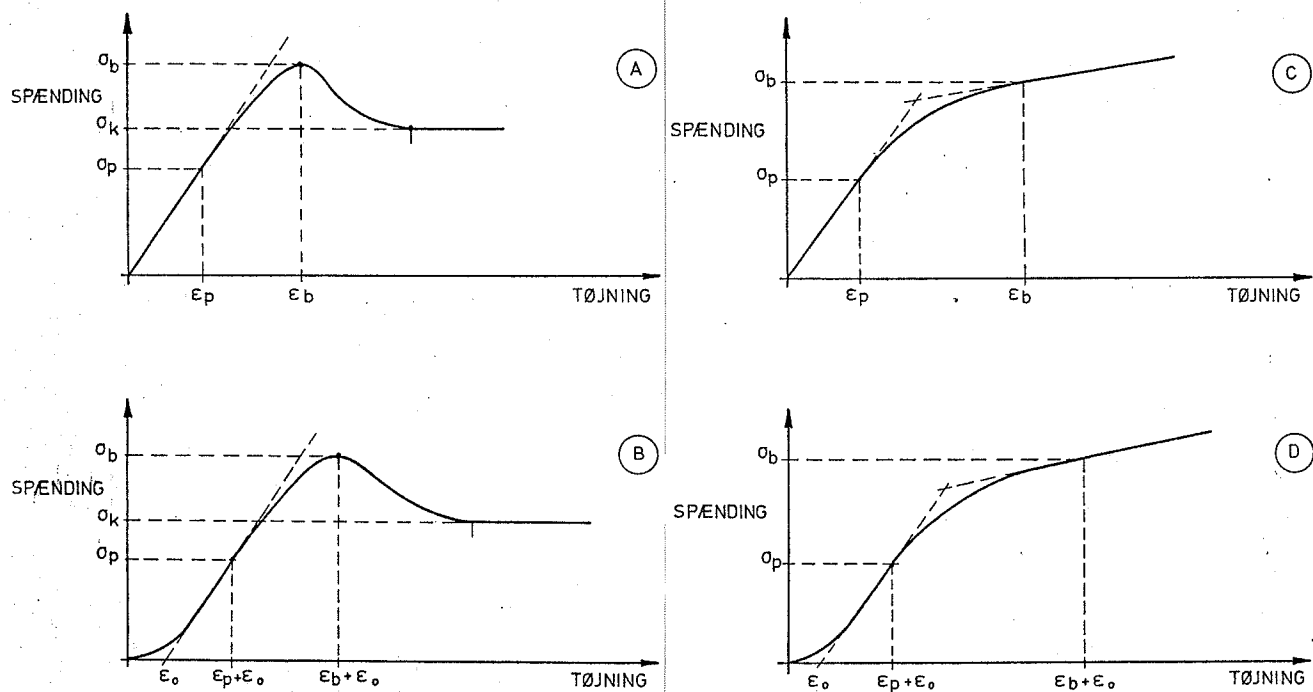
Figur 2.5:

Trykprøvning af mineraluld.

Måling af uldens sammentrykning sker ved måling af trykhovedernes indbyrdes bevægelse.

Visuelt ytrer bruddet sig ved en stukning af fibrene, uden at arbejdskurverne i alle tilfælde får vandret tangent (se figur 2.6).

Arbejdskurvernes varierende udseende er ikke knyttet til bestemte uldtyper, men optræder i flæng blandt de 6 undersøgte typer.



Figur 2.6:

Observerede forløb af arbejdskurver ved tryk i fiberplanet. σ_b angiver brudspændingen med tilhørende brudtøjning ϵ_b . σ_p er proportionalitetsspændingen med tilhørende tøjning ϵ_p . σ_k er komprimeringsstyrken og ϵ_0 initialtøjningen.

Type A optræder i ca. 50% af tilfældene, type C i ca. 30% og B og D i hver ca. 10%.

Fælles for de observerede forløb af arbejdskurverne er det tilnærmelsesvis retlinede forløb fra ca. 10 til 50% af brudspændingen, hvor mineralulden udviser lineært elastiske egenskaber. Det er arbejdskurvernes hældning i dette område, der ligger til grund for fastlæggelsen af elasticitetsmodulen.

Type A og B er kendetegnet ved en top på arbejds-kurven (vandret tangent), mens type C og D er monotont voksende.

Initialdeformationer

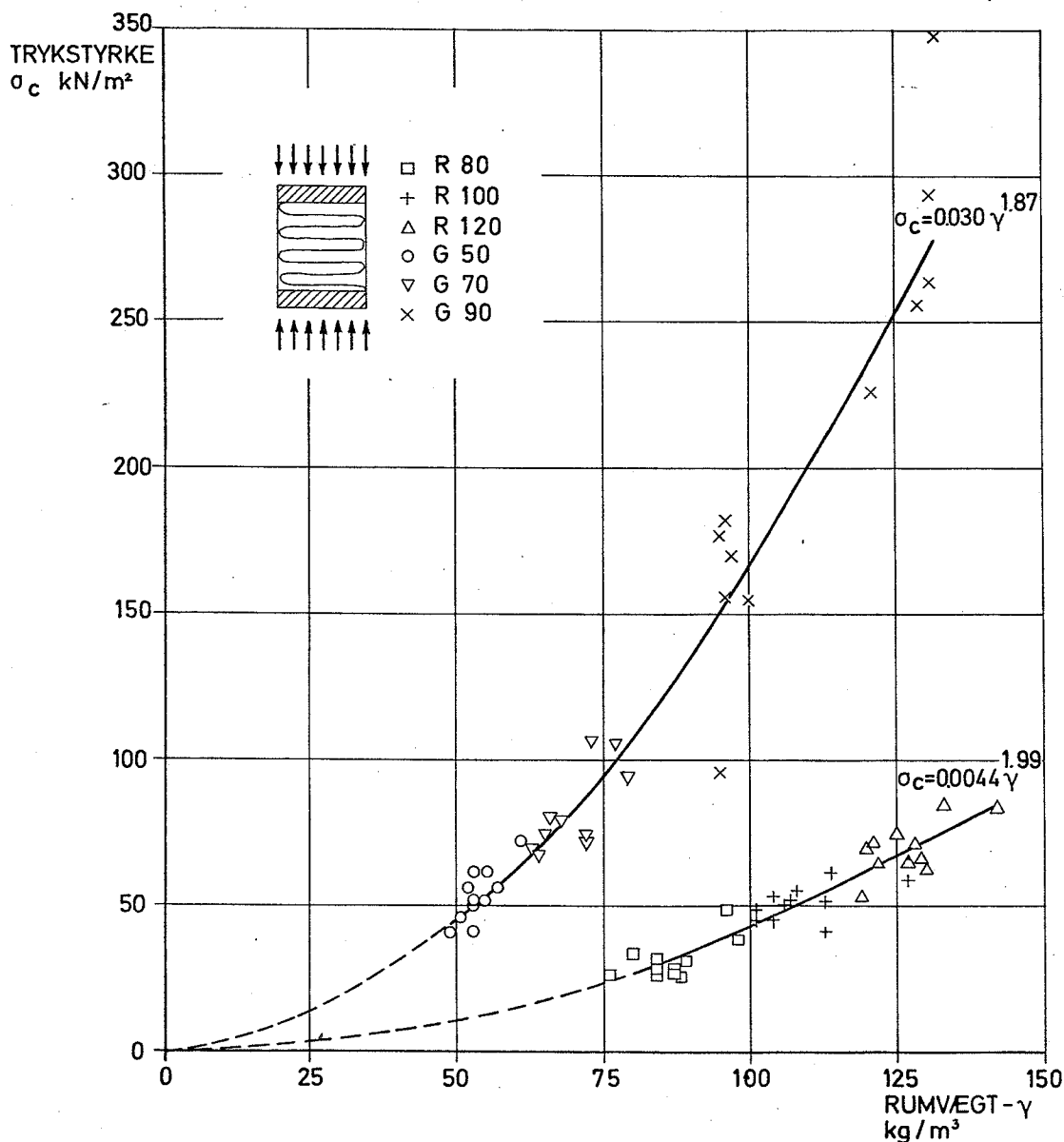
Typerne B og D svarer helt til typerne A henholdsvis C over det lineærelastiske område, men er kendetegnet ved en karakteristisk initialtøjning, der varierer i størrelse afhængigt af limforbindelsens kvalitet. En dårlig limforbindelse vil sandsynligvis medføre visse spændingsvariationer, der først udlignes efter en vis deformation.

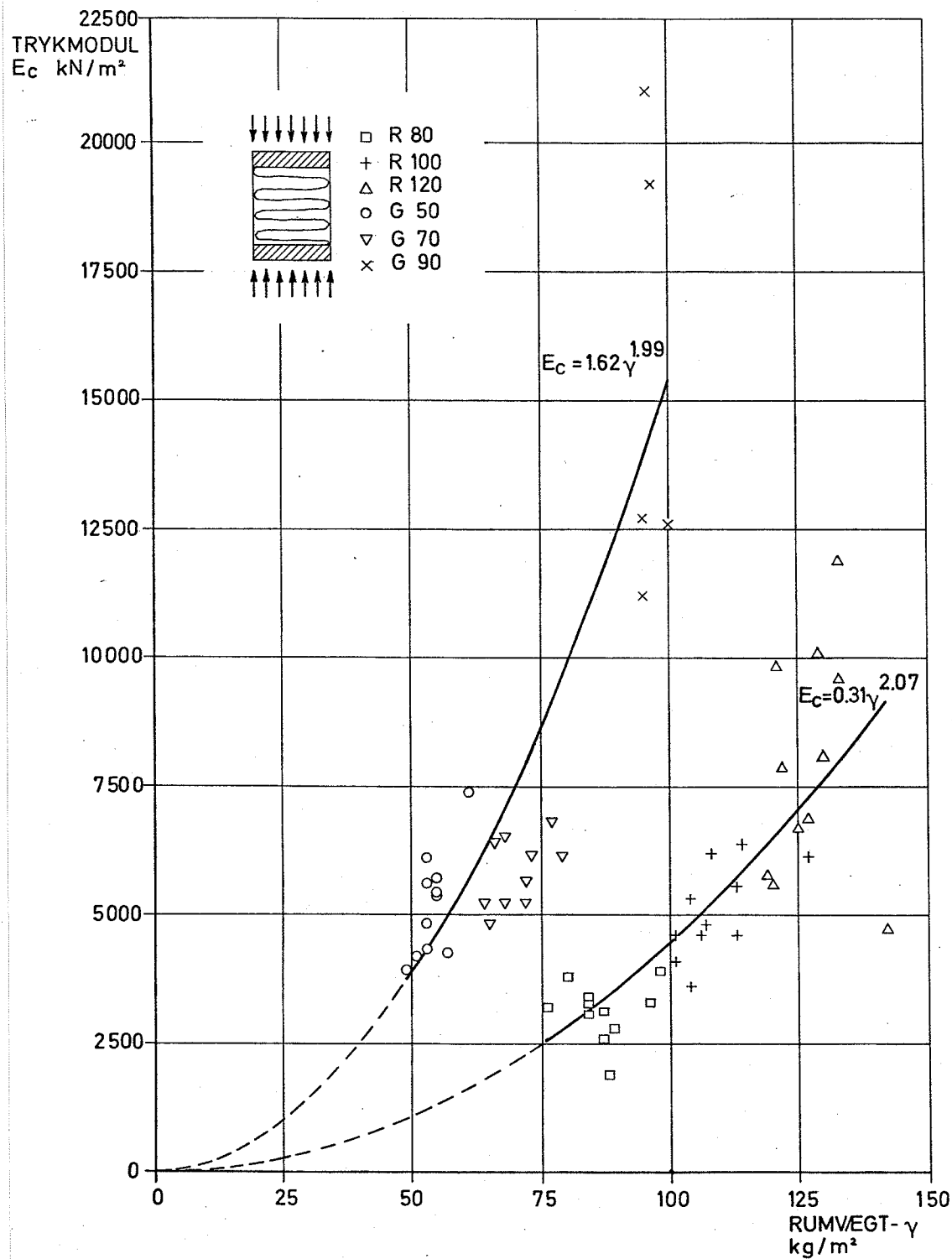
Fænomenet betyder i realiteten, at uldens begyndelsesstivhed (for små belastninger) er lig nul, hvilket har overordentlig uheldig virkning i sandwich-konstruktioner, hvor mineraluldens stabiliserende virkning mod foldning i så fald først indtræder efter en given deformation.

I de undersøgte prøver varierer disse tøjninger fra 0 ‰ til 3 ‰. Brudtøjningerne varierer mellem 10 ‰ og 25 ‰ afhængigt af mineralulds-typen.

Brudtøjning med tilhørende brudspænding kan entydigt fastlægges ud fra typerne A og B, hvor arbejds-kurven antager et maksimum (vandret tangent), inden "flydning" i materialet indtræder (successiv stukning).

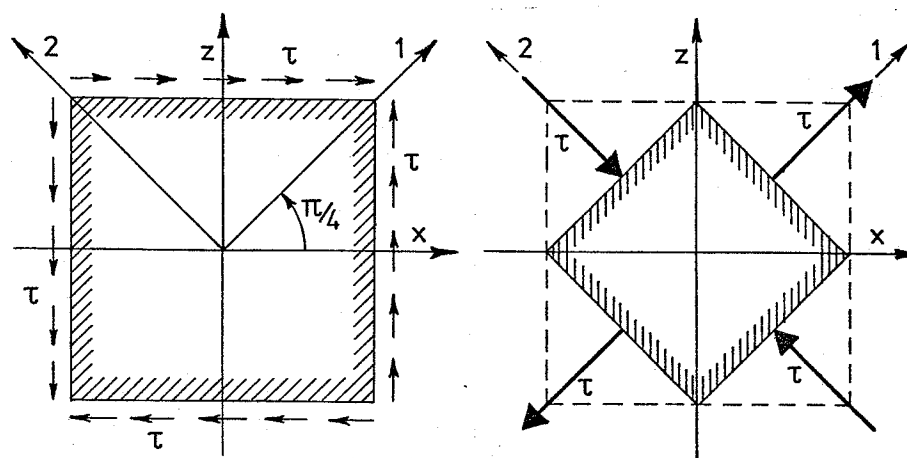
I tilfælde C og D indtræder flydningen gradvis, og arbejds-kurven vil på et vist tidspunkt stige svagt efter en ret linie i takt med komprimeringen. Brud-spændingen fastlægges i dette tilfælde ved begyndelses-punktet af arbejds-kurvens retlinede del (flydepunktet).





Figur 2.8:

Trykstivhedens (E-modulens) variation med mineraluldens rumvægt (20°C/65%RF).

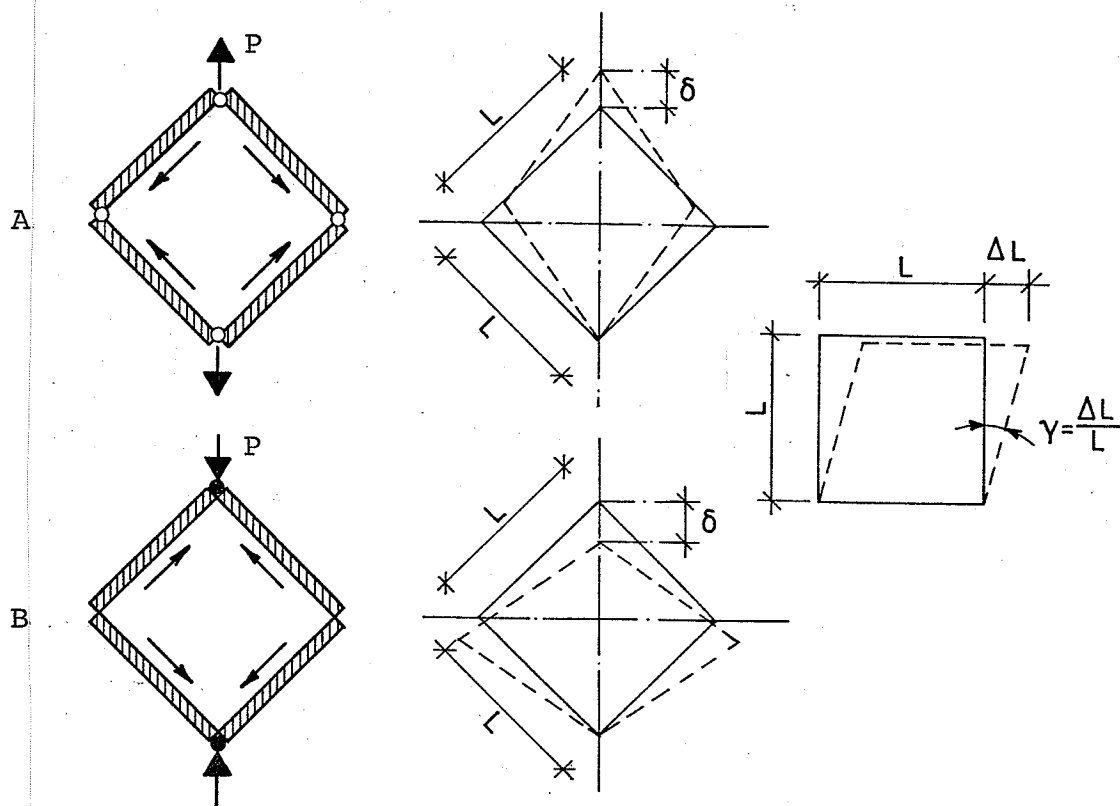


Figur 2.9:

Illustration af spændingstilstanden ren forskydning. Til venstre forskydningsspændinger på randen af en kvadratisk skive. Til højre den hermed ækvivalente spændingstilstand frembragt ved en trækspænding i den ene hovedretning (1) og en lige så stor trykspænding i den anden (2).

"Rhombe-
metoden"

En metode til rent mekanisk at få etableret en ren forskydningstilstand i mineraluldens fiberplan er illustreret på figur 2.10.



Figur 2.10:

Princip i "rhombemetoden". Prøvelegemerne belastes i diagonal retning med træk- eller trykkræfter (A henholdsvis B).

Metoden bygger på de principper, der almindeligvis anvendes ved bestemmelse af pladematerialers egenskaber ved skiveforskydning (se f.eks. ref. [69.3]).

En kvadratisk mineraluldplade (200×200 mm) med tykkelse svarende til de anvendte lameller pålimes fire stive plader, hvorigennem forskydningsspændingerne fordeles. Belastninger parallelt med pladernes plan fremkommer af en diagonal træk- eller trykpåvirkning af prøvelegemet.

Vinkeltøjningen, γ , kan bestemmes ud fra målinger af de absolutte diagonale deformationer, δ , eller ved måling af den indbyrdes forskydning, ΔL , mellem to modstillede plader (se figur 2.10).

Vinkeltøjningen udtrykkes som:

$$(2-1) \quad \gamma = \frac{\Delta L}{L} \quad \text{eller} \quad \gamma = \frac{\delta \sqrt{2}}{L}$$

Forskydningsspændingen, τ , findes ved ligevægtsbetragtning af udtrykket:

$$(2-2) \quad \tau = \frac{P}{L b \sqrt{2}}$$

hvor P er den påførte kraft (træk eller tryk), L er den kvadratiske prøves kantlængde, og b er mineraluldpladens tykkelse (lamelbredde).

Forskydningsmodulen (G-modulen) udtrykt ved hældning af arbejdskurven ved forskydning i det lineær-elastiske område kan beregnes som:

$$(2-3) \quad G = \frac{\tau}{\gamma} = \frac{P}{\Delta L b \sqrt{2}} \quad \text{eller} \quad G = \frac{P}{2 b \delta}$$

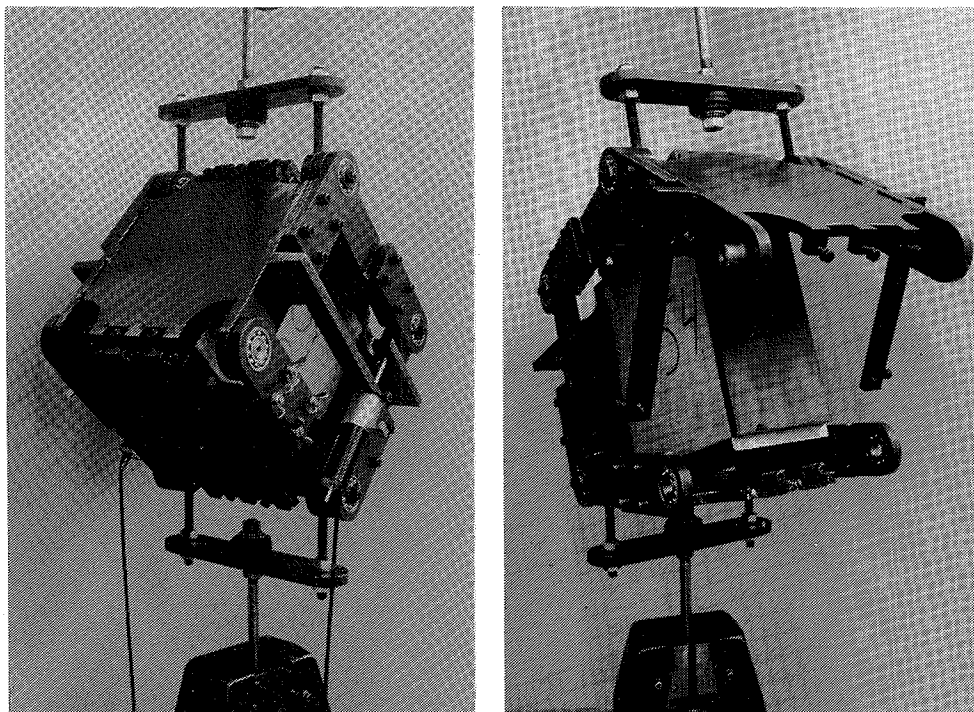
Prøvemethoden er efterprøvet for både træk- og trykpåvirkning i diagonal retning.

Diagonalt
træk

Overførsel af trækbelastningen til de fire stive kæber kræver en kobling i hjørnepunkterne (hængselled).

Deformationerne i de pålmede plader er små sammenlignet med deformationerne i mineralulden, og den ideelle placering af drejningspunkterne (hængselledene) ligger i mineraluldklodsens hjørnelinier vinkelret på kraftretningen (jvf. figur 2.10A). Hvis drejningspunkterne forskydes i forhold til denne placering, introduceres bøjende momenter, der vil forstyrre den rene forskydningstilstand i mineralulden.

For at undgå dette og samtidig kunne bibeholde den simple opbygning af prøvelegemerne er omdrejningspunkterne anbragt udenfor prøvelegemet i en lukket ramme, som vist på figur 2.11.



Figur 2.11:

Trækramme til forskydningsprøvning efter "rhombemetoden".

Rammens kæber er forsynet med gribeklør, der muliggør en hurtig montering. De indbyggede justeringsmuligheder (toleranceudligning) sikrer, at de pålmede plader ligger an mod kæberne, så de udgør en helhed.

Ved beregningen af forskydningsparametrene ses bort fra friktionen i drejningsleddene. Det betyder negligerig af friktionsmomenter, der vil søge at modvirke rammens deformation. Friktionen er søgt minimeret ved anvendelse af de viste sfæriske kuglelejer.

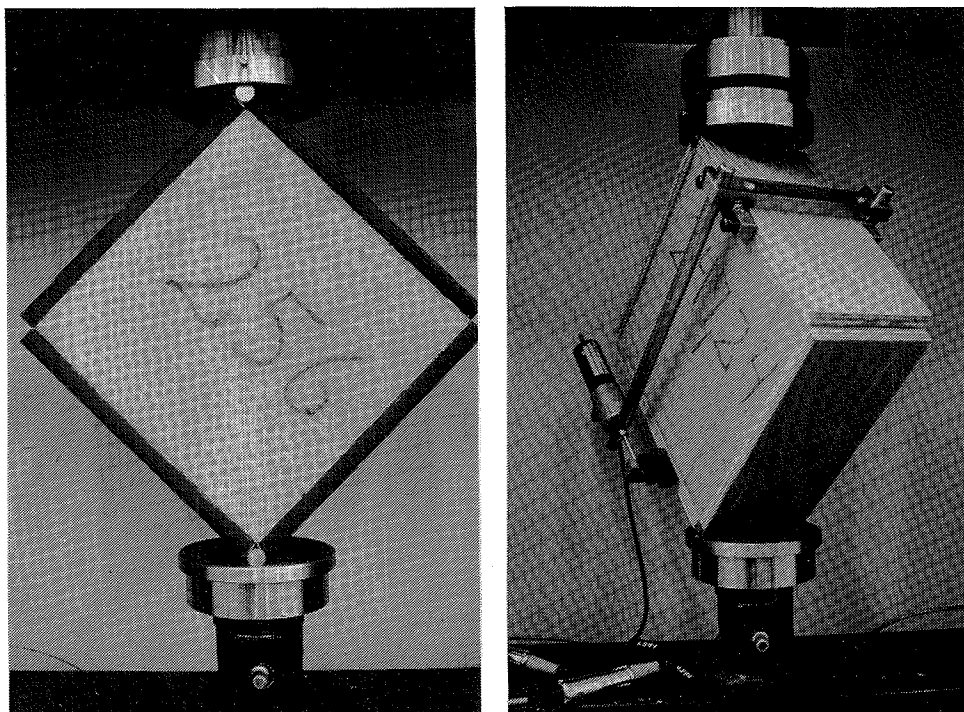
Diagonalt tryk

Ved trykpåvirkningen overføres belastningen til de pålmede pladers endeflader gennem to diagonalt placerede stålruller (Ø12 mm) fastgjort til kæberne i en almindelig trykprøvemaskine, som vist på figur 2.12.

Rullernes anlæg mod pladernes endeflader vil under deformationen principielt give anledning til friktionsmomenter, der vil søge at modvirke drejningen. Den fejl, der begås, er ikke detaljeret undersøgt, men må antages at være uden betydning ved de beskudne kræfter, der er tale om.

Ved det valgte belastningsarrangement føres kræfterne ind i pladernes centerlinier. I forhold til forskydningskræfternes resultanter i limforbindelsen optræder altså ekscentriciteter svarende til den halve pladetykkelse. De heraf følgende bøjende

momenter giver anledning til normalspændinger i de snit, der forudsættes at være i en tilstand af ren forskydning.



Figur 2.12:

"Rhombemetoden" ved diagonal trykbelastning.

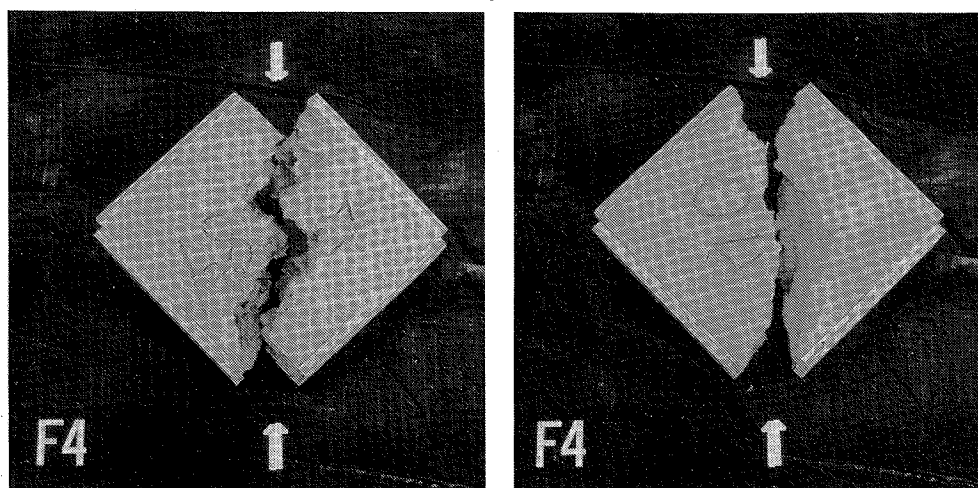
Ved anvendelse af stålplader (til venstre) kan forskydningsdeformationerne bestemmes ved måling af trykkæbernes bevægelse. Ved anvendelse af krydsfinérplader kan der ske lokal sammentrykning ved endefladerne, og pladernes indbyrdes forskydning måles gennem de påmonterede stive arme forsynet med elektriske flytningstransducere.

En finite-element-beregning har vist, at med de valgte pladetykkelser på 12 mm og tilsvarende rulle diameter på 12 mm er denne effekt uden betydning.

Så længe forskydningsspændingerne befinder sig i det elastiske område, opnås den ønskede spændingsfordeling i mineralulden.

I brudtilstanden derimod viser forsøgene, at brud ikke optræder i snittene med størst forskydnings-spænding parallelt med de pålimede plader, men i stedet i diagonalernes retning som et kombineret træk- og trykbrud. Se figur 2.14.

Når forskydningsbruddet ikke udvikles, kan det skyldes deformationernes styring og de pålimede pladers store stivhed. De yderste fibre i mineralulden er i princippet indspændt i limforbindelsen til pladerne, hvilket betyder, at de ikke kan undergå den vinkel-



Figur 2.14:

Typiske brudfigurer for "rhombemetoden". Bruddet har karakter af et spaltebrud i diagonal retning. I den vandrette diagonal er samtidig sket en stukning af fibrene (trykbrud). Det venstre brudbillede viser dog en tendens til, at spaltningen foregår i et zig-zag mønster parallelt med pladerne.

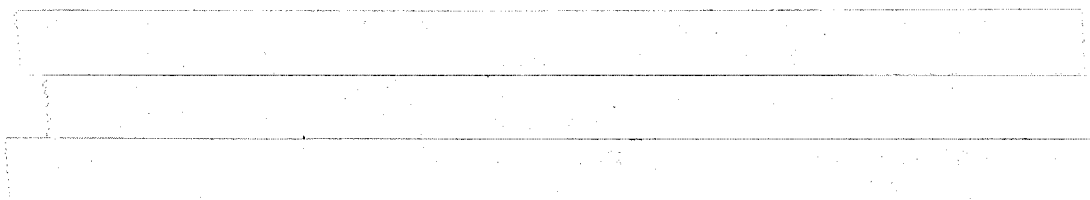
drejning, der forudsættes, og dermed fås lokalt større forskydningsstyrker. Den til brudkraften hørende forskydningsspænding beregnet efter (2-2) er således ikke direkte udtryk for mineraluldens forskydningsstyrke. Metoden må primært anvendes til fastlæggelse af forskydningsstivheder (brugsstadiet).

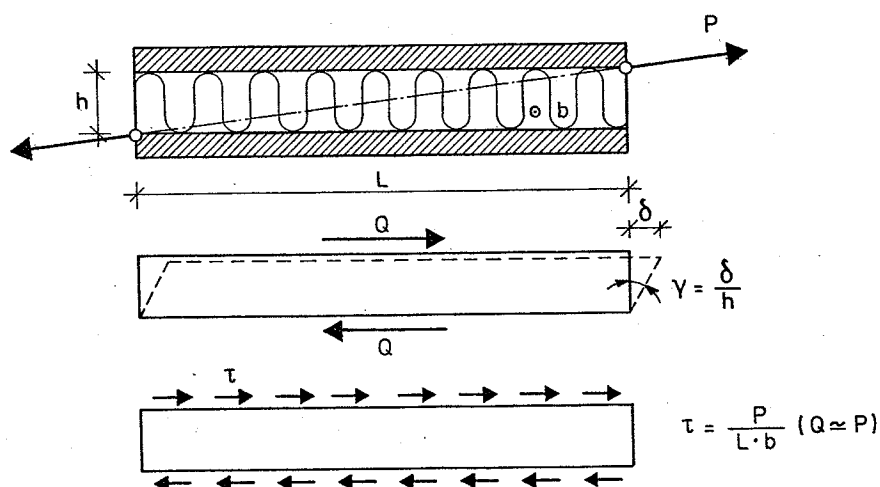
En anden svaghed ved metoden er, at den ikke kan anvendes til bestemmelse af limforbindelsens forskydningsstyrke i fabriksfremstillede sandwichelementer og herunder vurderingen af svage limforbindelsers indflydelse på kernens effektive forskydningsstivhed.

ASMT-
"single-
block"

Den i det følgende beskrevne metode er baseret på principperne i den amerikanske standardmetode (ASTM-C273-61), der såkaldte "single block shear test" (se ref. [69.3]), hvis princip kort skal skitseres.

Kernematerialet (mineralulden) limes til to stive metalflanger, der belastes diagonalt til træk (eller tryk), som vist på figur 2.15.





Figur 2.15:

Princip i amerikansk standardmetode for forskydningsprøvning af kernematerialer til sandwichelementer (ASTM-C273-61).

På grund af forskydningskræfternes drejning i forhold til den påførte kraft introduceres bøjende momenter i metalkæberne, der giver anledning til normalspændinger i prøvelegemet, så forskydnings-spændingerne ikke fordeler sig jævnt over prøvens længde.

Den tilstræbte jævne fordeling af forskydningsspændingerne er ydermere forstyrret af den frie rand ved enderne, hvor der selvsagt ikke kan optræde forskydningsspændinger.

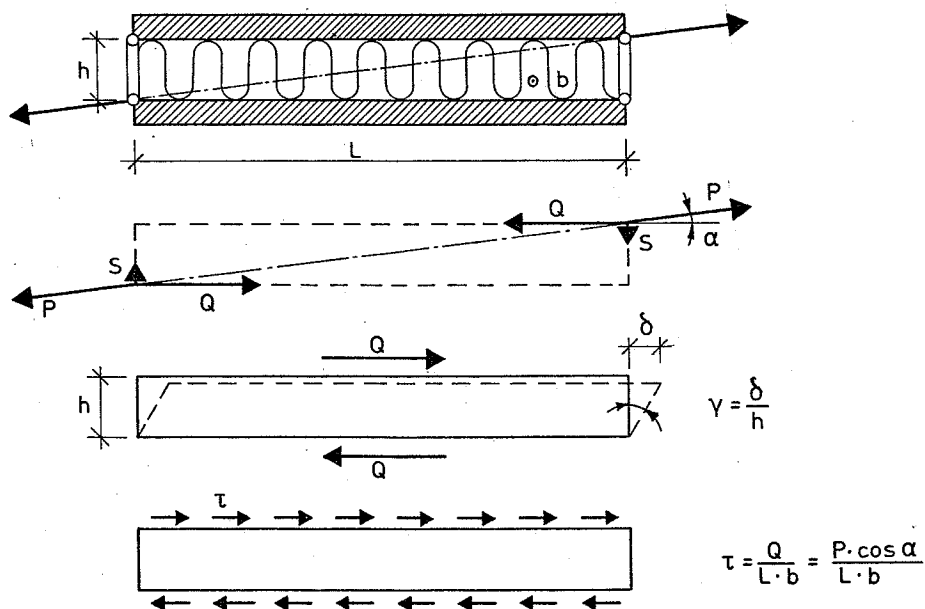
Disse problemer kan negligeres ved at gøre forholdet mellem tykkelse (højde) og længde af prøvelegemet tilstrækkeligt lille.

I den amerikanske standard foreskrives en længde ikke mindre end 12 gange tykkelsen. Med det samtidige krav om, at tykkelsen af prøvelegemet skal svare til tykkelsen i sandwichkonstruktionen vil det for de aktuelle mineraluldbaserede sandwich-elementer svare til, at prøvelegemerne skal være 3-4 m lange, hvilket er helt urealistisk.

Forskyd-
ningsramme
med koblede
flanger

For at undgå de bøjende momenter er kæberne kob-
lede med stive forbindelser, der er hængslet i
fire sfæriske kuglelejer anbragt i niveau med lim-
forbindelsen i et prøvelegeme udskåret direkte af
et sandwichelement.

Princippet er vist på figur 2.16.



Figur 2.16:

Princip i forskydningsramme med koblede flanger. Rammen trækbelastes i diagonal retning gennem de fire diagonalt placerede kugleled. P er trækkræften (fra prøvemaskinen). Q er forskydningskraften, og S er stangkraften i koblingsstængerne.

Antages friktionsløse drejningsled (i kuglelejer), kan forskydningskraften, Q, på grund af symmetrien, beregnes af den påførte trækraft, P, som:

$$(2-4) \quad Q = P \cos \alpha = P \frac{L}{\sqrt{L^2 + h^2}}$$

hvor L er prøvens længde, og h er højden.

Regnes forskydningsspændingerne, τ , jævnt fordelt over prøvens længdetværsnit fås:

$$(2-5) \quad \tau = \frac{Q}{L b} = \frac{P \cos \alpha}{L b} = \frac{P}{b \sqrt{L^2 + h^2}},$$

hvor b er prøvens bredde (lameltykkelse).

Kernens vinkeldrejning, γ , (se figur 2.16) fås af udtrykket:

$$(2-6) \quad \gamma = \frac{\delta}{h},$$

hvor δ er flangernes indbyrdes forskydning.

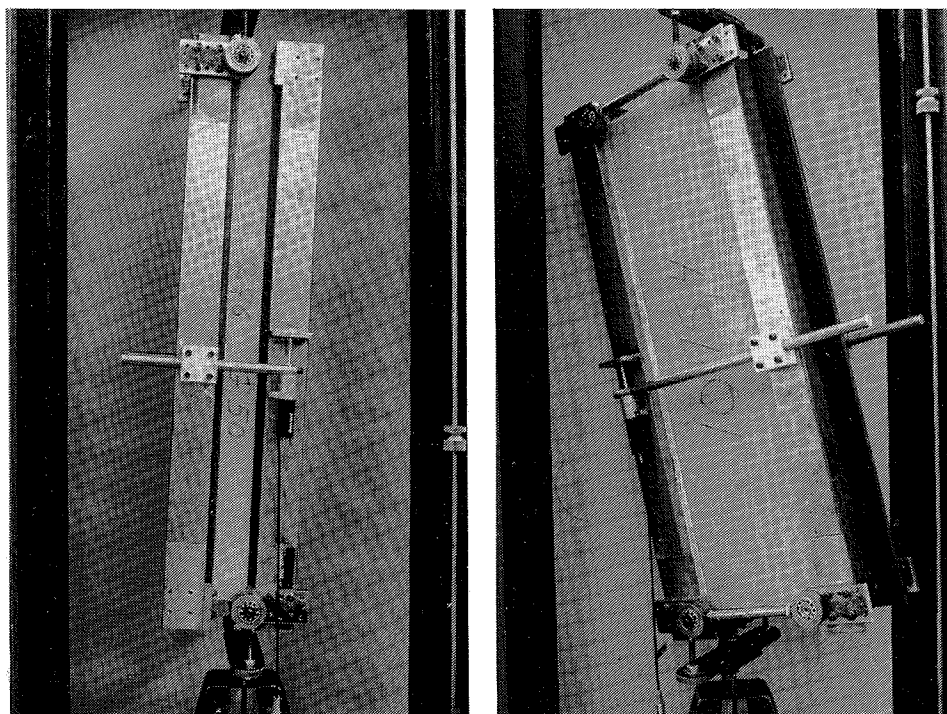
Forskydningsmodulen, G , fås herefter af udtrykket:

$$(2-7) \quad G = \frac{\tau}{\gamma} = \frac{P \cos \alpha h}{L b \delta} = \frac{P h}{b \delta \sqrt{L^2 + h^2}}$$

Antagelsen om friktionsløse drejningsled betyder negligering af friktionsmomenter, der modvirker rammens deformation. Friktionen er søgt reduceret ved anvendelse af kuglelejer. Målinger af tøjningerne i koblingsstængerne har vist god overensstemmelse med den antagne kraftfordeling og den fejl, der begås, må antages at være uden betydning.

Den praktiske udformning af prøverammen er vist på figur 2.17.

Prøvelegemerne udskæres direkte fra det færdige sandwichelement.



Figur 2.17:

Ramme for forskydningsprøvning (trækbelastet i diagonal retning). Til venstre er rammen vist uden koblingsstænger (svarende til ASTM-C273-61) og til højre med. Forskydningskræfterne overføres til flangerne gennem justérbare klodser ved enderne. Flangerne bliver i princippet forspændt på en måde, der giver en tryknormalkraft og et bøjende moment, der vil prøve at tvinge flangen ind mod de planparallelle stive kæber. Opspændingsmetoden muliggør en hurtig og enkel montage af prøvelegemerne, uden at prøvelegemet forstyrres (inden prøvningen). Flangernes indbyrdes forskydning måles fra to stive arme påmonteret den ene kæbe. Målinger på begge sider af prøvelegemet tjener til compensation for eventuelle vridninger.

Koblingen af kæberne har den fordel, at der selv for store prøvetykkelser (kernetykkelser) stort set ikke optræder bøjende momenter i kæberne, men kun normaltkræfter.

Derimod har metoden samme svaghed som den amerikanske standardmetode, idet prøvelegemet også her indeholder frie endeflader, hvor forskydningsspændingerne er nul.

Dette forhold må dog ses i relation til den praktiske anvendelse af mineralulden som kernemateriale i sandwichkonstruktioner, hvor ulden opskæres i lameller med begrænset længde (se figur 1.1) og stødes sammen. Lamellerne har af håndteringsmæssige grunde og af hensyn til sårbarheden ikke være anvendt i længder større end 2-2,5 m.

I sandwichkonstruktionen vil der altså optræde stødsvarende til en fri rand, hvor der ikke kan overføres forskydningskræfter. Prøvemethodens svaghed er altså på dette punkt en god simulering af de faktiske forhold.

Lamellernes kantforhold varierer selvfølgelig fra element til element, afhængigt af den valgte kerneytykkelse og det valgte forbandt.

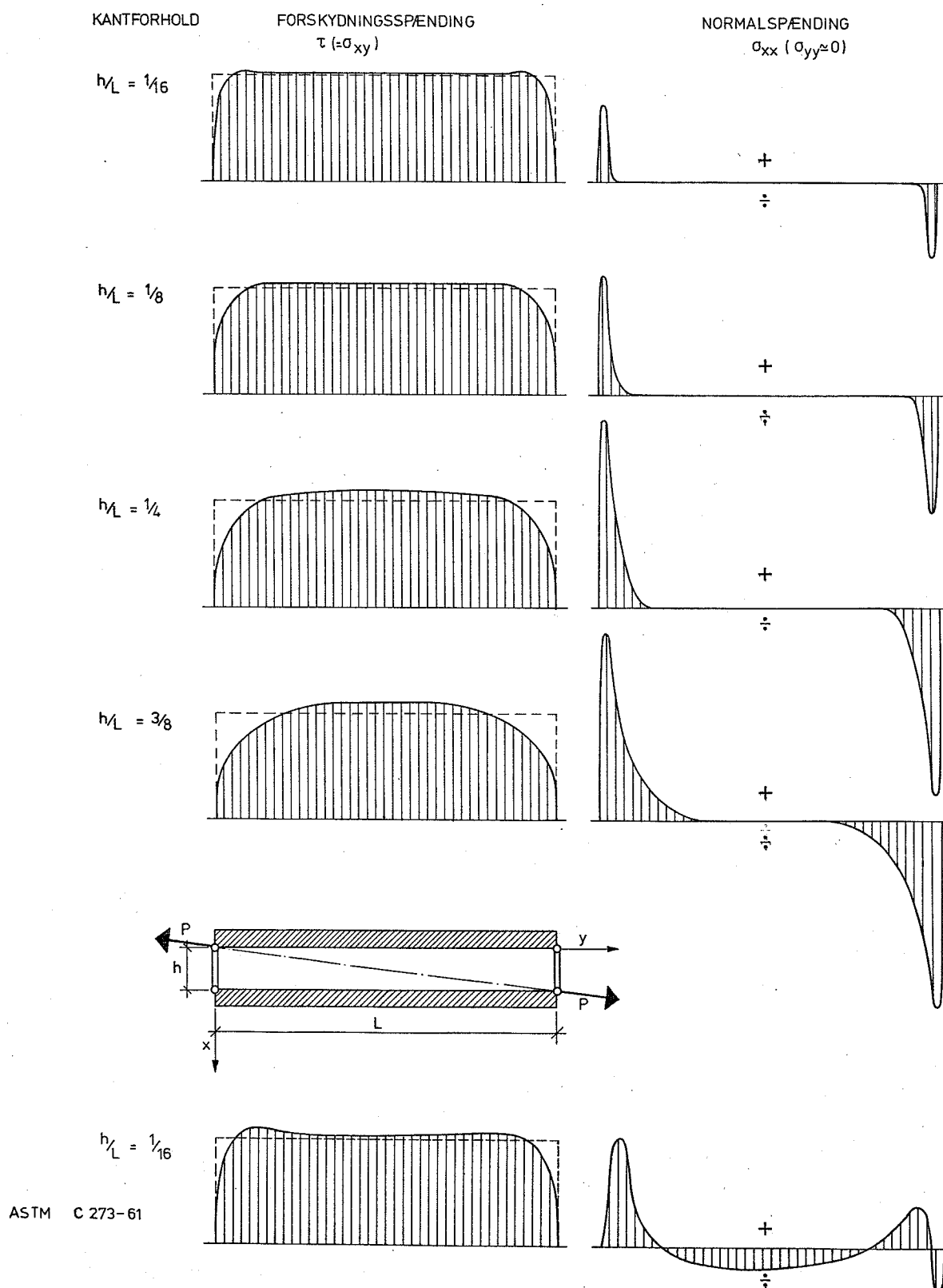
Hvad kantforholdet betyder for fordelingen af forskydningsspændingerne hen gennem prøvelegemet er illustreret på figur 2.18, hvor resultaterne af en elastisk finite-element-beregning er vist.

Forskydningsspændingsfordelingens afvigelse fra den regningsmæssige fordeling vokser med øget kantforhold. Spændingsændringerne ledsages af forøgede normalspændinger (træk og tryk) ved de frie randfelter.

For kantforhold større end ca. 1:8 vil bruddet begynde som tryk- eller trækbrud nær randfelterne, inden der udvikles et egentligt forskydningsbrud.

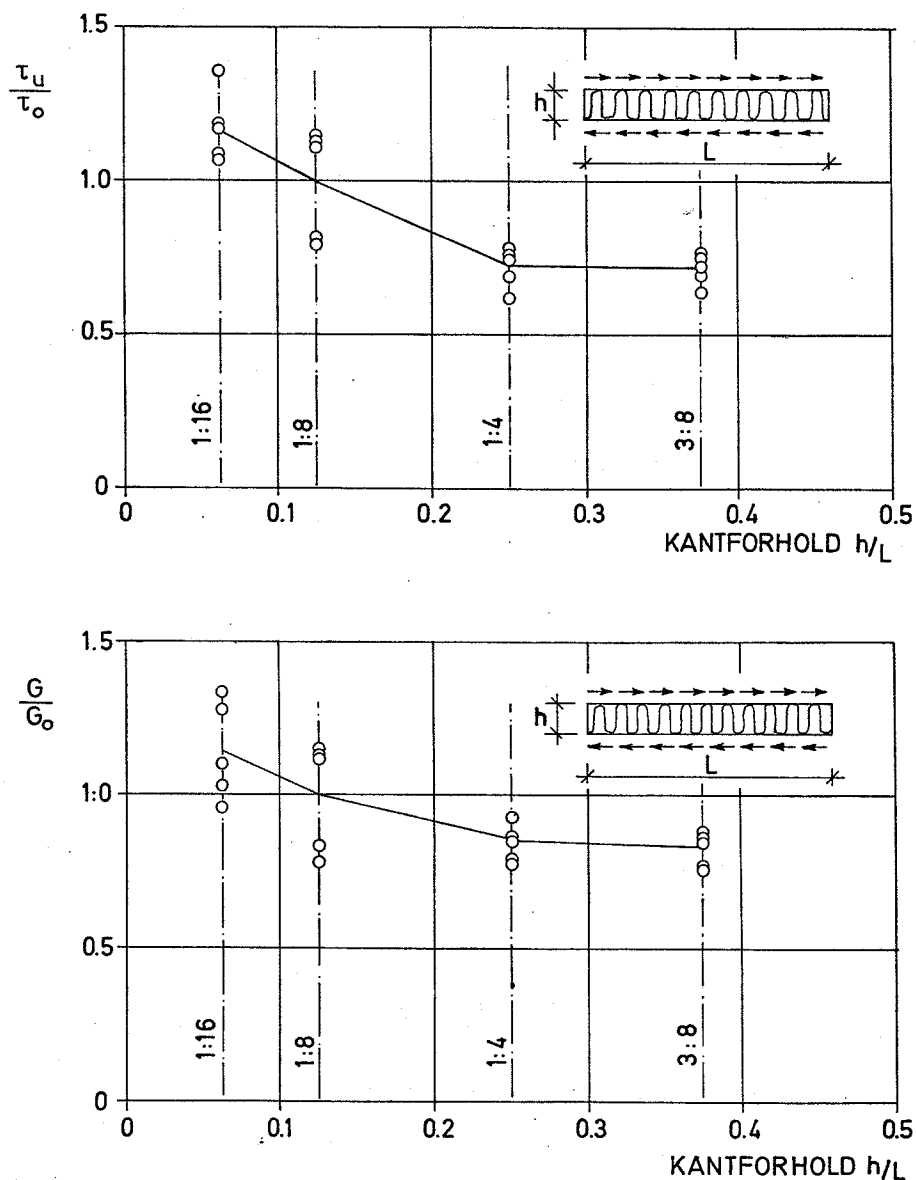
Hvordan dette influerer på de målte forskydningsstyrker og -stivheder er undersøgt ved 4×5 prøvninger på samme mineraluldtype med lamelhøjde henholdsvis 50, 100, 200 og 300 mm. Med disse højder bliver kantforholdene henholdsvis 1:16, 1:8, 1:4 og 3:8, idet længden er konstant lig 800 mm.

Resultatet af prøvningerne er vist på figur 2.19. Som reference er valgt kantforholdet 1:8, der er anvendt under prøvningerne af de forskellige mineraluldyper refereret senere.



Figur 2.18:

Forskydningsspændingernes og normalspændingernes fordeling over prøvens længde for forskellige kantforhold (forhold mellem lamelhøjde og -længde). Den regningsmæssige jævne fordeling er vist stiplet. Nederst er vist de tilsvarende fordelinger, når koblingsstængerne er udeladt svarende til ASTM-C273-61. Spændingerne er i alle tilfælde henført til snit i niveau med y-aksen.



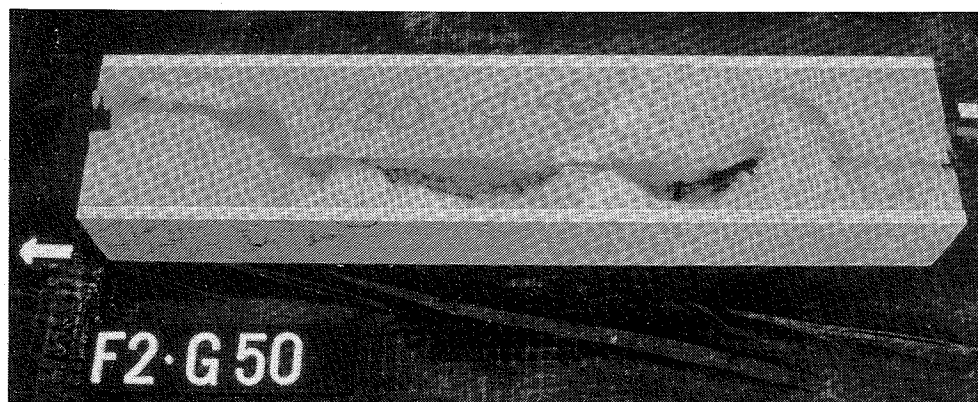
Figur 2.19:

Kantforholdets indflydelse på den målte forskydningsstyrke (øverst) og den målte forskydningsmodul (nederst). Som referencer er anvendt forskydningsstyrken τ_0 og forskydningsmodulen G_0 svarende til kantforholdet 1:8.

Den observerede sammenhæng indikerer en tydelig afhængighed af forholdet mellem lamelhøjden (den frie rand) og -længden. De målte styrke- og stivhedsegenskaber falder med stigende kantforhold.

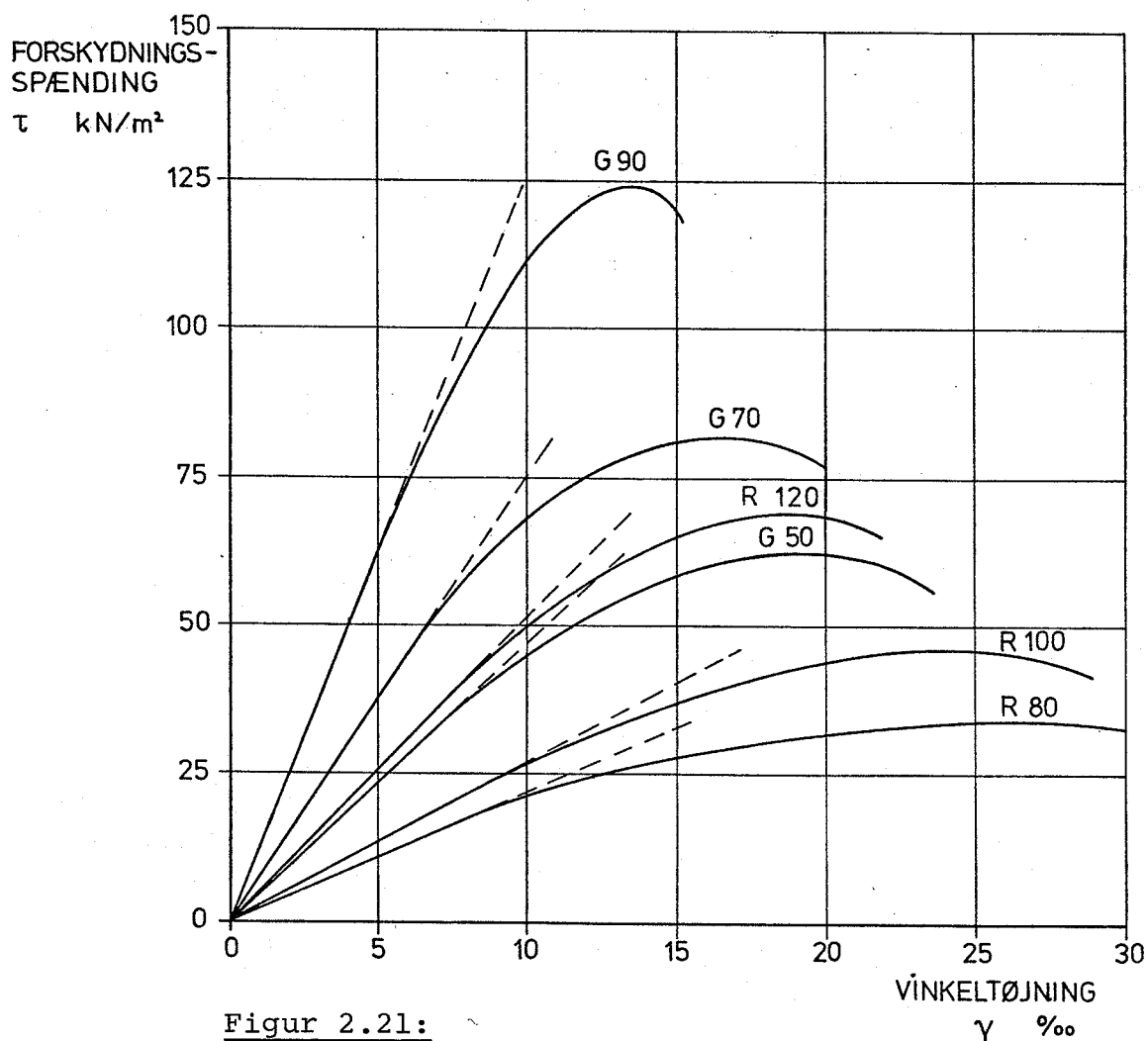
Et andet forhold, der kan have indflydelse på variationen, er mineralfibrenes indspænding i limforbindelsen. Under limprocessen trænger limen ind omkring de yderste fibre, der herved i princippet bliver indspændt. Forskydningsdeformationerne i kernematerialet må herved antage en svag S-form og ikke, som antaget, en retlinet fordeling (se figur

2.16). Indspændingen vil give sig udslag i en tilsyneladende større forskydningsstivhed ved de små kernetykkelser, mens effekten er forsvindende for større kernetykkelser.



Figur 2.20:

Forskydningsprøvelegeme efter brud. Det langsgående brud gennem prøvelegemets midtersnit er typisk for prøvemethoden, når der ikke forekommer svækkelser i limforbindelsen. I modsat fald optræder bruddet ved limforbindelsen.



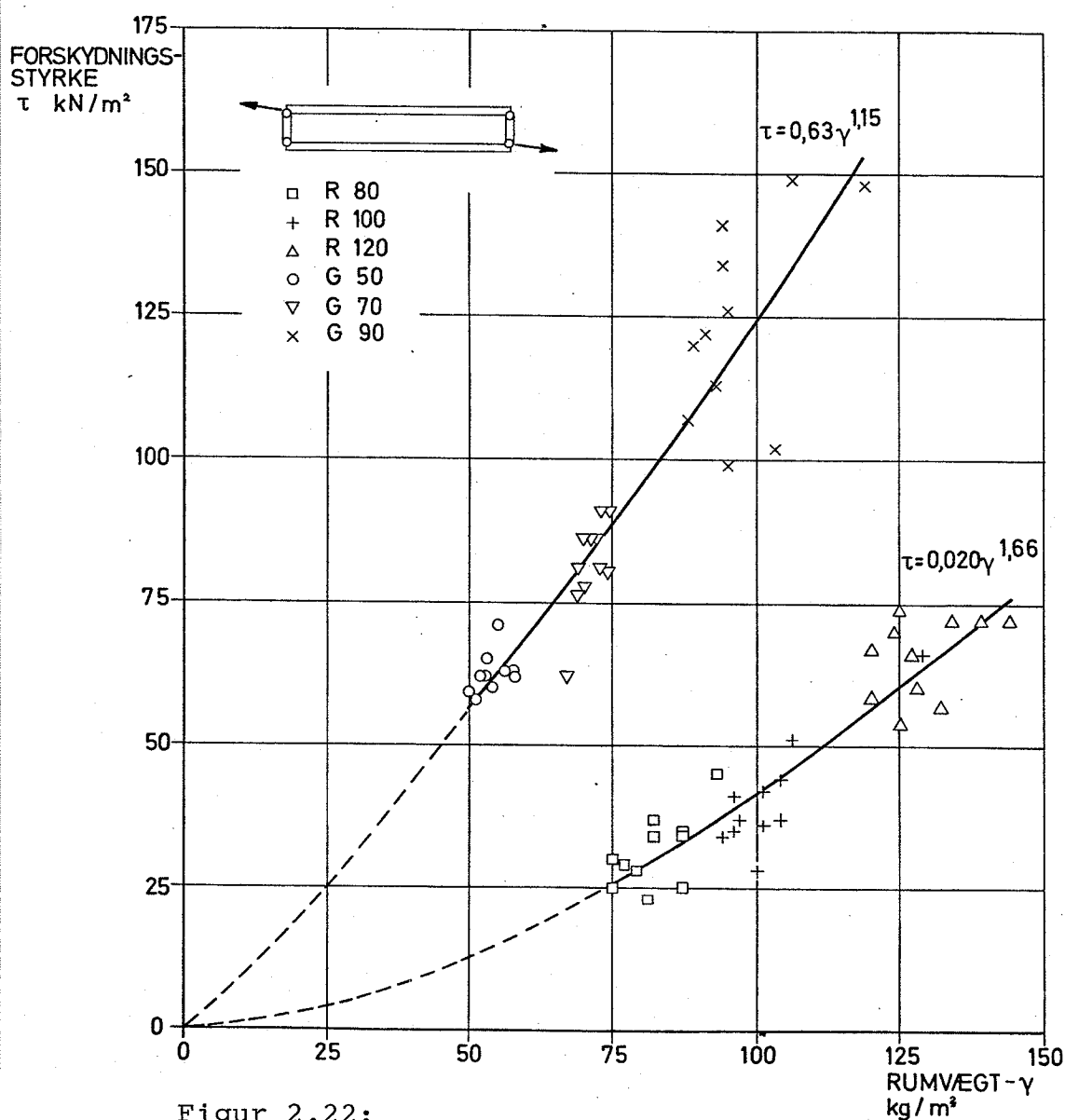
Figur 2.21:

Typiske arbejdskurver ved forskydning for de 6 mineraluldtyper beskrevet i afsnit 2.1 (20°C/65%RF).

På figur 2.21 er indtegnet typiske arbejdskurver for de seks undersøgte mineraluldtyper.

Arbejdskurverne for de seks undersøgte mineraluldtyper forløber principielt ens. Mineralulden udviser lineært-elastiske egenskaber med en proportionalitetsgrænse omkring 50-60% af forskydningsstyrken. Vinkeltøjningerne ved brud varierer mellem ca. 15 og 30 ‰.

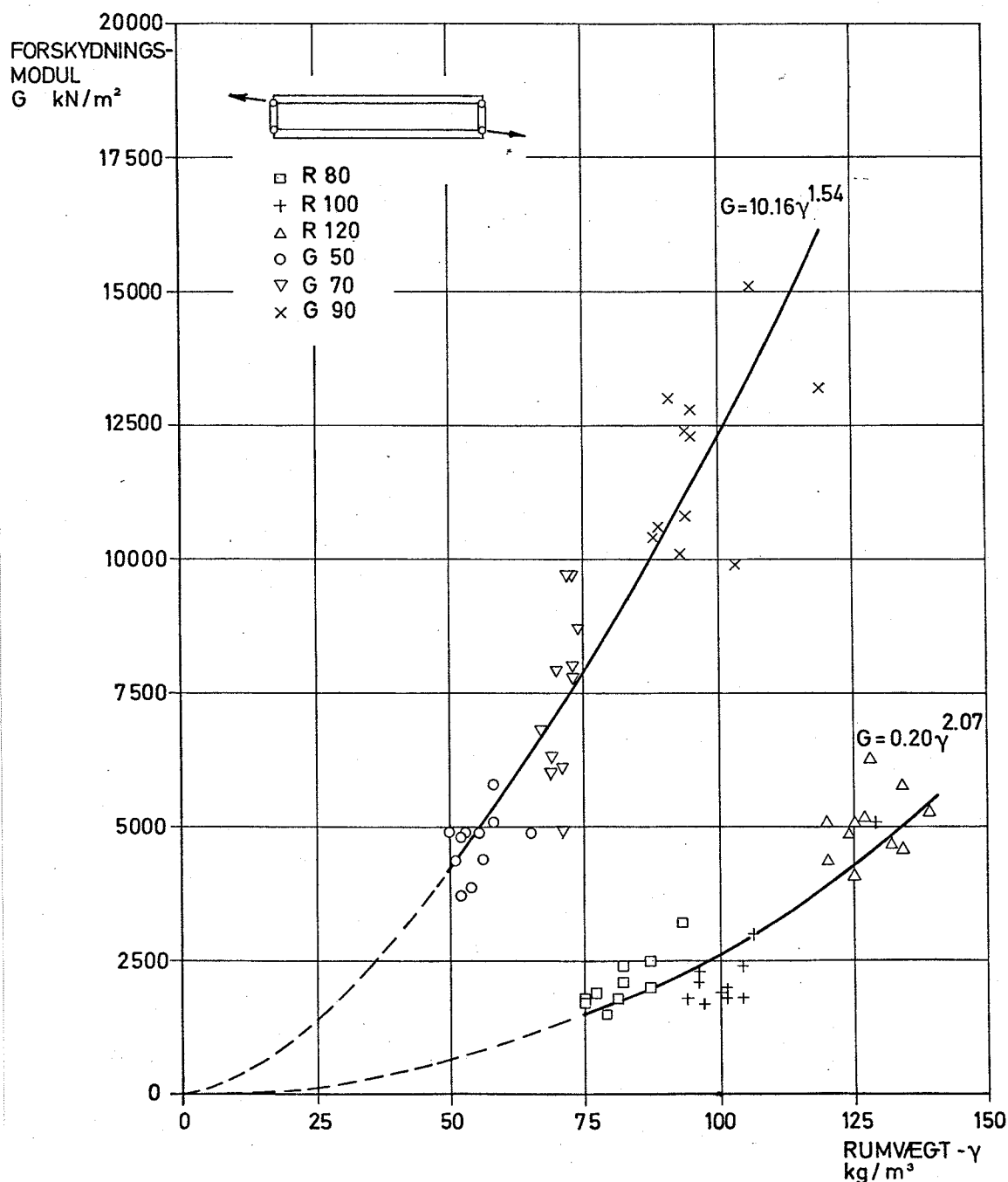
Forskydningsstyrkens og -stivhedens (G-modulens) afhængighed af rumvægten for de undersøgte mineraluldtyper er vist på figur 2.22 og 2.23 sammen med de analytiske modeller for den eksponentielle sammenhæng med rumvægten. G-modulen er fastlagt



Figur 2.22:

Mineraluldens forskydningsstyrke som funktion af rumvægten (20°C/65%RF).

som hældningen af arbejdslinien i det lineær-elastiske område. Rumvægten er eneste variabel for hver af de to mineraluldfabrikater Rockwool (R) og Glasuld (G). Se i øvrigt materialespecifikation i afsnit 2.1.

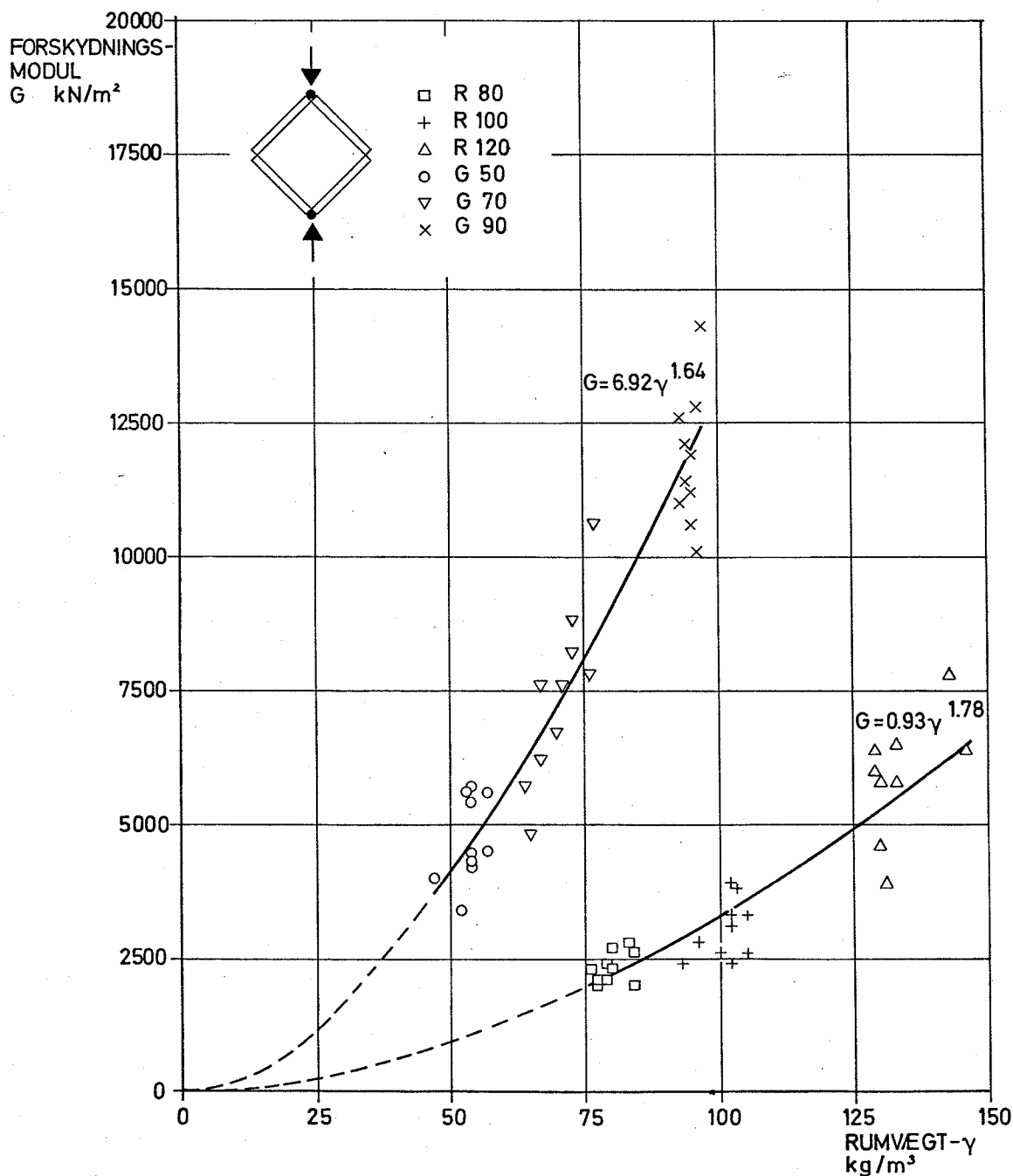


Figur 2.23:

Mineraluldens forskydningsstivhed (G-modul) som funktion af rumvægten (20°C/65%RF).

Til sammenligning med prøvemethoden beskrevet indledningsvis ("rhombemetoden") er på figur 2.24 vist de med figur 2.23 sammenlignelige resultater for forskydningsmodulens afhængighed af rumvægten.

De to forskellige prøvemethoder viser meget fin overensstemmelse trods de generelt set store spredninger og det begrænsede antal prøver (ca. 10 af hver).



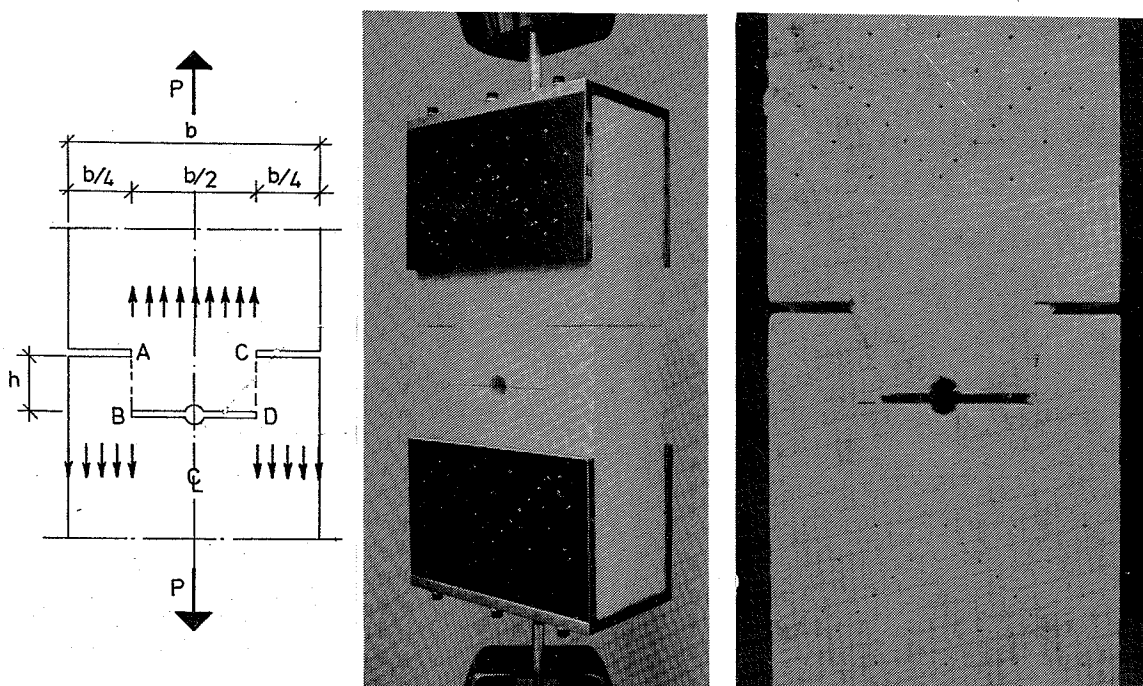
Figur 2.24:

Forskydningsmodulens afhængighed af rumvægten baseret på "rhombemetoden" (20°C/65%RF).

Trækbelastet
prisme med
indsnit

Som modstykke til "rhombemetoden", der kun bør anvendes til bestemmelse af forskydningsstivheder, skal afsluttende anvises en simpel prøvemethode alene til bestemmelse af forskydningsstyrken.

Princippet, vist på figur 2.25, anvendes ofte til bestemmelse af pladematerialers skiveforskydningsstyrke. Se f.eks. ref. [69.3], ASTM-D805.



Figur 2.25:

Simpel metode til bestemmelse af mineraluldens forskydningsstyrke baseret på trækbelastning af et prisme med indsnit. Til højre ses prøveopstillingen og et prøvelegeme efter brud.

En prismatisk mineraluldklods forsynes med indsnit (vinkelret på fiberplanet), som vist på figur 2.25, og trækbelastes gennem to nåleplader, klemte ind i ulden vinkelret på kraftretningen. Trækspændingerne (tilnærmet jævnt fordelt over tværsnittet) overføres ved forskydning i snittene A-B og C-D.

Metoden er primært medtaget for princippet skyld, idet den er meget simpel i brug og sandsynligvis anvendelig i en løbende produktionskontrol.

2.1.4 Sammenfattende vurdering af korttidsegenskaber

Generelt set udviser mineralulden lineært-elastiske egenskaber ved både træk, tryk og forskydning (i fiberplanet) med en proportionalitetsgrænse omkring 50-60% af tilhørende brudstyrke.

Mineraluldens mekaniske egenskaber ved tryk er lavere end de tilsvarende egenskaber ved træk (ca. 53%), men egenskaberne ved træk og tryk varierer med rumvægten på samme måde (eksponentielt).

En helt analog variation med rumvægten afspejler sig også i mineraluldens forskydningsegenskaber.

Forskydningsstyrken udgør ca. 40% af trækstyrken.

Forskydningsstivheden (G-modulen) udgør ca. halvdelen af middelværdien mellem træk- og trykstivheden, i god overensstemmelse med sammenhængen mellem G- og E-modulen for isotrope materialer: $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$, når ν (Poissons forhold) er meget nær ved nul.

I tabel 2.1 er givet en oversigt over de fundne materialeparametre.

Mineraluld	Træk		Tryk		Forskydning	
	Styrke σ_t kN/m ²	E-modul E_t kN/m ²	Styrke σ_c kN/m ²	E-modul E_c kN/m ²	Styrke τ kN/m ²	G-modul G kN/m ²
R80	68 (18%)	5890 (38%)	32 (22%)	3390 (33%)	32 (20%)	2130 (23%)
R100	83 (11%)	8130 (14%)	51 (12%)	5090 (18%)	41 (24%)	2410 (41%)
R120	164 (28%)	18490 (24%)	71 (13%)	7930 (28%)	66 (11%)	5170 (14%)
R	$\sigma_t=0,018\gamma^{1,84}$	$E_t=0,064\gamma^{2,54}$	$\sigma_c=0,0044\gamma^{1,99}$	$E_c=0,31\gamma^{2,07}$	$\tau=0,020\gamma^{1,66}$	$G=0,20\gamma^{2,07}$
G50	135 (12%)	13850 (12%)	54 (17%)	5250 (19%)	62 (6%)	4740 (12%)
G70	196 (22%)	22960 (29%)	82 (17%)	5840 (12%)	82 (10%)	7500 (21%)
G90	300 (16%)	35700 (17%)	156 (35%)	16650 (33%)	124 (14%)	11920 (14%)
G	$\sigma_t=0,45\gamma^{1,42}$	$E_t=15,0\gamma^{1,70}$	$\sigma_c=0,030\gamma^{1,87}$	$E_c=1,62\gamma^{1,99}$	$\tau=0,63\gamma^{1,15}$	$G=10,16\gamma^{1,54}$

Tabel 2.1:

Mineraluldens korttidsegenskaber ved træk, tryk og forskydning (i fiberplanet). Konditionering: 20°C ± 2°C og 65%RF ± 3%. Angivne værdier er middelværdier med tilhørende variationskoefficienter angivet i parentes. I de analytiske modeller indsættes rumvægten i kg/m³. Variationskoefficienten for rumvægten udgør omkring 6-8%.

De fundne eksponentielle sammenhænge med mineraluldens rumvægt (fibermængde) er kun en af de parametre, der influerer på mineraluldens mekaniske egenskaber.

Selv om der indledningsvis blev advaret mod sammenligninger på tværs af mineraluldfabrikaterne er der næppe tvivl om, at forskellene i styrke- og stivhedsegenskaberne (i fiberplanet) hidrører fra forskellene i fiberdiameter og -længde samt bindemiddelmængde.

Mængden af bindemiddel og fordelingen af samme har det desværre kun været muligt at stikprøvekontrollere.

Udover de egentlige produktvariationer er resultaterne af styrkeforsøgene også afhængige af påvirkningsmåden (prøvemethoden), prøvelegemets dimension

og tilstand. Hertil kommer så de prøvetekniske omstændigheder, der kan have betydelig indflydelse på resultaterne. Herunder må opmærksomheden især henledes på belastningens varighed. Korttidsstyrken stiger med belastningshastigheden, fordi forsøget ved langsom lastpåføring bliver strakt over så lang tid, at krybningsfænomener begynder at gøre sig gældende.

I alle udførte prøvninger er lagt vægt på at afpasse deformationshastigheden, så brud indtræder i tidsintervallet 3-6 minutter i overensstemmelse med de fleste i litteraturen beskrevne metoder.

En nedre grænse for forsøgets varighed burde normfastsættes til sikring mod for høje styrketal.

En øvre grænse derimod tjener ikke noget sikkerhedsmæssigt formål, men kan være motiveret ud fra hensynet til reproducerbarheden.

2.1.5 Tidsafhængige egenskaber

Betragtes mineralulden som et elastisk materiale, forudsættes en entydig spændings-/tøjningsrelation, som er uafhængig af, hvor længe spændingen har været påført og hvordan. D.v.s. alle tøjningsændringer hidrørende fra spændingsændringer foregår momentant, kun afhængig af den aktuelle spændings-/tøjningstilstand.

I et sådant materiale oplagres al tilført energi og frigøres under aflastning, d.v.s. et fuldstændigt reversibelt forløb.

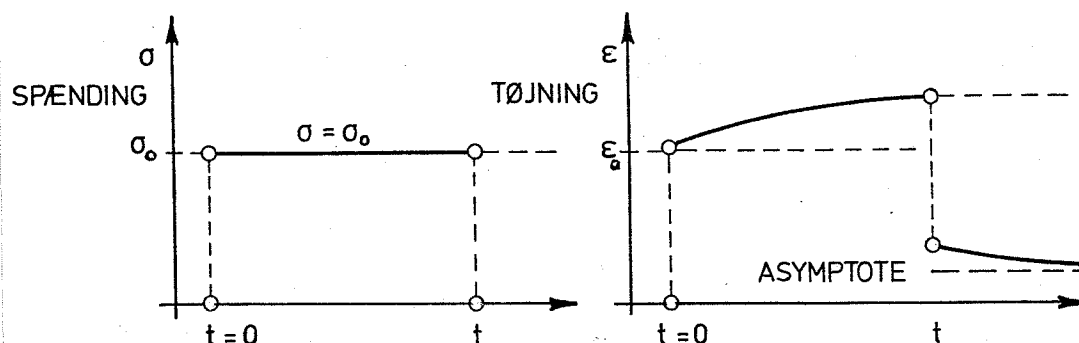
I virkeligheden udviser alle materialer tidsafhængige egenskaber, og det er denne egenskab ved mineralulden, der er søgt belyst gennem de i det følgende omtalte forsøg.

Krybning

Hvis en spænding (belastning) påføres materialet til tiden $t = 0$ og holdes konstant, vil tøjningen forøges med tiden (med aftagende hastighed), afhængigt af den påførte spændings størrelse. Fænomenet, der kaldes krybning, er illustreret på figur 2.26.

Når tøjningen holdes konstant med tiden (i modsætning til spændingen), vil spændingen aftage med tiden, og fænomenet kaldes så relaxation.

I sandwichkonstruktioner med kerne af mineraluld (svag kerne) kan de ikke-elastiske deformationsandele have meget stor indflydelse, og muligheden for en analytisk beskrivelse er af stor praktisk betydning.



Figur 2.26:

Illustrationen af begrebet krybning. Til venstre ses spændingsbilledet (konstant) og til højre tøjningsbilledet (tidsafhængigt).

Hvis den konstante spænding fjernes, enten helt eller delvis, vil tøjningen aftage som funktion af tiden og kun delvis vende tilbage til udgangstilstanden.

Det virkelige krybeforløb for materialet er ukendt, og de analytiske modeller bliver derfor mere eller mindre ufuldstændige. Samtidig er krybeforløbet influeret af en lang række parametre, som vanskeliggør valget af frie parametre i den eksperimentelle undersøgelse.

De influerende parametre og deres respektive deformationsandele optræder samtidig, og det er derfor ikke muligt i samme prøvelegeme at iagttage parametrene uafhængigt af hinanden.

Valget af parametre er i de udførte forsøg sket på basis af en tilpasning til en serie langtidsforsøg med bøjningspåvirkede sandwichelementer (dæk-/tagelementer). Se afsnit 3.1.4.

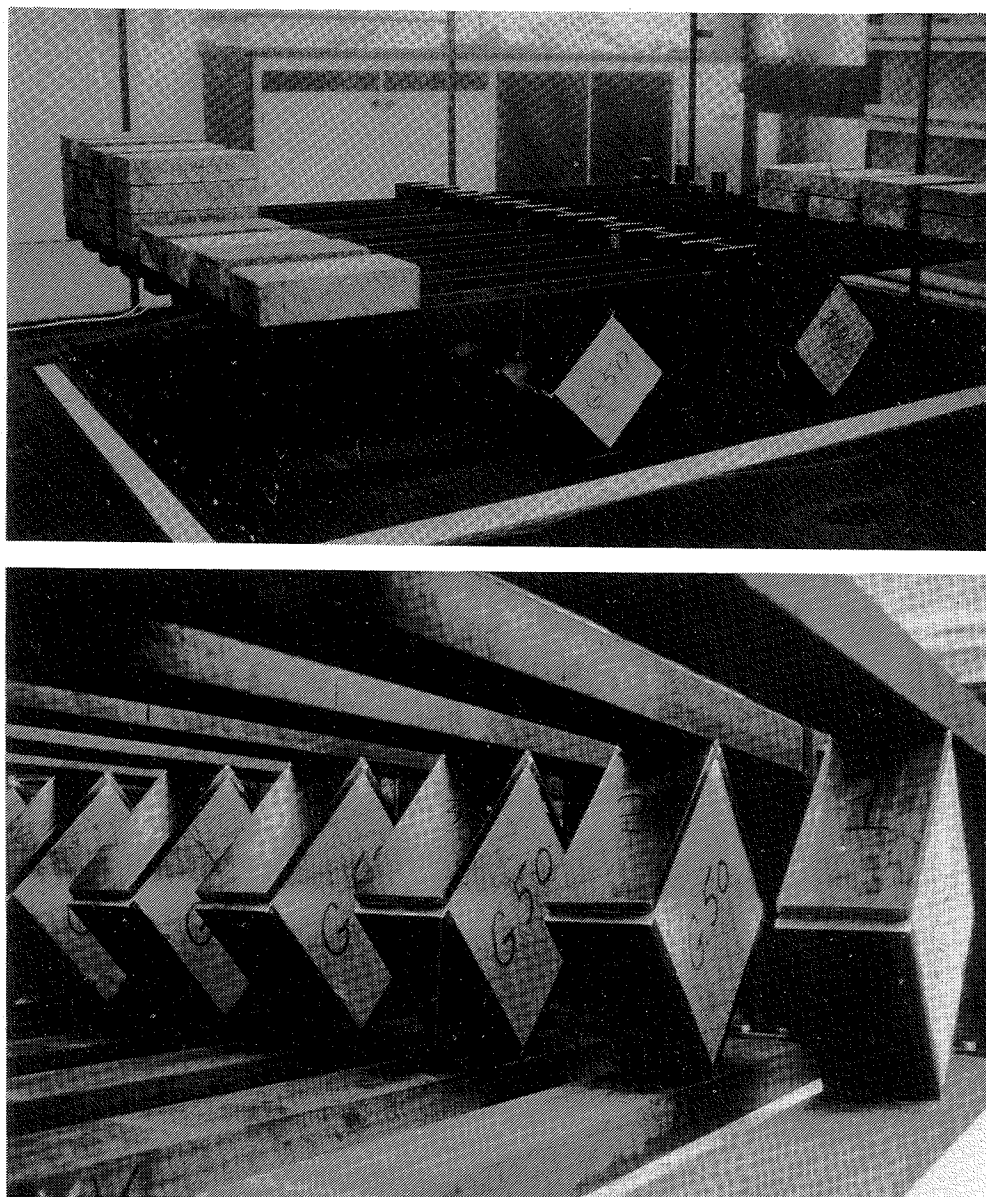
I de bøjningspåvirkede elementer er mineralulden udsat for de hårdeste belastninger (forskydnings-spændinger) og i relation hertil valgtes at undersøge mineraluldens krybeegenskaber ved forskydning.

Undersøgelsen er koncentreret om de to mineraluldtyper G50 og R80, beskrevet i afsnit 2.1. Krybningsafhængighed af belastningen er belyst ved i forsøgene at køre med 2 forskellige belastningsniveauer for hver af de to mineraluldtyper. Af hensyn til den statistiske vurdering indgår 4 prøver i hver serie.

Til forsøgene anvendtes prøvemethoden beskrevet i afsnit 2.1.3, "rhombemetoden", hvor kvadratiske prøvelegemer med pålimede plader trykbelastes i diagonal retning.

Prøvelegemerne blev belastet med en statisk langtidslast gennem et simpelt vægtstangsprincip.

Forsøgsopstillingen med de ialt 16 prøvelegemer er vist på figur 2.27.



Figur 2.27:

Forsøgsopstilling til vurdering af mineraluldens krybeegenskaber ved forskydningsbelastninger. Forskydningsdeformationerne bestemmes ved måling af prøvelegemernes diagonale sammentrykning.

Forsøgene er udført i et klimakammer med en temperatur på $20^{\circ}\text{C} \pm 2^{\circ}\text{C}$ og en relativ fugtighed på $65\% \pm 3\%$, svarende til fuldskalaforsøgene beskrevet i afsnit 3.1.4.

Både fugt- og temperaturvariationer vil sandsynligvis influere på krybeforløbet, således at stigende temperatur og fugtindhold vil forøge krybningen.

Disse parametre er elimineret ved det konstante rumklima, således at krybningen under de givne parametre alene må antages at hidrøre fra den påførte last.

Den til den påførte last, P , hørende forskydnings-spænding, τ_o , (arbejdsbelast) beregnes af (2-2):

$$(2-8) \quad \tau_o = \frac{P}{L b \sqrt{2}}$$

hvor L er prøvelegemets kantlængde (200 mm) og b bredden (100 mm).

Den tilhørende forskydningstøjning, γ_o , (initialtøjning) beregnes af (2-1):

$$(2-9) \quad \gamma_o = \frac{\delta_o \sqrt{2}}{L}$$

hvor δ_o er den til τ_o hørende diagonaldeformation.

De valgte belastningsniveauer, for G50 henholdsvis ca. 20 og 40%, for R80 henholdsvis ca. 30 og 60%, ligger i det lineærelastiske område, og forskydningsmodulen svarende til korttidsbelastning, G_o , beregnes som:

$$(2-10) \quad G_o = \frac{\tau_o}{\gamma_o} = \frac{P}{2 b \delta}$$

Krybe-
funktion

Forskydningstøjningen, $\gamma(t)$, til tiden t kan udtrykkes som:

$$\gamma(t) = \gamma_o + \gamma_{\text{kryb}} = \gamma_o \left(1 + \frac{\gamma_{\text{kryb}}}{\gamma_o} \right)$$

hvor γ_o er tøjningen til tiden $t = 0$, og γ_{kryb} er den tidsafhængige tilvækst.

Indføres krybefunktionen $\varphi = \varphi(t) = \frac{\gamma_{\text{kryb}}}{\gamma_o}$ fås

$$(2-11) \quad \gamma(t) = \gamma_o (1 + \varphi(t))$$

eller

$$(2-12) \quad \varphi(t) = \frac{\gamma(t) - \gamma_o}{\gamma_o}$$

Krybefunktionen, φ , udtrykker altså den relative tilvækst af vinkeltøjningen.

Analytisk
model

Som krybefunktion, $\varphi(t)$, er til de foreliggende forsøg anvendt en hyperbelfunktion af typen:

$$(2-13) \quad \varphi(t) = \frac{t}{\alpha + \beta t}$$

hvor α og β er empiriske konstanter.

Til funktionen er stillet følgende betingelser:

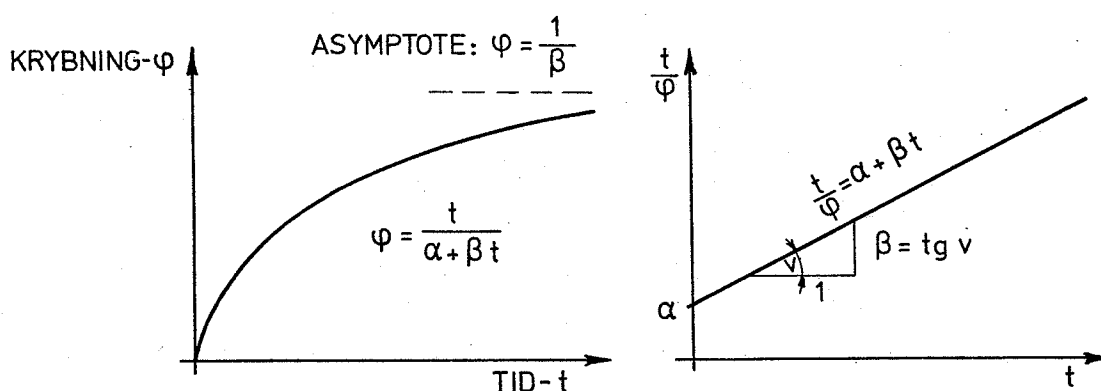
- a) $\varphi(0) = 0$, d.v.s. når lasten påføres, må krybningen være nul.
- b) $\frac{d\varphi}{dt} > 0$, d.v.s. det må være en monotont voksende funktion.
- (2-14) c) $\frac{d^2\varphi}{dt^2} < 0$, d.v.s. krybehastigheden aftager kontinuerligt, og der må ikke optræde vendepunkter i kurvens forløb. I praksis forudsættes altså, at alle influerende faktorer på krybningen langsomt dør hen.
- d) $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{d\varphi}{dt} = 0$, d.v.s. krybedeformationen går imod en endelig værdi (nødvendig, men ikke tilstrækkelig betingelse for asymptote).

For den valgte hyperbelfunktion er grænseværdien (asymptoten) givet ved:

$$(2-15) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(t) = \varphi_{\infty} = \frac{1}{\beta}$$

Dette punkt lader sig ikke eksperimentelt bestemme på grund af den begrænsede tid og må alene vurderes på basis af modellens tilpasning til forsøgsresultaterne.

Uanset model er det dog næsten altid nødvendigt at ekstrapolere udover det eksperimentelle tidsforløb, og det påregnes i så fald, at deformationerne følger modellen i den for konstruktionen ønskede brugsperiode (levetid).



Figur 2.28:

Krybefunktion (til venstre) og princip ved estimering af parametrene α og β (til højre).

Krybefunktionen (2-13) tilpasses forsøgsresultaterne ved en simpel transformation til udtrykket:

$$\frac{t}{\varphi} = \alpha + \beta t$$

der i et $t, \frac{t}{\phi}$ -koordinatsystem (se figur 2.28) udtrykker en ret linie med hældning, β , og skæring med ordinataksen, $\frac{t}{\phi}$ -aksen, i punktet $(0, \alpha)$.

De empiriske konstanter α og β kan altså efter denne transformation bestemmes ved lineær regression.

De fundne krybefunktioner er angivet i tabel 2.2 sammen med data for de 16 prøvelegemer.

Fastlæ-
gelse af
lastni-
veauer

På grund af variationen i de aktuelle rumvægte for de 4 sammenhørende prøvelegemer belastet med samme forskydningspænding, τ_o , vil der afspejle sig forskelle i de initielle forskydningsparametre.

Forskydningsmodulens, G_o 's, afhængighed af rumvægten, ρ , følger tilsyneladende de i afsnit 2.1.3 fundne eksponentielle sammenhænge med god tilnærmelse.

Kombineres denne sammenhæng med den fundne sammenhæng mellem rumvægt og forskydningsstyrke, τ_u , kan forskydningsstyrken udtrykkes som funktion af G_o -modulen, og hermed kan belastningsniveauet, $\frac{\tau_o}{\tau_u}$ fastlægges ud fra den påførte forskydningspænding og den under lastpåføringen fundne G_o -modul.

G50

Fra tabel 2.1 fås for mineraluld G50 (prøverne 1-8):

$$\left. \begin{aligned} \tau_u &= 0,63 \rho^{1,15} \\ G_o &= 10,16 \rho^{1,55} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \tau_u = 0,113 G_o^{0,742}$$

$$\frac{\tau_o}{\tau_u} = \frac{\tau_o}{0,113 G_o^{0,742}}$$

R80

For mineraluld R80 (prøverne 9-16) fås:

$$\left. \begin{aligned} \tau_u &= 0,020 \rho^{1,66} \\ G_o &= 0,20 \rho^{2,07} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \tau_u = 0,073 G_o^{0,802}$$

$$\frac{\tau_o}{\tau_u} = \frac{\tau_o}{0,073 G_o^{0,802}}$$

De beregnede lastniveauer er angivet i tabel 2.2.

Med de påførte forskydningspændinger, τ_o , var op-
rindeligt tilstræbt belastningsniveauer for G50 om-
kring henholdsvis 20% og 40%, for R80 henholdsvis
30% og 60%.

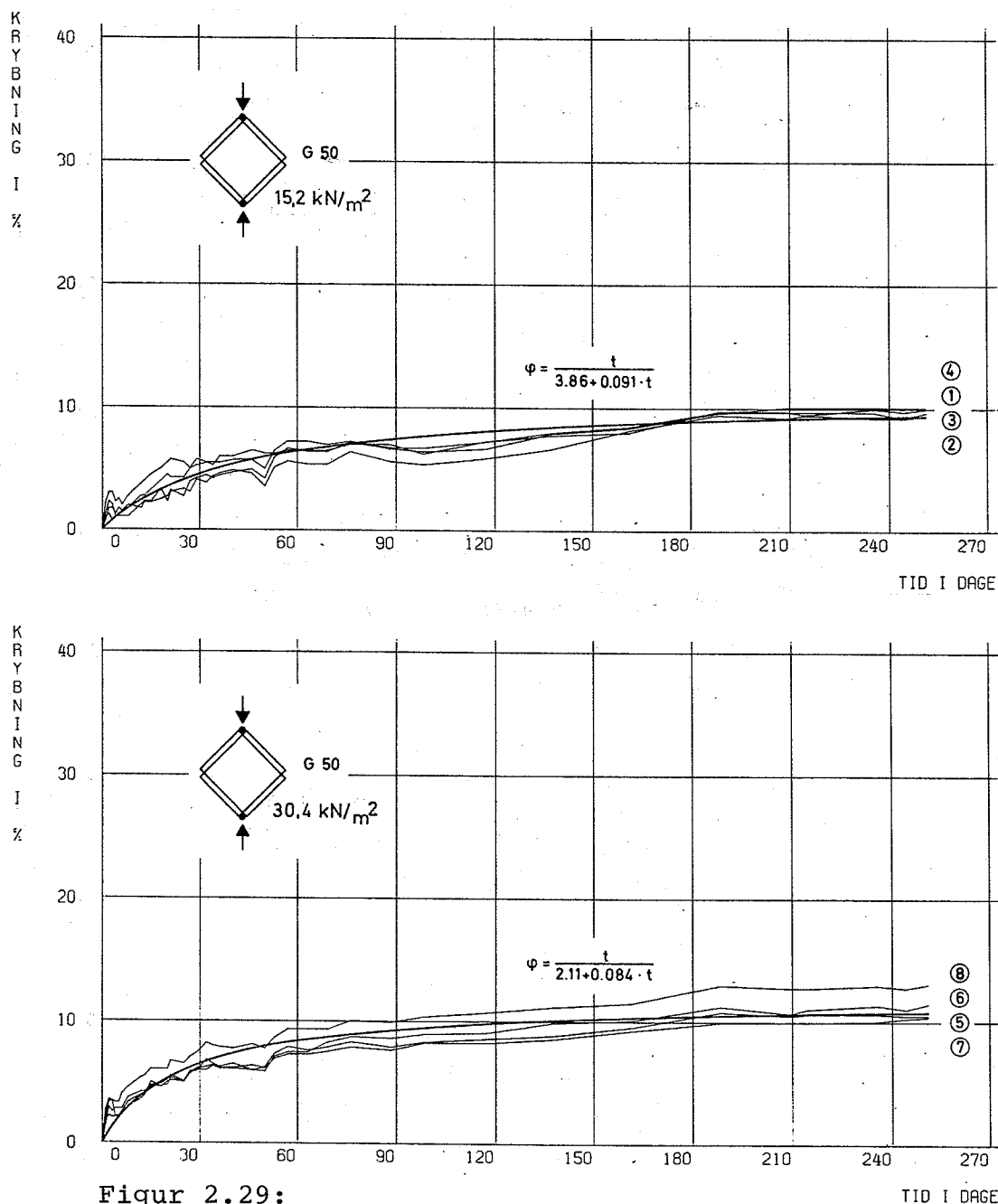
Mine- ral- uld	Prøve nr.	Rum- vægt kg/m ³	Last- niveau $\frac{\tau_o}{\tau_u}$ o/o	Start: t = 0			t = 250 dage		Blivende tøjning efter af- lastning o/oo	Krybefunktion: $\phi = \frac{t}{\alpha + \beta t}$ [%] $\phi_{\infty} = \beta^{-1}$				
				τ_o kN/m ²	G_o kN/m ²	γ_o o/oo	γ_{250} o/oo	Krybning o/o		Middel				
										Aktuel	ϕ_{∞} o/o	α	β	ϕ_{∞} o/o
G50	1	56	23,0		5360	2,84	3,12	10,0	1,03	2,44	0,097			
	2	58	22,6		5470	2,78	3,04	9,4	1,11	5,08	0,091			
	3	54	23,1	15,2	5340	2,85	3,13	9,7	0,86	3,12	0,094	3,86	0,091	11
	4	56	23,3		5280	2,88	3,17	10,1	0,92	4,79	0,083			
G50	5	55	42,6		5940	5,12	5,66	10,5	1,62	2,31	0,087			
	6	55	48,9		4930	6,17	6,88	11,5	1,89	2,35	0,082			
	7	56	48,7	30,4	4970	6,12	6,76	10,4	1,84	2,12	0,092	2,11	0,084	12
	8	55	49,2		48,90	6,22	7,03	13,1	2,10	1,66	0,073			
R80	9	83	27,5		2420	4,30	5,00	16,3	1,10	1,01	0,060			
	10	84	27,3		2450	4,09	4,63	13,1	0,66	1,07	0,074			
	11	73	33,2	10,4	1920	5,41	6,50	20,1	1,46	0,71	0,049	0,81	0,057	18
	12	74	34,0		1860	5,59	6,81	21,8	2,01	0,43	0,045			
R80	13	80	55,4		2400	8,67	11,18	29,0	1,00	0,43	0,033			
	14	79	58,8		2230	9,33	12,73	36,4	1,53	0,38	0,027	0,49	0,022	45
	15	80	58,2	20,8	2260	9,20	13,60	47,8	3,12	0,28	0,020			
	16	73	72,6		1710	12,16	19,59	61,1	2,42	0,27	0,016			

Tabel 2.2:

Oversigt over krybeforsøg. Ved aflastningen over 250 dage registreredes den blivende tøjning (momentane eftervirkning). Den tidsafhængige eftervirkning er ikke undersøgt.

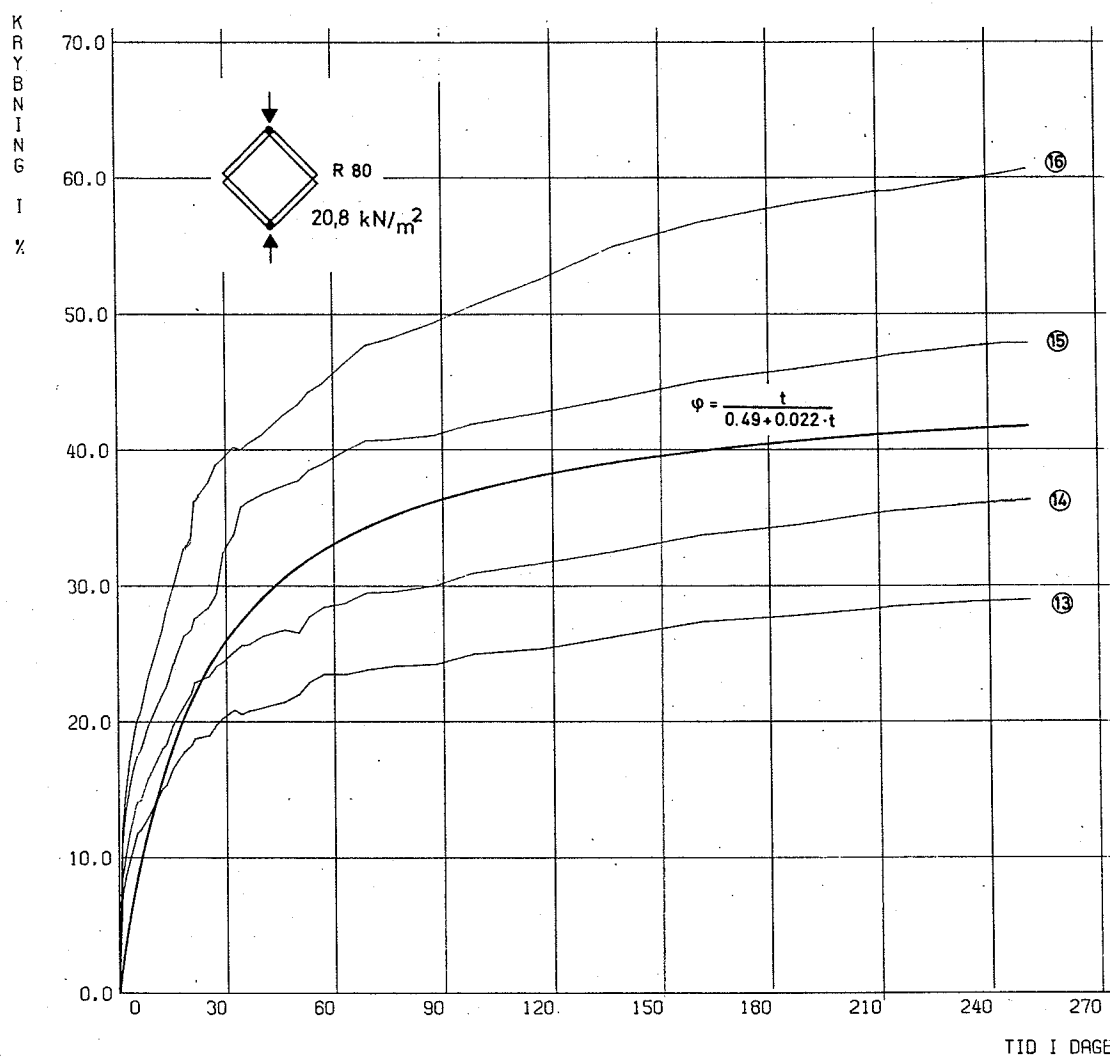
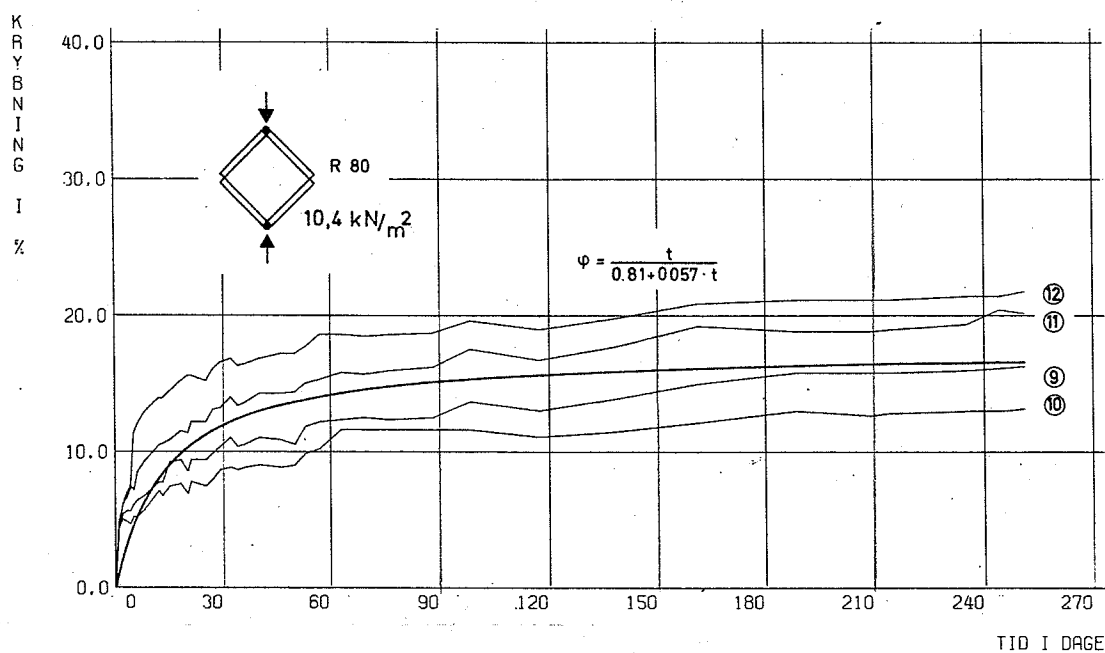
Resultaterne af krybeforsøgene er afbildet på figurerne 2.29 - 2.32. Figurerne 2.29 og 2.30 viser de relative krybninger (tøjningstilvækst i % af initialtøjning) for G50 henholdsvis R80 sammen med de analytiske modeller (krybefunktion φ).

På figur 2.31 er vist krybeforløbene i absolut mål (tøjning i ‰). Afbildes tøjningerne til givne tidspunkter som funktion af belastningsniveauet, fås en række isokrone kurver (samme tid), som illustreret på figur 2.32.



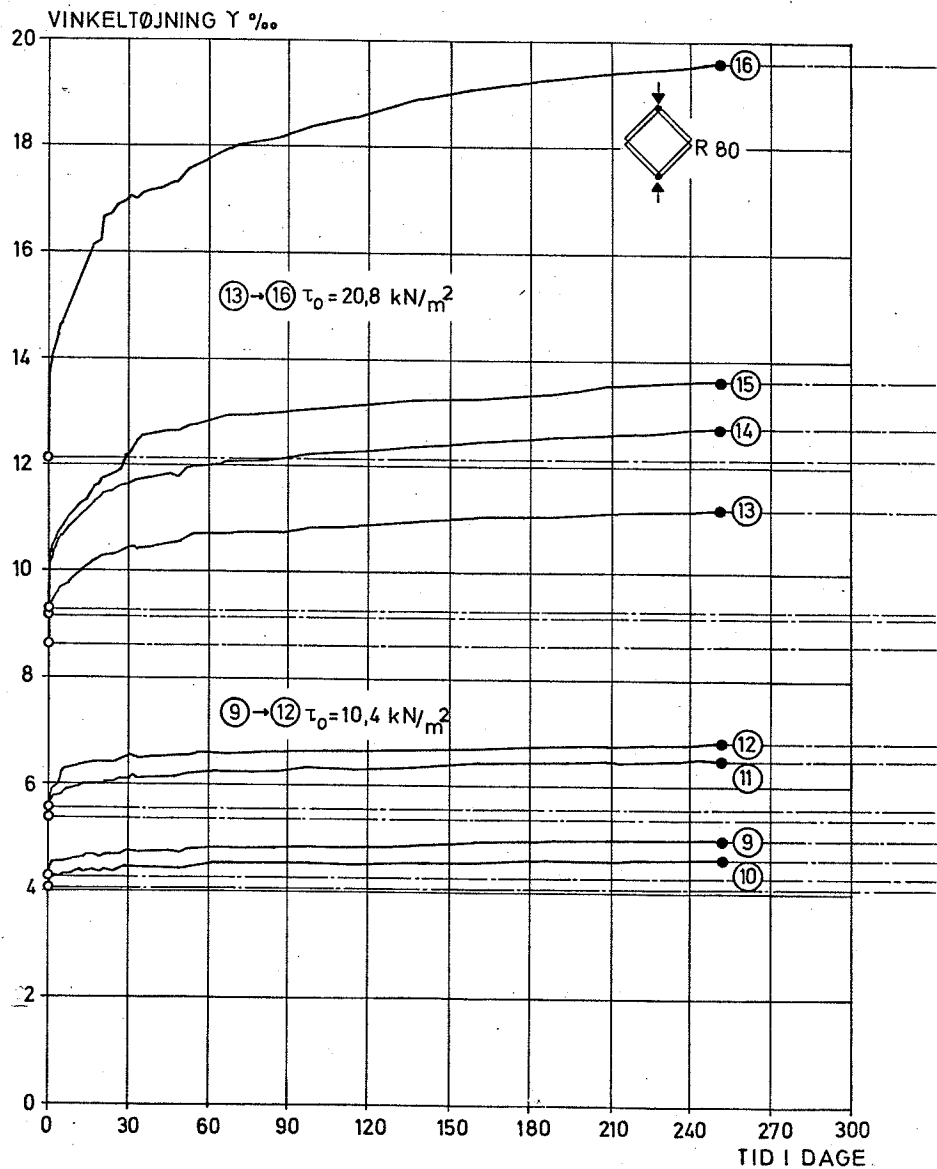
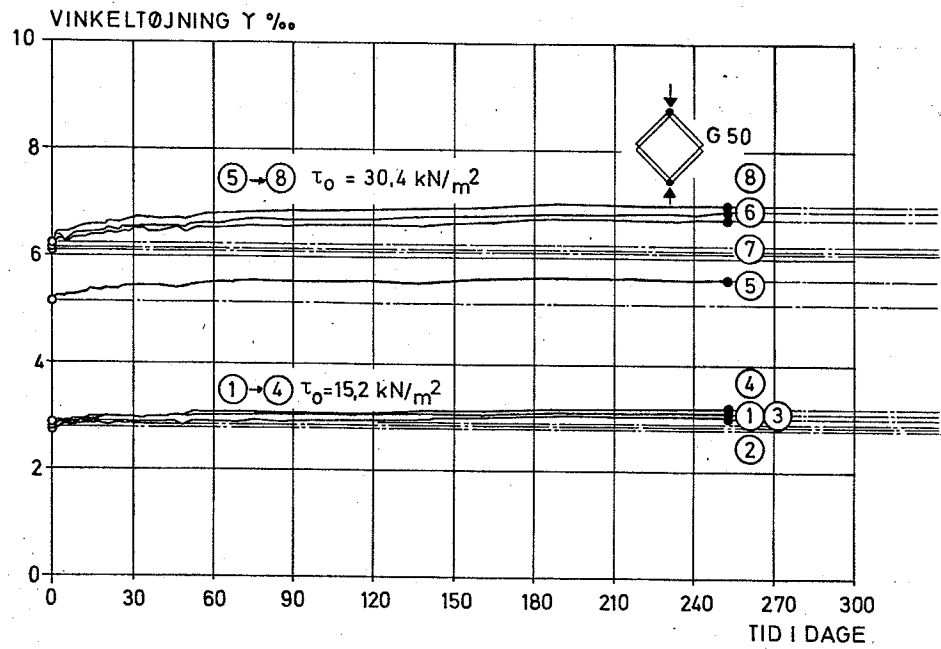
Figur 2.29:

Relativ krybning for G50 ved forskydningsspændinger på henholdsvis 15,2 kN/m² (øverst) og 30,4 kN/m² (nederst). Angivne numre svarer til prøvenumrene i tabel 2.2. De analytiske modeller er indtegnet med kraftigere strektykkelse.



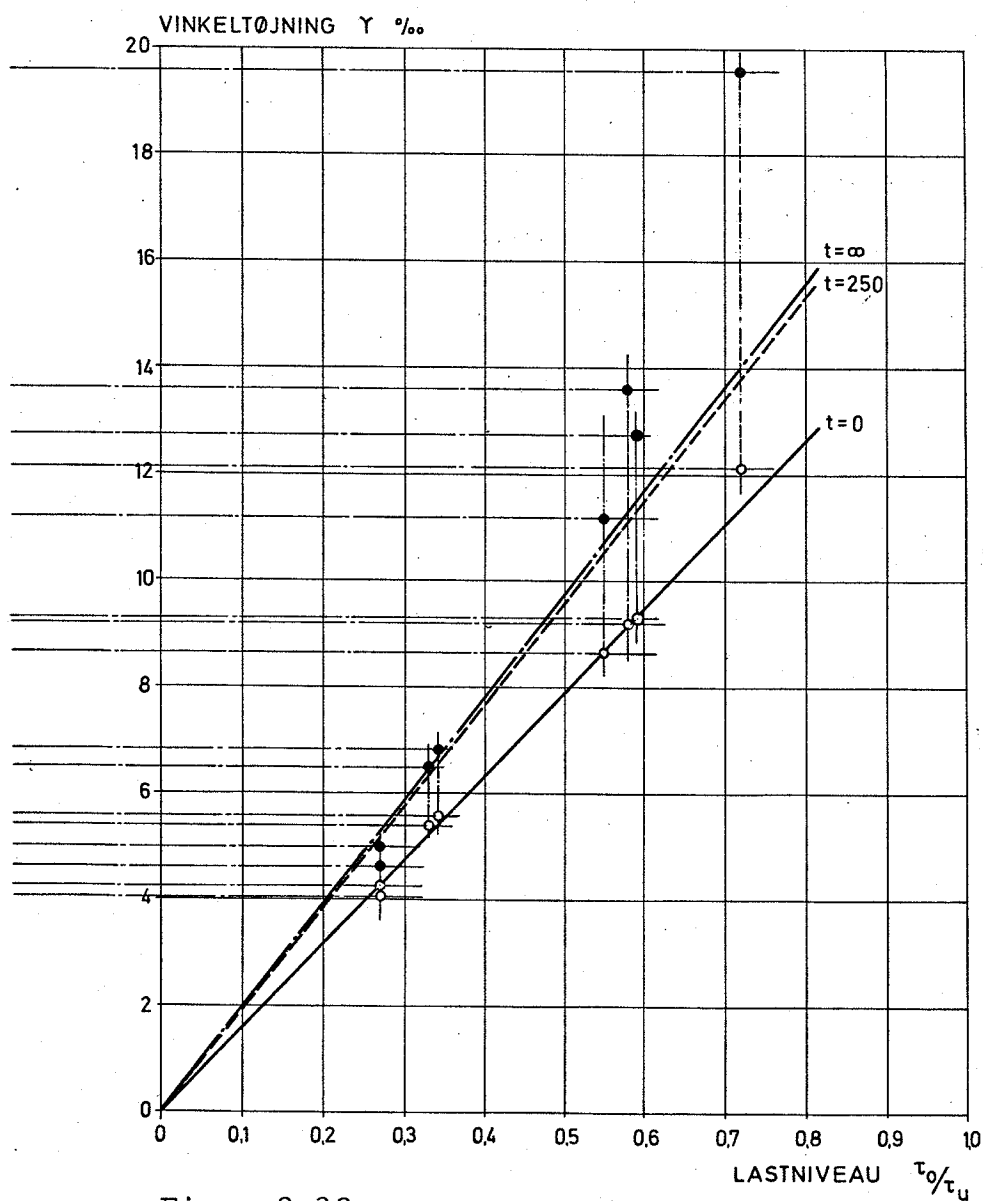
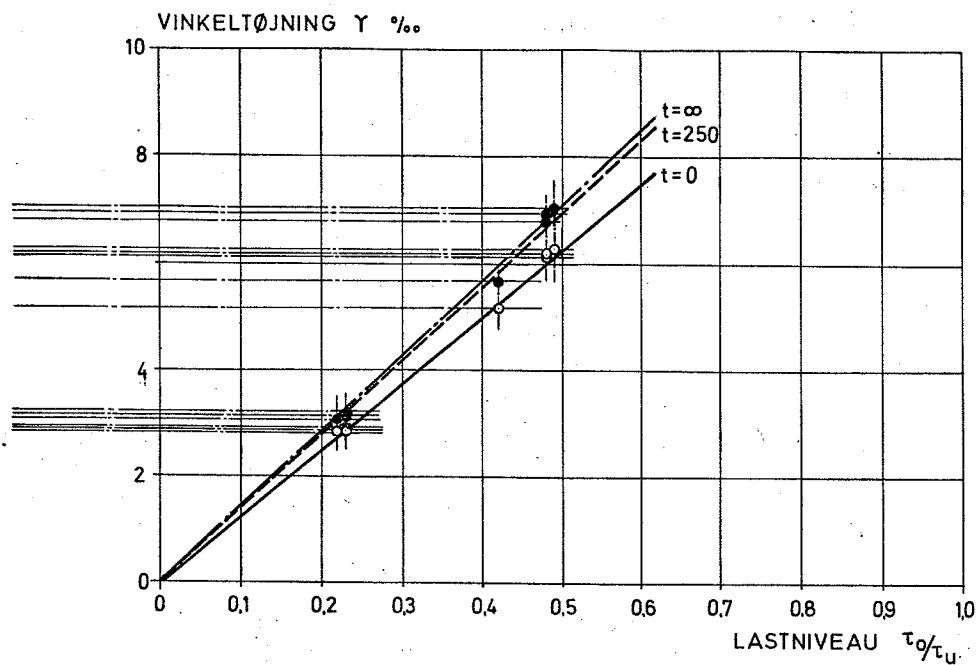
Figur 2.30:

Relativ krybning for R80 ved forskydningsspændinger på henholdsvis 10,4 og 20,8 kN/m². Angivne numre svarer til prøvenumrene i tabel 2.2. De analytiske modeller er indtegnet med kraftigere strektykkelser.



Figur 2.31:

Absolutte tøjninger i ‰ som funktion af tiden. Tøjningerne til tiden $t = 0$ og $t = 250$ dage overføres til figur 2.32.



Figur 2.32:

Tøjningerne til tiden $t = 0$ og $t = 250$ dage som funktion af belastningsniveauet (isokrone kurver).

Vurdering af krybeforsøg Generelt set vokser den absolutte krybning (absolutte tilvækst i vinkeltøjninger) med den spænding, der forårsager den.

For mineraluld G50 er der tilnærmelsesvis proportionalitet mellem spænding og krybning op til ca. 50% af korttidsstyrken svarende til største lastniveau. De relative krybninger for de to forskydningsbelastninger, vist på figur 2.29, er stort set sammenfaldende.

Noget tilsvarende er sandsynligvis gældende for R80, men det største lastniveau omkring ca. 60% ligger over en eventuel proportionalitetsgrænse. De store spredninger på resultaterne fra forsøgene med R80 gør det vanskeligt at sammenligne krybekurverne direkte, men betragtes figur 2.32, hvori belastningsniveauerne i princippet er korrigeret for rumvægtsvariationer, viser de isokrone spændings-/tøjningskurver en sandsynlig retlinethed op til omkring 40-50% af korttidsstyrken.

De analytiske modeller for den relative krybning viser god korrelation til de målte krybeforløb. For de største belastningsniveauer for R80 er korrelationen til modellerne dog væsentlig dårligere, og modellerne må her betragtes med forbehold.

De største afvigelser optræder generelt set lige efter lastpåførslen, hvor krybehastigheden er størst. Dette har dog mindre betydning for vurderingen af krybeforløb i relation til en konstruktions brugsperiode (levetid).

Antages krybningen at følge de analytiske modeller udover det eksperimentelle tidsforløb, vil krybningen (ved forskydning) gå imod øvre grænseværdier for tiden gående mod uendelig (hyperbelfunktionernes asymptoter).

For mineraluld G50 vil krybningen for belastningsniveauer op til ca. 50% af korttidsstyrken udgøre ca. 12% af initialdeformationen. For mineraluld R80 vil krybningen for belastningsniveauer op til ca. 35% gå imod grænseværdier ca. 22% over initialdeformationen.

Ved bestemmelse af udmattelsesstyrken (udsvingsstyrken) blev prøvelegemerne påført en sinusformet vekselbelastning, som vist på figur 2.33, gående fra $\tau = 0$ til $\tau = \tau_{\phi}$.

Ved gentagelse af forsøget med forskellige øvre lasttrin var det tanken at bestemme brudspændingen som funktion af svingningstallet (Wöhler-kurve).

For de fleste materialer vil kurven have et tilnærmelsesvis vandret afsnit, svarende til at materialet ved en given spænding teoretisk set kan belastes uendelig mange gange. Det er sædvanligvis denne spænding, der angives som et materiales udmattelsesstyrke.

Desværre har det ikke været muligt tidsmæssigt at opsamle det tilstrækkelige antal data for bestemmelse af mineraluldens Wöhler-kurve.

Lastcyklerne kunne i den valgte opstilling ikke påføres med større frekvens end ca. 300 h^{-1} , og det betyder, at de udførte fire forsøg, selv med de her valgte meget høje belastningsniveauer, varede ca. 2 måneder.

Til forsøgene blev anvendt mineraluld R120 og G90. For hver type udførtes to forsøg med belastningscykler gående fra henholdsvis 0-60% og 0-80% af ildens korttidsstyrke.

Resultaterne er gengivet i tabel 2.3.

Mineraluld	Prøve nr.	Rumvægt (af ild)	Korttidsstyrke τ_u	Lastcyclus	Antal cykler før brud ca.
		kg/m^3	kN/m^2	$0 - \tau_{\phi}$ % - %	
R120	1	128	66	0 - 60	209200
	2	128		0 - 80	1800
G90	3	96	124	0 - 60	86100
	4	92		0 - 80	13900

Tabel 2.3:

Resultater af udmattelsesforsøg (udsvingsforsøg) med 2×2 prøvelegemer af mineraluld R120 henholdsvis G90.

Forsøgsresultaterne angiver antallet af svingninger, prøvelegemet har kunnet udsættes for, før brud indtræder.

Det beskedne antal prøver er utilstrækkeligt for vurderingen af mineraluldens udmattelsesegenskaber, og flere forsøg kunne ønskes.

De valgte belastningsniveauer, henholdsvis 60 og 80%, er urealistisk høje i relation til den praktiske anvendelse, hvor mineralulden efter indførelse af passende sikkerhedsniveau næppe belastes hårdere end ca. 20% af korttidsbrudspændingen.

Resultaterne giver dog et indtryk af, at antallet af svingninger før brud vokser meget stærkt med aftagende belastningsniveau.

2.2 Krydsfinér (flangemateriale)

Undersøgelsen af krydsfinérens mekaniske egenskaber detaljeret beskrevet i ref. [78.2] har primært haft til formål at bestemme de aktuelle værdier for de parametre, der indgår i beregningen af sandwich-elementerne.

Som flangemateriale i en sandwichkonstruktion skal krydsfinéren primært modstå påvirkninger i pladens plan og de egenskaber, der er undersøgt, er primært krydsfinérens egenskaber over for træk- og trykpåvirkninger i pladens plan parallelt med yderfinérens fiberretning og herunder svækkelserne i de anvendte skråskarringer 1:10 og 1:8.

Egenskaberne overfor bøjning er i relation til de undersøgte sandwichelementer uden væsentlig betydning (se afsnit 3.1) og derfor ikke medtaget her.

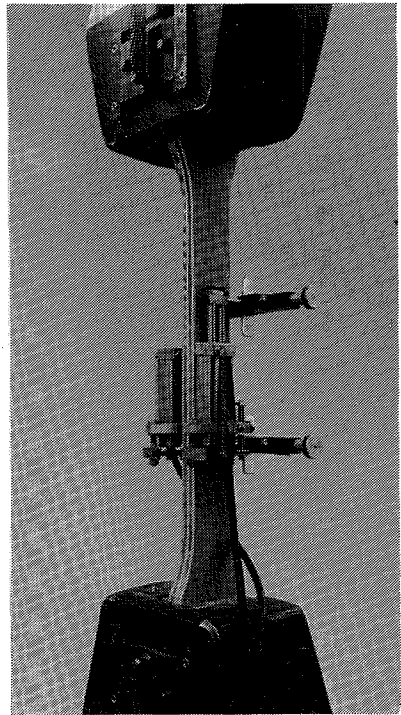
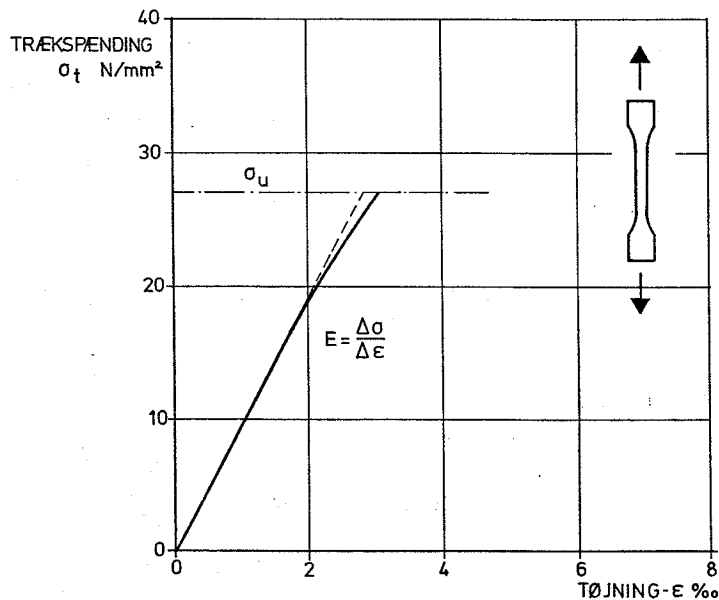
I enkelte tilfælde er krydsfinéren desuden undersøgt for forskellige forskydningspåvirkninger, specielt med henblik på de sandwichelementer, der er forsynet med kantskot (se figur 1.2).

Generelt er krydsfinérens mekaniske egenskaber afhængige af en lang række parametre (træsarter, lagtykkelser, fiberorientering, fugtindhold, belastningsvarighed o.m.a.). Alle de udførte materialeprøvninger knytter sig til bestemte forsøgsserier med sandwichelementer, og er udført på prøver af samme materiale. Tilsvarende er det tilstræbt at bestemme materialeegenskaberne under helt analoge klimabetingelser (fugt/temperatur) som i forsøg.

I forsøgene blev af leveringsmæssige årsager anvendt 4 forskellige krydsfinértyper, alle 5-lags.

Trækprøvning Til bestemmelsen af krydsfinérens trækstyrke og -stivhed anvendtes timeglasformede prøvelegemer opspændt mellem kæberne i en trækprøvemaskine, som vist på figur 2.34.

Ved forsøget tilstræbes en homogen spændingstilstand i den del af prøvelegemet (det reducerede tværsnit), hvor bruddet ønskes placeret, således at alle fibre er lige hårdt påvirket.



Figur 2.34:

Trækprøvning af krydsfinér.

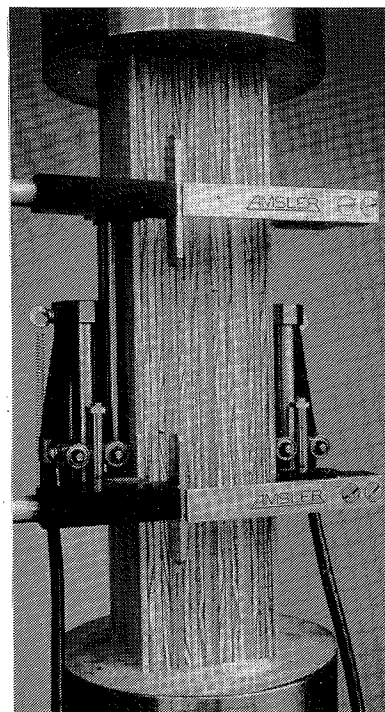
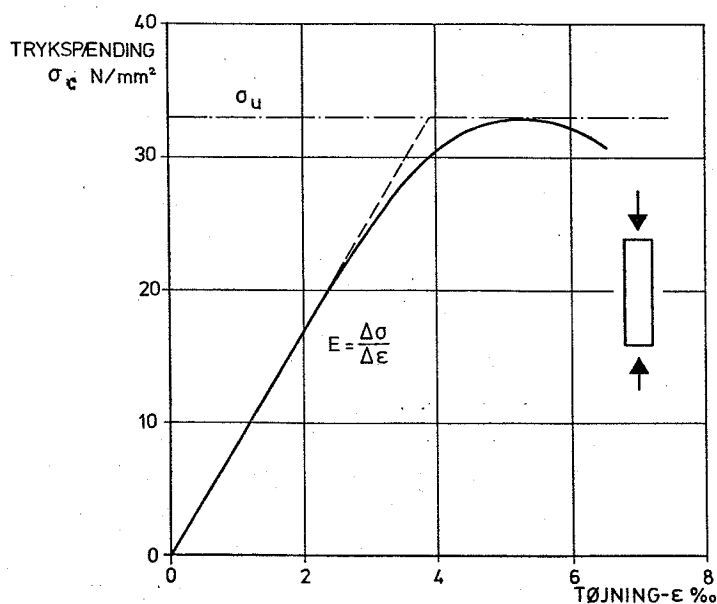
Til højre ses et prøvelegeme opspændt mellem kæberne i en trækprøvemaskine. På prøvelegemets prismatiske del er påmonteret et potentiometer til måling af længdetøjninger (målestrækning 100 mm). Til venstre er vist en typisk arbejdslinie for en 12 mm amerikansk krydsfinér C-D.

Det større tværsnit ved indspændingen giver mulighed for at optage og udligne de spændingskoncentrationer, som uvægerligt opstår på dette sted, medens det jævne forløb fra det større til det mindre tværsnit har til formål at mindske kærsvirkningen.

Den slanke prismatiske del af prøvelegemet, hvor bruddet ønskes placeret, giver mulighed for måling af finérens elastiske egenskaber over en "rimelig" strækning (her 100 mm) og giver mulighed for at bestemme trækstyrken af skarringer (styrkereduktion).

Af hensyn til reproducérbarheden er der ved valg af materiale foretaget en udvælgelse af emner uden store fejl. De krydsfinértyper, der er anvendt, indeholder en del strukturelle fejl (f.eks. huller fra store knaster), der med prøvelegemernes små tværsnitsdimensioner og det begrænsede antal prøver (10 i hver serie) ville spille en urimelig stor rolle og måske give urealistiske resultater.

Trykprøvning Ved trykprøvningen anvendtes prismatiske prøvelegemer sammenlimet af 50×200 mm krydsfinérplader (se figur 2.35). Der sammenlimes et antal plader svarende til, at kantforholdet maksimalt bliver 1:4, d.v.s. slankhedsforholdet, L/i , er ca. 13,8. I ref. [71.1] anbefales for massivt træ, at trykprøvelegemer har et slankhedsforhold på 10-15.



Figur 2.35:

Trykprøvning af krydsfinér.

Til højre ses et sammenlimet prismatisk prøvelegeme mellem kæberne i en trykprøvemaskine. På prøvelegemet er monteret et potentiometer til måling af sammentrykningen over en strækning på 100 mm.

Til venstre er vist en typisk arbejdskurve for en 12 mm amerikansk krydsfinér C-D.

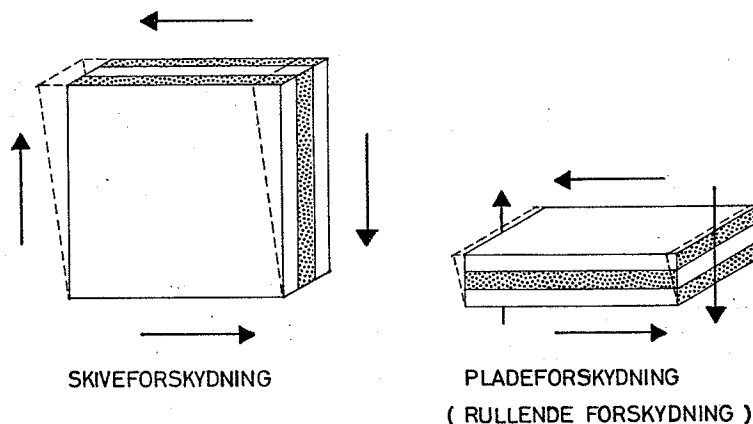
Ligesom ved trækpåvirkningen tilstræbes en homogen, enakset spændingstilstand. Bruddet er dog ikke så ensartet som trækprøvningens adskillelsesbrud, idet selve brudbilledet er et resultat af sammentrykningens følgevirkninger.

I nogle tilfælde sker bruddet ved, at prøvelegemet revner på grund af de spændinger, der optræder på tværs af kraftretningen. I andre tilfælde (som oftest) sker bruddet som et stukningsbrud. Stukningen begynder oftest ved den ene kant og er sandsynligvis en følge af stabilitetsfænomener.

Til en enkelt prøveserie blev anvendt prøvelegemer sammenlimet af plader med skårskarring 1:10. I praksis regnes sædvanligvis ikke med styrkereduktioner af skarringer ved enakset tryk parallelt med yderfinerens fiberretning.

Forskyd-
nings-
prøvning

Bestemmelsen af krydsfinérens egenskaber ved forskydning må opdeles i to principielt forskellige tilfælde, afhængigt af om forskydningen sker i et plan vinkelret på pladen eller i pladens plan.



Figur 2.36:

Krydsfinér påvirket af forskydningsspændinger i pladens plan (skiveforskydning) til venstre og til højre i plan vinkelret på pladen (pladeforskydning).

Skive-
forskydning

Hvis forskydningsspændingerne ligger i pladens plan, betegnes påvirkningen "skiveforskydning" eller "forskydning gennem tykkelsen" (på engelsk: Panel Shear). Se figur 2.36.

Plade-
forskydning

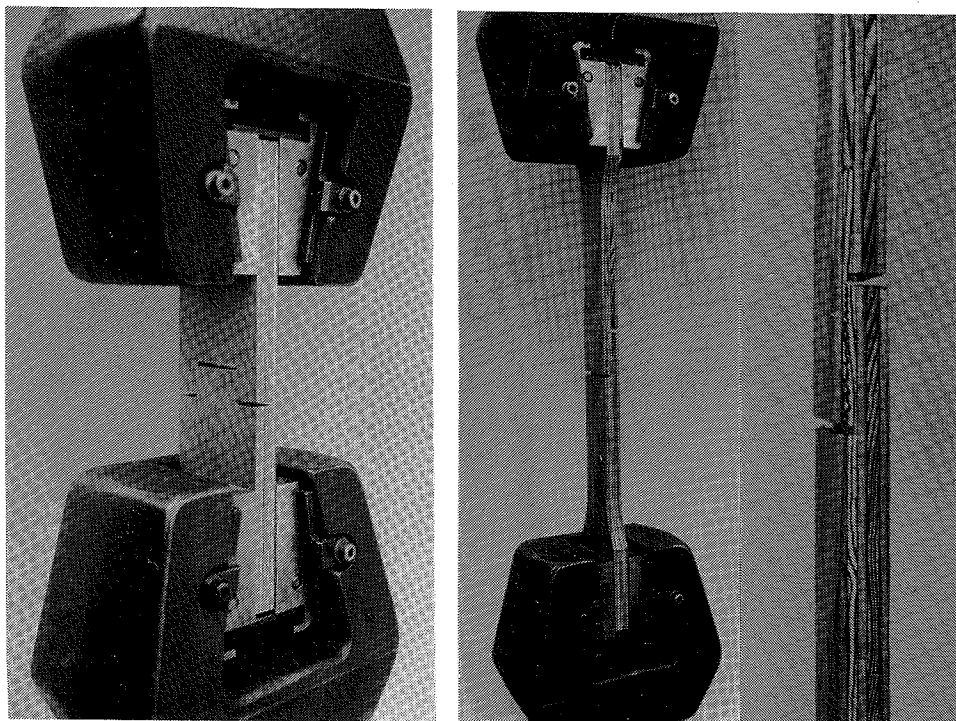
Ligger forskydningsspændingerne i planer vinkelret på pladens plan, kaldes påvirkningen "pladeforskydning" eller "rullende forskydning" (på engelsk: Plate Shear, Rolling Shear). Betegnelsen "rullende forskydning" hidrører fra tværfinérens tendens til at rulle på længdefinérene.

Forskydnings-
styrke

Krydsfinérens styrke ved skiveforskydning såvel som pladeforskydning er bestemt ved hjælp af specielt udformede trækprøvelegemer, som vist på figur 2.37.

Prøvelegemerne forsynes med indsnit vinkelret på kraftretningen, således at trækspændingerne overføres ved forskydning gennem arealerne mellem indsnittene, ved skiveforskydning vinkelret på krydsfinérpladens plan og ved rullende forskydning (pladeforskydning) parallelt med pladens plan. I sidste tilfælde går de forskudte indsnit ind til midten af finérlag med fiberorientering vinkelret på kraftretningen (yderfinérens fiberretning).

Forskydningsstyrkerne er stærkt afhængige af vinklen mellem kraftretningen og yderfinérens fiberorientering. I de udførte prøvninger er vinklen 0° svarende til mindste forskydningsstyrker. Største forskydningsstyrker fås for vinkler under 45° , der ikke har interesse i relation til sandwichelementerne.



Figur 2.37:

Trækprøvelegemer til bestemmelse af krydsfinérens skiveforskydningsstyrke (til venstre) og rullende forskydningsstyrke (til højre). Prøvningen til venstre svarer til den amerikanske standardmetode ASTM-D805, ref. [69.3].

Forskydningsstivhed

Krydsfinérens forskydningsstivhed (G-moduler) svarende til skive- og pladebelastning kan ikke bestemmes så simpelt som styrkeegenskaberne og desværre har det af tidsmæssige årsager ikke været muligt at gennemføre prøvninger til bestemmelse af stivhedsegenskaberne ved skiveforskydning, der har stor interesse i vurderingen af deformationerne i sandwichelementer med kantskot, hvor forskydningsdeformationerne kan give væsentlige bidrag (se afsnit 3.2).

I nedenstående resultatoversigt, tabel 2.4, er derfor medtaget resultater fra en amerikansk undersøgelse, ref. [74.5]. Endvidere er der i forsøgsrapporten, ref. [78.2] omtalt en egnet prøvemethode.

Til nedenstående tabel skal bemærkes, at styrke- og stivhedstallene er angivet i N/mm^2 og således i princippet gjort uafhængige af pladetykkelsen. Tallene knytter sig dog stadig til de respektive pladetykkelser, idet forskellige lagtykkelser og trækvaliteter med forskellige styrke-/stivhedsegenskaber kombineres med forskellige pladetykkelser.

Krydsfinértype - kvalitet	Aktuel tykkelse mm	Kondi- tion- ring 20°C	Træk		Tryk		Forskydning (skive/ gn.tykkelse)		Forskydning (plade/ rullende)		Anvendelse
			σ_{to} N/mm ²	E_{to} N/mm ²	σ_{co} N/mm ²	E_{co} N/mm ²	τ_o N/mm ²	G_o N/mm ²	τ_{90} N/mm ²	G_{90} N/mm ²	
1. Amerikansk krydsfinér C-D interior, exterior glue, (BRAND S) m.skråskarring 1:10	12,0	65%RF	27,1	9880	33,3	8300					Dælementforsøg (ren sandwich)
	15,6			11000*		9300*					
	12,0	50%RF	28,0	11200							Dælementforsøg (ren sandwich)
	12,0	65%RF	16,2		30,8						
2. Amerikansk krydsfinér C-D interior, exterior glue m.skråskarring 1:8	12,0	50%RF	17,0								Dælementforsøg (elementer m.kantskot)
		50%RF	21,2	8460	33,4	10200	7,4	875*	1,6	650	
	12,0	50%RF	19,7								Dælementforsøg (elementer m.kantskot)
3. Amerikansk krydsfinér A-C Group 1 (exterior)	6,2					5600*					Vælementforsøg (ren sandwich)
	12,6	50%RF			33,3	7830					
	15,6					8800*					
4. Canadisk krydsfinér Exterior CSP sheathing	12,6	50%RF			36,4	8330					Brandforsøg (vælementer)

Tabel 2.4:

Materialeprøvning af krydsfinér.

Styrke- og stivhedstallene er middelværdier af 10 prøver.

Variationskoefficienterne ligger omkring 10-20% og for prøvninger m.skråskarring op til 30%.

*Fra ref. [74.5].

Resultaterne viser overraskende, at trykstyrken, σ_{co} , er større end trækstyrken, σ_{to} , for samme krydsfinértyper. Sædvanligvis er krydsfinérs trykstyrke 5-20% lavere end trækstyrken.

Ændringen i fugtindhold fra 50% til 65%RF medfører en forventet reduktion af såvel styrke som stivhed, selv om en sådan sammenligning skal tages med forbehold på grund af det begrænsede antal prøver og forskellens størrelse.

Styrke-
reduktion
i skrå-
skarringer

Sammenlignes trækstyrkerne af prøveemner henholdsvis med og uden skråskarring ses en tydelig styrkereduktion:

Styrkereduktion

Skråskarring 1:10	ca. 40%
Skråskarring 1:8	ca. 7%

At skråskarringen 1:10 skulle give anledning til større styrkereduktioner end skarring 1:8 synes usædvanligt.

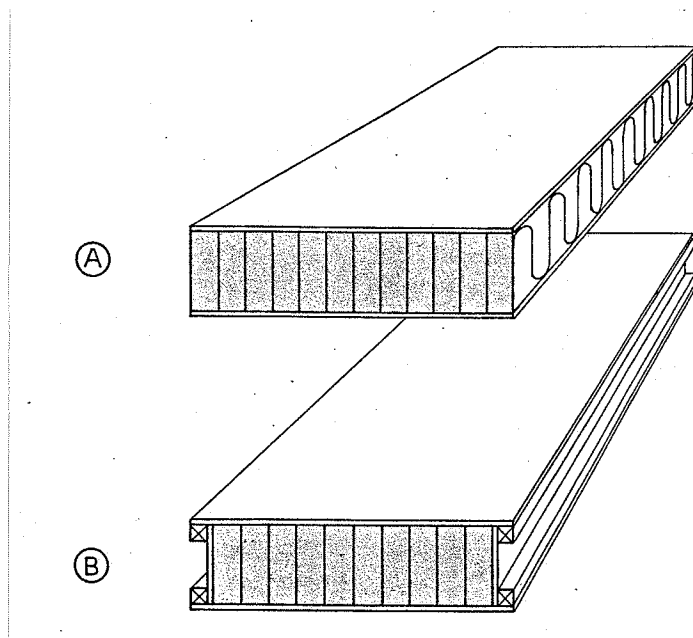
Samtidig må der konstateres en meget dårlig overensstemmelse med de sædvanlige reduktionsfaktorer (se f.eks. ref. [69.4]), der anvendes i praksis: 20% for skarring 1:10, 25% for skarring 1:8.

Forholdet kan skyldes produktionsfejl, men samtidig må det understreges, at antallet af prøvelegemer (2×10 stk) er utilstrækkeligt.

De relative spredninger på selve krydsfinérens styrke- og stivhed omkring 20% er dog ikke usædvanlige.

3. SANDWICHBJÆLKER (dæk-/tagelementer)

I dette kapitel behandles sandwichelementer påvirket til bøjning (tværlast på dæk-/tagelementer).



Figur 3.1:

A: "Ren" sandwich

B: Sandwich med kantskot (kombineret sandwich og stressed-skin)

Hovedvægten er lagt på studiet af "rene" sandwichbjælker (uden kantforstærkninger).

Sandwichbjælker med kantskot er mere korrekt betegnet en kombineret sandwich- og stressed-skin konstruktion, idet kantskottene i overvejende grad vil overtage mineraluldkernens rolle ved overførelse af forskydningskræfter. I den teoretiske analyse vil denne elementtype i stor udstrækning kunne behandles som en almindelig stressed-skin konstruktion.

3.1 Sandwich-bjælker uden kantskot

I bøjningspåvirkede sandwichkonstruktioner udnyttes flangernes gode styrke-/stivhedsegenskaber (i aksial retning) til momentoptagelsen ved flangernes indbyrdes samvirken gennem kernen.

Kernens funktion er primært at sikre flangernes indbyrdes afstand, stabilisere den trykbelastede flange mod udknækning og hindre flangernes forskydning.

Vedrørende stabilitetsproblemer i flangerne henvises til behandlingen i afsnit 4.1.2.

Kernematerialet betragtes i litteraturen ofte som et idealiseret materiale, som ikke kan modstå deformationer i sit eget plan, men kun træk-, tryk- og forskydningsdeformationer vinkelret på sit plan. I engelsk og amerikansk litteratur betegnes en sådan kerne ofte "antiplane-core", se f.eks.ref.[69.1].

Spændingskomponenter i kernens eget plan har i de fleste tilfælde kun lille betydning, samtidig med at denne idealisering medfører væsentlige forenklinger i den teoretiske analyse.

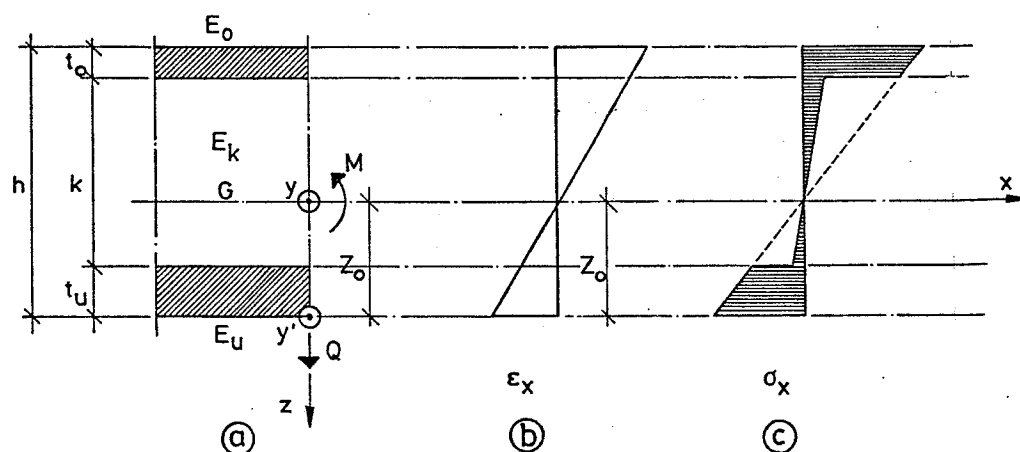
Hovedindholdet i den teoretiske analyse vil være studiet af spændinger og deformationer i sandwichbjælker baseret på elasticitetsteorien.

Den teoretiske behandling er afgrænset til de emner, der har særlig relevans til netop denne type sandwichkonstruktion, d.v.s. mineraluldbaserede sandwichbjælker med kernetykkelser (isoleringstykkelser) på 200 - 400 mm og flanger af 12 - 16 mm krydsfinér eller eventuelt andre pladematerialer med tilsvarende egenskaber.

3.1.1 Bøjningsteori

Der betragtes en sandwichbjælke bestående af to tynde flanger med tykkelserne t_o og t_u adskilt af en tyk mineraluldkerne med tykkelse k . Bjælkens totalhøjde er h , og bredden er b .

Index u , k og o refererer til materialelagene underflange, kerne og overflange.



Figur 3.2a:

- a) Snitkræfter (bøjende moment M , forskydningskraft Q)
- b) Tøjningstilstand (plan)
- c) Normalspændingsfordeling (stykvise plan).

I det følgende regnes z positiv opad fra undersiden, y' -aksen.

Det forudsættes, at plane tværsnit vinkelret på den langsgående akse af den ubelastede bjælke forbliver plane under udbøjning.

Tøjningerne i x -retningen bliver herved proportionale med afstanden fra den neutrale akse (konstant krumningsradius R):

$$(3-1) \quad \varepsilon_x = \frac{z - z_0}{R}$$

hvilket giver den plane tøjningstilstand, som vist på figur 3.2.b.

Antages både flangemateriale og kernemateriale at være isotropt, lineært elastisk og forudsættes spændingerne i z -retningen små, kan ε_x udtrykkes ved spændingen i x -retningen, σ_x , og materialernes elasticitetsmodul, $E = E(z)$:

$$(3-2) \quad \varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} \quad (\text{Hooke's lov})$$

Sammenholdes (3-1) og (3-2) fås spændingsfordelingen i de enkelte materialelag:

$$(3-3) \quad \sigma_x = \frac{E}{R}(z - z_0)$$

Spændingsfordelingen, figur 3.2.c, er diskontinuert, men retlinet over de enkelte materialelag.

Ligevægts- Normalspændingerne i x -retningen må opfylde de sæd-
betingelser vanlige ligevægtsbetingelser:

$$(3-4) \quad N = \int_0^h \sigma_x b \, dz \quad (\text{normalkraft})$$

$$(3-5) \quad M = \int_0^h \sigma_x b z \, dz \quad (\text{bøjende moment})$$

Forskydningsspændingerne i xz -planet må opfylde betingelsen:

$$(3-6) \quad Q = \int_0^h \tau_{xz} b \, dz \quad (\text{forskydningskraft})$$

Nulliniens Hvis der ikke optræder aksialbelastninger ($N = 0$),
beliggenhed kan nulliniens beliggenhed, z_0 , bestemmes ved lige-
vægtsbetragtning og af (3-3) og (3-4) fås:

$$(3-7) \quad N = \frac{b}{R} \int_0^h E(z - z_0) \, dz = 0$$

På grund af E -modulens variation med tværsnitsdelene indføres de transformerede tværsnitsstørrelser, hvor de enkelte deltværsnit vægtes i forhold til E -modulerne (se f.eks. ref. [70.6]).

Der indføres en referenceelasticitetskoefficient, E_r , der kan vælges frit eller være elasticitetsmodulen for en af tværsnitsdelene.

Indføres tværsnittets transformerede statiske moment om y' -aksen (i afstanden z_o fra y -aksen):

$$(3-8) \quad S_{y',t} = b \int_0^h \frac{E}{E_r} z \, dz$$

og tværsnittets transformerede areal:

$$(3-9) \quad A_t = b \int_0^h \frac{E}{E_r} dz$$

fås af (3-7):

$$(3-10) \quad z_o = \frac{S_{y',t}}{A_t} = \frac{\sum_{i=1}^3 (E_i S_i)}{\sum_{i=1}^3 (E_i A_i)}$$

hvor S_i er de enkelte tværsnitsdeles statiske moment om y' og A_i tværsnitsdelenes areal.

Udregnes (3-10) for den betragtede 3-lags sandwich fås:

$$(3-11) \quad z_o = \frac{1}{2} \left[\frac{E_u t_u^2 + E_o t_o (2h - t_o) + E_k ((h - t_o)^2 - t_u^2)}{E_u t_u + E_o t_o + E_k (h - (t_u + t_o))} \right]$$

Special-
tilfælde

Hvis sandwich-tværsnittet er symmetrisk opbygget, d.v.s. med ens flangetykkelser, $t_o = t_u = t$, og ens flangestivheder, $E_o = E_u = E_f$, fås af (3-11) som ventet:

$$(3-12) \quad z_o = \frac{1}{2} h \quad (t_o = t_u = t, \quad E_o = E_u = E_f)$$

Hvis kerne og flanger har samme stivhedsmodul, går (3-10) over i tilfældet for en homogen bjælke, d.v.s. det velkendte tilfælde $z_o = h/2$.

Med kendskab til nulliniens beliggenhed kan det bøjende moment beregnes af (3-3) og (3-5) ved integration over de enkelte materialelag:

$$(3-13) \quad M = \frac{b}{R} \int_0^h E(z - z_o) z \, dz$$

Indføres tværsnittets transformerede inertimoment om y -aksen:

$$(3-14) \quad \begin{aligned} I_{y,t} &= b \int_0^h \frac{E}{E_r} (z - z_o) z \, dz \\ &= b \int_0^h \frac{E}{E_r} z^2 \, dz - z_o b \int_0^h \frac{E}{E_r} z \, dz = I_{y',t} - z_o S_{y',t} \end{aligned}$$

kan (3-13) udtrykkes som:

$$(3-15) \quad M = \frac{E_r}{R} I_{y,t} = \frac{E_r}{R} \sum_{i=1}^3 \left(\frac{E_i}{E_r} I_i \right) = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^3 (E_i I_i)$$

I_i er de enkelte tværsnitsdeles inertimoment om y-aksen.

Sammenlignes (3-15) med det tilsvarende velkendte udtryk for en homogen bjælke

$$(3-16) \quad M = \frac{EI}{R}$$

hvor produktet EI er udtryk for bjælkens bøjningsstivhed, ses, at sandwichbjælker kan betragtes som homogene bjælker med en bøjningsstivhed, B , der ækvivalerer EI på:

$$(3-17) \quad B = E_r I_{y,t} = \sum_{i=1}^3 (E_i I_i)$$

eller

$$(3-18) \quad B = E_r (I_{y',t} - z_o S_{y',t})$$

idet det transformerede inertimoment i sidste tilfælde beregnes om y' -aksen og flyttes til y -aksen.

Bøjningsproblemer i sandwichbjælker kan altså løses på sædvanlig måde blot ved at erstatte EI med B udregnet for det aktuelle sandwichtværsnit.

Udregnes (3-17) for den betragtede 3-lags sandwich fås:

$$(3-19) \quad B = \frac{b}{3} \left[E_u t_u^3 + E_k \left((h - t_o)^3 - t_u^3 \right) + E_o \left(h^3 - (h - t_o)^3 \right) \right] \\ - \frac{b}{4} \left[\frac{[E_u t_u^2 + E_o t_o (2h - t_o) + E_k ((h - t_o)^2 - t_u^2)]^2}{E_u t_u + E_o t_o + E_k (h - (t_u + t_o))} \right]$$

Special-
tilfælde

Et særligt interessant specialtilfælde af (3-17) og (3-18) fås for $E_u = E_o = E_f$ (ens flangestivheder) og $t_u = t_o = t$ (ens flangetykkelser), d.v.s. for $z_o = h/2$ (jvf. (3-11)).

(3-17) og (3-18) reduceres herved til:

$$(3-20) \quad B = E_f \frac{b}{12} (h^3 - (h - 2t)^3) + E_k \frac{b}{12} (h - 2t)^3$$

I (3-20) repræsenterer første led flangernes bidrag til bøjningsstivheden, andet led kernens bidrag. Betydningen af de enkelte led vurderes senere i afsnittet.

Forskydningsspændinger

I enkeltsymmetriske, homogene bjælker beregnes forskydningsspændingerne τ_{xz} i afstanden, z fra den neutrale akse, sædvanligvis ved hjælp af Grasshof's formel (se f.eks. ref. [70.6]):

$$(3-21) \quad \tau_{xz} = \frac{Q \Delta S_{y,t}}{b I_{y,t}}$$

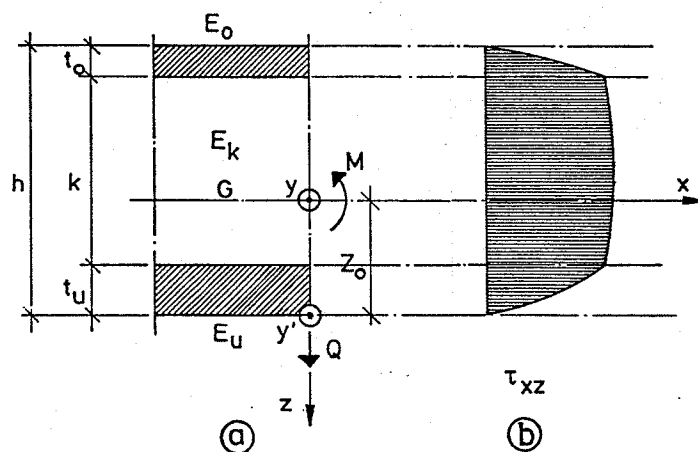
hvor Q er det betragtede tværsnits forskydningskraft, b er snitbredden, $I_{y,t}$ er tværsnittets transformerede inertimoment om y -aksen, og $\Delta S_{y,t}$ er det partielle, transformerede statiske moment om y -aksen, d.v.s. det transformerede statiske moment af den del af tværsnittet, der ligger på den ene side af snittet.

For at tage hensyn til de forskellige tværsnitdeles E-moduler modificeres (3-21).

Indføres (3-17) fås af (3-21):

$$(3-22) \quad \tau_{xz} = \frac{Q E_r \Delta S_{y,t}}{B} = \frac{Q}{B} \Sigma (E \Delta S_{y,t})$$

hvor B er bøjningsstivheden udtrykt ved (3-17) og $\Sigma (E \Delta S_{y,t})$ er summationen af produkterne af deltversnittenes elasticitetsmoduler og partielle statiske momenter om y -aksen.



Figur 3.2.b:

- a) Snitkræfter (bøjende moment M , forskydningskraft Q)
 b) Forskydningsspændingsfordeling.

Forskydningsspændingerne i de tre materialelag fås af (3-22) for:

overflange $h - t_o \leq z \leq h$:

$$(3-23) \quad \tau_o = \frac{Q}{B} E_o \left(-\frac{1}{2} z^2 + z z_o - h z_o + \frac{1}{2} h^2 \right)$$

kerne $t_u \leq z \leq h - t_o$:

$$(3-24) \quad \tau_k = \frac{Q}{B} \left[E_k \left(-\frac{1}{2} z^2 + z z_o - h z_o + t_o z_o + \frac{1}{2} (h - t_o)^2 \right) + E_o t_o \left(h - z_o - \frac{1}{2} t_o \right) \right]$$

underflange $0 \leq z \leq t$:

$$(3-25) \quad \tau_u = \frac{Q}{B} E_u \left(-\frac{1}{2} z^2 + z z_o \right)$$

Forskydningsspændingerne er parabolisk fordelt over både flanger og kerne, som vist på figur 3.2.b.

Special-tilfælde

Betragtes tilfældet $E_o = E_u = E_f$ og $t_u = t_o = t$, d.v.s. ens flangestivheder og -tykkelser, bliver $z_o = 1/2 h$ og (3-23), (3-24) og (3-25) reduceres til:

flanger $0 \leq z \leq t$ og $h - t \leq z \leq h$:

$$(3-26) \quad \tau_f = \frac{Q}{2B} E_f [h z - z^2]$$

kerne $t \leq z \leq h - t$:

$$(3-27) \quad \tau_k = \frac{Q}{2B} \left[E_k \left(z(h - z) - t(h - t) \right) + E_f t(h - t) \right];$$

hvor τ_f er forskydningsspændingen i flangerne, og τ_k er forskydningsspændingen i kernen.

Fordelingen i kernen, (3-24) og (3-27), antager sit maksimum i nullinien (transformerede tværsnits tyngdepunktslinie). Betydningen af de enkelte led vurderes i det følgende underafsnit.

Tilnærmede løsninger

For at få opstillet mere forenklede beregningsudtryk er der i det følgende foretaget en vurdering af de enkelte tværsnitsdeles indflydelse på bøjningsstivheden.

Betragtes udtrykket (3-18), og indføres kernetykkelsen $k = h - 2t$ og afstanden mellem flangernes tyngdepunktslinier, $d = h - t$, kan bøjningsstivheden udtrykkes som:

$$(3-28) \quad B = E_f \frac{b t^3}{6} + E_f \frac{b t d^2}{2} + E_k \frac{b k^3}{12}$$

I (3-28) er første led flangernes egenbøjningsstivhed, andet led flangernes bøjningsstivhed omkring y-aksen og sidste led kernens bøjningsstivhed om y-aksen.

I praksis er andet led det dominerende. Første led udgør mindre end 1% af andet led, hvis:

$$(3-29) \quad \frac{1}{3} \left(\frac{t}{d} \right)^2 < 0,01 \quad \text{eller} \quad \frac{t}{d} < 0,17$$

For de aktuelle sandwichbjælker varierer kernetykkelsen fra 200-400 mm og flangetykkelsen fra 12-16 mm. Det betyder, at forholdet mellem første og andet led varierer mellem 0,03% og 0,21%.

Fejlen, der begås ved at negligere flangernes egenbøjningsstivhed, er derfor uden betydning. Tredje led i (3-28) udgør mindre end 1% af andet led, hvis:

$$(3-30) \quad \frac{1}{6} \frac{E_k}{E_f} \frac{k}{t} \left(\frac{k}{d} \right)^2 < 0,01 \quad \text{eller} \quad \frac{E_k}{E_f} \frac{k}{t} < 0,06 \quad \left(\frac{k}{d} \approx 1 \right)$$

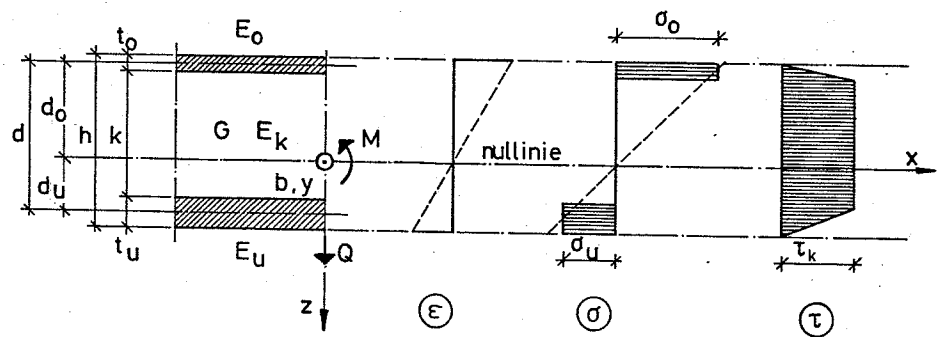
For de aktuelle sandwichelementer varierer $\frac{k}{t}$ mellem 12 og 33 og $\frac{E_k}{E_f}$ mellem 0,0005 og 0,0029. Tredje led i (3-28) udgør altså mellem 0,01% og 1,6% af andet led, og kernens bidrag til bøjningsstivheden kan med god tilnærmelse negligeres.

Udtrykket for bøjningsstivheden (3-28) kan herefter reduceres til

$$(3-31) \quad B \approx \frac{1}{2} E_f b t d^2$$

I det følgende ses bort fra flangernes egenbøjningsstivhed og kernens bidrag til bøjningsstivheden ($E_k \approx 0$).

Normalspændingerne i flangerne bliver herved konstante over flangetykkelsen (membranspændingstilstand), som vist på figur 3.3.



Figur 3.3:

Normalspændingernes og forskydningsspændingernes fordeling over tværsnittet, når der ses bort fra flangernes egenbøjningsstivhed og kernens bidrag til bøjningsstivheden ($E_k \approx 0$).

Ligevægtsbetingelserne (3-4) og (3-5) lyder herefter:

$$(3-32) \quad N = b \int_0^h \sigma_x dz = b(t_u \sigma_u - t_o \sigma_o)$$

$$(3-33) \quad M = b \int_0^h \sigma_x z dz = b(t_u d_u \sigma_u + t_o d_o \sigma_o)$$

hvor d_o er afstanden fra nullinien til overflangens tyngdepunktslinie og d_u afstanden til underflangens tyngdepunktslinie.

Normal-
spændinger

Normalspændingerne i flangerne (henført til flangernes tyngdepunktslinier) fås af (3-3):

$$(3-34) \quad \begin{aligned} \sigma_o &= \frac{E_o}{R} d_o = E_o \frac{M}{B} d_o \\ \sigma_u &= \frac{E_u}{R} d_u = E_u \frac{M}{B} d_u \end{aligned}$$

Nullinie

Hvis der ikke optræder aksialbelastninger ($N = 0$) fås af (3-32) og (3-34):

$$N = \frac{b}{R} (E_u t_u d_u - E_o t_o d_o) = 0$$

Indføres afstanden mellem flangernes tyngdepunktslinier $d = d_u + d_o$ fås afstandene til tværsnittets tyngdepunktsakse (jvf. figur 3.3):

$$(3-35) \quad d_u = \frac{E_o t_o}{E_u t_u + E_o t_o} d ; \quad d_o = \frac{E_u t_u}{E_u t_u + E_o t_o} d$$

Bøjnings-
stivhed

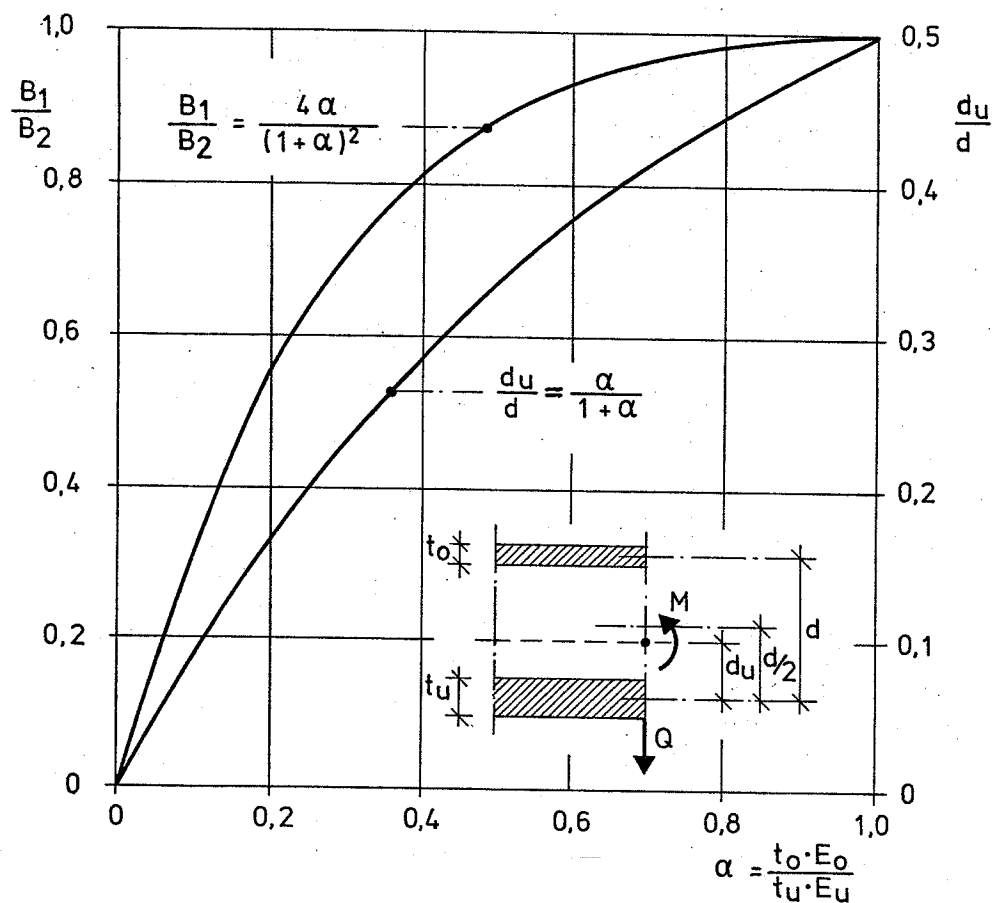
Indføres (3-34) og (3-35) i (3-33) fås:

$$(3-36) \quad M = \frac{b}{R} (E_u t_u d_u^2 + E_o t_o d_o^2) = \frac{b}{R} \frac{E_u t_u E_o t_o}{(E_u t_u + E_o t_o)} d^2$$

Sammenlignes med (3-16) ses, at bøjningsstivheden, B , herefter kan udtrykkes ved:

$$(3-37) \quad B = b \frac{E_u t_u E_o t_o}{E_u t_u + E_o t_o} d^2$$

Forskelle i flangetykkelse og flangestivheder betyder, at nullinien (den neutrale akse) forskydes mod henholdsvis den tykkeste flange og flangen med største stivhed (E-modul).



Figur 3.4:

Varierende flangetykkelser og flangestivheders indflydelse på bøjningsstivheden og nulliniens beliggenhed.

Nulliniens forskydning er på figur 3.4 afbildet ved forholdet mellem nulliniens afstand til underflangens tyngdepunktslinie, d_u (jvf. (3-35)), og afstanden mellem flangernes tyngdepunktslinier, d , som funktion af produktet af forholdet mellem flangetykkelserne og flangestivhederne, $\frac{t_o E_o}{t_u E_u}$.

På samme figur er indtegnet bøjningsstivhedens afhængighed af samme forhold, udtrykt ved forholdet mellem bøjningsstivheden ved forskellige flanger, B_1 (jvf. (3-37)), og bøjningsstivheden ved ens flanger, B_2 (jvf. (3-31)), baseret på middelværdier af de to forskellige flanger i B_1 .

$\frac{B_1}{B_2}$ -funktionen (figur 3.4) viser, at der skal store tykkelses- og stivhedsforskelle til, før det influerer mærkbart på bøjningsstivheden.

Forskydnings-
spændinger

Forudsætningen om, at flangernes egenbøjningsstivhed er forsvindende, medfører, at forskydnings-spændingerne fordeler sig retlinet over flangetykkelsen (se figur 3.3).

(3-23) og (3-25) reduceres til:

$$(3-39) \quad \begin{aligned} \tau_o &= \frac{Q}{B} E_o d_o (h - z) & ; & \quad h - t_o \leq z \leq h \\ \tau_u &= \frac{Q}{B} E_u d_u z & ; & \quad 0 \leq z \leq t_u \end{aligned}$$

Forudsætningen om, at kernens bidrag til bøjningsstivheden er forsvindende ($E_k \approx 0$), medfører, at forskydningsspændingerne bliver konstante over kernetykkelsen, som vist på figur 3.3.

Den fejl, der begås, underkastes i det følgende en nærmere vurdering.

Betragtes udtrykket (3-27) for det symmetriske tvær-snit, ses at forskydningerne i kernen antager sit maksimum i nullinien ($z = \frac{h}{2}$) og minimum ved flangerne ($z = t$ og $z = h - t$). Indføres kernetykkelsen $k = h - 2t$ og afstanden mellem flangernes tyngdepunktslinier, $d = h - t$ fås den største forskydnings-spænding:

$$(3-40) \quad \tau_k = \frac{Q}{2B} \left[E_k \frac{k^2}{4} + E_f t d \right]$$

Første led under parentesen i (3-40) udgør mindre end 1% af andet led, hvis:

$$(3-41) \quad \frac{E_k}{E_f} \frac{k^2}{4 t d} < 0,01 \quad \text{eller} \quad \frac{E_k}{E_f} \frac{k}{t} < 0,04 \quad \left(\frac{k}{d} \approx 1 \right)$$

Med samme grænseværdi for $\frac{E_k}{E_f}$ og $\frac{k}{t}$ som ved vurderingen af (3-30) vil første led variere mellem 0,1% og 2,3% af andet led, d.v.s. forskydningsspændingerne kan med god tilnærmelse regnes konstante over tværsnittet.

Størrelsen af forskydningsspændingerne findes herefter til:

$$(3-42) \quad \tau_k = \frac{Q}{b d}$$

hvor d angiver afstanden mellem flangernes tyngdepunktslinier. (3-42) er også gældende for forskellige tykkelser af over- og underflange, hvorved

$$d = h - \frac{1}{2}(t_u + t_o).$$

Det skal understreges, at de tilnærmede beregningsudtryk for sandwichbjælker: "teori for tynde flanger", medfører fejlagtige resultater, hvis flangernes egenbøjningsstivhed og kernens bidrag til bøjningsstivheden ikke er forsvindende.

Nedbøjninger

I den almindelige bjælketeori negligeres sædvanligvis nedbøjninger hidrørende fra forskydningsspændingerne (slanke bjælker).

I sandwichbjælker med svage kerner (lille forskydningsstivhed) kan forskydningsspændingerne give væsentlige bidrag til de samlede nedbøjninger.

Under forudsætning af små tøjninger (1. ordens teori) gælder for den plane deformationstilstand (se f.eks. ref. [67.5]) for henholdsvis længdetøjningen ϵ_x og forskydningstøjningen γ_{xz} :

$$(3-43) \quad \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u_x}{\partial x} \\ \gamma_{xz} &= \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \end{aligned}$$

hvor u_x og u_z angiver flytningerne i henholdsvis x - og z -retningen.

Krumningen i xz -planet, κ_y er givet ved

$$(3-44) \quad -\kappa_y = -\frac{1}{R} = \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} = -\frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial z} + \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial x} = -\frac{\partial \epsilon_x}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial x}$$

Antages Hooke's lov at gælde, kan γ_{xz} udtrykkes som:

$$(3-45) \quad \gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G}$$

hvor G er forskydningsmodulen. Indføres (3-27) i (3-45) og differentieres med hensyn til x fås:

$$(3-46) \quad \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial x} = \frac{1}{G} \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} = \frac{\Sigma(ES)}{b B G} \frac{\partial Q}{\partial x}$$

Af (3-2), (3-3), (3-15) og (3-17) fås:

$$(3-47) \quad \frac{\partial \epsilon_x}{\partial z} = \frac{M}{B}$$

Indføres (3-46) og (3-47) i (3-44) fås:

$$\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} = -\frac{M}{B} + \frac{\Sigma(ES)}{b B G} \frac{\partial Q}{\partial x}$$

eller

$$(3-48) \quad \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} = -\frac{M}{B} + \frac{1}{AG} \frac{\partial Q}{\partial x} ; A = \frac{b B}{\Sigma(ES)}$$

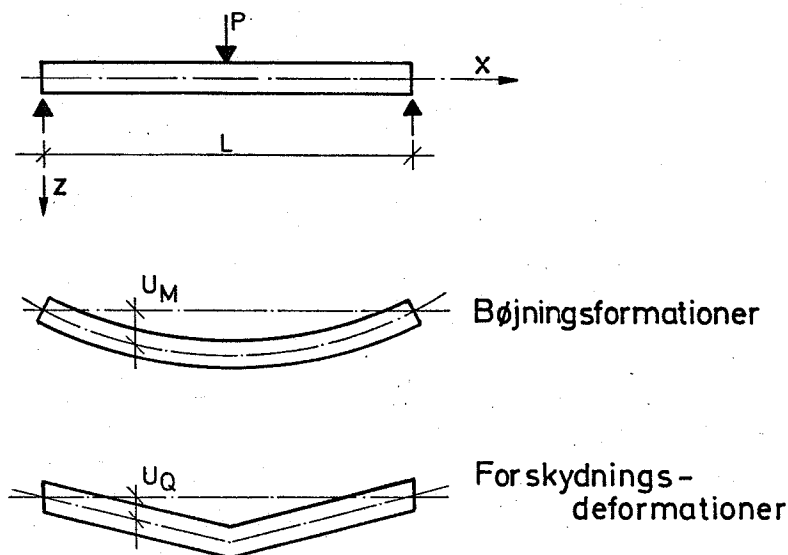
hvor A betegner forskydningsarealet eller kropsarealet. Produktet AG betegnes ofte for sandwichbjælkens forskydningsstivhed.

$\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2}$ er tidligere antaget at være konstant over

tværsnittet, men forudsætningen om, at τ_{xz} og γ_{xz} er proportionale (Hooke's lov) betyder, at γ_{xz} varierer med beliggenhed (z) og er nul foroven og forneden i tværsnittet. Det oprindelige plane tværsnit må altså, som følge af forskydningsdeformationerne, antage en S-form. Nedbøjningsbidraget fra forskydningsdeformationerne bliver derfor for stort. I praksis vil den fejl, der begås, ikke have afgørende betydning (se ref. [70.6]).

Forskydningsspændingernes bidrag til deformationerne er illustreret på figur 3.5, hvor en bjælke er belastet med en enkeltkraft.

Figur 3.5 viser samtidig en vanskelighed ved behandlingen af (3-48). I det viste tilfælde er forskydningskraften konstant og giver ikke noget bidrag i (3-48), da Q beskriver ændringer i krumning. (3-48) vil eksempelvis ikke kunne opfylde randbetingelsen $\frac{d u_z}{dx} = 0$ for $x = \frac{L}{2}$.



Figur 3.5:

Bøjningsdeformationer, u_M , og forskydningsdeformationer, u_Q , i en bjælke belastet med en enkeltkraft.

Den enkleste måde at undgå dette og tilhørende problemer er at betragte bøjnings- og forskydningsdeformationerne separat og derefter addere dem. Princippet anvendes stort set overalt i litteraturen.

(3-48) ser herefter ud som følger, idet index z for enkeltheds skyld udelades og erstattes af index M og Q referende til henholdsvis bøjnings- og forskydningsbidrag.

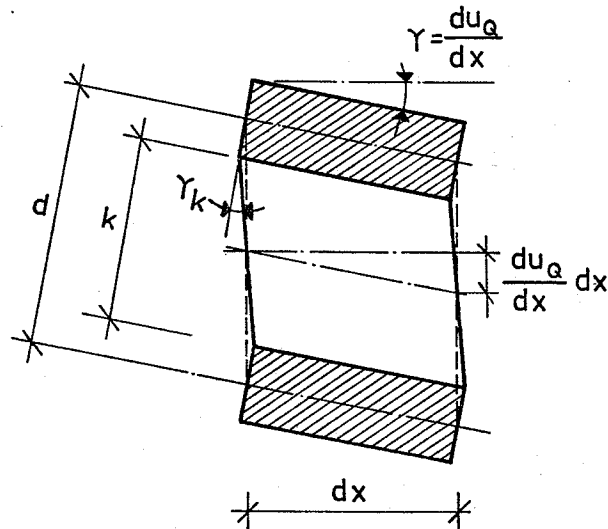
$$\frac{d^2 u_M}{dx^2} = - \frac{M}{B}$$

$$(3-49) \quad \frac{d u_Q}{dx} = \frac{Q}{AG} + C$$

$$u = u_M + u_Q$$

hvor C er en integrationskonstant. For en simpelt understøttet bjælke med origo ved den ene understøtning, er C altid nul.

Den angivne beregning af forskydningsspændingernes bidrag til nedbøjningerne giver lidt for store værdier, idet der regnes med, at forskydningsspændingerne gennem hele tværsnittet antager værdien i kernen (maksimal forskydningsspænding).



Figur 3.6:

Forskydningsdeformation i en sandwichbjælke.

Negligeres forskydningstøjningerne i flangerne, ($G_f \gg G_k$), d.v.s. forskydningsdeformationerne antages alene at hidrøre fra forskydningstøjningerne i kernen, fås af figur 3.6:

$$(3-50) \quad \frac{du_Q}{dx} = \gamma = \gamma_k \frac{k}{d}$$

Indføres (3-45) og (3-27) fås:

$$(3-51) \quad \frac{du_Q}{dx} = \frac{\tau_k}{G} \frac{k}{d} = \frac{Q \Sigma(ES)}{G b B} \frac{k}{d} = \frac{Q}{AG}$$

hvor $\Sigma(ES)$ angiver summationen af produkterne af deltværnsnittenes elasticitetsmoduler og partielle statiske momenter om tyngdepunktslinien for den del af tværsnittet, der ligger på den ene side af linien.

Forskydningsarealet (kropsarealet), A , kan herefter beregnes som:

$$(3-52) \quad A = \frac{b d}{k} \frac{B}{\Sigma(ES)}$$

Betragtes et symmetrisk opbygget sandwichtværsnit fås:

$$(3-53) \quad A = \frac{2 B}{t k E_f} \frac{1}{1 + \frac{E_k}{E_f} \frac{1}{4} \frac{k^2}{t d}}$$

Ses der bort fra kernens bøjningsstivhed, jvf. (3-30), fås for $E_k \approx 0$:

$$(3-54) \quad A = \frac{2B}{t k E_f}$$

Ses der yderligere bort fra flangernes egenbøjningsstivhed, jvf. (3-29), kan B udtrykkes ved (3-31) og (3-54), reduceres til:

$$(3-55) \quad A = \frac{b d^2}{k}$$

Det samme udtryk for A var fremkommet ved i (3-51) direkte at indsætte det tilnærmede udtryk (3-42) for τ_k . (3-55) er gældende for tværsnit med forskellige flangetykkelser.

Eksempel

Betragtes en simpelt understøttet bjælke med spændvidde L og en jævnt fordelt tværlast p fås snitkræfterne, idet $x = 0$ ved understøtning:

$$(3-56) \quad Q_x = -\frac{pL}{2} + px \quad M_x = -\frac{1}{2}p x(L-x)$$

Nedbøjningen hidrørende fra bøjningsspændingerne, u_M , fås ved at indføre M_x i (3-49), integrere to gange og indføre randbetingelserne $u_M = 0$ for $x = 0$ og $\frac{d u_M}{dx} = 0$ og $x = \frac{L}{2}$, hvilket fører til udtrykket:

$$(3-57) \quad u_M = \frac{p L^3}{24 B} x \left(1 - 2 \left(\frac{x}{L} \right)^2 + \left(\frac{x}{L} \right)^3 \right)$$

$$(3-58) \quad u_{M, \max} = \frac{5}{384} \frac{p L^4}{B} ; \quad x = \frac{L}{2}$$

Nedbøjningen hidrørende fra forskydningsspændingerne, u_Q , fås ved at indføre Q_x i (3-49), integrere og indføre randbetingelsen $u_Q = 0$ for $x = 0$.

$$(3-59) \quad \frac{d u_Q}{dx} = -\frac{Q}{AG} = -\frac{k}{b d^2 G} \left(-\frac{pL}{2} + px \right) ; \quad A = \frac{b d^2}{k}$$

$$u_Q = -\frac{k}{b d^2 G} \int_0^x \left(-\frac{pL}{2} + px \right) dx = \frac{k p}{2 d^2 G} x(L-x)$$

$$(3-60) \quad u_{Q, \max} = \frac{k p L^2}{8 d^2 G} = \frac{k}{d^2 G} M_{\max} ; \quad x = \frac{L}{2}$$

Den samlede nedbøjning fås herefter til:

$$(3-61) \quad u = u_M + u_Q = \frac{p L^3}{24 B} x \left(1 - 2 \left(\frac{x}{L} \right)^2 + \left(\frac{x}{L} \right)^3 \right) + \frac{k p x}{2 d^2 G} (L-x)$$

$$(3-62) \quad u_{\max} = \frac{5}{384} \frac{p L^4}{B} + \frac{k p L^2}{8 d^2 G} ; \quad x = \frac{L}{2}$$

3.1.2 Korttidsforsøg (styrke/stivhed)

Sandwichelementernes bæreevne- og deformationsforhold under påvirkning af bøjende momenter (tværlast på dæk-/tagelementer) er undersøgt gennem fuldskalaforsøg med 64 elementer. Detailbeskrivelse af forsøgene vedrørende elementudformning, forsøgsopstilling, målinger m.v. fremgår af ref. [78.4].

Formål

Forsøgene havde primært til formål at belyse følgende faktoreres indflydelse på elementernes styrke- og stivhedsforhold:

- mineraluldens styrke/stivhed
- kernetykkelsen
- flangetykkelsen (flangestivheden)
- spændvidden.

Forsøgs-elementer

Alle forsøgselementerne er produceret rent håndværksmæssigt og indeholder på grund af en endnu ikke færdigudviklet produktionsteknik en række produktionsbestemte svækkelser.

I flangerne er overalt anvendt en femlags amerikansk krydsfinér, i tabel 2.4, afsnit 2.2, betegnet type 1. På grund af pladernes begrænsede standardlængde (2,44 m) er pladerne samlet ved skråskarring 1:10. Skarringerne er i samtlige forsøgselementer anbragt i snit med største normalspændinger omkring elementernes midte.

Alle elementer blev produceret i bredden 1,22 m (svarende til krydsfinérpladernes standardbredde) og derefter opskåret til 2 elementer med bredden 0,60 m (renskåret). For de elementvarianter, der er undersøgt for både korttids- og langtidslast (afsnit 3.1.4), er sammenhørende halvdele anvendt til henholdsvis korttidsforsøg og langtidsforsøg.

På grund af de store belastningskoncentrationer, der uvægerligt vil optræde ved vederlagene, er elementerne forsynet med endeskot af 12 mm krydsfinér limet til mineraluldlamellernes endeflade. Anvendelsen af endeskot hindrer store lokale sammentrykninger ved understøtningerne (trykbrud ved vederlag), men har ellers ingen betydning for konstruktionen som helhed.

Der er ikke i nærværende afhandling medtaget teoretiske overvejelser vedrørende lokale overpåkøringer, hvorfor der henvises til speciallitteraturen.

Forsøgsopstilling

Elementerne, simpelt understøttet over endeskottene, blev belastet til brud i forsøgsopstillingen vist på figur 3.7.

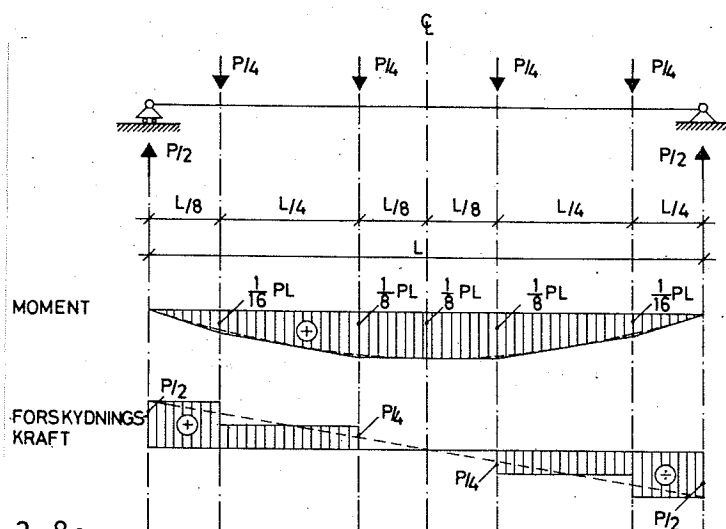


Figur 3.7:

Forsøgsopstilling til bøjningsforsøg.

Belastningen påføres gennem en centralt virkende hydraulisk presse og fordeles gennem åg og trækstænger som 4 lige store tværgående linielaste fordelt over elementlængden. Prøvningen foregår omvendt med linielastene virkende opad.

Med det valgte belastningsarrangement tilstræbes en jævn lastfordeling over elementlængden. Belastningsprincippet med tilhørende moment- og forskydningskraftfordeling er vist på figur 3.8.



Figur 3.8:

Tilnærmet moment- og forskydningskraftfordeling i forsøgselement under det valgte belastningsarrangement. De tilsvarende fordelinger under en jævnt fordelt fladelast er vist punkteret.

Forsøgs-
resultater

Resultaterne af korttidsforsøgene med tilhørende teoretisk vurdering af bæreevne og deformationsforhold er vist i tabel 3.1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
FORSØGSELEMENT						STYRKE				
Variant nr.	Mineral- uldkerne	Kerne- tyk- kelse mm	Flange- tykkelse	Spænd- vidde m	Egen- vægt kg/m ²	Brudlast p _u			η	M _{max} kNm
			Tryk / Træk			Aktuel kN/m ²	Middel kN/m ²	Beregnet kN/m ²		
			mm mm							
DK- 1- A B C D	R80	300	12 / 12	4,00	40	3,3 3,7 4,8 3,0	3,7	5,0	0,66 0,74 0,96 0,60	6,6 7,4 9,6 6,0
DK- 2- A B C D	G50	300	12 / 12	4,00	31	6,3 6,6 5,3 6,7	6,3	9,7	0,65 0,68 0,55 0,69	12,6 13,2 10,6 13,4
DK- 3- A B C D	G70	300	12 / 12	4,00	37	6,9 6,8 7,8 7,7	7,3	12,8	0,54 0,53 0,61 0,60	13,8 13,6 15,6 15,4
DK- 4- A B C D	G90	300	12 / 12	4,00	43	14,3 14,9 16,0 14,6	15,0	19,3	0,74 0,77 0,83 0,76	28,6 29,8 32,0 29,2
DK- 5- A B C D	R100	300	12 / 12	4,00	46	2,8 2,3 3,4 2,7	2,8	6,4	0,44 0,36 0,53 0,42	5,6 4,6 6,8 5,4
DK- 6- A B C D	R120	300	12 / 12	4,00	52	7,4 7,1 5,4 3,8	5,9	10,3	0,72 0,69 0,52 0,37	14,8 14,2 10,8 7,6
DK- 7- A B C D	G50	200	12 / 12	4,00	26	6,4 5,2 4,6 4,6	5,2	6,6	0,97 0,79 0,70 0,70	12,8 10,4 9,2 9,2
DK- 8- A B C D	G50	400	12 / 12	4,00	36	3,9 4,1 4,0 4,0	4,0	12,8	0,30 0,32 0,31 0,31	7,8 8,2 8,0 8,0
DK- 9- A B C D	G50	300	16 / 16	4,00	34	5,4 5,7 5,8 4,3	5,3	9,8	0,55 0,58 0,59 0,44	10,8 11,4 11,6 8,6
DK-10- A B C D	G50	300	16 / 12	4,00	36	5,0 4,2 5,4 5,8	5,1	9,7	0,52 0,43 0,56 0,60	10,0 8,4 10,8 11,6
DK-11- A B C D	G50	300	12 / 12	2,67	31	2,6 4,4 3,9 4,7	3,9	14,5	0,18 0,30 0,27 0,32	2,3 3,9 3,5 4,2
DK-12- A B C D	R80	300	12 / 12	2,67	40	5,2 5,8 5,4 5,0	5,4	7,5	0,69 0,77 0,72 0,67	4,6 5,2 4,8 4,5
DK-13- A B C D	G50	300	12 / 12	4,00	31	3,8 5,1 7,0 4,6	5,1	9,7	0,39 0,53 0,72 0,47	7,6 10,2 14,0 9,2
DK-14- A B C D	R80	300	12 / 12	4,00	40	3,8 3,8 3,8 3,9	3,8	5,0	0,76 0,76 0,76 0,78	7,6 7,6 7,6 7,8
DK-15- A B C D	G50	300	12 / 12	4,00	31	6,9 5,1 4,8 8,5	6,3	9,7	0,71 0,53 0,49 0,88	13,8 10,2 9,6 17,0
DK-16- A B C D	R80	300	12 / 12	4,00	40	3,4 3,1 4,3 3,1	3,5	5,0	0,68 0,62 0,86 0,62	6,8 6,2 8,6 6,2

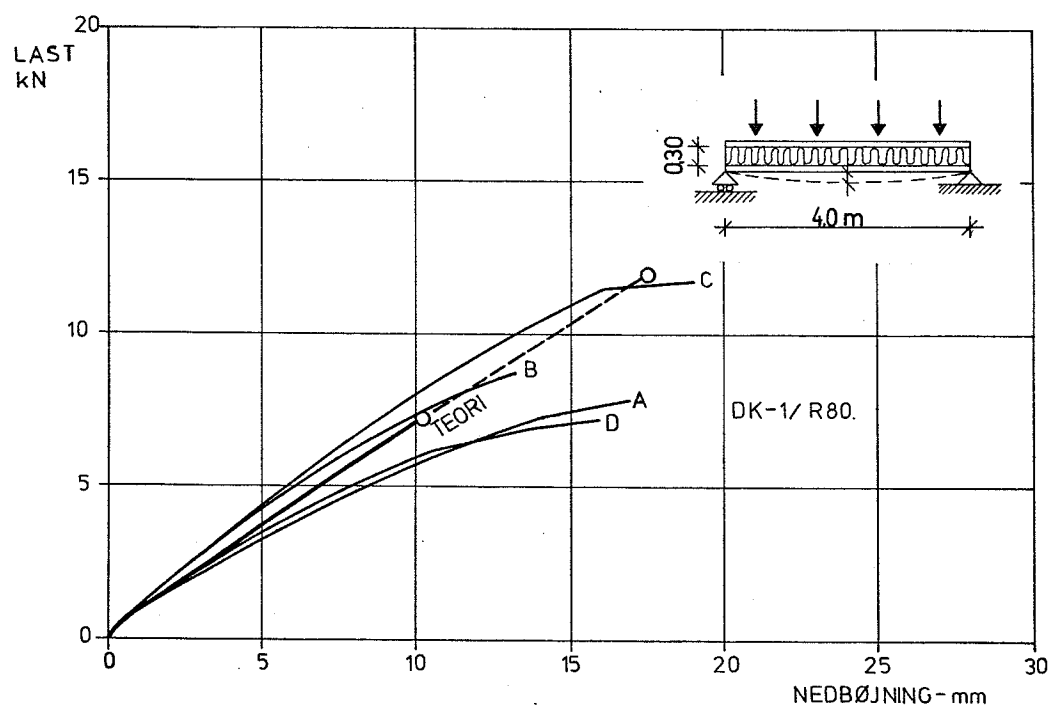
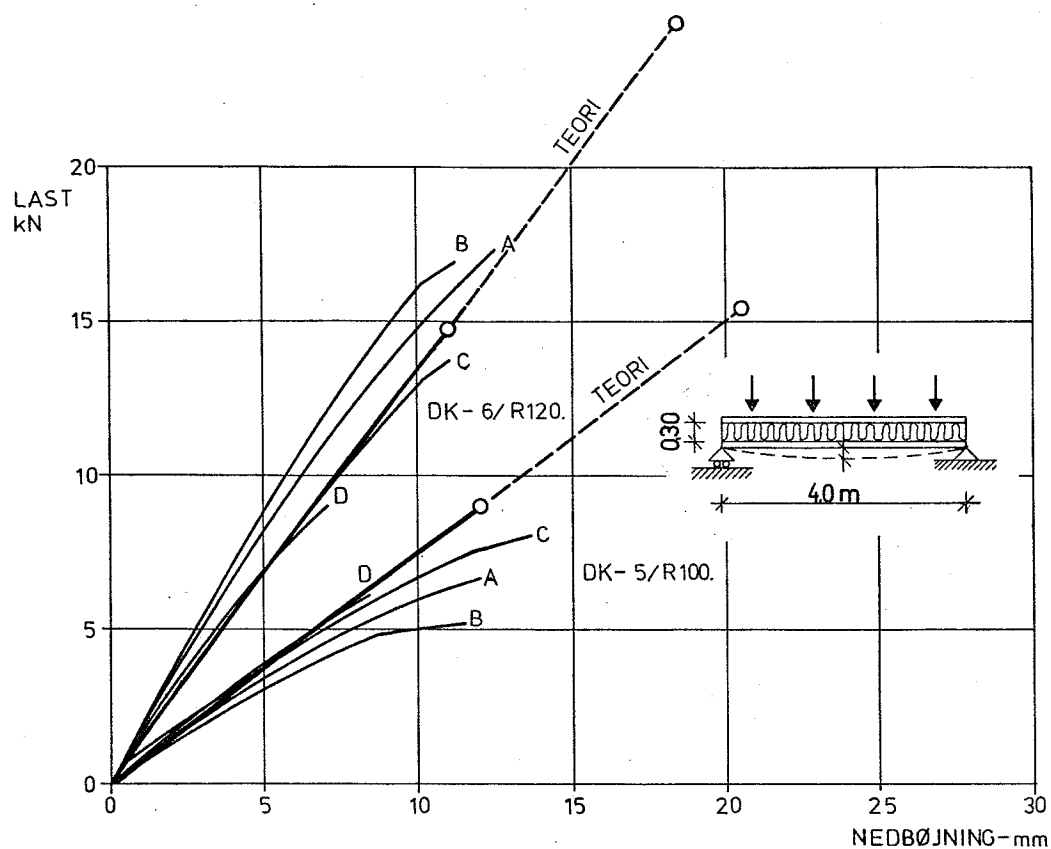
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
				STIVHED					
$\sigma_{o,max}$ $\cdot 10^3$	$\sigma_{u,max}$ $\cdot 10^3$	Q_{max}	τ_{max}	B	Max.nedbøjning pr. kN/m ²			u/u_{ber}	$\frac{u_Q}{u_M + u_Q}$
					Aktuel	Middel	Beregnet		
kN/m ²	kN/m ²	kN	kN/m ²	kNm ²	mm/kN/m ²	mm/kN/m ²	mm/kN/m ²		%
1,8 2,0 2,6 1,6	1,8 2,0 2,6 1,6	6,6 7,4 9,6 6,0	21 24 31 19	5270	4,1 3,2 2,8 3,8	3,5	3,5	1,17 0,91 0,80 1,09	82
3,4 3,5 2,8 3,6	3,4 3,5 2,8 3,6	12,6 13,2 10,6 13,4	40 42 34 43	5270	1,9 1,8 2,1 1,8	1,9	1,9	1,00 0,95 1,11 0,95	67
3,7 3,6 4,2 4,1	3,7 3,6 4,2 4,1	13,8 13,6 15,6 15,4	44 44 50 49	5270	1,2 1,2 1,2 1,3	0,9	1,1	0,86 0,86 0,86 0,93	45
7,6 8,0 8,5 7,8	7,6 8,0 8,5 7,8	28,6 29,8 32,0 29,2	92 96 103 94	5270	0,9 0,9 0,9 0,9	3,5	3,2	0,88 0,82 0,82 0,82	80
1,5 1,2 1,8 1,4	1,5 1,2 1,8 1,4	5,6 4,6 6,8 5,4	18 15 22 17	5270	3,5 3,8 3,6 3,0	3,5	3,2	1,09 1,19 1,13 0,94	80
4,0 3,8 2,9 2,0	4,0 3,8 2,9 2,0	14,8 14,2 10,8 7,6	47 46 35 24	5270	1,5 1,4 1,7 1,6	1,5	1,8	0,83 0,78 0,94 0,89	65
5,0 4,1 3,6 3,6	5,0 4,1 3,6 3,6	12,8 10,4 9,2 9,2	60 49 43 43	2430	2,8 2,9 2,8 3,0	2,9	3,2	0,88 0,91 0,88 0,94	58
1,6 1,7 1,6 1,6	1,6 1,7 1,6 1,6	7,8 8,2 8,0 8,0	19 20 19 19	9190	1,5 1,5 1,5 1,5	1,5	1,4	0,93 0,93 0,93 0,93	73
2,1 2,3 2,3 1,7	2,1 2,3 2,3 1,7	10,8 11,4 11,6 8,6	34 36 37 27	8050	1,9 1,8 2,0 1,8	1,9	1,7	1,12 1,06 1,18 1,06	75
2,0 1,7 2,1 2,3	2,7 2,2 2,9 3,1	10,0 8,4 10,8 11,6	32 27 34 37	6900	2,1 2,0 1,9 1,9	2,0	1,9	1,17 1,11 1,06 1,06	73
0,6 1,0 0,9 1,1	0,6 1,0 0,9 1,1	3,5 5,9 5,2 6,3	11 19 17 20	5270	1,0 1,0 0,9 0,9	0,9	0,7	1,43 1,43 1,29 1,29	82
1,2 1,4 1,3 1,2	1,2 1,4 1,3 1,2	6,9 7,7 7,2 6,7	22 25 23 21	5270	1,7 1,6 1,4 1,4	1,5	1,4	1,21 1,14 1,00 1,00	91
2,0 2,7 3,7 2,5	2,0 2,7 3,7 2,5	7,6 10,2 14,0 9,2	24 33 45 29	5270	2,0 2,0 1,8 1,9	1,9	1,9	1,05 1,05 0,95 1,00	67
2,0 2,0 2,0 2,1	2,0 2,0 2,0 2,1	7,6 7,6 7,6 7,8	24 24 24 25	5270	3,6 3,3 3,5 3,0	3,3	3,5	1,03 0,94 1,00 0,86	82
3,7 2,7 2,6 4,5	3,7 2,7 2,6 4,5	13,8 10,2 9,6 17,0	44 33 31 54	5270	2,0 2,1 1,9 1,5	1,9	1,9	1,05 1,10 1,00 0,79	67
1,8 1,7 2,3 1,7	1,8 1,7 2,3 1,7	6,8 6,2 8,6 6,2	22 20 28 20	5270	3,5 3,5 3,2 3,1	3,3	3,5	1,00 1,00 0,91 0,89	82

Tabel 3.1:

Oversigt over målte og beregnede resultater af korttids-
bøjningsforsøg.
Konditionering: 20°C/65%RF.

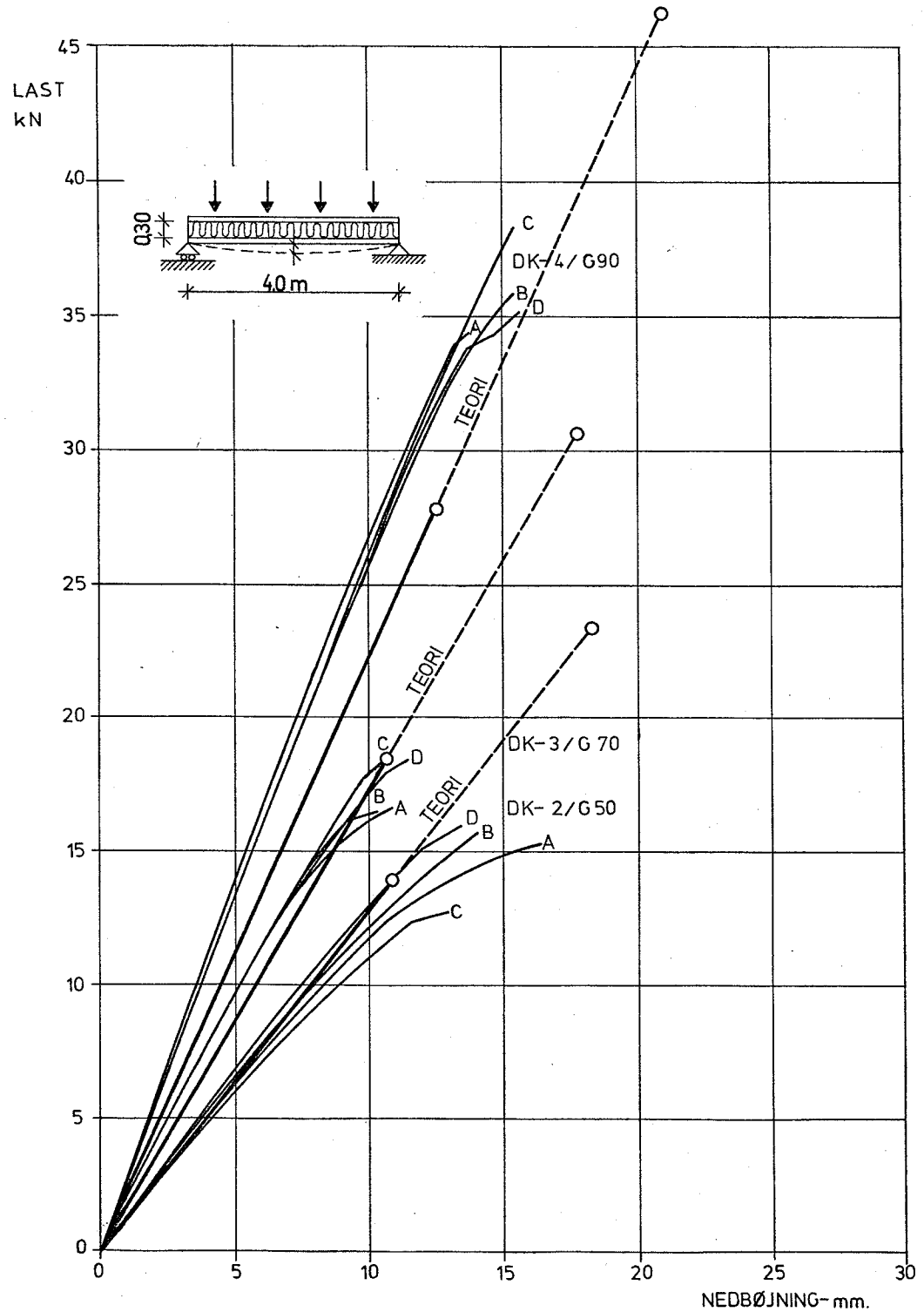
Til oversigtstabel 3.1 bemærkes følgende:

- ad.kolonne 1-6 : Beskrivelse af forsøgselementer.
Elementtyperne DK-1 og DK-2 optræder som referenceelementer. Elementtyperne DK-14, -16 henholdsvis DK-13, -15 er analoge til DK-1 henholdsvis DK-2, idet de tjener som referencer til langtidsforsøgene beskrevet i afsnit 3.1.4. Bredden af forsøgselementerne er 0,60 m.
- ad.kolonne 7-9 : Målt og beregnet brudlast angivet som ækvivalent fladelast i kN/m². Brudlasten er beregnet efter formel (3-42) med de fra materialeforsøgene fundne forskydningsstyrker fra tabel 2.1.
- ad.kolonne 10 : η er forholdet mellem målt og beregnet bæreevne. Efter den anvendte bæreevneberegning og observerede brudtyper svarer η til forholdet mellem limforbindelsens og mineraluldens forskydningsstyrker (limsvækkelsen): $\tau_{lim} = \eta \tau_u$.
For samtlige forsøg er $\eta_{middel} = 0,60$ svarende til en gennemsnitlig styrke i limforbindelsen 40% under mineraluldens forskydningsstyrke.
- ad.kolonne 11 : Brudmoment (pr. 1.0 m).
- ad.kolonne 12-13: Normalspændinger i over- og underflange beregnet efter formel (3-34).
- ad.kolonne 14 : Max.forskydningskraft svarende til brudbelastningen (pr. 1.0 m).
- ad.kolonne 15 : Max.forskydningsspænding i kerne og limforbindelse beregnet efter formel (3-42).
- ad.kolonne 16 : Elementernes bøjningsstivhed (pr. 1 m bredde) beregnet efter formel (3-37) med materialedata fra tabel 2.4.
- ad.kolonne 17-19: Målt og beregnet max.nedbøjning angivet ved arbejdskurvernes hældning i det tilnærmelsesvis lineærelastiske område op til ca. 50% af brudlasten.
Nedbøjningerne er beregnet efter formel (3-62) svarende til en jævnt fordelt fladelast. Som belastningen blev påført (se figur 3.8), skulle faktoren 5/384 på bøjningsbidraget ændres til 41/3072, mens forskydningsbidraget er uændret. På den samlede nedbøjning er fejlen mindre end 1%.
- ad.kolonne 20 : Forhold mellem målt og beregnet max.nedbøjning.
- ad.kolonne 21 : Forskydningsdeformationernes andel af de samlede nedbøjninger beregnet efter formel (3-62).



Figur 3.12:

Arbejdskurver for elementtyperne: DK-1, -5 og -6 med kerne af henholdsvis R80, R100 og R120. Beregnede kurver er indtegnet med fuldt optrukken streg for $0 \leq \eta \leq 0,60$, og punkteret for $0,60 \leq \eta \leq 1,00$.



Figur 3.13:

Arbejdskurver for elementtyperne: DK-2, -3 og -4 med kerne af henholdsvis G50, G70 og G90. Beregnede kurver er indtegnet med fuldt optrukken streg for $0 \leq \eta \leq 0,60$ og punkteret for $0,60 \leq \eta \leq 1,00$.

Vurdering af
forsøgsre-
sultater

På baggrund af teorien beskrevet i afsnit 3.1.1 er sandwichelementernes bæreevne under påvirkning af bøjende momenter (tværlast) primært bestemt af kernens (mineraluldens) og limforbindelsens forskydningsstyrke, af flangernes træk- eller trykstyrke og af kernens evne til at stabilisere den trykbelastede flange mod foldning (se afsnit 4.1.2).

Brudtyperne kan inddeles i følgende 4 hovedgrupper:

- I. Forskydningsbrud i mineraluldkernen.
- II. Forskydningsbrud i limforbindelsen mellem flange og kerne.
- III. Træk- eller trykbrud i flangerne.
- IV. Lokal foldning af trykbelastede flanger (træk- eller trykbrud i mineraluldkernen).

Brudmåden afhænger dels af den valgte materialesammensætning, dels af elementets spændvidde, dels af kernetykkelsen.

I de udførte forsøg blev observeret brudtyper svarende til I og II (forskydningsbrud) og eventuelt IV (lokal foldning). Brud i flangerne blev ikke registreret.

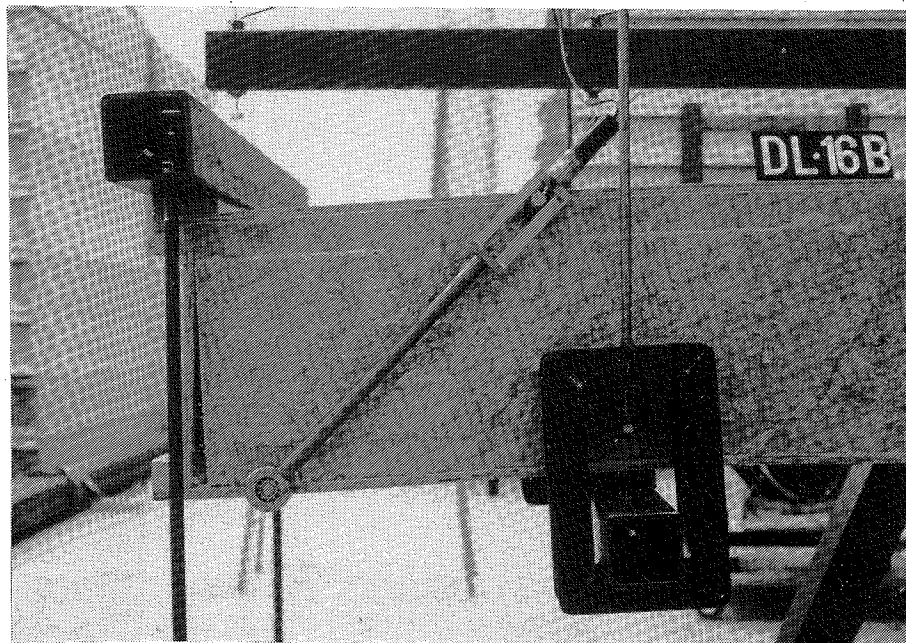
Normalspændingerne i flangerne, kolonnerne 12 og 13 i tabel 3.1 udgør i værste tilfælde (elementtype DK-4) ca. 30% af træk- og trykstyrken (se tabel 2.4). De anvendte skråskarringer er i samme tilfælde belastet op til ca. 52% af deres trækstyrke. I intet tilfælde skulle der således forventes træk- eller trykbrud i flangerne.

Brudtype IV skal ses i sammenhæng med de koncentrerede belastninger, der uvægerligt vil optræde omkring de påførte linielaste og omkring stødene i mineraluldlamellerne, hvor der ikke kan overføres forskydningskræfter (se afsnit 2.1.3).

Små forhåndskrumninger (eventuelt hidrørende fra lokale overpåvirkninger eller initieret af svækkelserne ved lamelstødene) giver anledning til bøjningsspændinger i flangen og til træk- og trykspændinger i mineralulden og limforbindelsen mellem uld og flange.

Brud kan derfor forekomme lokalt i ulden, før trykbelastningen i flangen har nået foldelasten for den helt plane flange.

Visuelt er det meget vanskeligt at registrere lokale foldningsfænomener samtidig med, at følgevirkningerne sandsynligvis giver bruddet udseende af et forskydningsbrud ved limforbindelsen (slip mellem flange og mineraluld).



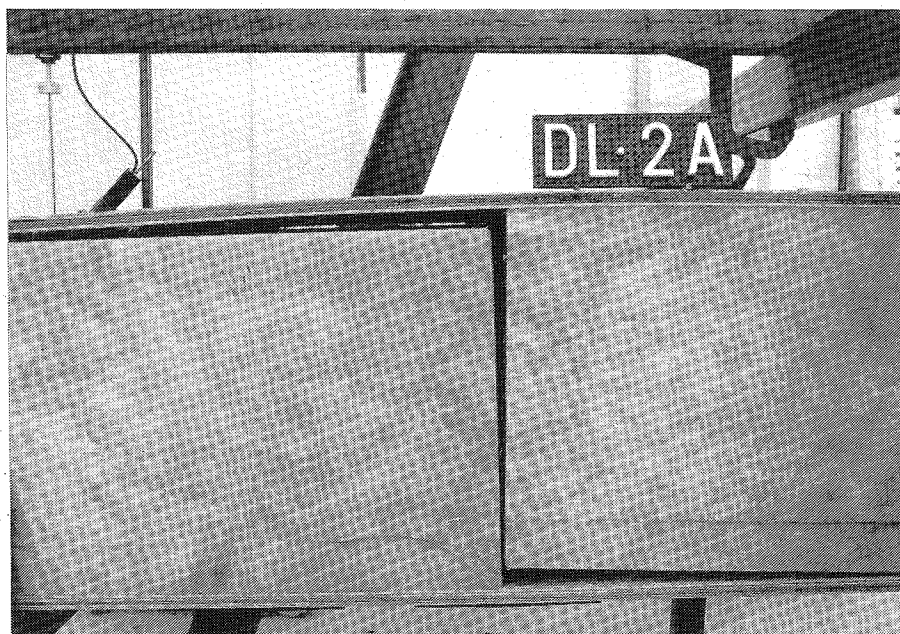
Figur 3.9:

Forskydningsbrud i limforbindelse ved vederlag. Forbindelsen mellem mineraluldkernen og trykflangen (nedad på billedet) er brudt et stykke forbi den tværgående linielast. Flangeglidningen medfører desuden slip ved endeskottet. Denne brudfigur blev observeret i ca. 90% af forsøgene.



Figur 3.10:

Forskydningsbrud dels i limforbindelse dels i mineraluld.



Figur 3.11:

Forskydningsbrud ved lamelstød ca. 1 m fra vederlag. I hver-
anden lamel bag det synlige lamelstød er sket brud i selve
mineralulden.

Bruddet medfører slip mellem flange og kerne.

I det følgende gives en kort vurdering af de enkel-
te forsøgsserier med en grafisk præsentation af de
forskellige faktors indflydelse på elementernes
styrke og stivhed.

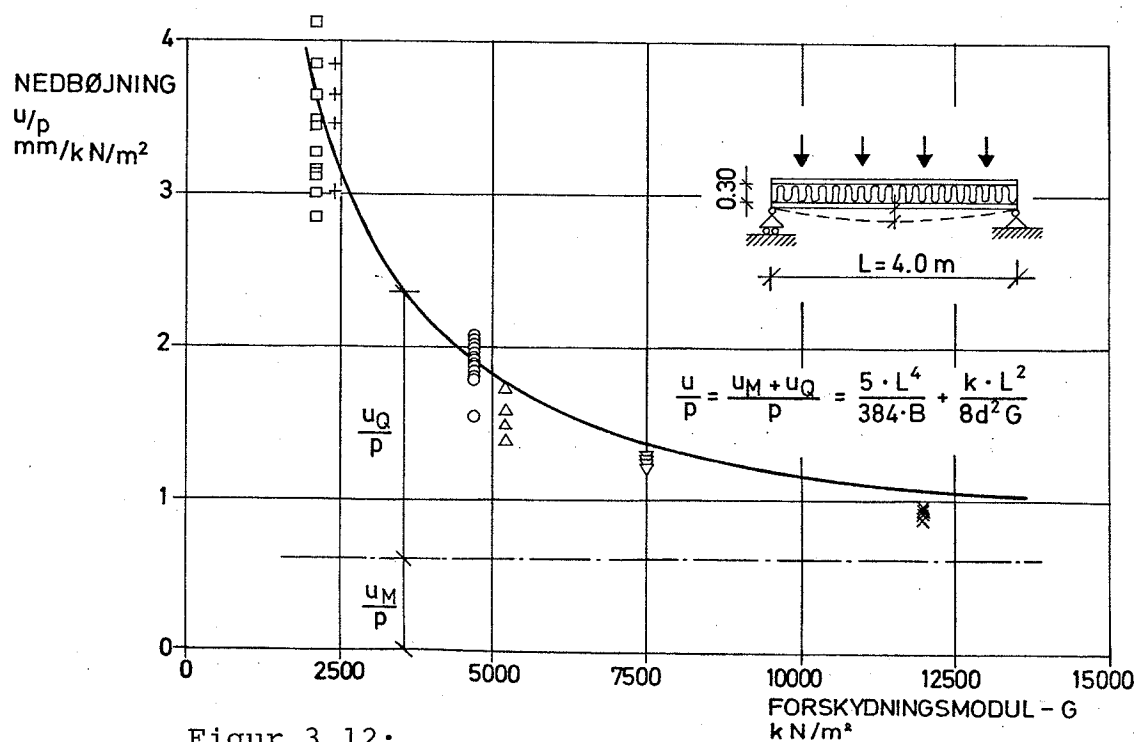
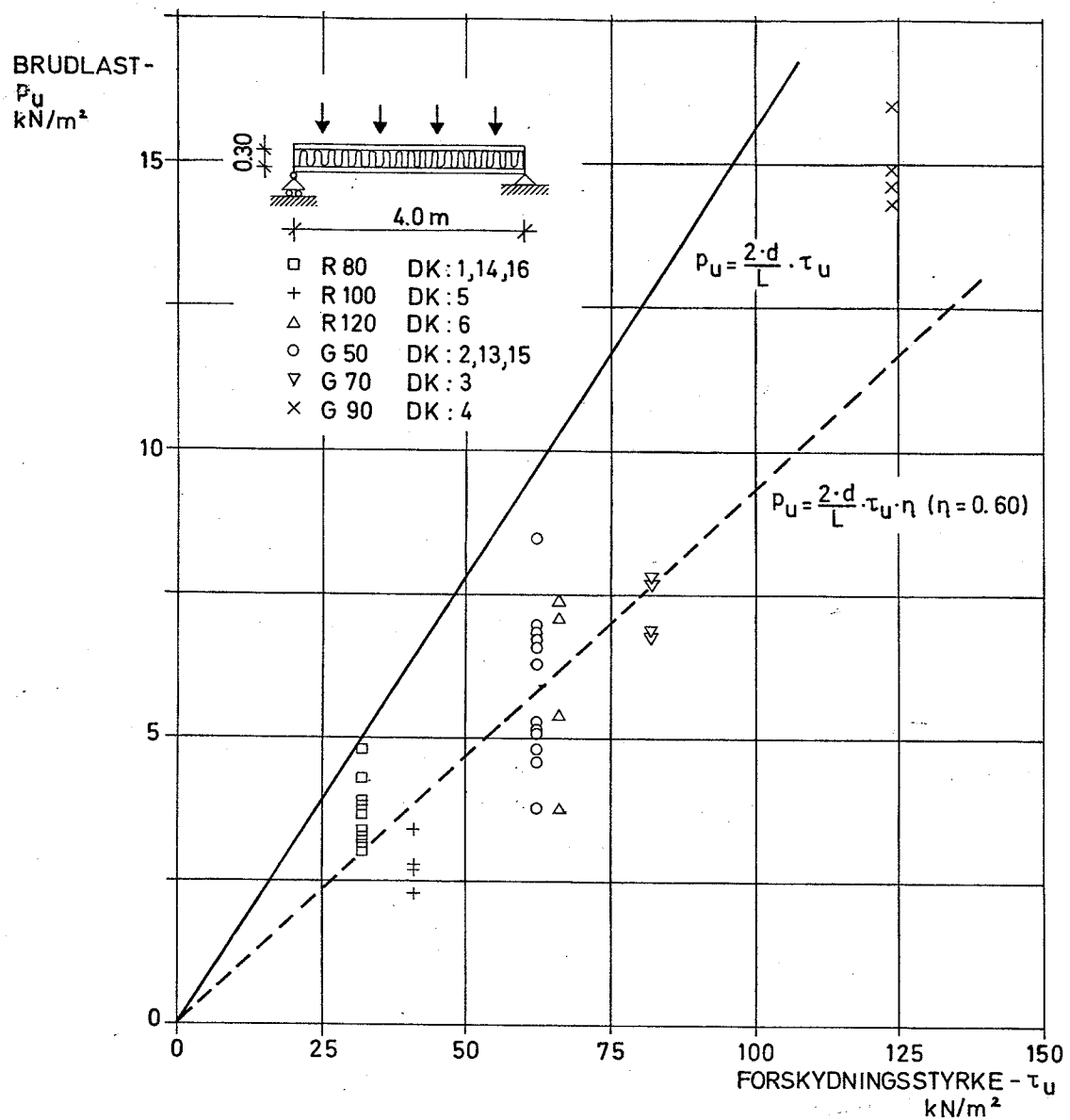
Serie 1:

Variation af mineraluldens styrke/stivhed
(DK-1, -2, -3, -4, -5 og -6).

Mineraluldens og limforbindelsens forskydningsstyr-
ke har vist sig at være den afgørende parameter for
elementernes bæreevne, ligesom mineraluldens for-
skydningsstivhed (G-modul) har afgørende indflydel-
se på elementernes udbøjning.

På figur 3.12 øverst er elementernes bæreevne (ud-
trykt ved den ækvivalente fladelast) afbildet som
funktion af mineraluldens forskydningsstyrke (fra
tabel 2.1), og nederst er afbildet elementernes ud-
bøjning (udtrykt ved arbejdsliniernes hældning) som
funktion af mineraluldens forskydningsstivhed.

Trods meget store spredninger på elementernes bære-
evne viser forsøgsresultaterne, som ventet, en til-
nærmelsesvis retlinet sammenhæng med mineraluldens
forskydningsstyrke.



Figur 3.12:

Mineraluldens indflydelse på elementernes styrke (øverst) og stivhed (nederst).

De store spredninger må primært ses på baggrund af de generelt set meget store variationer i limningens kvalitet og dermed limforbindelsens forskydningsstyrke (se eksempler i afsnit 3.1.5). Hertil kommer variationer i forskydningsstyrken for de 6 undersøgte mineraluldtypeper, der ligger mellem 6 og 24% (se tabel 2.1).

Den punkterede retlinede kurve svarer til, at der i beregningerne regnes med en forskydningsstyrke i limforbindelsen på 60% af uldens forskydningsstyrke, svarende til gennemsnittet for samtlige 16 forsøgsvarianter. Betragtes denne forsøgsserie separat og indlægges en ret linie ved regression, er svækkelsesfaktoren: $\eta = 0,66$.

Elementernes nedbøjning udtrykt ved arbejdskurvernes hældning i det tilnærmelsesvis retlinede område viser god overensstemmelse med den af (3-62) ventede hyperboliske sammenhæng med mineraluldens forskydningsstivhed.

Forskydningsdeformationerne udgør mellem 45 og 82% af de samlede nedbøjninger afhængigt af mineraluldens G-modul.

De målte udbøjninger viser relativt små spredninger, og det må derfor formodes, at eventuelle svækkelser i limforbindelsen kun har beskeden indflydelse på kernens effektive forskydningsstivhed.

Serie 2:

Variation af kernetykkelse (DK-2, -7 og -8)

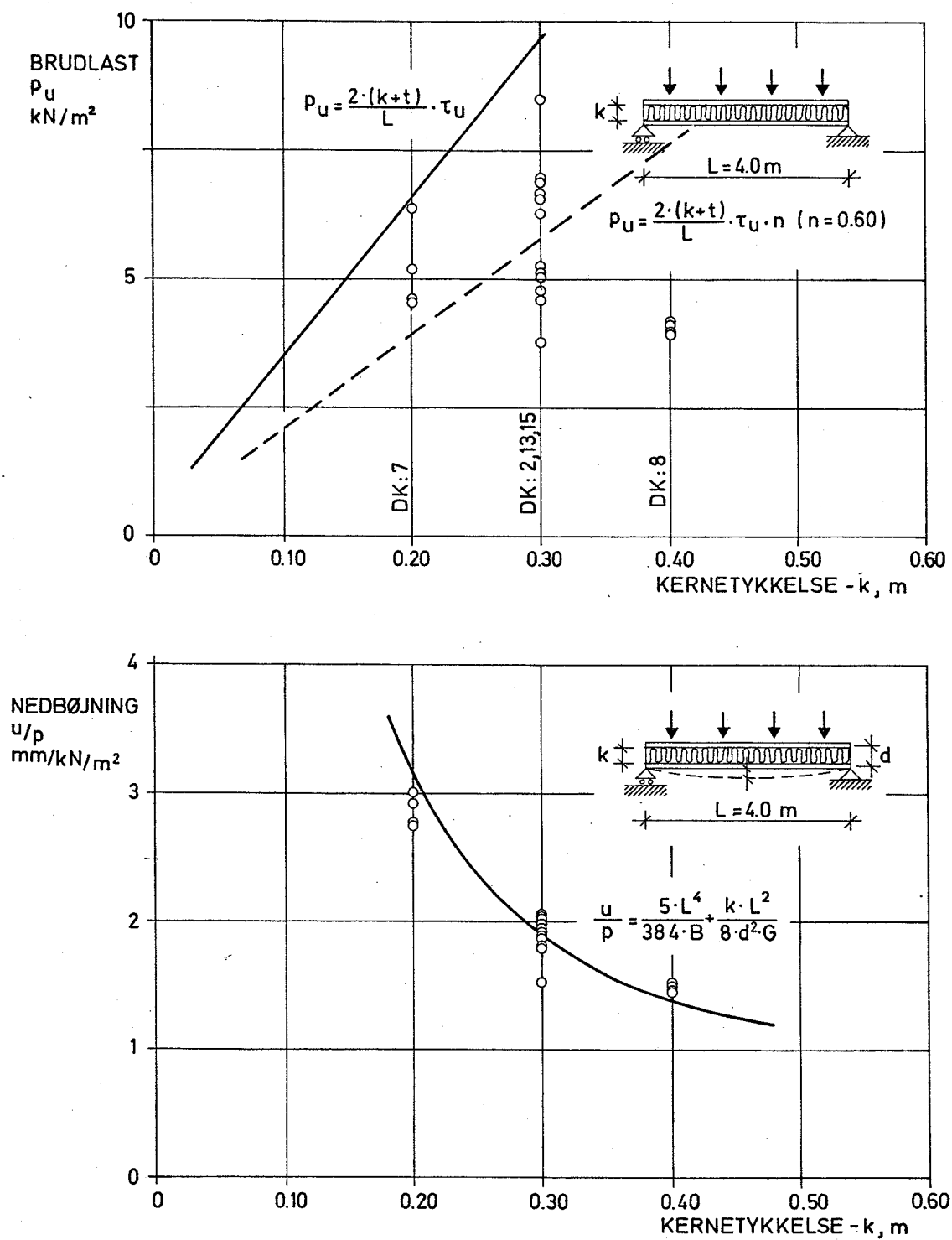
Elementernes kernetykkelse har især betydning for størrelsen af forskydningsspændingerne i kernen, således at forskydningsspændingernes størrelse ved en given last er tilnærmelsesvis omvendt proportional med tykkelsen.

Desuden har kernetykkelsen betydning for elementernes bøjningsstivhed, der tilnærmet vokser med 2. potens af tykkelsen.

På figur 3.13 er dels afbildet de fundne bæreevner, dels de målte udbøjninger som funktion af kernetykkelsen.

Den beregnede bæreevne, bestemt af forskydningsstyrken i mineralulden og limforbindelsen, vokser proportionalt med kernetykkelsen, hvilket stemmer dårligt overens med de målte bæreevner for DK-8-elementerne med kernetykkelse 400 mm.

Brudbilledet var for alle 4 elementer analogt til forskydningsbruddet vist på figur 3.1, hvilket indikerer, at den lavere bæreevne kan tilskrives dårlig limforbindelse (lille forskydningsstyrke):



Figur 3.13:

Kernetykkelsens indflydelse på elementernes styrke (øverst) og stivhed (nederst).

Da spredningen på bæreevnen af netop disse 4 forsøg med kernetykkelse 400 mm er usædvanlig lille, er der givetvis andre faktorer, der spiller ind. Herunder kan bl.a. nævnes, at der i de til grund for beregningen liggende forskydningsstyrker ikke er taget hensyn til stødene i mineraluldlamellerne. I henhold til analysen i afsnit 2.1.3 introduceres normalspændinger ved lamelstødene (fri rand), der reducerer den effektive forskydningsstyrke med voksende forhold mellem lamelhøjden og -længden. Den under materialeprøvningerne målte sammenhang mellem kantforhold og effektiv forskydningsstyrke, se figur 2.19. viser, at lamellernes forskydningsstyrke i DK-8-elementerne med kantforhold mellem 0,2 og 0,4, i realiteten burde reduceres med 25-30%. I praksis kan denne størrelseseffekt undgås gennem en produktionsteknik, der tillader anvendelse af gennemgående lameller.

Et andet forhold, der skal nævnes, vedrører beregningsforudsætningerne. I afsnit 3.1.1 er forudsat, at der under forskydningsdeformationerne kun sker flytninger i vertikal retning. I almindelighed er det imidlertid muligt for en flange som helhed at bevæge sig horisontalt i forhold til den anden flange, svarende til en ren forskydningsdeformation i kernen (sammenlign figur 2.15). Flytninger af denne karakter bidrager ikke til de vertikale flytninger, men giver anledning til en asymmetrisk fordeling af forskydningssspændingerne i de to bjælkeender og dermed risiko for brud ved en lavere totalbelastning. Dette rotationsbidrag i kernen, hidrørende fra asymmetri i lastpåføringen, får netop størst effekt ved den store kernetykkelse.

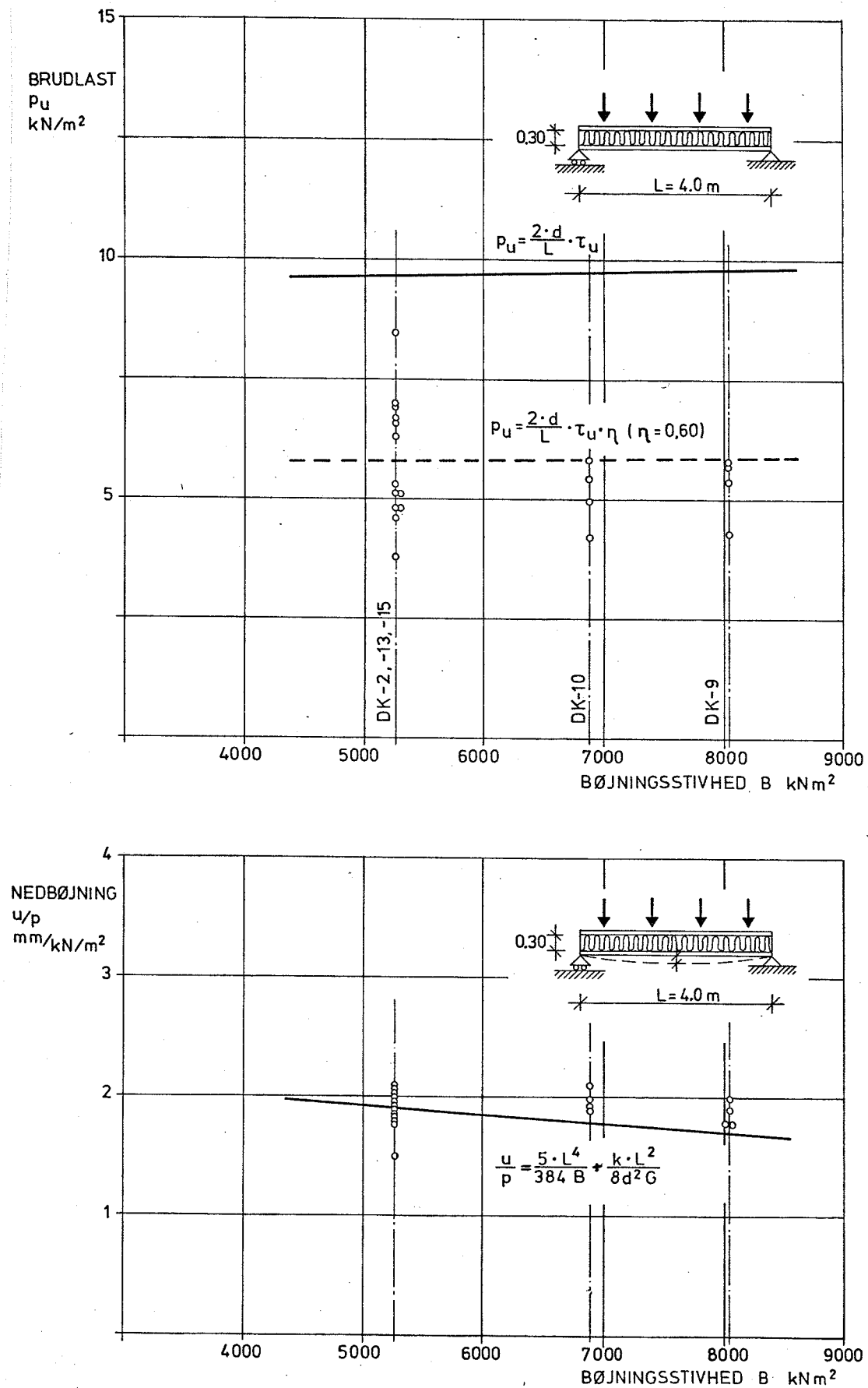
I modsætning til de store afvigelser i bæreevneberegningerne viser deformationsberegningerne fin overensstemmelse med forsøgsresultaterne (figur 3.13 nederst) med afvigelser, der kan forklares af usikkerheden på materialeparametrene. Den ovenfor omtalte kantforholdseffekt giver sig dog også udslag i kernens effektive forskydningsstivhed, og indføres det effektive G-modul i henhold til figur 2.19 opnås en endnu finere overensstemmelse.

Serie 3:

Variation af flangetykkelse (flangestivhed) (DK-2, -9 og -10)

Så længe bæreevnen er bestemt af mineraluldens og limforbindelsens forskydningsstyrker, har flangetykkelsen og dermed træk- og trykstyrken i flangerne ingen indflydelse på elementernes bæreevner, hvad forsøgsresultaterne figur 3.14 øverst klart bekræfter.

De anvendte flanger af 12 og 16 mm krydsfinér udnyttedes kun med ca. 20% af styrken, og flangetykkelsen har primært betydning for bøjningsstivheden, der tilnærmet vokser proportionalt med flangetykkelsen.



Figur 3.14:

Flangetykkelsens indflydelse på elementernes styrke (øverst) og stivhed (nederst).

Nedbøjningerne som funktion af bøjningsstivheden, figur 3.14 nederst, viser god overensstemmelse med den forventede aftagende udbøjning ved voksende bøjningsstivhed (flangetykkelse). Forskydningsbidraget er konstant, uafhængigt af bøjningsstivheden.

Serie 4: Variation af spændvidde (DK-1, -12 / DK-2, -11)

For et givet tværsnit vil en forøgelse af spændvidden medføre større normalspændinger i flangerne i forhold til forskydningsspændingerne og hermed øge muligheden for træk- eller trykbrud i flangerne.

Korte spændvidder giver derimod større forskydnings-spændinger og øger muligheden for forskydningsbrud i kerne eller limforbindelse, forudsat at flangerne kan modstå spændinger hidrørende fra bøjende momenter.

Med de i forsøgene anvendte spændvidder er bæreevnen alene bestemt af forskydningsstyrken i mineralulden og limforbindelsen og dermed af den maksimale forskydningskraft.

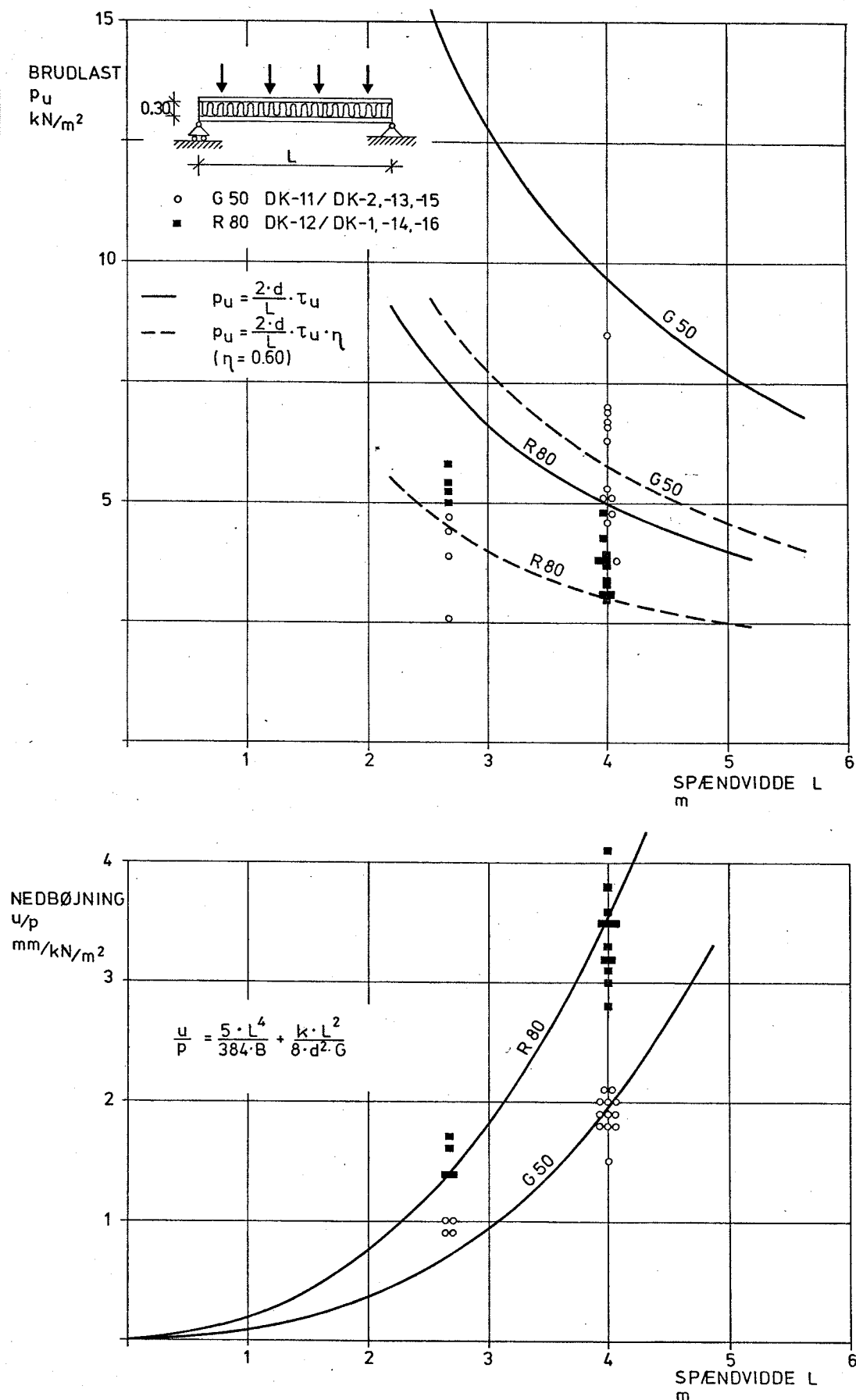
Ændringen af spændvidden fra 4,00 m til 2,67 m (forhold 3:2) medfører, at forskydningskraften, svarende til samme bøjende moment, forøges med faktoren $3/2$. Det skulle således forventes, at varianterne DK-11 og DK-12 med spændvidder 2,67 m ville bryde ved belastninger, der giver samme maksimale forskydningskræfter, som de tilsvarende elementer DK-2 og DK-1 med spændvidder på 4,0 m.

Elementerne DK-1 og DK-12 med mineraluldkerne R80 viser fin overensstemmelse (se tabel 3.1, kolonne 14), mens DK-11-elementerne med mineraluldkerne G50 brød ved væsentligt lavere forskydningskræfter end DK-2-elementerne.

En efterfølgende adskillelse af DK-11-elementerne viste usædvanligt dårlige limforbindelser (se afsnit 3.1.5), således at afvigelserne med rimelighed kan tilskrives svækkelserne i limforbindelsen.

På figur 3.15 (øverst) er de målte bæreevner afbildet som funktion af spændvidden sammen med den teoretiske hyperbolske sammenhæng.

Nedbøjningernes variation med spændvidden, figur 3.15 (nederst), viser fin overensstemmelse med beregningerne. DK-11-elementerne med den meget svage limforbindelse giver dog lidt for store nedbøjninger, men viser, at svækkelser i limforbindelsen kun har beskeden indflydelse på arbejdskurvernes hældning og dermed kernens effektive forskydningsstivhed.

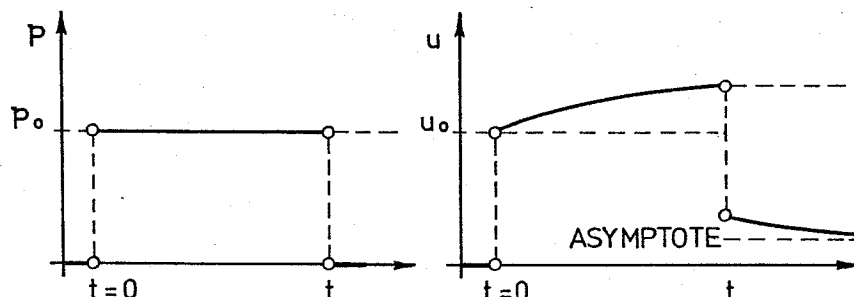


Figur 3.15:

Spændviddens indflydelse på elementernes styrke (øverst) og stivhed (nederst).

3.1.3 Teoretisk vurdering af langtidsnedbøjninger (krybning)

Kernelaget i et sandwichelement, mineralulden, vil under indvirkning af vedvarende belastning udvise krybetendenser, d.v.s. dets deformationer vil under blivende belastning (spænding) forøges med tiden og hermed elementernes nedbøjning (se figur 3.16).



Figur 3.16:

Principskitse af krybeforløb i sandwichbjælke påvirket af en konstant tidsuafhængig last.

Krydsfinéren i flangerne har samme tendens, men bidraget fra krybning i krydsfinéren er lille i forhold til bidraget fra kernen. Krydsfinérens krybeegenskaber er bl.a. undersøgt af Lundgren, ref.[67.3].

Betragtes nedbøjningsudtrykkene (3-61) og (3-62) for en sandwichbjælke svarende til forsøgselementerne beskrevet i afsnit 3.1.3 med spændvidde 4,0 m vil forskydningsdeformationerne i mineraluldkernen for de valgte referencemateriale G50 og B80 bidrage med henholdsvis ca. 67% og ca. 82% af de samlede nedbøjninger, og elementernes krybning (nedbøjningstilvækst) vil derfor primært hidrøre fra kernen. Teorien, der behandles i det følgende, vil derfor koncentrere sig om krybningen i kernelaget.

Da den foreliggende sandwichteori kun behandler forskydningspændinger og forskydningsdeformationer i kernelaget, ikke engang normaltøjninger og -spændinger, vil den rene forskydningskrybning blive behandlet.

På baggrund af forsøgsresultaterne beskrevet i afsnit 2.1.5 er det rimeligt at betragte mineralulden som et lineært viskoelastisk materiale.

Adjektivet "lineær" refererer til, at forholdet mellem spænding og tøjning for enhver historie kun er en funktion af tiden (se f.eks. ref. [73.1]).

Et lineært materiale vil således have en lineær isokron spændings-/tøjnings-sammenhæng, se figur 2.32. Denne antagelse har dog en umiddelbar svaghed, idet den lineære sammenhæng ikke gælder i tilfælde af momentan aflastning. I så fald ville tøjningerne øjeblikkelig gå tilbage til nul, hvor de i praksis kun langsomt vender tilbage til udgangstilstanden og kun delvis.

I det generelle tilfælde kan vinkeltøjningerne i kernen skrives som:

$$(3-63) \quad \gamma = F(\tau, t)$$

Antagelsen om linearitet medfører, at F kan erstattes af produktet af to funktioner:

$$(3-64) \quad \gamma = \Phi(t) f(\tau)$$

der hver især kun afhænger af tiden, t , henholdsvis belastningen, τ .

Påføres til tiden $t = 0$ en spænding τ_0 produceres en initialtøjning $\gamma(0) = \Phi(0) \tau_0$.

Konstant
langtidslast

Hvis spændingen τ_0 holdes konstant, vil den tidsafhængige tøjning:

$$(3-65) \quad \gamma(t) = \Phi(t) \tau_0$$

beskrive tøjningstilstanden til ethvert tidspunkt ud i fremtiden.

Sammenholdes (3-65) med (2-11) fra afsnit 2.1.5 fås:

$$\Phi(t) = \frac{\tau_0 (1 + \varphi(t))}{\tau_0} = \frac{1 + \varphi(t)}{G_0} ;$$

hvor $\varphi(t)$ er de fra materialeforsøgene fundne krybefunktioner, G_0 forskydningsmodulen til tiden $t = 0$.

Betragtes kun statisk bestemte sandwichbjælker, kan snitkræfterne M og Q fra en ydre tværlast, p , alene bestemmes af ligevægtsbetingelserne. Under krybningen sker der således ingen omlejring af M og Q til andre bjælkeledele, og M og Q forbliver ligeledes konstante med tiden.

Forskydningsspændingerne i det viskoelastiske kernemateriale vil altså være fordelt svarende til et elastisk materiale med G -modulen:

$$(3-67) \quad G(t) = \frac{\tau_0}{\gamma(t)} = \frac{1}{\Phi(t)} = G_0 (1 + \varphi(t))^{-1}$$

D.v.s. de tidsafhængige tøjninger og flytninger kan udledes fra de almindelige lineærelastiske løsninger blot ved at erstatte forskydningsmodulen med (3-67).

Eksempel

Betragtes en simpelt understøttet bjælke med spændvidde L og en jævnt fordelt tværlast p , er nedbøjningerne givet ved (3-61).

Indføres (3-67) i (3-61) fås den tidsafhængige nedbøjning:

$$\begin{aligned}
 (3-68) \quad u(x, t) &= \frac{p L x}{24 B} \left(1 - 2 \left(\frac{x}{L} \right)^2 + \left(\frac{x}{L} \right)^3 \right) + (1 + \varphi(t)) \frac{k p x}{2 d^2 G} (L - x) \\
 &= u_{M_0}(x) + (1 + \varphi(t)) u_{Q_0}(x)
 \end{aligned}$$

Maksimalnedbøjningen til tiden t fås for $x = \frac{L}{2}$ til:

$$(3-69) \quad u(t) = \frac{5}{384} \frac{p L^4}{B} + (1 + \varphi(t)) \frac{k p L^2}{8 d^2 G} = u_{M_0} + (1 + \varphi(t)) u_{Q_0}$$

Indføres i (3-69) forholdstallet ω som forskydningsbidragets andel af de samlede nedbøjninger til tiden $t = 0$:

$$(3-70) \quad \omega = \frac{u_{Q_0}}{u_{M_0} + u_{Q_0}} = \frac{1}{1 + \frac{5}{48} \frac{d^2 G L^2}{k B}}$$

fås af (3-69):

$$(3-71) \quad \varphi(t) = \frac{1}{\omega} \left(\frac{u(t) - u(0)}{u(0)} \right)$$

Heri er ω en systemværdi, medens de samlede nedbøjninger til tiden $t = 0$ og t , $u(0)$ og $u(t)$ kan måles. Det er altså muligt ud fra målinger af elementernes tidsafhængige nedbøjning at bestemme krybefunktionen $\varphi(t)$.

Vekslende
belastning

Hvis den påførte spænding τ_0 ikke er konstant, men tænkes til tiden $t = t'$ at øges (se figur 3.17), vil der for $t > t'$ produceres en tillægstøjning, som er proportional med $\Delta\tau(t')$, og som afhænger af samme krybefunktion. En metode til superponering af disse bidrag, formel (3-74), udledes i det følgende baseret på ref. [67.2].

Tillægstøjningen påbegyndes til tiden $t = t'$ og for $t > t'$ udvides (3-65) til:

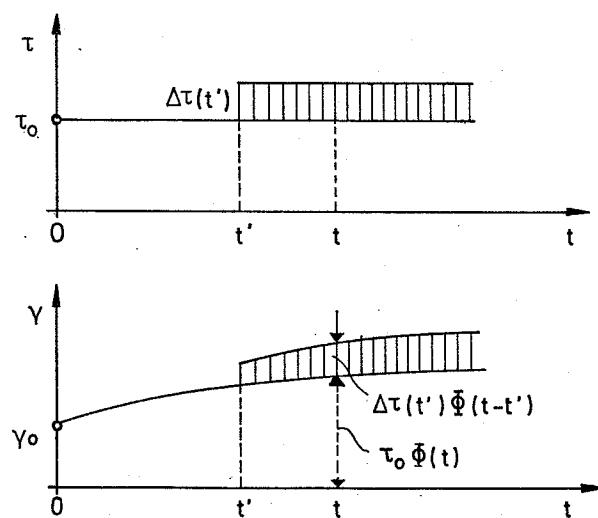
$$(3-72) \quad \gamma(t) = \tau_0 \Phi(t) + \Delta\tau(t') \Phi(t - t')$$

Tænkes spændingen for $t > 0$ at variere efter en arbitrær funktion $\tau(t)$ og tænkes spændingsændringen til tiden $t = t'$ sammensat af en række infinitesimale step $d\tau(t') = \frac{d\tau(t')}{dt'} dt'$

fås tøjningen til tiden t som summen af tøjninger forårsaget af alle step, der har fundet sted for $t' < t$, d.v.s.

$$(3-73) \quad \gamma(t) = \tau_0 \Phi(t) + \int_0^t \Phi(t - t') \frac{d\tau(t')}{dt'} dt'$$

Formlen viser, hvorledes tøjningen til en given tid afhænger af hele spændingshistorien kombineret med



Figur 3.17:

Lineær superposition af krybebidraget ved forøgelse af langtidslasten til tiden $t = t'$.

materialeegenskaberne udtrykt i Φ . Integralet betegnes sædvanligvis Boltzmanns superpositionsintegral.

Ved delvis integration kan (3-73) omformes til den mere brugbare form:

$$\begin{aligned} \gamma(t) = & \tau_0 \Phi(t) + [\Phi(t-t') \tau(t')]_0^t \\ & - \int_0^t \tau(t') \frac{d\Phi(t-t')}{dt'} dt' \end{aligned}$$

eller

$$(3-74) \quad \gamma(t) = \tau(t) \Phi(0) + \int_0^t \tau(t') \frac{d\Phi(t-t')}{dt'} dt'$$

Betragtes en statisk bestemt sandwichbjælke med en tidsafhængig belastning:

$$(3-75) \quad p(x,t) = p_0(x) f(t) \quad f(0) = 1$$

gælder for M og Q den samme tidsafhængighed:

$$(3-76) \quad M(x,t) = M_0(x) f(t) \quad ; \quad Q(x,t) = Q_0(x) f(t)$$

hvor index 0 refererer til tidspunktet $t = 0$.

(3-43) er således stadig gældende under den visko-elastiske deformation, mens Hooke's lov (3-45) erstattes af (3-74).

Separeres bøjnings- og forskydningsdeformationerne analogt til (3-49) fås:

$$(3-77) \quad u_M(x, t) = u_{M_0}(x) f(t) \quad ; \quad f(t) = \frac{p(t)}{p_0}$$

idet bøjningsdeformationerne til tiden t er upåvirket af belastningshistorien og kun afhængig af belastningen til tiden t .

Forskydningsbidraget fås af:

$$(3-78) \quad \frac{du_Q(x, t)}{dx} = \gamma(x, t) = \tau(x, t) \phi(0) + \int_0^t \tau(x, t') \frac{d\phi(t-t')}{d(t-t')} dt'$$

Indsættes forskydningsspændingen:

$$(3-79) \quad \tau(x, t) = \frac{Q(x, t)}{A} = \frac{Q_0(x)}{A} f(t)$$

i (3-78) fås:

$$(3-80) \quad \frac{du_Q(x, t)}{dx} = \frac{Q_0(x)}{A} \left(\phi(0) f(t) + \int_0^t f(t') \frac{d\phi(t-t')}{d(t-t')} dt' \right)$$

Indføres $\phi(t)$ udtrykt ved (3-66) og $f(t) = \frac{p(t)}{p_0}$ fås:

$$(3-81) \quad \frac{du_Q(x, t)}{dx} = \frac{Q_0(x)}{A G_0} \left((1 + \phi(0)) \frac{p(t)}{p_0} + \int_0^t \frac{p(t')}{p_0} \frac{d(1 + \phi(t-t'))}{d(t-t')} dt' \right)$$

Integreres (3-81) og indføres krybefunktionen

$\phi(t) = \frac{t}{\alpha + \beta t}$ fra materialeforsøgene beskrevet i afsnit 2.1.5 fås:

$$(3-82) \quad u_Q(x, t) = u_{Q_0}(x) \left(\frac{p(t)}{p_0} + \int_0^t \frac{p(t')}{p_0} \frac{\alpha}{(\alpha + \beta(t-t'))^2} dt' \right)$$

Hvis langtidslasten er konstant, d.v.s. $f(t) = \frac{p(t)}{p_0} = 1$ fås af (3-82):

$$(3-83) \quad u_Q(x, t) = u_{Q_0}(x) (1 + \phi(t))$$

d.v.s. (3-82) er i overensstemmelse med tilfældet behandlet indledningsvis.

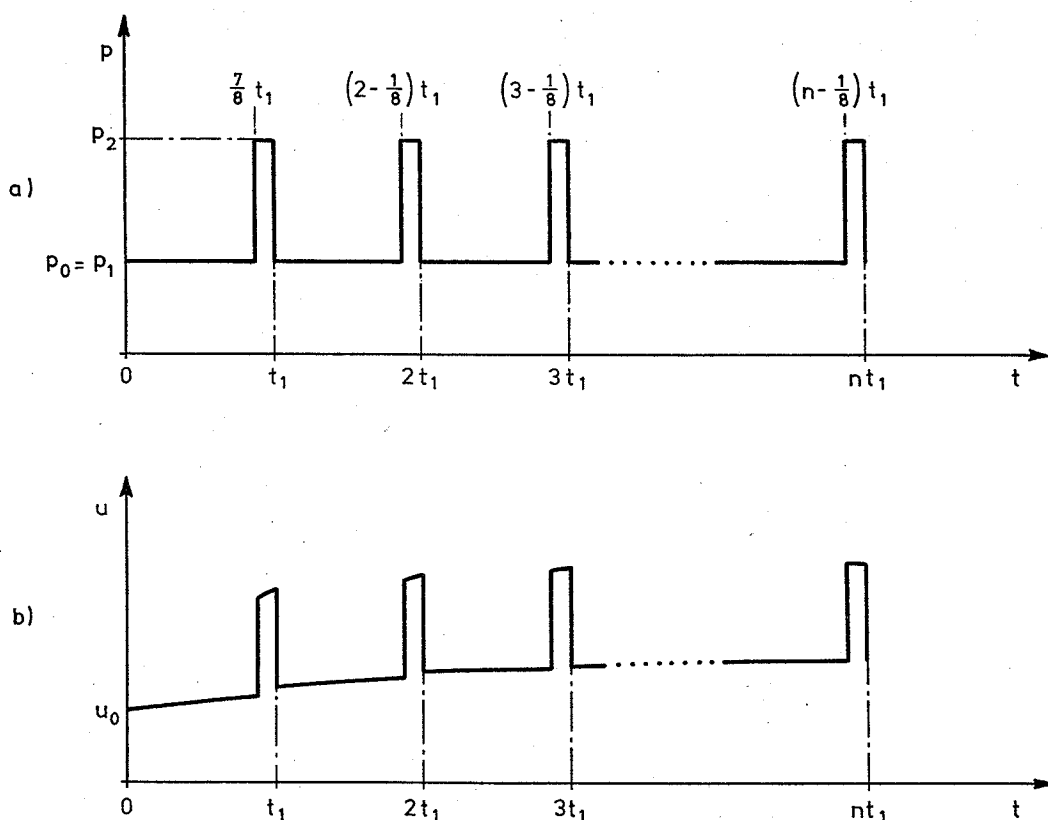
Den samlede nedbøjning til tiden t fås herefter ved addition af (3-77) og (3-82) til:

$$(3-84) \quad u(x, t) = u_{M_0}(x) \frac{p(t)}{p_0} + u_{Q_0}(x) \left(\frac{p(t)}{p_0} + \int_0^t \frac{p(t')}{p_0} \frac{\alpha}{(\alpha + \beta(t - t'))^2} dt' \right)$$

hvor $u_{M_0}(x)$ og $u_{Q_0}(x)$ er henholdsvis bøjnings- og forskydningsdeformationerne til tiden $t = 0$ for en belastning p_0 .

Eksempel

Der betragtes en simpelt understøttet bjælke med en jævnt fordelt last og en belastningshistorie, som vist på figur 3.18, d.v.s. belastningen veksler mellem to konstante belastningsniveauer p_1 og p_2 med begyndelsesværdi $p_0 = p_1$ til tiden $t = 0$. I den sidste ottendedel af en cyclus hæves lasten til p_2 for at blive sænket til p_1 ved næste cyclus' start.



Figur 3.18:

Bjælke med vekslende last. a) belastningshistorie,
b) tilhørende nedbøjningshistorie.

Den tidsafhængige nedbøjning (figur 3.18.b) beregnes af (3-84) til:

$$(3-85) \quad u(x, t) = u_{M_0}(x) \frac{p(t)}{p_1} + u_{Q_0}(x) \left(\frac{p(t)}{p_1} + \sum_{v=1}^{n-1} \left[\int_{v t_1}^{(v + \frac{7}{8}) t_1} \frac{\alpha}{(\alpha + \beta(t - t'))^2} dt' + \int_{(v + \frac{7}{8}) t_1}^{(v+1) t_1} \frac{p_2}{p_1} \frac{\alpha}{(\alpha + \beta(t - t'))^2} dt' \right] \right)$$

idet integrationen må udføres for hvert delinterval og derefter summeres.

Ønskes nedbøjningen efter f.eks. n cykler, d.v.s. umiddelbart før en ny cyclus påbegyndes fås af (3-85) for $t = n t_1$:

$$(3-86) \quad u(x, n t_1) = u_{M_0}(x) \frac{p_2}{p_1} + u_{Q_0}(x) \left(\frac{p_2}{p_1} + \sum_{v=0}^{n-1} \left(\left[\frac{\alpha}{\beta(\alpha + \beta(t - t'))} \right]_{v t_1}^{(v + \frac{7}{8}) t_1} + \frac{p_2}{p_1} \left[\frac{\alpha}{\beta(\alpha + \beta(t - t'))} \right]_{(v + \frac{7}{8}) t_1}^{(v+1) t_1} \right) \right)$$

(3-86) kan forenkles til:

$$(3-87) \quad u(x, n t_1) = u_{M_0}(x) \frac{p_2}{p_1} + u_{Q_0}(x) \left(\frac{p_2}{p_1} + \frac{\alpha}{\beta} \sum_{v=0}^{n-1} \left[\frac{1}{\alpha + \beta(v + \frac{1}{8}) t_1} - \frac{1}{\alpha + \beta(v+1) t_1} + \frac{p_2}{p_1} \left(\frac{1}{\alpha + \beta v t_1} - \frac{1}{\alpha + \beta(v + \frac{1}{8}) t_1} \right) \right] \right)$$

Eksemplet svarer til forsøg med vekslende last beskrevet i afsnit 3.1.4, hvori teorien er sammenlignet med forsøgsresultaterne.

Samtidig illustrerer eksemplet, at tilpasningen af visko-elastiske analyser til løsninger af praktiske problemer rummer en del vanskeligheder. Uanset i hvilken form, teorien anvendes, bliver beregningerne komplicerede.

3.1.4 Langtidsforsøg (krybning)

Sandwichbjælkernes krybeegenskaber er undersøgt gennem fuldskalafor søg med 32 elementer (8 elementtyper) i et år. Forsøgene er detaljeret beskrevet i ref. [78.4].

Forsøgs-
parametre

Gennem de udførte forsøg er elementernes krybeegenskaber belyst gennem variation af følgende parametre:

- mineraluldens stivhed
- belastningens størrelse
- belastningens karakter (statisk/vekslende)

Krybeforløbet af en sandwichbjælke er influeret af en lang række parametre, som vanskeliggør valget af frie parametre i den eksperimentelle undersøgelse.

De influerende parametre og deres respektive deformationsandele optræder samtidig, og det er derfor ikke muligt i samme forsøgselement at iagttage parametrene uafhængigt af hinanden.

En af de parametre, der givetvis også influerer på krybeforløbet, er fugt- og temperaturforholdene. Øget temperatur/fugtniveau og variationer af disse vil sandsynligvis forøge krybningen.

Af tidsmæssige grunde har det ikke været muligt at undersøge disse parametre, hvis indflydelse blev elimineret ved at køre forsøgene under konstante klimabetingelser med et temperaturniveau på $20^{\circ}\text{C} \pm 2^{\circ}\text{C}$ og en relativ fugtighed på $65\% \pm 3\%$. Det valgte temperatur/fugtniveau svarer til øvre grænse i klimaklasse I (se ref. [77.2]), som antages at modsvare elementernes anvendelsesområde i praksis.

Forsøgs-
elementer

Forsøgselementerne er analoge til 4 af elementtyperne anvendt til korttidsforsøgene, afsnit 3.1.2. Alle elementer var 4 m lange, 0,6 m brede. Kerneykkelsen var 0,30 m og flangetykkelsen 12 mm. I kernen er anvendt mineraluldtypeperne R80, R120, G50 og G90.

Last-
niveau

De valgte belastningsniveauer, egenlast + $1,00 \text{ kN/m}^2$ og egenlast + $2,20 \text{ kN/m}^2$ svarer til typiske karakteristiske belastninger på henholdsvis tag- og gulvkonstruktioner i boligbyggeri.

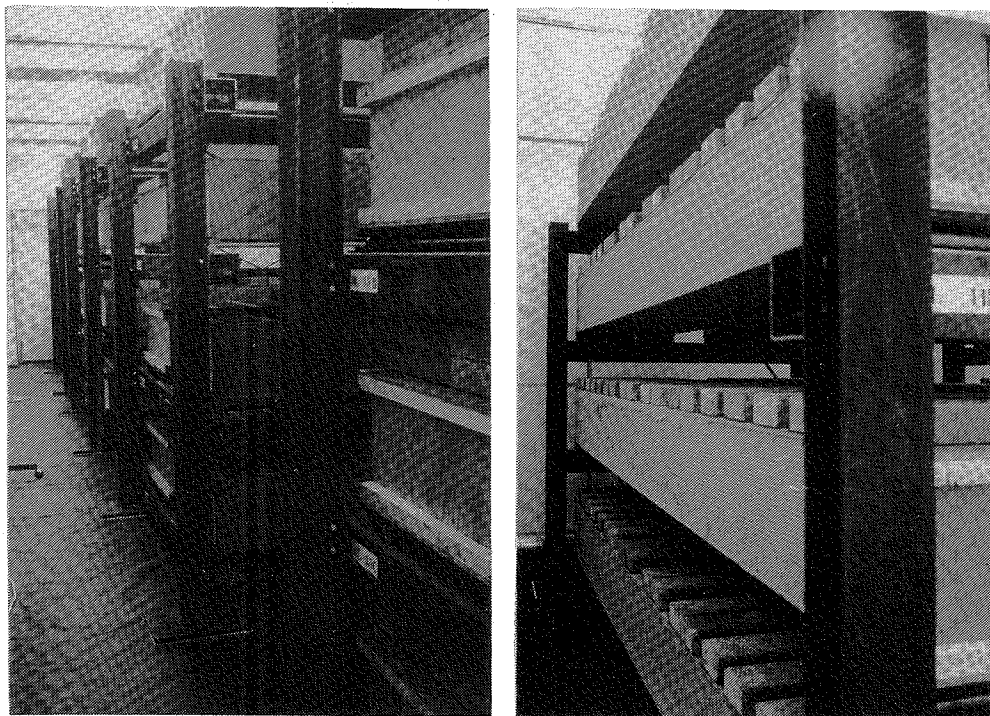
I forsøg med vekslende last simuleredes snelastens (naturlastens) variation på et tagelement efter følgende cyclus:

- 7 uger : egenlast + $0,25 \text{ kN/m}^2$
- 1 uge : egenlast + $1,00 \text{ kN/m}^2$

Den valgte lastcyclus stammer fra ref. [75.1].

Forsøgs- opstilling

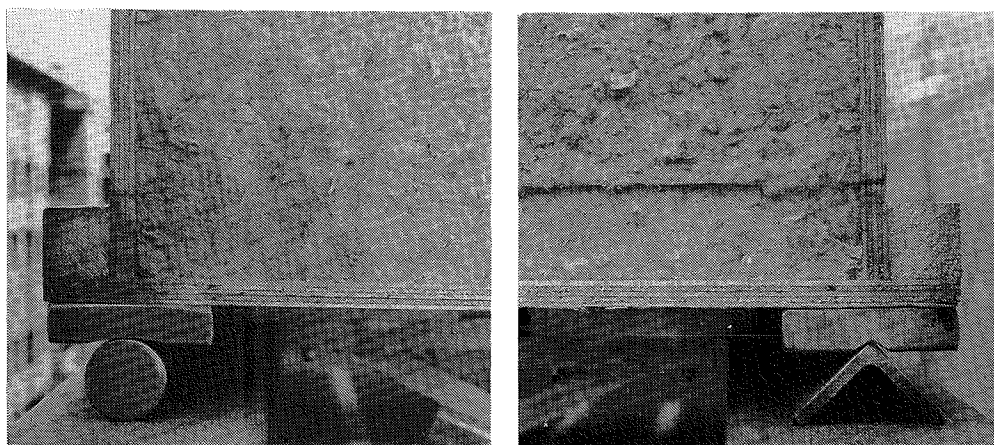
De 32 forsøgselementer blev oplagt på specielt udformede stålreoler i 4 niveauer og belastet med betonklodser. (se figur 3.19).



Figur 3.19:

Forsøgsopstilling til langtidsforsøg.

Elementerne var simpelt understøttet langs endeskottene, som vist på figur 3.20.



Figur 3.20:

Understøtningsdetaljer for langtidsforsøgselementer.

Til venstre: Simplet bevægelig understøtning

Til højre : Simplet fast understøtning.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
VARIANT	MINERALULDKERNE			LANGTIDSLAST							
	Type	τ_u	G	Egenlast	Påført last	Total last	M_{max}	σ_{max}	Q_{max}	τ_{max}	last-niveau
		kN/m ²	kN/m ²	kN/m ²	kN/m ²	kN/m ²	kNm	kN/m ²	kN	kN/m ²	%
DL-1- A B C D	R80	32	2130	0,40	1,00	1,40	2,80	738	2,80	9,0	28
DL-2- A B C D	G50	62	4740	0,31	1,00	1,31	2,62	700	2,62	8,4	14
DL-4- A B C D	G90	124	11920	0,43	1,00	1,43	2,86	764	2,86	9,2	7
DL-6- A B C D	R120	66	5170	0,52	1,00	1,52	3,04	812	3,04	9,7	15
DL-13- A B C D	G50	62	4740	0,31	0,25	0,56 (7 uger)	1,12	299	1,12	3,6	6
				0,31	1,00	1,31 (1 uge)	2,62	700	2,62	8,4	14
DL-14- A B C D	R80	32	2130	0,40	0,25	0,65 (7 uger)	1,30	347	1,30	4,2	13
				0,40	1,00	1,40 (1 uge)	2,80	748	2,80	9,0	28
DL-15- A B C D	G50	62	4740	0,31	2,20	2,51	5,02	1340	5,02	16,1	26
DL-16- A B C D	R80	32	2130	0,40	2,20	2,60	5,20	1388	5,20	16,7	58

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
INITIALNEDBØJNINGER (t=0)					TIDSAFHÆNGIGE NEDBØJNINGER											
Målt	Beregnet				Målt (t=365)				Beregnet: $u_t = (1 + \omega \phi(t)) u_o$				Estimeret: $u_t = (1 + \frac{t}{d + \beta' t}) u_o$			
u_o	u_o	u_{M_o}	u_{Q_o}	ω	u_{365}	Middel	$\frac{u_{365} - u_o}{u_o}$	Middel	u_{365}	$\frac{u_{365} - u_o}{u_o}$	u_{∞}	$\frac{u_{\infty} - u_o}{u_o}$	α'	β'	u_{∞}	$\frac{u_{\infty} - u_o}{u_o}$
mm	mm	mm	mm	%	mm	mm	%	%	mm	%	mm	%	[dg]		mm	%
5,04 4,46 3,89 4,17	4,94	0,89	4,05	82	6,18 5,08 4,48 5,08	5,21	14,4 13,9 15,2 21,8	16,3	5,77	16,9	5,81	17,5	273	5,5	5,84	18,2
2,97 2,72 2,58 3,02	2,53	0,83	1,70	67	3,40 3,01 2,96 3,50	3,22	14,5 10,7 14,7 15,9	14,0	2,70	6,6	2,72	7,4	912	4,4	3,11	22,7
1,40 1,19 1,36 1,28	1,64	0,90	0,74	45	1,62 1,44 1,85 1,63	1,64	15,7 21,0 36,0 27,3	25,0	-	-	-	-	-	-	-	-
2,27 2,25 2,30 2,15	2,77	0,96	1,81	65	2,57 2,62 2,66 2,58	2,61	13,2 16,4 15,7 20,0	16,3	-	-	-	-	-	-	-	-
1,39 1,39 1,38 1,24	1,08	0,35	0,73	67	1,77 1,70 1,70 1,64	1,70	27,3 22,3 23,2 32,3	26,3	1,15	6,5	1,16	7,4	-	-	-	-
2,84 2,87 2,86 2,64	2,53	0,83	1,70	67	3,18 3,14 3,08 2,95	3,09	12,0 9,4 7,7 11,7	10,2	2,60	2,8	2,61	3,2	-	-	-	-
2,56 2,10 2,62 2,09	2,29	0,41	1,88	82	2,95 2,47 3,05 2,64	2,78	15,2 17,6 16,4 26,3	18,9	2,70	17,9	2,71	18,3	-	-	-	-
4,96 4,12 5,26 3,70	4,94	0,89	4,05	82	5,32 4,39 5,54 4,19	4,86	7,3 6,6 5,3 13,2	8,8	5,34	8,1	5,35	8,3	-	-	-	-
4,48 4,57 4,24 3,97	4,85	1,59	3,26	67	5,28 5,31 4,91 4,75	5,06	17,9 15,9 15,8 19,6	17,3	5,21	7,5	5,24	8,0	391	4,9	5,84	20,4
10,04 8,49 7,52 7,62	9,17	1,64	7,52	82	- - 8,84 9,06	8,95	- - 17,6 18,9	18,3	11,9	29,3	12,6	37,0	241	4,9	11,00	20,4

Tabel 3.2:

Oversigt over målte og beregnede resultater af langtidsforsøg med bøjningspåvirkede elementer.

Målinger	I forsøgsperioden på 1 år blev løbende foretaget målinger af nedbøjninger, tykkelsesændringer og flangetøjninger. Hovedresultaterne af målingerne er gengivet i oversigten, tabel 3.2.
Analytiske modeller	I tabel 3.2 er desuden angivet resultaterne af de beregnede krybeforløb, baseret på teorien beskrevet i afsnit 3.1.3 og materialeforsøgene beskrevet i afsnit 2.1.5. Endvidere er der i analogi til de i afsnit 2.1.5. estimerede krybefunktioner for mineralulden angivet et estimeret nedbøjningsforløb baseret på samme analytiske model (hyperbelfunktion).
Resultat-oversigt	Til de enkelte kolonner i oversigten, tabel 3.2., skal følgende bemærkes:
ad.kolonne 1:	Elementvarianter. Numrene korresponderer med korttidsvarianterne, afsnit 3.1.2, med samme geometri og opbygning.
ad.kol. 2-4:	Beskrivelse af mineraluldkerne ved forskydningsstyrke og -stivhed. I elementopbygningen er kerne-materialet det eneste, der er varieret.
ad.kol. 5-12:	Langtidslast angivet ved den ækvivalente fladelast, maksimale snitkræfter ($b = 1,0$ m) og maksimale normalspændinger i flanger, formel (3-34), samt maksimale forskydningsspændinger i kerne og limforbindelse, formel (3-42). Lastniveauet, kolonne 12, angiver den påførte forskydningsspændings størrelse (kolonne 11) i forhold til mineraluldens forskydningsstyrke (kolonne 3). Tages der hensyn til de under korttidsforsøgene, afsnit 3.1.2 konstaterede svækkelser i limforbindelsens forskydningsstyrke, skal de angivne udnyttelsesgrader forøges med gennemsnitlig 54%.
ad.kol.13-17:	Målt og beregnet maksimalnedbøjning, u_0, til tiden $t = 0$. u_{M0} og u_{Q0} angiver henholdsvis bøjnings- og forskydningsbidraget. ω angiver forskydningsbidragets andel af de samlede nedbøjninger, formel (3-70).
ad.kol.18-21:	Absolut nedbøjning og relativ nedbøjningstilvækst (krybning) efter 1 år.
ad.kol.22-25:	Tidsafhængige nedbøjninger beregnet på basis af de i afsnit 2.1.5 fundne krybefunktioner for mineraluldkernen. Elementer med statisk langtidslast er beregnet efter formel (3-69) og elementer med vekslende last, DL-13 og DL-14, efter formel (3-85). For varianterne DL-4 og DL-6 med kerne af henholdsvis G90 og R120 er krybefunktionerne, $\varphi(t)$ ukendte. De forventede langtidsnedbøjninger er angivet for $t = 365$ (sammenlign kolonne 18-19) og for $t \rightarrow \infty$.

ad.kol.26-29: Estimeret krybeforløb efter modellen:

$$\frac{u_t - u_o}{u_o} = \frac{t}{\alpha' + \beta' t} \Rightarrow u_t = \left(1 + \frac{t}{\alpha' + \beta' t}\right) u_o$$

Hyberbelfunktionens karakteristika er beskrevet under materialeforsøgene i (2-14) og (2-15). Formel (3-71) udtrykker sammenhængen mellem de estimerede krybeforløb og de i afsnit 2.1.5 fundne krybefunktioner.

For varianterne DL-4, -6, -13 og -14 er estimererne for α' og β' ikke angivet på grund af dårlig korrelation, idet nedbøjningstilvæksterne for de aktuelle varianter er små sammenlignet med initialnedbøjningerne og derfor stærkt influeret af måleusikkerheden.

Bemærkning
til DL-16A
og -16B

De tomme kolonner for elementerne DL-16A og -16B skyldes brud på DL-16A efter kun 20 dage. Bruddet afstedkom en overpåvirkning af det nedenunder liggende element DL-16B, der således også måtte udgå.

Bruddet optrådte som forskydningsbrud ved vederlagene analogt til brudtype II beskrevet i afsnit 3.1.2.

Bæreevnesvigtet kan skyldes, at DL-16A blev udsat for uønskede påvirkninger under montagen.

Desuden svarer langtidslasten på dette element til en udnyttelsesgrad på ca. 79% (jvf. korttidbæreevne af tilhørende element DK-16A beskrevet i afsnit 3.1.2). Uden svækkelser i limforbindelsen er udnyttelsesgraden beregnet til ca. 58%. Der kan altså også være tale om en overskridelse af mineraluldens/limforbindelsens langtidstyrke.

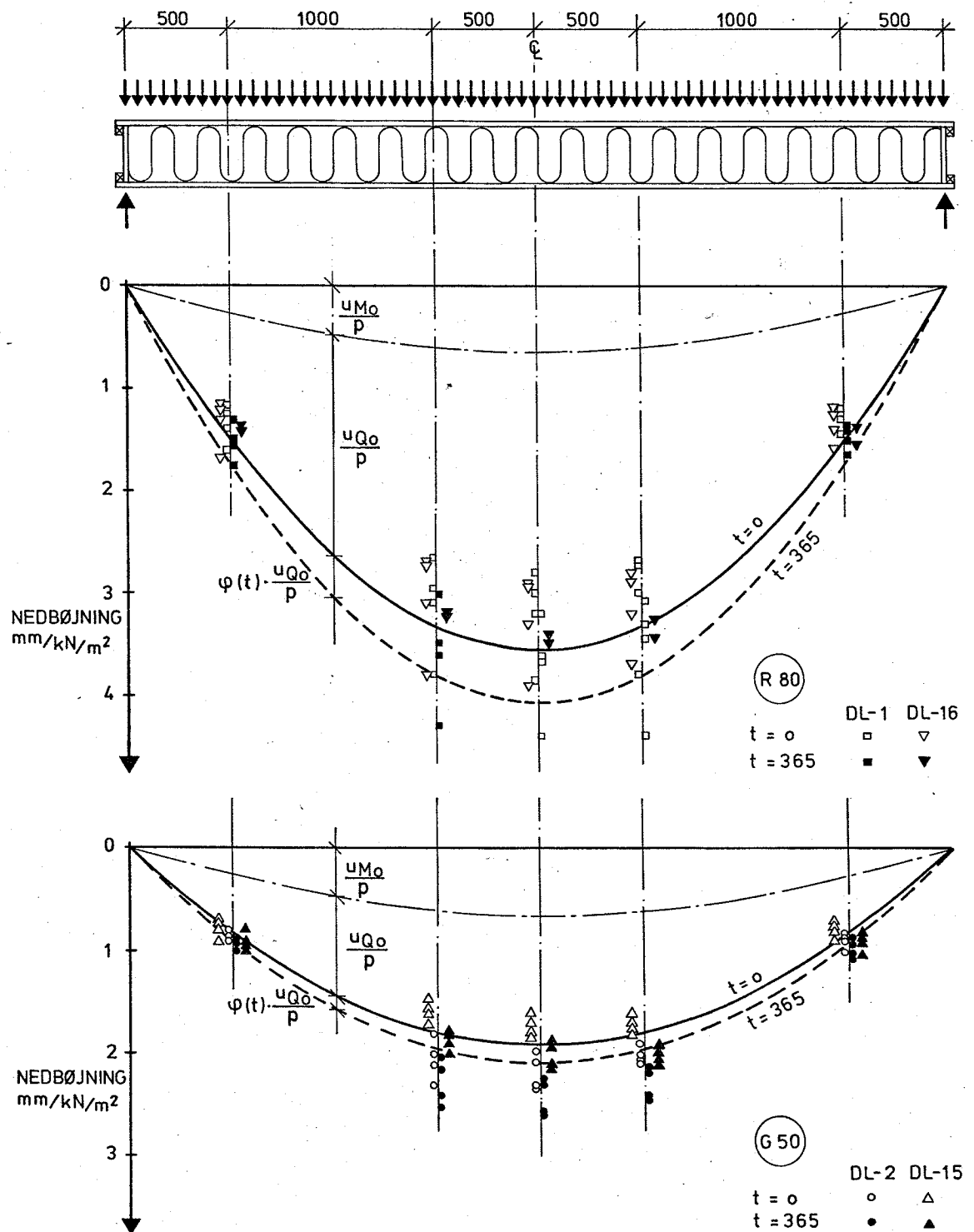
En efterfølgende analyse af den anvendte mineraluld viste god overensstemmelse med forventet rumvægt og bindemiddelindhold, men derimod kunne der ved adskillelsen af elementet konstateres store svækkelser i limforbindelsen i elementets ene ende nær vederlaget.

Initialned-
bøjninger

Forsøgselementernes momentane nedbøjninger såvel hidrørende fra egenlaste som fra de påførte laste er i god overensstemmelse med beregningerne og viser den forventede proportionalitet med belastningen, når de indgående materialer ikke belastes ud over proportionalitetsgrænsen.

Udbøjningsfiguren, se figur 3.21, beregnet efter (3-68) viser god overensstemmelse med de aktuelle målinger.

Forskydningsbidraget udgør den væsentlige andel af de samlede nedbøjninger, og udbøjningsfiguren er derfor primært bestemt af forskydningsdeformationernes paraboliske forløb.



Figur 3.21:

Nedbøjningernes fordeling over elementlængden for reference-elementerne med kerner af henholdsvis R80 og G50. Begge elementtyper blev belastet med henholdsvis $g + 1,00 \text{ kN/m}^2$ (DL-1 og -2) og $g + 2,20 \text{ kN/m}^2$ (DL-15 og -16). Den beregnede udbøjningsfigur er optegnet til tiden $t = 0$ (fuldt optrukket) og $t = 365$ dage (punkteret). Bøjningsbidraget er indtegnet stiplet.

Krybeforløb
(statisk
last)

Den absolutte krybning, tidsafhængige nedbøjningstilvækst figur 3.22 og 3.23, vokser med den belastning (spænding), der forårsager den. For de valgte belastningsniveauer fra ca. 7% til ca. 58% af mineraluldens forskydningsstyrke er der tilnærmelsesvis proportionalitet mellem belastning og krybning.

Den relative krybning (i forhold til initialnedbøjningerne) er således tilnærmelsesvis uafhængig af belastningsniveauet.

Samtidig viser den relative krybning (se figur 3.24), at der ikke eksisterer nogen markant afhængighed af mineralulddtypen, d.v.s. den relative krybning er stort set uafhængig af variationer i mineraluldens stivhed.

På baggrund af materialeprøvningerne i afsnit 2.15, hvor den rene forskydningskrybning blev behandlet, skulle imidlertid forventes en mere markant forskel på de to mineralulddtyper, hvis forudsætningen om, at krybningen primært hidrører fra forskydnings-spændingerne i kernematerialet, er korrekt.

Afvigelserne fra de beregnede krybeforløb (punkterede kurver figur 3.24) er imidlertid ikke systematiske, og afvigelserne kan i et vist omfang tilskrives måleusikkerheden.

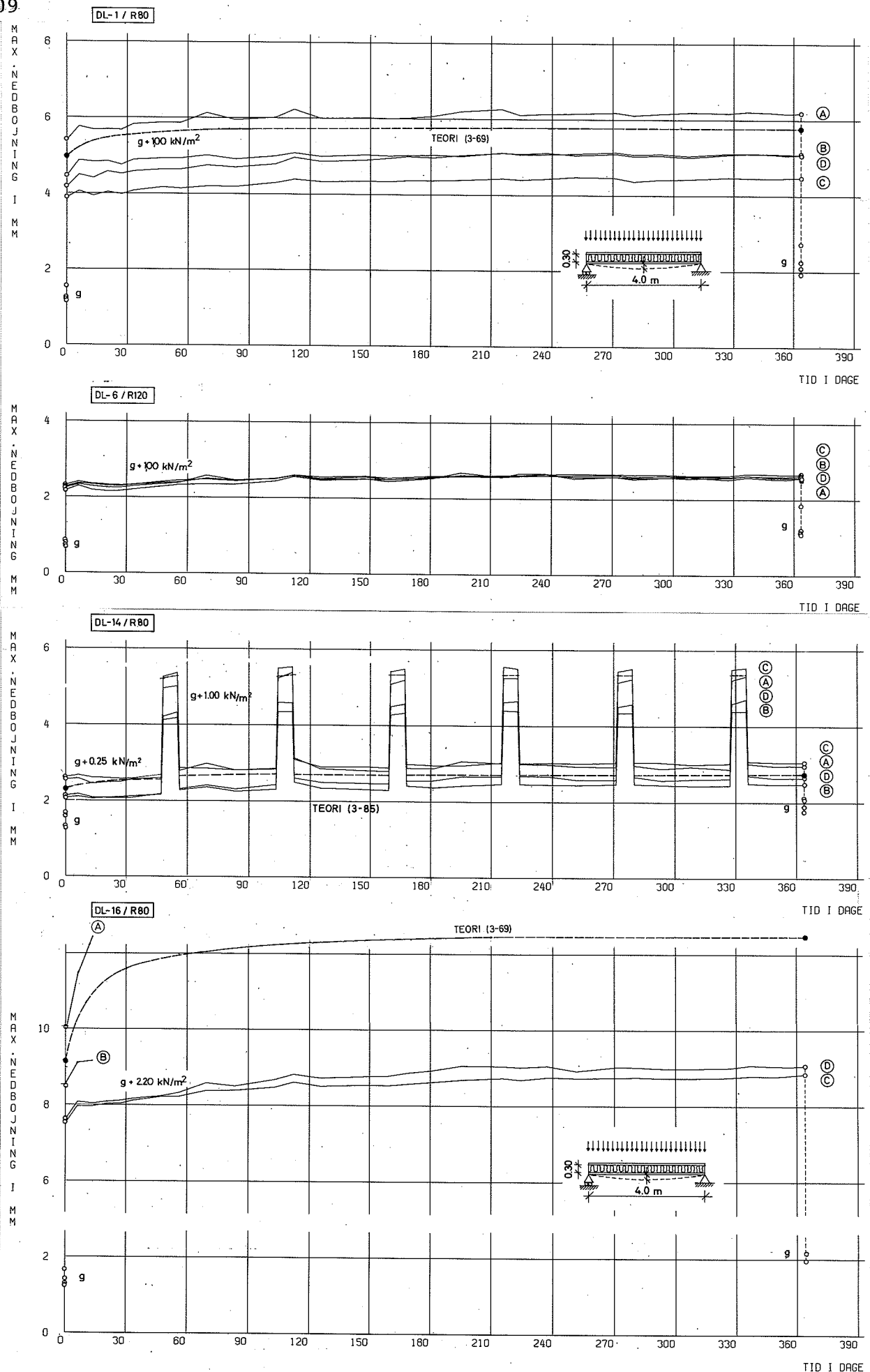
De estimerede krybeforløb baseret på en hyperbolsk krybefunktion: $\varphi(t) = t/(\alpha + \beta t)$ viser fin korrelation til de aktuelle målinger, med undtagelse af varianterne DL-4 og DL-6, hvor den målte krybning er baseret på differensen mellem to små absolutte størrelser, således at måleusikkerheden får meget stor indflydelse.

For forsøgsvarianterne DL-1, -2, -15 og -16 udgør krybningen efter 1 år i middel ca. 14-19% af initialnedbøjningen. Forudsættes krybningen at følge de analytiske modeller ud over det eksperimentelle tidsforløb, vil krybningen gå imod grænseværdien mellem 18 og 23% af initialnedbøjningerne.

60-90% af elementernes langtidskrybning ($t \rightarrow \infty$) er således indtrådt inden for det første år.

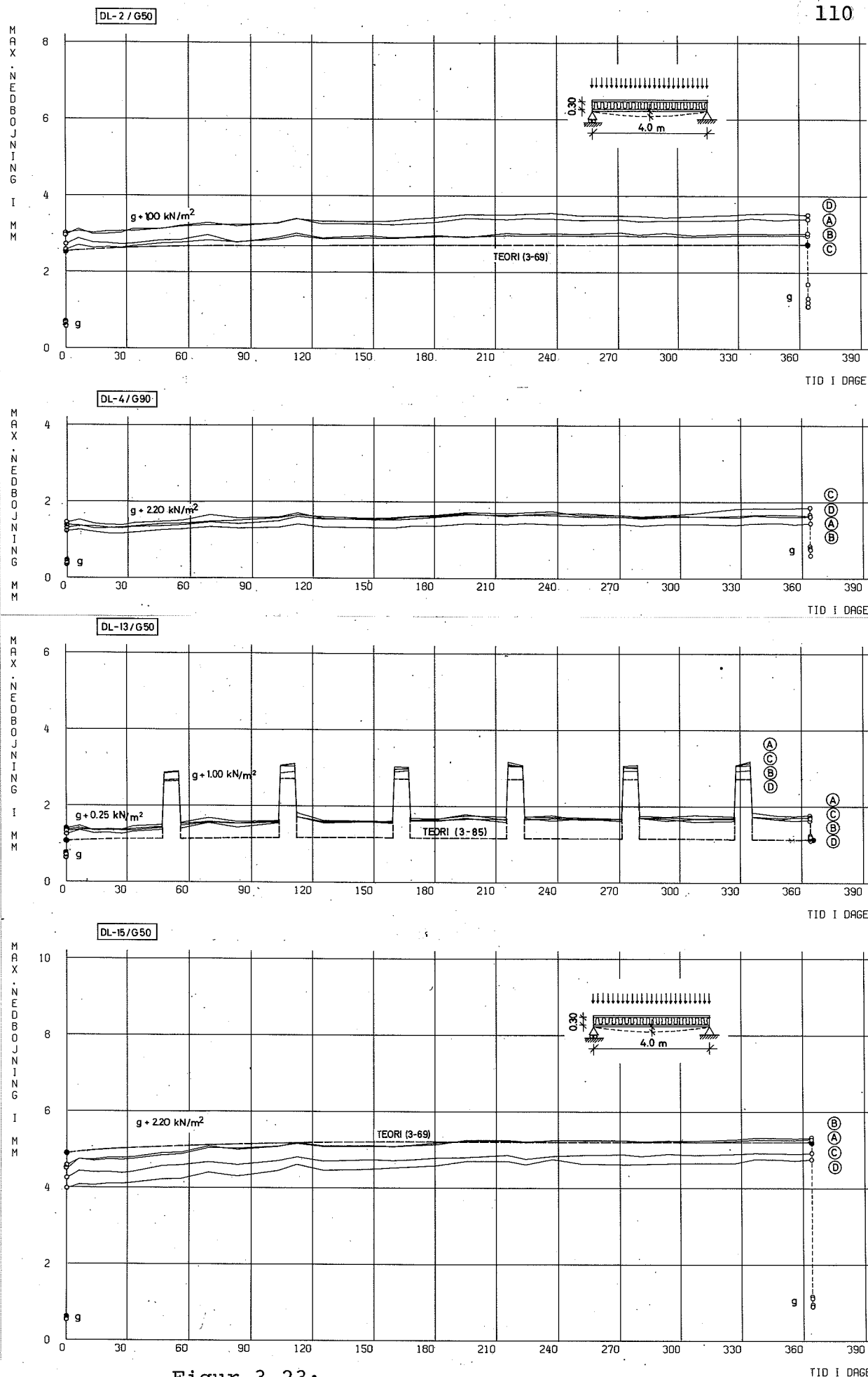
Krybeforløb
(vekslende
last)

Resultaterne for forsøgsvarianter DL-13 og DL-14 med statisk last på $0,25 \text{ kN/m}^2$ overlejet hver 8. uge af en last på $0,75 \text{ kN/m}^2$ viser, at krybeforløbet stort set er uafhængigt af belastningens vekslende karakter. De absolutte tidsafhængige nedbøjninger viser god overensstemmelse med beregningsmodellen formel (3-87). Da der er tale om meget små absolutte krybninger, må resultaterne dog betragtes med et vist forbehold, idet måleusikkerheden herved får stor indflydelse.



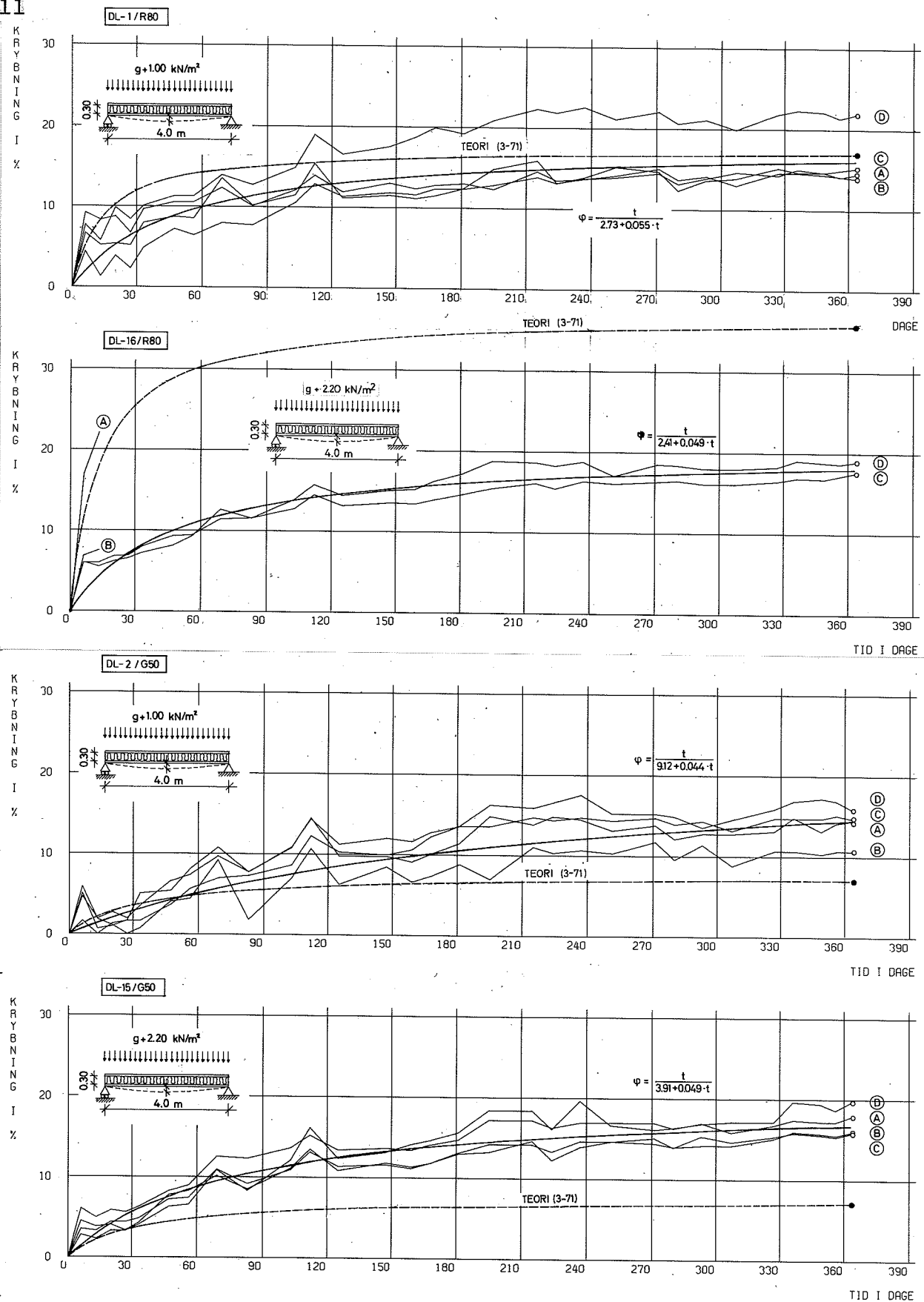
Figur 3.22:

Absolutte maksimalnedbøjninger som funktion af tiden for varianter med kerne af Rockwool. De beregnede nedbøjningsforløb er indtegnet med punkteret streg.



Figur 3.23:

Absolutte maksimalnedbøjninger som funktion af tiden for varianter med kerne af Glasuld. De beregnede nedbøjningsforløb er indtegnet med punkteret streg.



Figur 3.24:

Krybning (relativ tilvækst af maksimale nedbøjninger) for mineraluldtyperne R80 og G50 ved to lastniveauer ($g + 1,00 \text{ kN/m}^2$ og $g + 2,20 \text{ kN/m}^2$). De estimerede krybeforløb er indtegnet med kraftigere stregtykkelse og de beregnede forløb med punkteret streg.

Blivende nedbøjninger

De blivende nedbøjninger umiddelbart efter aflastning er for samtlige forsøgselementer stort set sammenfaldende med den absolutte krybning (nedbøjningstilvækst).

Den blivende nedbøjning vil dog givet vis aftage med tiden (elastisk eftervirkning), men af tidsmæssige årsager foreligger ingen målinger af dette forløb.

Tykkelsesændringer

Resultaterne af de løbende målinger af elementernes tykkelse viser, at der inden for måleusikkerheden på omkring 0,1 mm ikke er sket nogen registrerbar sammentrykning af kernematerialet.

Flange-tøjninger

De initielle flangetøjninger vokser proportionalt med den påførte last/flangespænding i fin overensstemmelse med den i afsnit 3.11 forudsatte tøjningstilstand. De løbende målinger af flangetøjningerne viser for de hårdest belastede elementer, DL-15 og DL-16, med største normalspændinger i flangerne, at flangetøjningerne i såvel træk- som tryksiden efter 1 år er vokset med 6-15% af initialtøjningerne.

De absolutte tøjningsændringer er imidlertid af samme størrelsesorden som måleusikkerheden (ca. 10 μ -strain) og må derfor betragtes med forbehold. Det tidsafhængige tøjningsbillede synes dog at indikere et krybebidrag hidrørende fra normalspændingerne i flangerne (bøjningsbidraget). Af de samlede nedbøjninger, hvor forskydningsbidraget udgør fra 67-82%, vil dette bidrag i praksis være uden betydning.

For den stiveste mineraluldtype G90 i DL-4 elementerne udgør forskydningsbidraget imidlertid kun ca. 45%, og tilvæksten i bøjningsbidraget vil for denne elementtype give et relativt større bidrag, hvilket resultaterne af nedbøjningsmålingerne også antyder (se tabel 3.2, kolonne 20).

Generelle bemærkninger

Resultaterne af de udførte forsøg afspejler generelt set store spredninger og illustrerer, hvor vanskeligt det er eksperimentelt at opnå de krævede materialedata med tilstrækkelig nøjagtighed til den analytiske beskrivelse.

Selv om analysen indikerer en rimelig sammenhæng mellem teori og forsøg, er der sandsynligvis andre influerende parametre, som det er umuligt at separere, fordi de optræder tilfældigt. Det gælder eksempelvis svækkelserne i limforbindelsen.

For den praktiske anvendelse af elementerne har de påviste variationer næppe nogen betydning, hvortil kommer det generelle problem i praksis at definere den påførte langtidslast med tilstrækkelig nøjagtighed.

I lyset af disse vanskeligheder er det for den praktiske anvendelse rimeligt at simplificere analysen ved i den teoretiske behandling at ignorere de tidshistoriske effekter og simpelt hen behandle de tidsafhængige deformationer ud fra almindelige lineærelastiske løsninger blot ved at erstatte elasticitetsmodulerne med de tidsafhængige moduler.

Bæreevnepforsøg efter langtidslast

For vurderingen af langtidslastens indflydelse på elementernes styrke/stivhed blev de 32 elementer bøjningsprøvet til brud, analogt til korttidsforsøgene beskrevet i afsnit 3.1.2.

Som referencer anvendtes de tilhørende varianter fra korttidsforsøgene (anden elementhalvdel). I tabel 3.3 er vist en sammenligning fra brudlaste og stivheder før og efter langtidsforsøgene.

				DK-elementer (referencer)			DL-elementer						
FORSØGSELEMENT *		LANGTIDSLAST		STYRKE/STIVHED <u>før</u> langtidslast			STYRKE/STIVHED <u>efter</u> langtidslast			STYRKEÆNDRING		STIVHEDSÆNDRING	
VARIANT NR.	MINERAL-ULDKERNE	EGENLAST	PÅFØRT LAST	BRUDLAST	BRUDLAST (ekvivalent)	NEDBØJNING (ekvivalent)	BRUDLAST	BRUDLAST (ekvivalent)	NEDBØJNING	AKTUEL	MIDDEL	AKTUEL	MIDDEL
		kN/m ²	kN/m ²	kN	kN/m ²	mm/kN/m ²	kN	kN/m ²	mm/kN/m ²	%	%	%	%
D- 1- A B C D	R80	0,40	1,00	7,8 8,8 11,7 7,2	3,3 3,7 4,9 3,0	4,1 3,2 3,8 3,8	7,3 9,0 9,1 7,9	3,0 3,8 3,8 3,3	4,8 3,5 2,9 3,2	-6 2 -22 10	-4	-17 -9 -4 16	-4
D- 2- A B C D	G50	0,31	1,00	15,2 15,9 12,8 16,0	6,3 6,6 5,3 6,7	1,9 1,8 2,1 1,8	9,4 15,4 14,6 14,3	3,9 6,4 6,1 6,0	2,0 1,9 1,8 1,9	-38 -3 14 -11	-10	-5 -6 14 -6	-1
D- 4- A B C D	G90	0,43	1,00	34,4 35,8 38,4 35,1	14,3 14,9 16,0 14,6	0,9 0,9 0,9 0,9	38,0 23,9 35,6 35,0	15,8 10,0 14,8 14,6	0,9 0,8 0,9 0,9	10 -33 -7 0	-8	0 11 0 0	3
D- 6- A B C D	R120	0,52	1,00	17,8 17,0 13,0 9,1	7,4 7,1 5,4 3,8	1,5 1,4 1,7 1,6	18,3 16,3 19,9 9,9	7,6 6,8 8,3 4,1	1,6 1,5 1,5 1,4	3 -4 53 9	15	-7 -7 12 13	3
D-13- A B C D	G50	0,31	0,25 +0,75 (veksl.)	9,0 12,2 16,8 11,0	3,8 5,1 7,0 4,6	2,0 2,0 1,8 1,9	13,2 13,5 13,5 16,8	5,5 5,6 5,6 7,0	2,0 2,1 2,0 1,9	47 11 -20 53	23	0 -5 -11 0	-4
D-14- A B C D	R80	0,40	0,25 +0,75 (veksl.)	9,0 9,2 9,1 9,3	3,8 3,8 3,8 3,9	3,6 3,3 3,5 3,0	7,8 11,0 9,8 9,7	3,3 4,6 4,1 4,0	3,3 2,9 3,7 3,0	-13 20 8 4	5	8 12 -6 0	4
D-15- A B C D	G50	0,31	2,20	16,6 12,2 11,4 20,5	6,9 5,1 4,8 8,5	2,0 2,1 1,9 1,5	12,0 11,5 12,6 17,3	5,0 4,8 5,3 7,2	2,0 1,9 1,9 1,8	-28 -6 11 -16	-10	0 10 0 -20	-3
D-16- A B C D	R80	0,40	2,20	8,1 7,8 10,4 7,4	3,4 3,3 4,3 3,1	3,5 3,5 3,2 3,1	- - 10,4 8,8	- - 4,3 3,7	- - 3,1 3,2	- - 0 19	10	- - 3 -3	0

* Spændvidde: 4,0 m , Kernetykkelse: 0,30 m , Flanger: 12 mm Amerikansk krydsfinér, C-D

Tabel 3.3:

Ændringer i styrke og stivhed efter 1 års belastning.

Bæreevnen er omregnet til ækvivalent fladelast, og elementstivheden er udtrykt ved arbejdskurvernes hældning i det tilnærmelsesvis lineærelastiske område.

Styrke- ændringer

Resultaterne bekræfter de generelt set store spredninger på elementernes bæreevne hovedsagelig hidrørende fra variationen af limforbindelsens kvalitet (forskydningsstyrke).

Bruddene optræder i alle tilfælde som forskydningsbrud i mineraluld/limforbindelse ved vederlagene analogt til brudtyperne beskrevet i afsnit 3.1.2.

Ændringerne i elementernes bæreevne afspejler såvel reduktioner som forøgelse i et af belastningshistorien uafhængigt mønster. Det er således ikke muligt ud fra de foreliggende resultater at påvise nogen signifikant styrkereduktion hidrørende fra de aktuelle belastninger, elementerne var påvirket af gennem ét år.

Stivheds- ændringer

Ændringerne i elementernes stivhed vurderet på basis af maksimaludbøjningerne viser væsentlig mindre variation, uden at der dog kan påvises nogen signifikant ændring.

Adskillelsen af forsøgselementerne efter forsøgenes afslutning (se afsnit 3.1.5) viste store variationer i limforbindelsens kvalitet (forskydningsstyrke). Dette er helt afgørende for elementernes bæreevne, mens det tilsyneladende kun har beskednen indflydelse på stivheden.

3.1.5 Kvalitativ vurdering af limforbindelse og forslag til ikke-destruktiv kvantitativ limkontrol

Efter bæreevneforsøgene blev ca. halvdelen af elementerne adskilt med henblik på en kvalitativ vurdering af limforbindelsen.

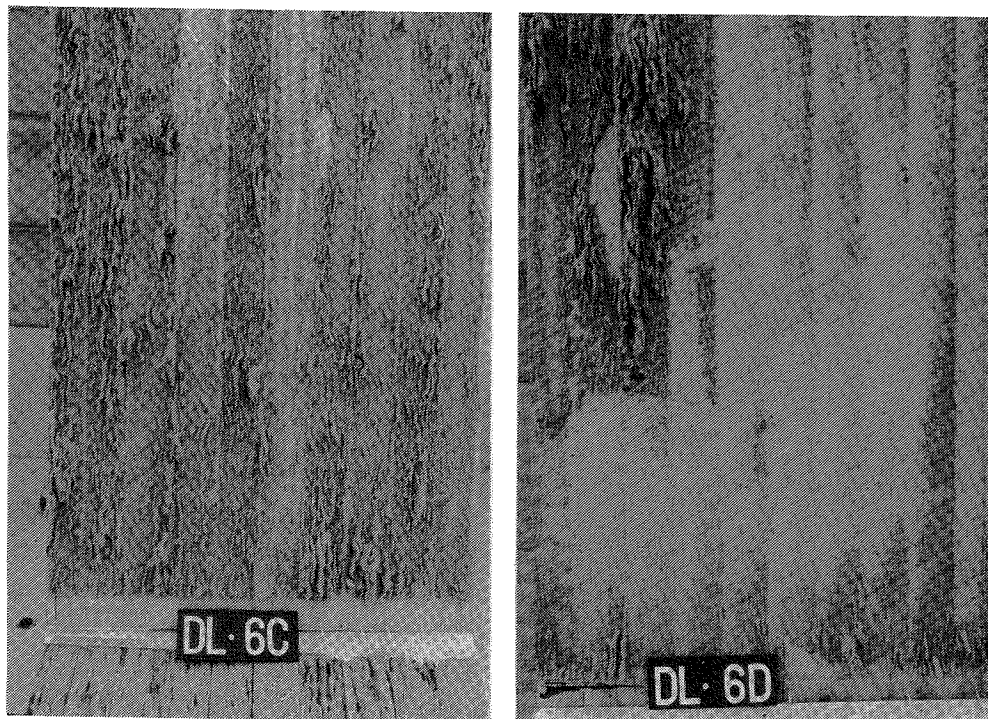
Til undersøgelsen blev udtaget mindst to elementer af hver type, svarende til elementerne med henholdsvis største og mindste bæreevne.

Elementernes bæreevne (se afsnit 3.1.2) er primært bestemt af mineraluldens og limforbindelsens forskydningsstyrke således, at der er tilnærmelsesvis proportionalitet mellem bæreevne og forskydningsstyrke.

Den kvalitative vurdering af limforbindelsens godhed viste en tydelig sammenhæng mellem limforbindelsens kvalitet og elementernes bæreevne.

De produktionsbestemte svækkelser i limforbindelsen har således afgørende indflydelse på elementernes bæreevne.

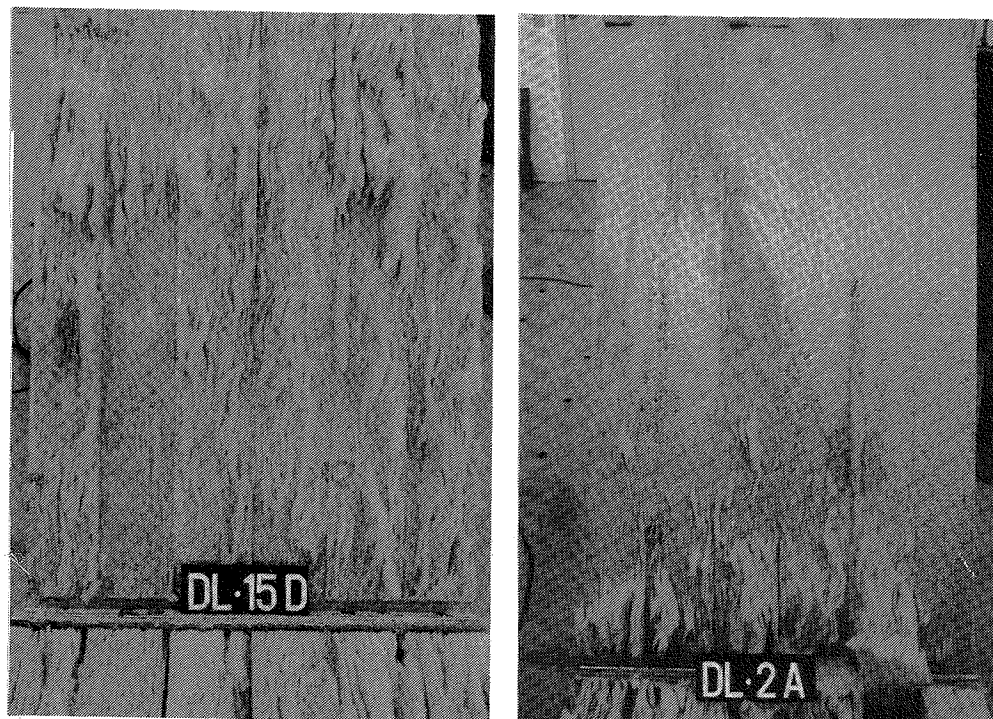
På figur 3.25 og 3.26 er vist eksempler på, hvor store variationer, der er i limforbindelsens kvalitet, trods en meget omhyggelig produktionskontrol.



Figur 3.25:

Eksempler på limforbindelser i brudzonen nær vederlagene for "identiske" elementer med kerne af R120.

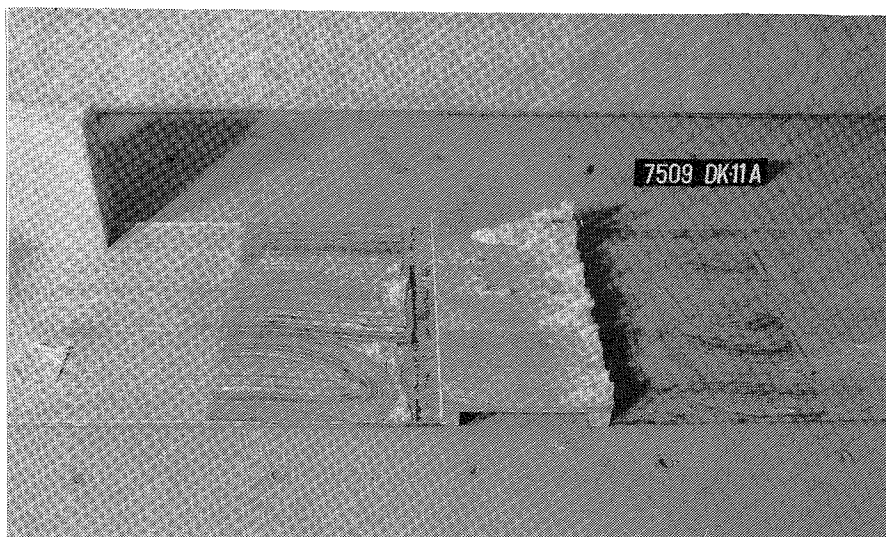
I den gode limforbindelse (til venstre) indtrådte forskydningsbruddet ved en fladelast på $8,3 \text{ kN/m}^2$, i den dårlige (til højre) ved $4,1 \text{ kN/m}^2$.



Figur 3.26:

Eksempler på limforbindelser i brudzonen nær vederlagene for "identiske" elementer med kerne af G50. I den gode limforbindelse (til venstre) indtrådte forskydningsbruddet ved fladelast på $7,2 \text{ kN/m}^2$, i den dårlige (til højre) ved $3,9 \text{ kN/m}^2$.

På figur 3.27 er vist et eksempel, der samtidig illustrerer den generelt set meget dårlige limforbindelse til endeskottene, hvor der kun i begrænset omfang kunne påregnes overførsel af forskydningskræfter.



Figur 3.27:

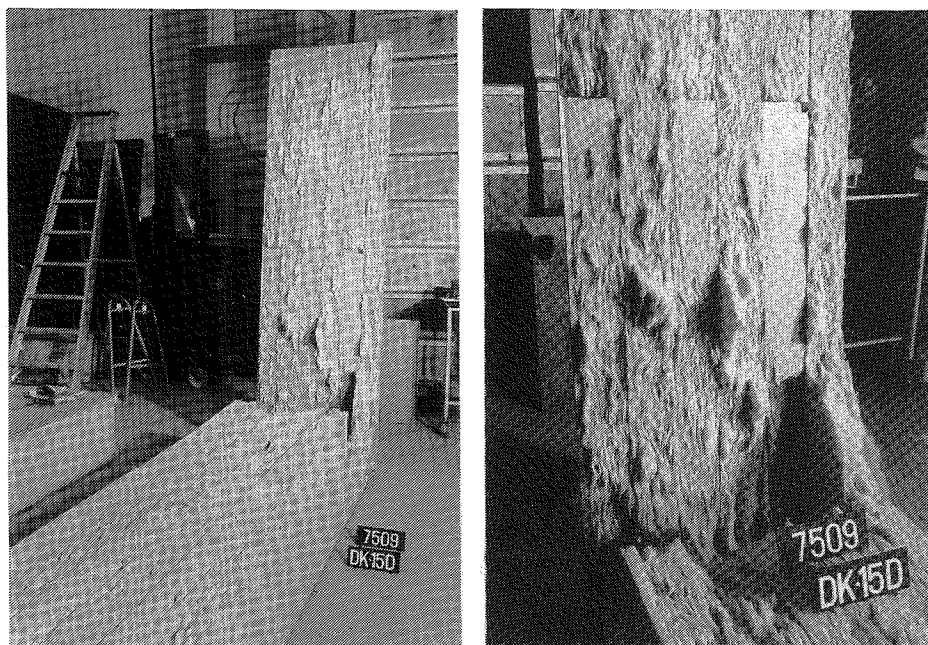
Eksempel på ekstrem dårlig limforbindelse ved både over- og underflange. Den dårlige limforbindelse til endeskottet viser, at limen under produktionen er løbet ned mod bunden af skottet.

Svækkelserne i limforbindelserne er i de fleste tilfælde størst omkring vederlagene (nær endeskottene) netop i de snit, hvor forskydningsspændingerne er størst. Forholdet kan skyldes forskelle i højden af lameller og endeskot, således at det er vanskeligt at etablere et ensartet pressetryk under limens opskumning og udhærdning.

Uundgåelige variationer på lamelhøjden giver i sig selv anledning til produktionstekniske vanskeligheder omkring lamelstøddene, se figur 3.28, hvor små højdeforskelle giver anledning til varierende pressetryk og dermed lokale svækkelser af limforbindelsen.

Den kvalitative, destruktive kontrol af limforbindelsen illustrerer et klart behov for en forbedret produktionsteknik, herunder nødvendigheden af mindre tykkelsestolerancer på lamellerne, en mere ensartet påføring af lim, bedre kontrol med de nødvendige fugtmængder til limens opskumning og udhærdning, samt forbedrede metoder til sikring af et ensartet pressetryk.

For elementernes praktiske anvendelse og dermed hele sikkerhedsproblematikken er det endvidere ønskeligt at få udviklet en ikke-destruktiv kvantitativ limkontrolmetode, der kan indgå i løbende produktioner.



Figur 3.28:

Typiske svækkelser i limforbindelsen omkring lamelstøddene ca. 1 m fra vederlaget.

Forslag til ikke- destruktiv limkontrol

Efter bæreevnepforsøgenes gennemførelse er udviklet en simpel metode, som muligvis kan danne basis for den nødvendige limkontrol.

Metoden er efterprøvet gennem nogle få pilotforsøg på elementer med simulerede svækkelser i limforbindelsen.

Princip

Princippet i metoden går ud på at trækbelaste et cirkulært felt af den pålimede flangeplade og registrere pilhøjden.

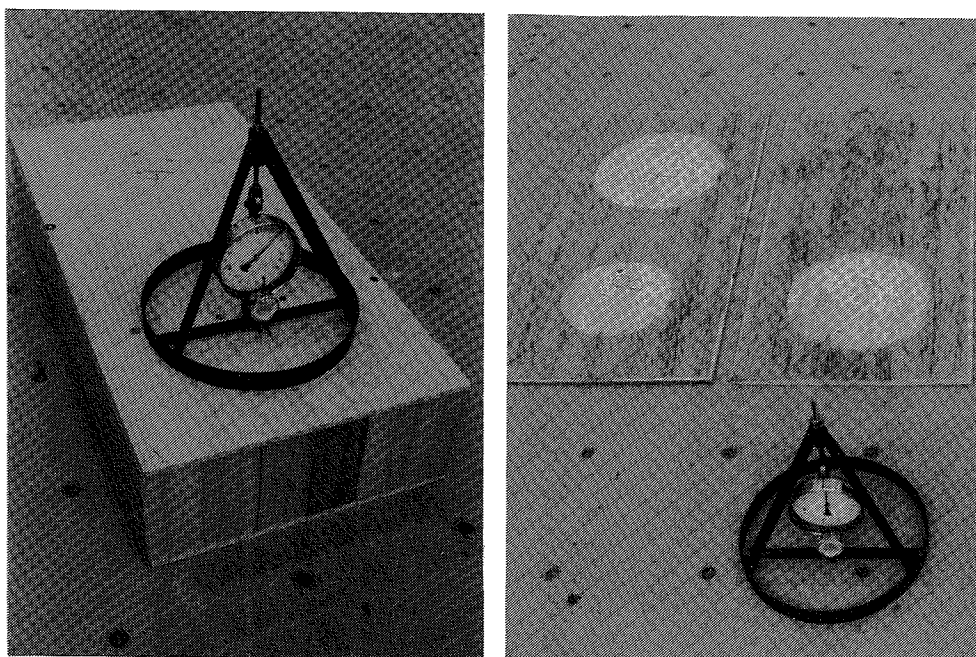
Pilhøjden vil afhænge af flangematerialets egenbøjningsstivhed og kernematerialets effektive stivhed, der dels afhænger af det effektive limareal og dets fordeling, dels af mineraluldens stivhed.

En dårlig limforbindelse vil således give sig udslag i for store pilhøjder.

For at undgå destruktion må belastningen afpasses, så der ikke fremkaldes flydning eller brud i mineraluld/limforbindelse.

Prøve- apparat

Pilotudgaven af prøveapparatet er vist på figur 3.29.



Figur 3.29:

Prøveapparat til ikke-destruktiv kontrol af limforbindelsen.

En enkeltkraft, understøttet af en cirkulær ring ($\varnothing 400$ mm), påføres centralt til en skrue i flangepladen. Trækkraften aflæses på et indskudt dynamometer (0-100 kp) og pilhøjden på et måleuret (1/100 mm).

Procedure

Trækkraften påføres trinvis, pilhøjden aflæses, og arbejdskurve optegnes.

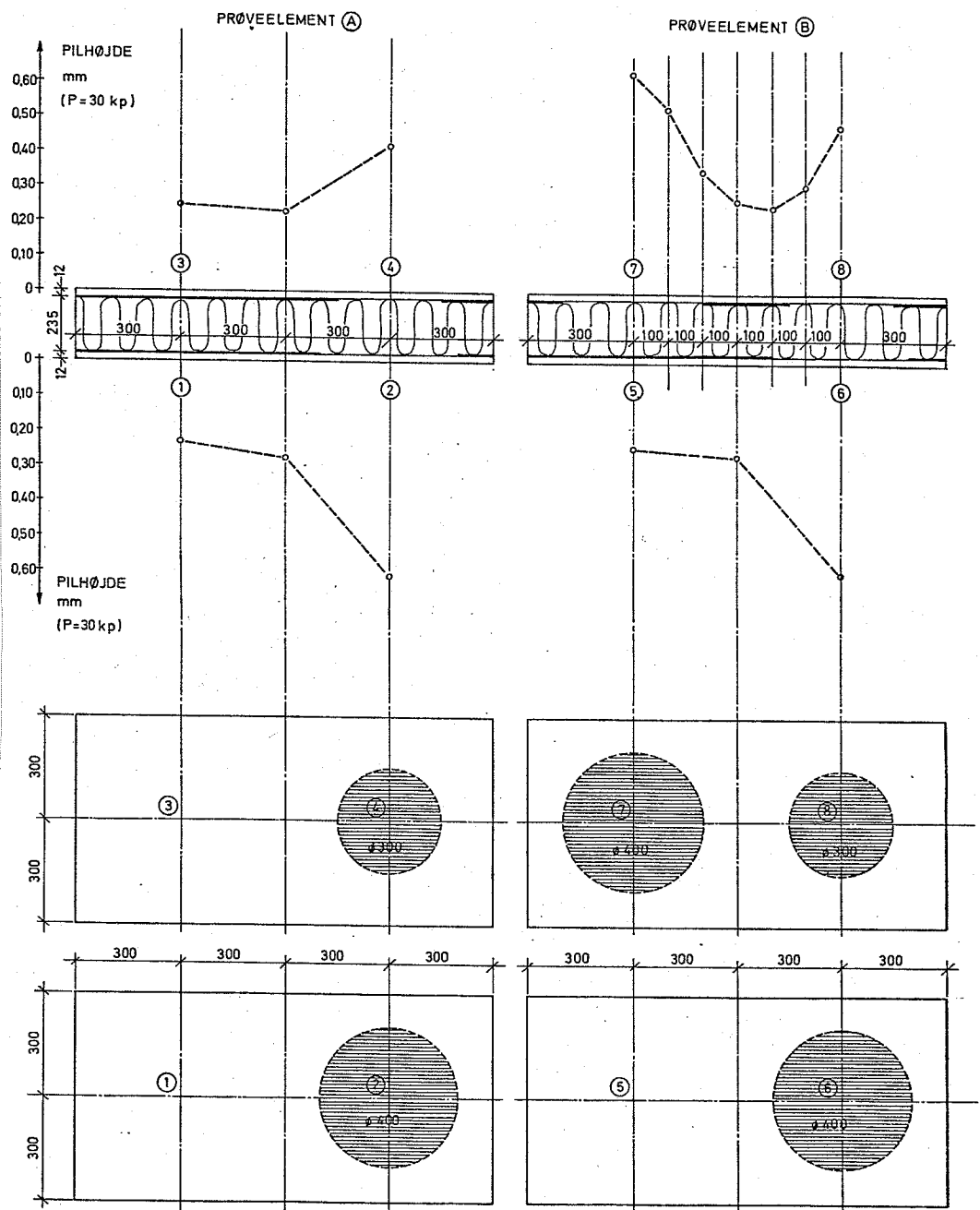
Tilsvarende procedure anvendes på en løst oplagt referenceplade af samme materiale som flangerne.

Prøve-
elementer

Metoden blev afprøvet på to sandwichelementer (60×120 cm) med kerne af 235 mm G50 og flanger af 12 mm krydsfinér. Svækkelser i limforbindelsen blev simuleret ved at undlade lim i cirkulære felter af varierende størrelse, centralt placeret i de 8 prøvefelter á 60×60 cm (se figur 3.30).

På alle fire elementsider måltet dels centralt i prøvefelterne, dels på midten mellem 2 prøvefelter. I et enkelt tilfælde, prøvefelterne 7 og 8, måltet endvidere hen over elementlængden i spring á 100 mm.

Resultaterne er vist på figur 3.30 og 3.31.

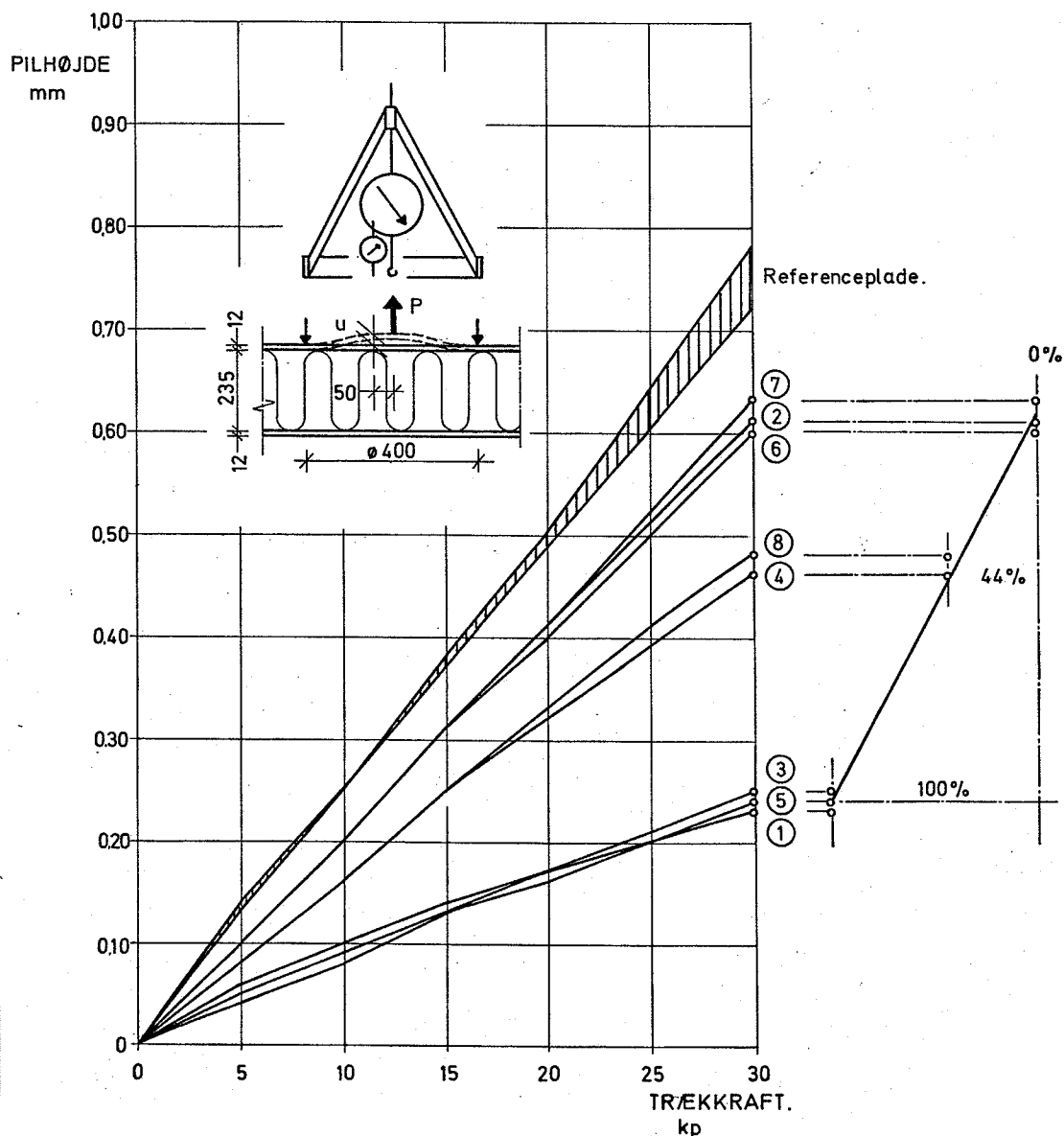


Figur 3.30:

Placering af limsvækkelser i relation til målte pilhøjder ved en central trækraft på 30 kp (0,3 kN).

Prøvefelterne 1, 3 og 5 var perfekt limede (100%), prøvefelterne 2, 6 og 7 helt uden lim inde i prøveapparatets målefelt (0%), og prøvefelterne 4 og 8 havde et effektivt limareal på 44% fordelt langs prøvefeltets periferi.

Fra dårligste limforbindelse (0%) til bedste (100%) ændres udbøjningen ca. med en faktor 3, altså en acceptabel forstærkning til fastlæggelse af tolerancer for limsvækkelser.



Figur 3.31:

Arbejdskurver for flangernes udbøjning ved en central trækbelastning fra 0-30 kp.

Målepunkterne refererer til de på figur 3.30 angivne punkter med prøveapparatet anbragt centralt i de 8 prøvelfelter.

Når udbøjningen fra prøvelfelterne 2, 6 og 7 (uden lim) ikke falder sammen med referenceelementernes, skyldes det indspændingsmomenterne langs prøvelfelternes rand.

Udbøjningens afhængighed af det effektive limareal afhænger af fordelingen af limarealerne inde i prøvelfeltet. Med en fordeling af det effektive limareal langs prøvelfeltets periferi, svarende til prøvelfelterne 4 og 8 viser prøvemethoden en tilnærmelse til retlinet sammenhæng mellem pilhøjde og limareal (se figur 3.31 til højre). Men generelt set vil

limforbindelsen i den centrale del af prøvefeltet med den største belastning have størst betydning for pilhøjden.

Dette illustreres tydeligt af målingerne fra prøvefelt 7 til 8 hen over elementlængden (se figur 3.30), hvor resultatet tydeligt afspejler det effektive limareal i prøvefeltets midte.

Fastlæggelsen af en øvre grænsekurve for arbejdskurvernes hældning svarende til, hvor store limsvækkelser der kan accepteres, må fastlægges på basis af en statistisk vurdering i samarbejde med den kontrolinstans, der skal foretage de nødvendige stikprøver.

Ved andre kombinationer af kerne- og flangemateriale var det ønskeligt ad teoretisk vej at kunne fastlægge de forventede hældninger på arbejdskurverne, men vanskelighederne ved fremskaffelse af de nødvendige materialedata (korttidsmiddelværdier) for disse anisotrope materialer vil komplicere metodens brugbarhed unødigt, og en direkte kalibrering, dels til et referenceelement med 100% effektiv limforbindelse, dels til en løst udlagt referenceplade af flangematerialet vil være at foretrække.

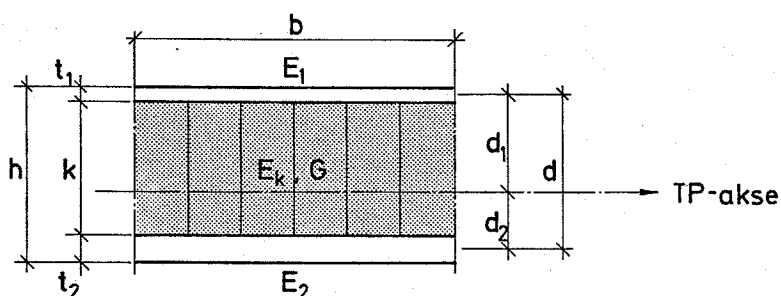
På baggrund af arbejdskurvernes tilnærmelsesvis retlinede forløb kan stikprøvemålingerne eksempelvis indskrænkes til enkeltmålinger ved en given kraft.

Der er således endnu en række uafklarede punkter, før metoden kan overføres til praksis. Hertil kommer selve udformningen af prøveapparatet. Den omtalte pilotudgave arbejder med en mekanisk befæstigelse til flangematerialet. Et alternativ kunne være en lukket halvkugle, hvori der kunne etableres et vacuum. Dette ville give en jævnt fordelt belastning over prøvefeltet og fjerne spændingsspidserne (kærvvirkningen) omkring enkeltkraftens angrebspunkt.

3.1.6 Sammenfatning af beregningsprincipper

På baggrund af undersøgelserne i afsnit 3.1.1 - 3.1.4 resumeres i det følgende de beregningsformler, der med god tilnærmelse kan anvendes på mineraluld-baserede sandwichelementer påvirket til ren bøjning (eks. tværlast på dæk-/tagelementer).

Udtrykkene gælder for statisk bestemte sandwichbjælker med den på figur 3.32 viste tværsnitsgeometri.



Figur 3.32:

Tværsnitsgeometri

De resumerede formler forudsætter, at der kan ses bort fra flangernes egenbøjningsstivhed:

$\frac{t}{d} < 0,17$, hvor t er største flangetykkelse, og kernens bidrag til bøjningsstivheden:

$\frac{E_k}{E_f} \frac{k}{t} < 0,06$, hvor E_f er mindste flangestivhed.

Udtryk i parentes gælder for symmetrisk tværsnit, d.v.s. $t_1 = t_2 = t$ og $E_1 = E_2 = E_f$

Tværsnits-
konstanter

Afstand mellem flangernes tyngdepunktslinie:

$$(3-88) \quad d = d_1 + d_2 = k + \frac{1}{2}(t_1 + t_2) \quad (d = k + t)$$

Tyngdepunktslinie:

$$(3-89) \quad d_1 = \frac{E_2 t_2}{E_1 t_1 + E_2 t_2} d \quad (d_1 = d_2 = \frac{1}{2}d)$$

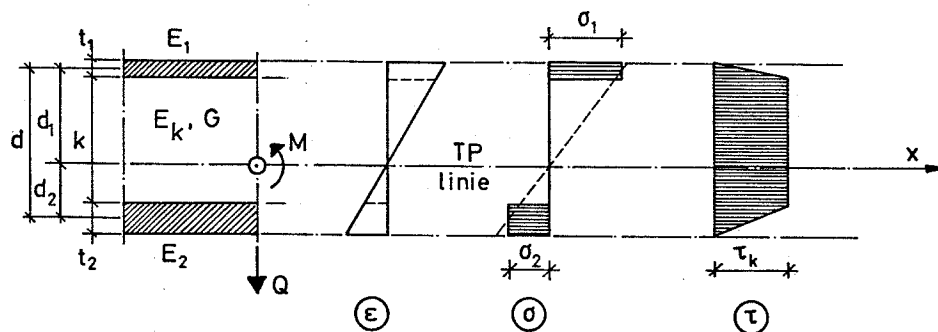
$$d_2 = \frac{E_1 t_1}{E_1 t_1 + E_2 t_2} d$$

Bøjningsstivhed ("EI"):

$$(3-90) \quad B = b \frac{E_1 t_1 E_2 t_2}{E_1 t_1 + E_2 t_2} d \quad (B = b \frac{1}{2} E_f t d^2)$$

Kropsareal (forskydningsareal):

$$(3-91) \quad A = b \frac{d^2}{k}$$



Figur 3.33:

Tøjnings- og spændingsfordeling

Spændinger

Teorien forudsætter, at flangerne optager momentpåvirkningen som træk og tryk, og at kernen optager hele forskydningen uden at sammentrykkes.

Normalspændinger (i flanger):

$$(3-92) \quad \begin{aligned} \sigma_1 &= E_1 \frac{M}{B} d_1 \\ \sigma_2 &= E_2 \frac{M}{B} d_2 \end{aligned} \quad \left(\sigma = \frac{M}{b t d} \right)$$

Forskydningsspændinger (i kerne og limforbindelse):

$$(3-93) \quad \tau_k = \frac{Q}{b d}$$

Bæreevne

Sandwichbjælkernes bæreevne bestemmes af følgende brudkriterier:

- 1) Forskydningsbrud i mineraluld: (3-93)
- 2) Forskydningsbrud i limforbindelse: (3-93)
- 3) Tryk eller trækbrud i flanger: (3-92)
- 4) Lokal foldning i trykbelastede flange: (3-92) + (4-65)
(se afsnit 4.1.2)

Udbøjninger

Bjælkens udbøjning bestemmes dels af et bidrag fra normalspændingerne, u_M , dels af et bidrag fra forskydningsspændinger, u_Q . Med kendte snitkraftforløb

og understøtningsforhold beregnes de to bidrag af følgende differentiaalligninger:

$$\frac{d^2 u_M}{dx^2} = - \frac{M}{B} \quad (3-94)$$

$$\frac{du_Q}{dx} = \frac{Q}{AG} + C_1$$

Samlede udbøjning:

$$u = u_M + u_Q \quad (3-95)$$

For en simpelt understøttet bjælke med spændvidde L påvirket af en jævnt fordelt fladelast p fås udbøjningen i afstanden x fra understøtningen:

$$u(x) = \frac{pL^3 x}{24B} \left(1 - 2\left(\frac{x}{L}\right)^2 + \left(\frac{x}{L}\right)^3 \right) + \frac{kpx}{2d^2G}(L - x) \quad (3-96)$$

Maximal udbøjning ($x = \frac{1}{2}L$):

$$u_{\max} = \frac{5}{384} \frac{pL^4}{B} + \frac{kpL^2}{8d^2G} \quad (3-97)$$

Forskydningsbidragets andel af samlede udbøjning:

$$\omega = \frac{u_Q}{u_M + u_Q} = \left(1 + \frac{5}{48} \frac{d^2GL^2}{kB} \right)^{-1} \quad (3-98)$$

Krybning

Elementernes krybeegenskaber er primært bestemt af de tidsafhængige forskydningsdeformationer i kernen. For små variationer i langtidsbelastningen kan de tidsafhængige udbøjninger beregnes ud fra de almindelige liniærelastiske løsninger ved at erstatte forskydningsmodulen med det tidsafhængige modul:

$$G(t) = G \left(1 + \varphi(t) \right)^{-1} \quad (3-99)$$

hvor $\varphi(t) = t/(\alpha + \beta t)$ er en hyperbelfunktion, der beskriver mineraluldens krybeegenskaber under påvirkning af forskydningsspændinger. (se afsnit 2.1.5).

3.2 Sandwichbjælker med kantskot (kassebjælker)

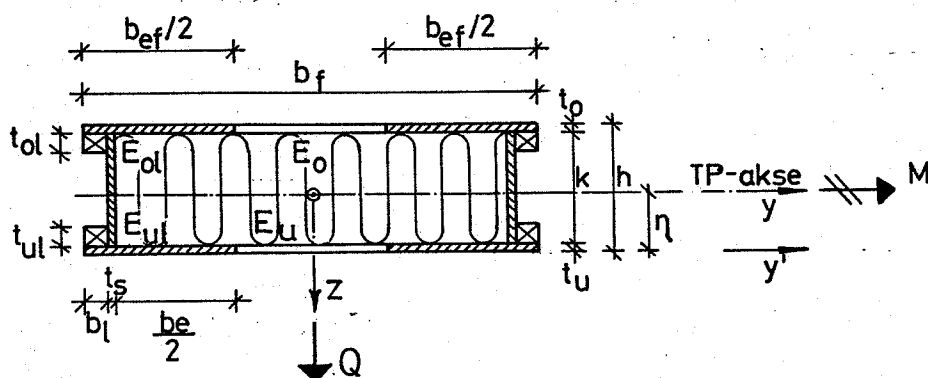
I det følgende afsnit behandles en afart af den "rene" sandwichbjælke, hvor elementerne langs kanterne er forsynet med skot (krydsfinérplade og kantlister), se figur 1.2 og 3.1. Flangeplader og skot er sammensat ved sømlimning til kantlisterne, d.v.s. der er sikret fuld samvirken mellem de enkelte tværsnit.

Ifølge trælitteraturen betegnes sådanne tværsnit for usammensatte, men inhomogene tværsnit, idet de indgående dele har forskellige styrke- og stivhedsegenskaber. (se f.eks. ref. [67.1]).

Skottenes funktion kan sammenlignes med kroppene i en almindelig stressed-skin-konstruktion, hvis primærfunktion er at optage forskydningspåvirkningen mellem flangerne. Mineraluldkernens bidrag til forskydningsstivheden (AG) er for de aktuelle elementer kun ca. 2% af kantskottenes bidrag. Det vil derfor i den teoretiske analyse være rimeligt at se bort fra mineraluldkernens bidrag til optagelse af forskydningspåvirkninger i spændretningen og alene betragte elementet som tværbelastede bjælker med tynd krop og tynde flanger. Mineraluldens rolle er herved reduceret til at stabilisere flangerne mod foldning og sammen med flangerne at sikre bæringen fra krop til krop, idet de tynde flangeplader ikke alene har tilstrækkelig styrke og stivhed, når afstanden mellem kroppene, som i de aktuelle elementer, er ca. 1,20 m.

3.2.1 Almindelig bjælketeori

I det følgende betragtes tværbelastede bjælker med tværsnit som vist på figur 3.34.



Figur 3.34:

Tværsnit af sandwichbjælke med kantskot. Index o, u, f, l og s refererer til overside, underside, flange, liste og skot. Det skraverede areal angiver det effektive flangetværsnit, index e.

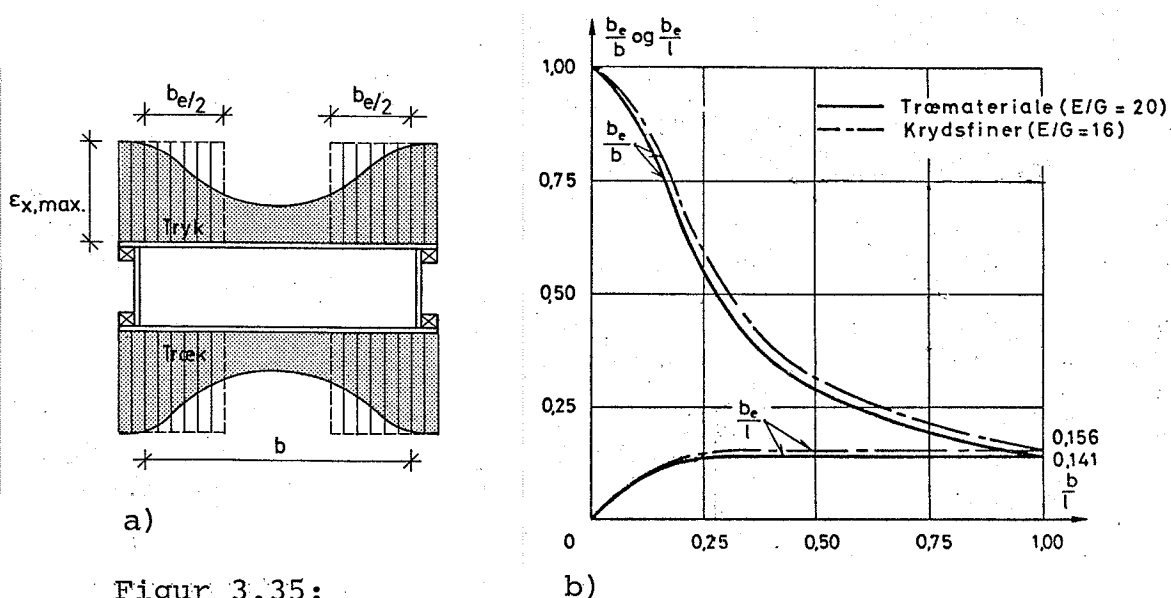
Flangerne får dels spændinger σ_x og σ_{xy} , fordi de indgår i bæringen i spændretningen, x-retningen dels spændinger σ_y og σ_{yz} på grund af bæringen fra krop til krop.

Ved anvendelse af krydsfinérflanger vil normalspændingerne σ_x og σ_y optages af hver sine finérlag, og det er i dette tilfælde muligt at udnytte materialet fuldt ud i begge retninger.

Da kantskottene i overvejende grad har overtaget mineraluldkernens rolle ved optagelse af forskydnings-spændinger i xz-planet, skal kernen derimod bidrage i yz-planet, idet bæringen fra krop til krop i princippet udføres af den mellemliggende "rene" sandwichbjælke (se afsnit 3.1). Da mineraluldkernen primært er i stand til at optage forskydningspåvirkninger i fiberplanet, lamelretningen, vil det derfor i praksis i denne specielle elementtype være rimeligt at orientere lamellerne på tværs af spændretningen og dermed undgå uacceptable tværdeformationer.

Bæringen i spændretningen vil i det følgende blive behandlet som i en almindelig stressed-skin-konstruktion (se f.eks. ref.[67.1]), idet belastningen først henføres til kroppen for derefter at opdele elementet i bjælker, som vist skraveret på figur 3.34.

I den almindelige bøjningsteori forudsættes, at plane tværsnit forbliver plane, d.v.s. tøjningerne i flangerne svarer til tøjningerne i berøringsfladen med kroppen. I praksis vil flangetøjningerne i princippet variere over tværsnittet, som vist på figur 3.35.



Figur 3.35:

- a) Flangetøjningernes principielle variation over flangebredden
 b) Nyttebreddens afhængighed af spændvidde l og fri afstand, b , mellem kroppene. Fra ref. [67.1].

Den bredde af flangerne, der kan regnes effektiv, er således i praksis mindre end afstanden mellem kroppene.

Effektiv
flangebredde

Den effektive bredde, b_e , afhænger primært af længde/breddeforholdet og forholdet mellem flangens elasticitetskoefficient og forskydningsmodul. På figur 3.35 er vist den effektive breddes afhængighed af de nævnte forholdstal beregnet for en sinusformet momentkurve, jævnt fordelt belastning og simpelt understøttet element.

Den effektive flangebredde ekskl. kropsbredden defineres som:

$$(3-100) \quad b_e = \frac{\int_b \varepsilon_x db}{\varepsilon_{x,\max}}$$

På grund af en række forenklede antagelser i bestemmelsen af b_e er det ikke muligt at bestemme b_e særlig nøjagtigt og i praksis (jvf. Trænormen ref. [74.3]) anvendes den simple regel til hver side af kroppen at regne med en bredde på $1/14$ af spændvidden og selvfølgelig højst halvdelen af den frie afstand. Denne simple forudsætning er anvendt i det følgende afsnit 3.2.2, hvor beregningerne er sammenholdt med faktiske forsøgsresultater. En mere præcis fastlæggelse af b_e er helt unødvendig for praksis, idet flangespændingerne kun varierer beskædt med b_e .

Tværsnits-
størrelser

Med fastlæggelsen af b_e kan de nødvendige tværsnitsstørrelser bestemmes, idet der for sådanne inhomogene tværsnit må tages hensyn til tværsnitsdelenes forskellige elasticitetskoefficienter. Der må således vælges en referenceelasticitetskoefficient, E_r , og anvendes transformererede tværsnitsstørrelser, som anført i det følgende.

Samlede effektive flangebredde:

$$(3-101) \quad b_{ef} = b_e + 2b_l + 2t_s ; \quad b_e \approx \frac{L}{7}$$

Transformeret tværsnitsareal:

$$(3-102) \quad A_t = \frac{b_{ef}}{E_r} (E_o t_o + E_u t_u) + 2t_s \frac{E_s}{E_r} k \\ + 2 \frac{b_l}{E_r} (E_{ol} t_{ol} + E_{ul} t_{ul})$$

Statisk moment om y' -aksen:

$$(3-103) \quad S_{y',t} = \frac{b_{ef}}{E_r} \left(E_o t_o \left(h - \frac{1}{2} t_o \right) + \frac{1}{2} E_u t_u^2 \right) + 2 t_s \frac{E_s}{E_r} k \left(t_u + \frac{1}{2} k \right) + 2 \frac{b_\ell}{E_r} \left(E_{ol} t_{ol} \left(h - t_o - \frac{1}{2} t_{ol} \right) + E_{ul} t_{ul} \left(t_u + \frac{1}{2} t_{ul} \right) \right)$$

Tyngdepunktsakse (nullinie):

$$(3-104) \quad \eta = \frac{S_{y',t}}{A_t}$$

Transformeret inertimoment om y' -aksen:

$$(3-105) \quad I'_{y,t} = \frac{1}{3} \frac{b_{ef}}{E_r} \left(E_o \left(h^3 - (k + t_u)^3 \right) + E_u t_u^3 \right) + \frac{2}{3} t_s \frac{E_s}{E_r} \left((k + t_u)^3 - t_u^3 \right) + \frac{2}{3} \frac{b_\ell}{E_r} \left(E_{ol} \left((k + t_u)^3 - (k + t_u - t_{ol})^3 \right) + E_{ul} \left((t_{ul} + t_u)^3 - t_u^3 \right) \right)$$

Transformeret inertimoment om TP-aksen:

$$(3-106) \quad I_{y,t} = I'_{y,t} - \eta^2 A_t$$

Bøjningsstivhed:

$$(3-107) \quad B = E_r I_{y,t}$$

Special-tilfælde I tilfælde af symmetrisk tværsnit, d.v.s. $t_o = t_u = t$,
tilfælde $E_o = E_u = E_f$, $t_{ol} = t_{ul} = t_\ell$, $E_{ol} = E_{ul} = E_\ell$ er nul-
linien beliggende i midtersnittet, og ses der bort
fra flangernes og kantlisternes bidrag om egne ak-
ser, forenkles (3-107) til:

$$(3-108) \quad B = \frac{1}{2} E_f b_{ef} t d^2 + \frac{1}{6} E_s t_s k^3 + \frac{1}{2} E_\ell b_\ell t_\ell (k - t_\ell)^2$$

Spændinger Antages materialerne at følge Hooke's lov, kan nor-
malsspændingerne i afstanden z fra nullinien findes
af udtrykket (sammenlign (3-92)):

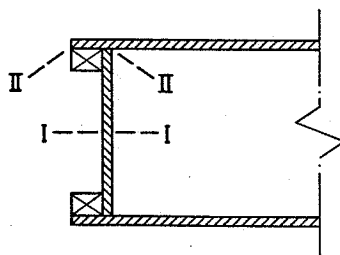
$$(3-109) \quad \sigma_z = E_z \frac{M}{B} z$$

Forskydningsspændingerne i kritiske snit regnes jævnt
fordelt over snitbredden og beregnes af udtrykket:

$$(3-110) \quad \tau = \frac{Q}{A_k} ; \quad A_k = \frac{b_z I_{y,t}}{\Delta S_{y,t}}$$

I kropsarealet (forskydningsarealet) A_k indgår snitbredden b_z og det partielle, transformerede statiske moment om y-aksen, d.v.s. det transformerede statiske moment af den del af tværsnittet, der ligger på den ene side af snittet.

De kritiske forskydningsspændinger vil i praksis optræde i snittet lagt i x-y-planet (skiveforskydning i krop) og snittet lagt i overgangen mellem kantskot og flange (pladeforskydning/rullende forskydning), se figur 3.36.



Figur 3.36:

Kritiske forskydningssnit i sandwichbjælker med kantskot.

Ved at indføre de kritiske materialespændinger i (3-109) og (3-110) kan de kritiske snitkræfter udledes og dermed tværsnittets bæreevne.

Foldning

Bæreevnen af denne elementtype kan imidlertid også være bestemt af de kritiske foldespændinger af de anvendte plader eller skiver, og en foldningsundersøgelse kan være påkrævet. Disse stabilitetsfænomener er detaljeret behandlet i ref. [67.1] og [76.4], og i det følgende behandles summarisk de tilfælde, der har betydning for denne specielle elementtype.

De kritiske foldespændinger ved henholdsvis bøjning og forskydning kan udtrykkes ved:

$$(3-111) \quad \sigma_{kr} = k \frac{\pi^2 \sqrt{(EI)_x (EI)_z}}{t h^2}$$

$$\tau_{kr} = k \frac{4 \pi^2 \sqrt{(EI)_z (EI)_x^3}}{t h^2}$$

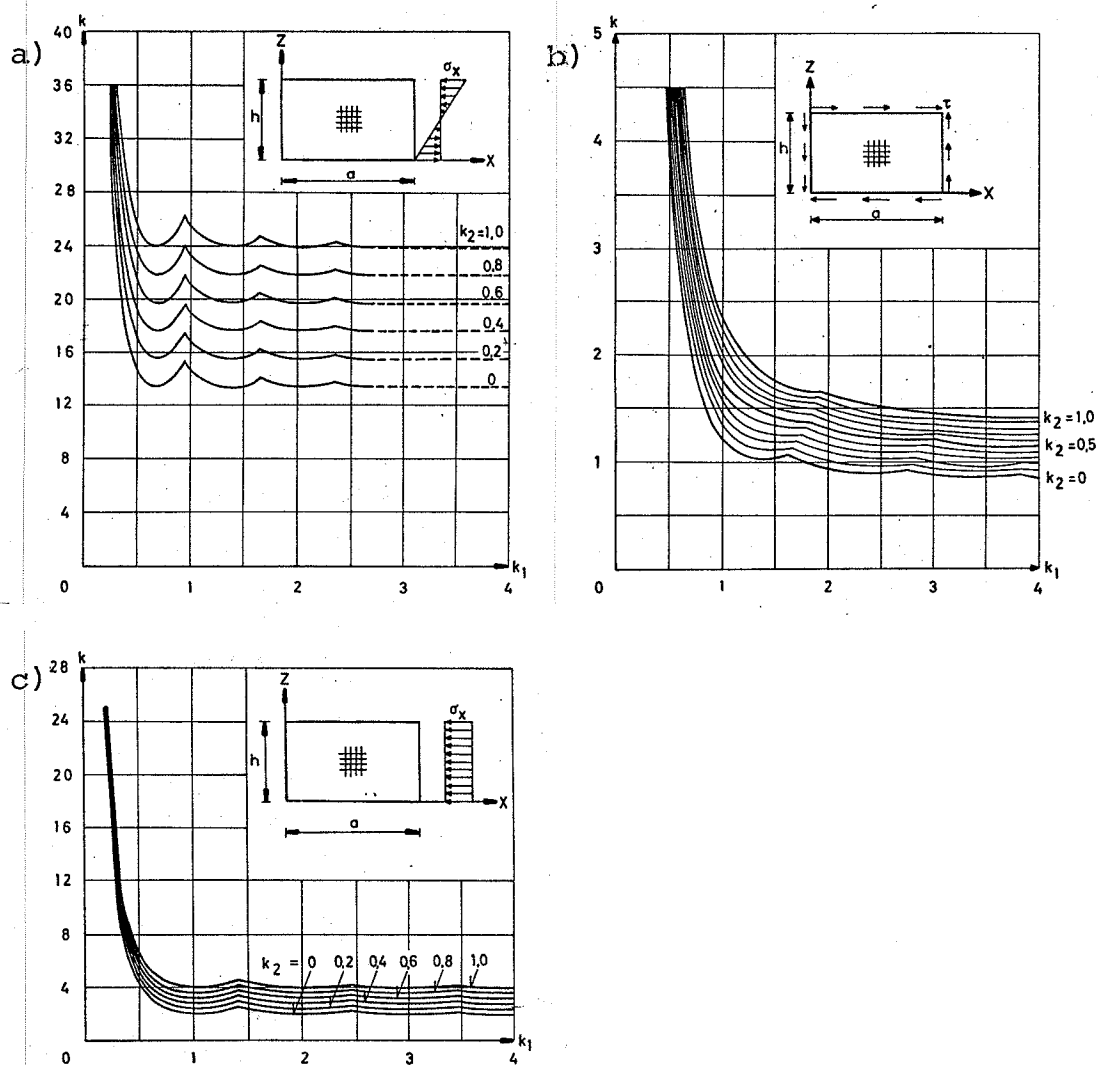
hvor $(EI)_x$ og $(EI)_z$ er pladens bøjningsstivhed pr. længdeenhed om henholdsvis x- og z-retningen, h er afstanden mellem understøtningerne, og k er en fak-

tor, der afhænger af spændingsfordelingen og af konstanterne:

$$(3-113) \quad k_1 = \frac{a}{h} \sqrt{\frac{(EI)_x}{(EI)_z}}; \quad k_2 = \frac{(GI)_v}{2\sqrt{(EI)_x (EI)_z}}$$

hvor $(GI)_v$ er pladens vridningsstivhed pr.længdeenhed. a angiver længden i x -retningen.

Betragtes pladerne som homogene og isotrope, fås af (3-113): $k_1 = a/h$ og $k_2 = 2G/E$. Den tilhørende k -faktor svarende til aktuelle spændingsfordelinger er vist på figur 3.37.



Figur 3.37:

k -faktor ved tre karakteristiske spændingsfordelinger:

- a) ren bøjning (eks. kantskot på elementmidte)
- b) ren forskydning (eks. kantskot ved vederlag)
- c) rent tryk (eks. trykflange uden mineraluldkerne)

Fra ref. [67.1]

For de aktuelle krydsfinérflanger (5-lags) anvendt i de senere omtalte forsøg fås indgangsværdierne til bestemmelse af k-faktoren til: $k_1 > 4$ og $k_2 = 0,30$. Heri er i henhold til ref. 67.1 regnet med $(EI)_x = 0,80 \cdot \frac{1}{12} E t^3$, $(EI)_z = 0,20 \cdot \frac{1}{12} E t^3$ og $(GI)_v = \frac{1}{3} G t^3$.

Det betyder, at foldning ved ren bøjning ifølge (3-111) ikke indtræder for $t/h \geq 1/61$ og ved ren forskydning for $t/h \geq 1/59$. Til sammenligning kan anføres, at trænormen, ref. [74.3], generelt sætter grænsen til $1/40$.

I tilfældet rent tryk, svarende til spændingstilstanden i trykflangen uden stabilisering af mineraluldkernen, d.v.s. for en kassebjælke helt uden mineraluldkerne, vil foldning undgås for $t/h \geq 1/24$, d.v.s. hvis den frie afstand mellem kantskottene ikke overstiger 24 gange flangetykkelsen.

I praksis vil dette stabilitetsfænomen ikke betyde en total udtømmning af bæreevnen, idet der vil ske en spændingsomlejring, således at yderligere last kan påføres, før der sker fuldstændigt brud.

Udbøjninger Behandlingen af sandwich-kassebjælkernes udbøjning sker efter gængse principper, idet der dog tages hensyn til forskydningsdeformationerne i kantskottene (skiveforskydning). Maksimaludbøjningen for en simpelt understøttet bjælke med spændvidde L og en jævnt fordelt belastning bliver i princippet analogt til (3-97):

$$(3-114) \quad u_{\max} = \frac{5}{384} \frac{p b_f L^4}{B} + \frac{p b_f L^2}{8 A_k G}$$

hvor A_k er kropsarealet (3-110), og G er kantskottenes forskydningsmodul ved skiveforskydning.

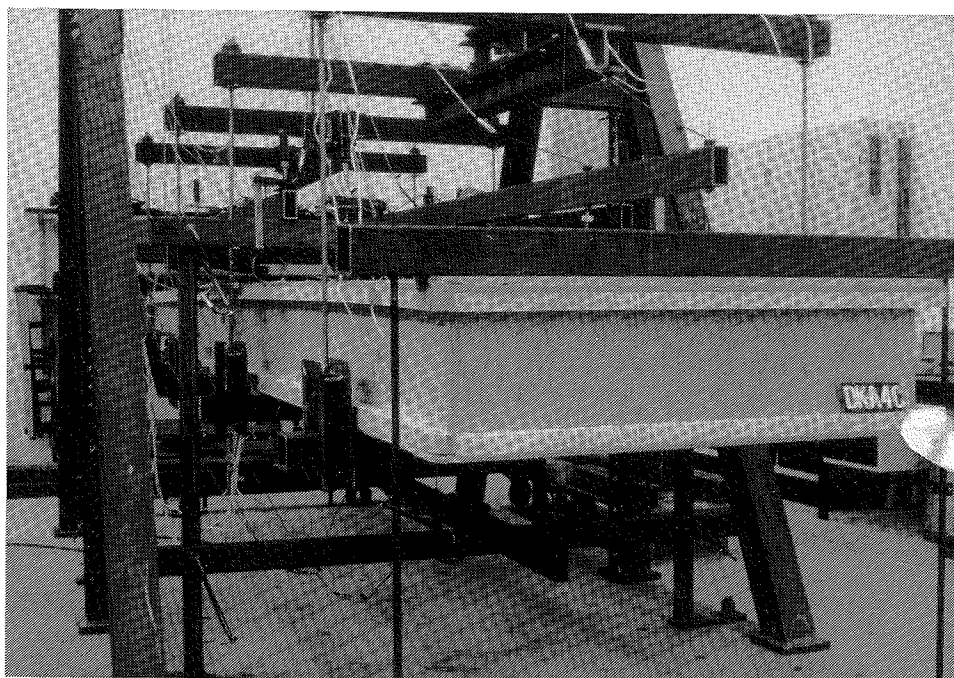
3.2.2 Bøjningsforsøg

Sandwich-kassebjælkernes bæreevne og deformationsforhold under tværbelastning er belyst gennem fuldskalaforsøg med 7 forskellige elementvarianter med 3 af hver.

Formål Forsøgene havde primært til formål at belyse kantafstivningernes indflydelse på bæreevnen samt mineraluldkernens og lamelorienteringens betydning.

Forsøgs-elementer Forsøgselementerne var alle 4,0 m lange med kerneykkelse 295 mm og bredde henholdsvis 0,60 og 1,20 m. Flanger, side- og endeskot var af 12 mm amerikansk krydsfinér (5-lags) CDX, i tabel 2.4 betegnet type 2.

Til kantlisterne blev anvendt 35×45 mm lister af uklassificeret konstruktionstræ.



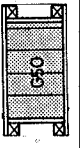
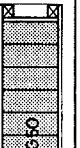
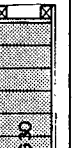
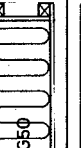
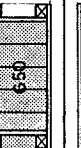
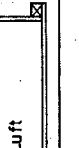
Figur 3.38:

Forsøgsopstilling til bøjningsprøvning af sandwichelementer med kantskot.

Samtlige elementer blev belastet til brud i forsøgsopstillingen vist på figur 3.38. Forsøgsarrangementet er helt analogt til beskrivelsen i afsnit 3.1.2.

Forsøgs-
resultater

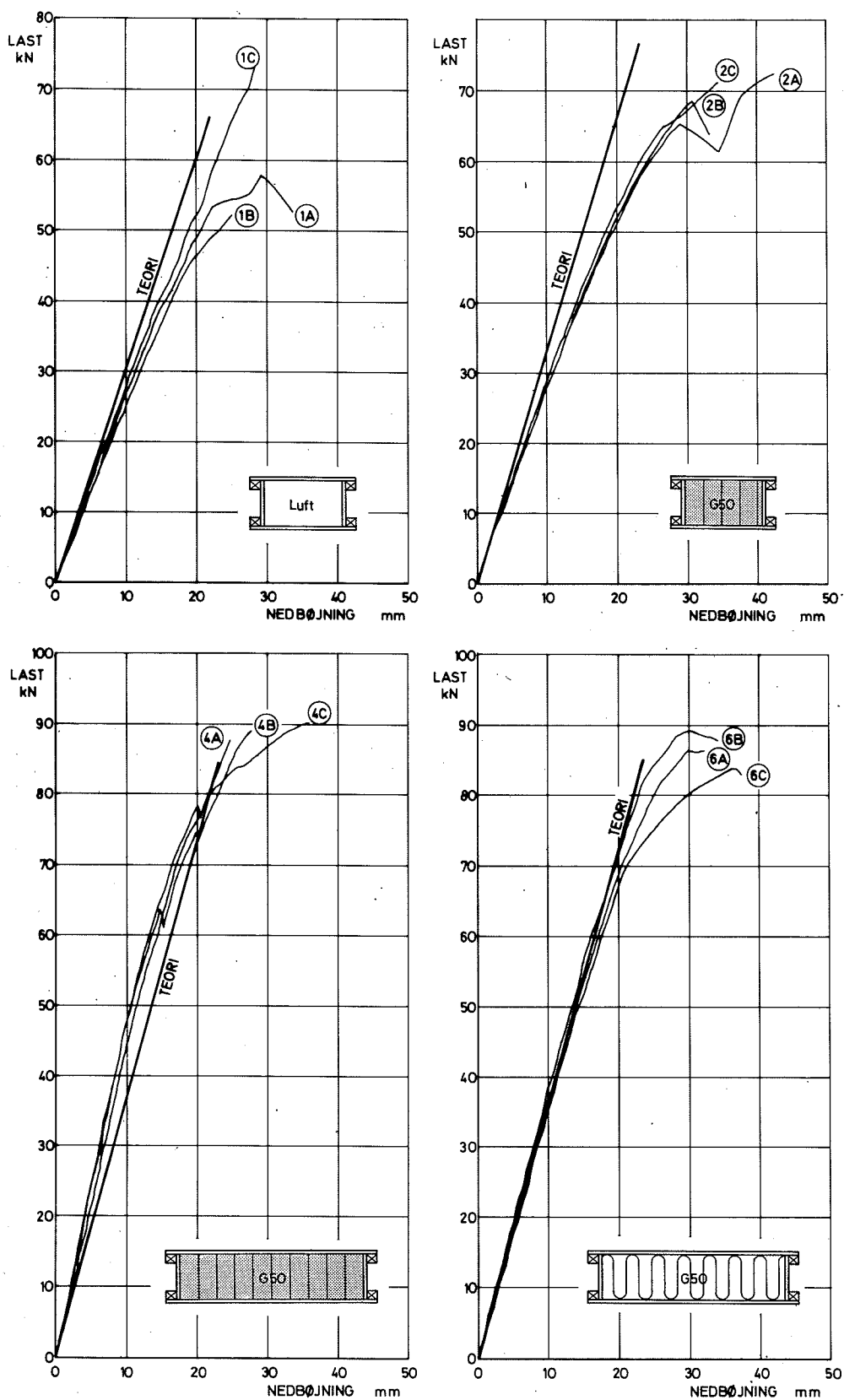
Resultaterne af bøjningsforsøgene er angivet i tabel 3.4 sammen med beregningsresultaterne. Nedbøjningerne er angivet ved arbejdskurvernes hældning i det lineærelastiske område. Arbejdskurverne vist på figur 3.39 og 3.40 angiver max. nedbøjning versus belastning.

VARIANT NR.	ELEMENTTVÆRSNIT Bredde : 0,60/1,20 m Tykkelse : 0,32 m Spandvidde: 4,00 m	EFFEK- TIV FLANGE- BREDDEN m	BØJ- NINGS- STIV- HED kNm	BRUDLAST			BRUDLAST (ækviv.)			NEDBØJNING			BRUDTYPE*
				Målt kN	Middelt kN	Beregnet kN	Målt kN/m	Middelt kN/m	Beregnet kN/m	Målt mm/kN/m	Middelt mm/kN/m	Beregnet mm/kN/m	
DKA-1-B C		0,48	3470	62 55 67	64	66,2	25,8 22,9 31,7	26,7	27,6	0,94 0,98 0,86	0,93	0,80	a + b a + b a + c
DKA-2-B C		0,60	4050	78 78 75	77	77,3	32,5 32,5 31,3	32,1	32,2	0,86 0,86 0,82	0,85	0,71	a + c a + c a + c
DKA-4-B C		0,68	4430	88 89 90	89	84,5	18,3 18,5 18,8	18,5	17,6	1,02 1,01 1,08	1,04	1,31	d d c
DKA-5-B C		0,68	4430	76 84 80	80	84,5	15,8 17,5 16,7	16,7	17,6	1,22 1,15 1,34	1,18	1,31	c + d c + e d
DKA-6-B C		0,68	4430	87 89 84	87	84,5	18,1 18,5 17,5	18,1	17,6	1,32 1,25 1,34	1,30	1,31	e e b
DKA-7-B C		1,20	7510	115 110 124	116	143,5	24,0 22,9 25,8	24,2	29,9	0,77 0,74 0,72	0,74	1,07	e e c
DKA-8-		0,40	3090	68	68	59,0	14,2	14,2	12,3	1,49	1,49	1,70	a + b

- * a) Foldning af trykflange
b) Trækbrud i skarring i sideskot
c) Forskydningsbrud i sideskot ved vederlag
d) Bøjningsbrud i sideskot
e) Foldning af side-/endeskot

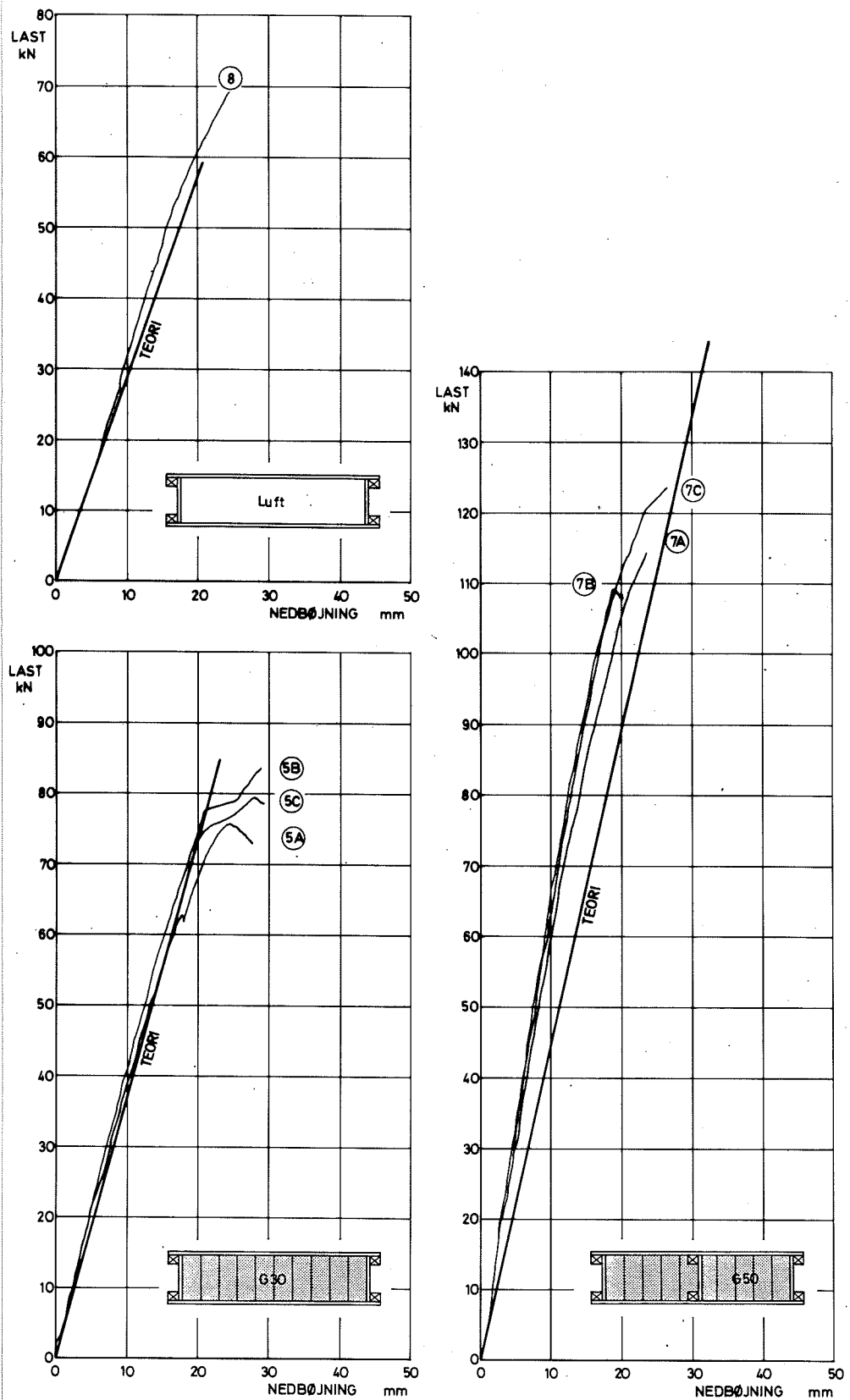
Tabel 3.4:

Oversigt over målte og beregnede resultater af bøjningsforsøg med sandwich-kassebjælker.
Konditionering: 20°C/50%RF



Figur 3.39:

Arbejdskurver for varianterne DKA-1 og -2 i 0,60 m's bredde henholdsvis uden og med mineraluldkerne samt nederst varianterne DKA-4 og -6 i 1,20 m's bredde med lamellerne orienteret henholdsvis på langs og på tværs af spændretningen. Beregnede arbejdskurver baseret på (3-109) til (3-114) er indtegnet med kraftigere stregtykkelse.

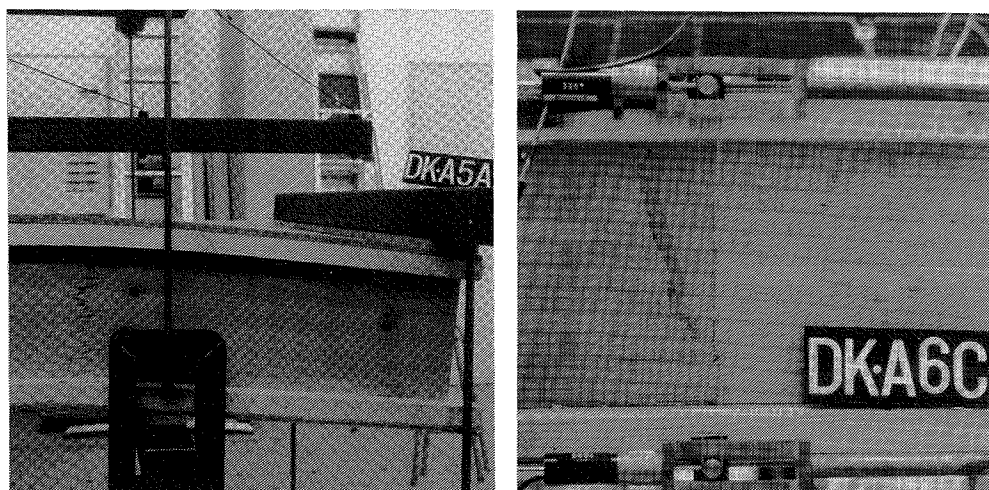


Figur 3.40:

Arbejdskurver for varianterne DKA-5 med kerne af G30 med lavere stivhed, DKA-8 helt uden mineraluldkerne og DKA-7 med et ekstra kantskot i midten. Beregnede arbejdskurver baseret på (3-109) til (3-114) er indtegnet med kraftigere stregtykkelse.

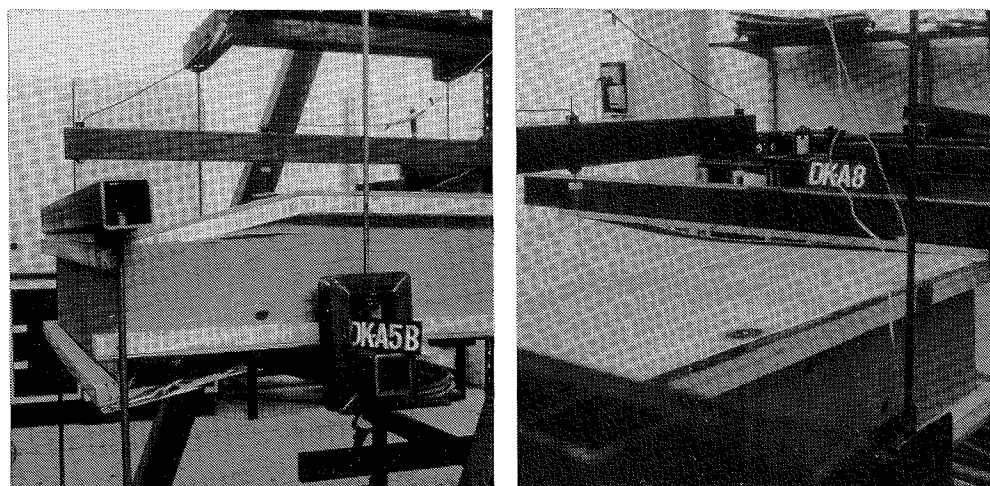
Brudtyper

De i oversigten, tabel 3.4, angivne brudtyper er illustreret gennem eksemplerne vist på figurerne 3.41 og 3.42.



Figur 3.41:

Bøjningsbrud i kantskot. Til højre sker bruddet som trækbrud i skarringen (1:8) på grund af den lokale svækkelse.



Figur 3.42:

Til venstre forskydnings-/foldningsbrud i kantskot ved vederlag. Til højre lokal foldning af flange i elementvariant uden mineraluldkerne.

Vurdering
af forsøgs-
resultater

Generelt set er bæreevnen af sandwichelementer med kantskot 3-5 gange større end for de "rene" sandwichelementer (sammenlign arbejdskurver figur 3.13). I betragtning af de store variationer på indgående materialeparametre er der god overensstemmelse mellem målte og beregnede bæreevner. Specielt er der meget stor usikkerhed på materialeværdierne for

kantlisterne af uklassificeret konstruktionstræ, hvor variationskoefficienten specielt på trækstyrken er omkring 40%. I den teoretiske analyse er bæreevnen bestemt af brudkriterierne: trækbrud i kantlister på elementmidte eller forskydningsbrud i kantskot ved vederlag. I forsøgene er brudbillederne derimod ikke helt entydige, sandsynligvis på grund af forskellige inhomogeniteters indflydelse.

Mineraluldens betydning

Mineraluldkernen har, som ventet, meget beskeden indflydelse på bæreevnen. Sekundært har minimaluldkernen afgørende betydning for bæringen mellem krop-pene og for stabilisering af trykbelastede flange mod foldning. For varianterne DKA-1 og DKA-8 uden kerne indtrådte der foldning af trykbelastede flanger, mens det i de øvrige elementer ikke var muligt at registrere nogen foldningstendenser.

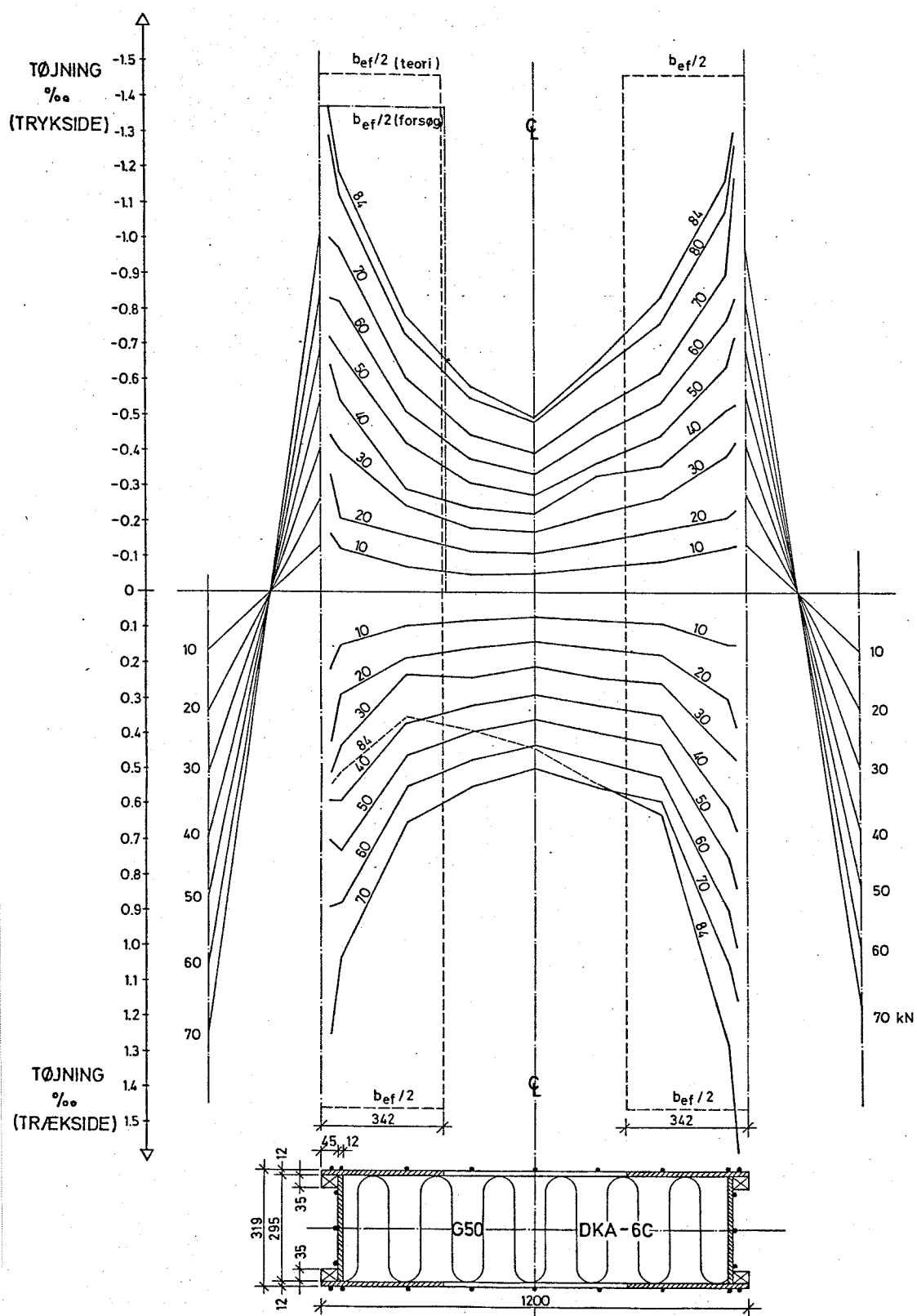
Mineraluldens indflydelse på bæringen fra krop til krop har det på grund af det anvendte belastningsarrangement med "stive", tværfordelende bjælker desværre ikke været muligt at registrere, men da mineraluldkernen ikke giver noget mærkbart bidrag til hovedbæringen i spændretningen, er det logisk at udnytte sandwicheffekten i tværretningen og her-ved opnå størst stivhed (DKA-6). Elementerne DKA-1 og -8 vil under ingen omstændigheder kunne overføre en jævnt fordelt fladelast eller punktlast på elementmidten, idet bæringen på tværs i så fald alene skal sikres af den ene flange.

Effektiv flangebredde

De i beregningerne gjorde forudsætninger om spændings-/tøjningsfordelinger synes at stemme jævnt overens med de faktiske målinger. På figur 3.43 er vist et eksempel på fordelingen af tøjningerne i såvel træk- og trykflanger som i kantskottene.

Forudsætningen om plan tøjningstilstand stemmer fint overens med målinger af kantskottene og overgangen til flangerne. Nullinien er forskudt ca. 10 mm mod trykflangen i god overensstemmelse med trækflangens større stivhedsmodul, se tabel 2.4.

I flangerne aftager spændingerne, som ventet, mod elementmidten. Den effektive flangebredde beregnet efter (3-100) stemmer fint overens med den i beregningerne anvendte svarende til $1/14$ af spændvidden til hver side af kroppen, som vist på figur 3.43.



Figur 3.43:

Målt tøjningsfordeling i midtersnit på elementvariant DKA-6C ved forskellige belastningsniveauer. Kurven svarende til brudlasten 84 kN afspejler den ændrede tøjningsfordeling på grund af trækbruddet i skarringen. Den i beregningen anvendte effektive flangebredde $L/14$ er indtegnet med punkteret streg og den af forsøget udledte med stiplede streg, formel (3-100).

4. SANDWICH-SØJLER (VÆGELEMENTER)

I dette kapitel behandles sandwichelementernes bæreevne og deformationsforhold ved anvendelse som vægelementer, d.v.s. primært påvirket af centralt eller ekscentrisk virkende normalkræfter, eventuelt kombineret med tværkræfter (f.eks. vind på facade). Hovedvægten er i såvel den teoretiske analyse som i forsøgsarbejdet lagt på den "rene" sandwich-søjle uden kantforstærkninger, mens elementerne med kantskot, som vist på figur 1.2 i indledningen, kun behandles mere summarisk. Beregningen af elementer med kantskot kan i stor udstrækning udføres efter trælitteraturens principper for beregning af søjler med "inhomogene tværsnit".

4.1 Sandwich-søjler uden kantskot

I aksialbelastede sandwichelementer (-søjler) udnyttes flangernes gode styrke-/stivhedsegenskaber i aksial retning til optagelse af tryk- (eller trækkræfter) mens kernens bidrag til optagelse af normalkræfter er forsvindende. Kernens funktion er dels at øge det effektive inertimoment af flangetværsnittene og dermed forbedre søjlens stabilitet, dels at stabilisere flangerne og dermed hindre foldning op til en høj spændingstilstand i flangematerialet.

Den tværsnitsgeometri, der ligger til grund i det følgende, er helt analog til den, der blev behandlet i afsnit 3.1.1 om bøjningspåvirkede elementer. De betragtninger, der er gjort vedrørende beregning af tværsnitskonstanter, er ligeledes gældende for vægelementer, og i det følgende vil der helt analogt ses bort fra flangernes egenbøjningsstivhed og kernens bidrag til bøjningsstivheden, når kriterierne resumeret i afsnit 3.1.6 overholdes.

4.1.1 Centralt belastede søjler/stabilitet

Der betragtes en centralt belastet sandwichsøjle bestående af to tynde flanger med tykkelserne t_1 og t_2 adskilt af en mineraluldkerne med tykkelse k . Søjlebredde er b .

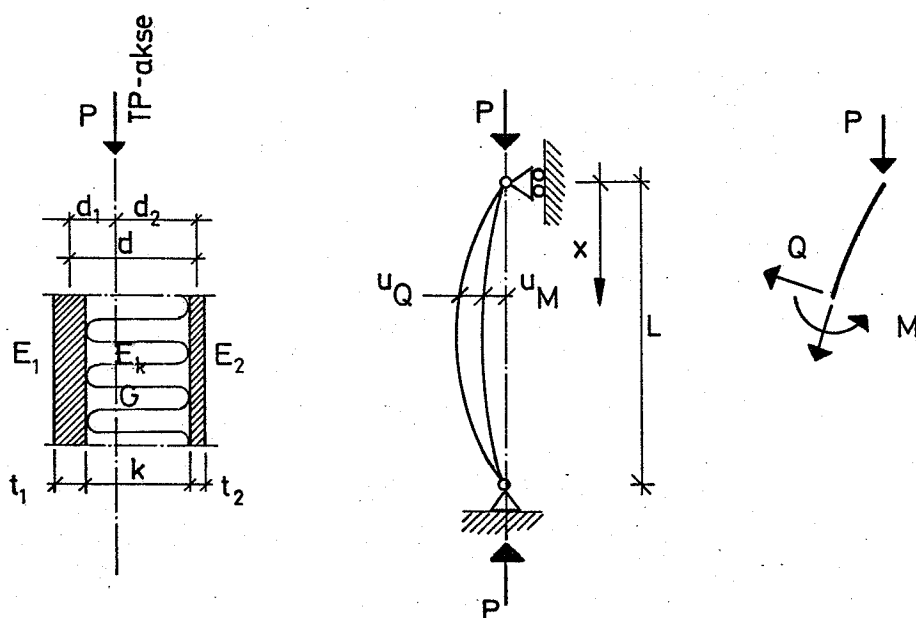
Den sædvanlige analyse af stabiliteten af en aksialbelastet simpelt understøttet, elastisk søjle fører til stabilitetsbrud, når aksialbelastningen er lig Euler-lasten givet ved:

Euler-last

$$(4-1) \quad P_E = \frac{\pi^2 B}{L^2}$$

hvor B er søjlens bøjningsstivhed (3-90), og L er søjlelængden. P_E repræsenterer den mindste påvirkning, ved hvilken søjlen ikke vender tilbage til sin retlinede form efter en sideværts udbøjning.

I sandwich-søjler forekommer forskydningsdeformationer i kernen, og disse forøger krumningen og dermed den kritiske belastning givet ved (4-1).



Figur 4.1:

Udbøjning af en aksialbelastet, simpelt understøttet elastisk sandwich-søjle.

Søjle's udbøjning, se figur 4.1, tænkes sammensat af et bidrag fra bøjningsspændingerne, u_M , og et bidrag fra forskydningsspændingerne, u_Q . Når søjlen bøjer ud, fås en forskydningsspændingsfordeling, som vist på figur 3.33. Den samlede udbøjning bliver:

$$(4-2) \quad u = u_M + u_Q$$

og det bøjende moment i den udbøjede søjle er:

$$(4-3) \quad M = P(u_M + u_Q)$$

Fra (3-49) haves:

$$(4-4) \quad \frac{d^2 u_M}{dx^2} = -\frac{M}{B}$$

$$(4-5) \quad \frac{du_Q}{dx} = \frac{Q}{AG}$$

hvor A er kropsarealet og G kernens forskydningsmodul.

Indføres (4-4) i (4-3) og differentieres én gang fås:

$$(4-6) \quad P \left(\frac{d u_M}{dx} + \frac{d u_Q}{dx} \right) = - B \frac{d^3 u_M}{dx^3}$$

Omformes (4-6) og udnyttes, at $Q = \frac{dM}{dx}$ fås differentialligningen for u_M :

$$(4-7) \quad \frac{d^3 u_M}{dx^3} + \alpha^2 \frac{d u_M}{dx} = 0, \text{ hvor}$$

$$(4-8) \quad \alpha^2 = \frac{P}{B \left(1 - \frac{P}{AG} \right)}$$

Løsningen til (4-7) har formen:

$$(4-9) \quad u_M = C_1 \sin x + C_2 \cos x + C_3$$

Den samlede udbøjning fås herefter af (4-3), (4-4) og (4-9) til:

$$(4-10) \quad u = u_M + u_Q = -\frac{B}{P} \left(-C_1 \alpha^2 \sin \alpha x - C_2 \alpha^2 \cos \alpha x \right) \\ = \frac{C_1 \sin \alpha x + C_2 \cos \alpha x}{1 + \frac{P}{AG}}$$

Integrationskonstanterne C_1 og C_2 bestemmes af de geometriske randbetingelser:

$$\begin{aligned} u(0) = 0 &\Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \\ u(L) = 0 &\Rightarrow \begin{bmatrix} \sin \alpha L & \cos \alpha L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Dette homogene ligningssystem har kun løsninger forskellig fra nul (søjlen forbliver retlinet), hvis dets determinant er nul, d.v.s. for $\sin \alpha L = 0$.

Dette opfyldes for $\alpha L = n\pi$, $n = 1, 2, \dots$, d.v.s. udbøjningslinien bliver:

$$(4-11) \quad u = f \sin n\pi \frac{x}{L}$$

hvor f er en arbitrær konstant.

Euler-last
m.h.t.for-
skydning

Den kritiske last svarende til den mindste fra nul forskellig værdi af P fås af (4-1) og (4-8) til:

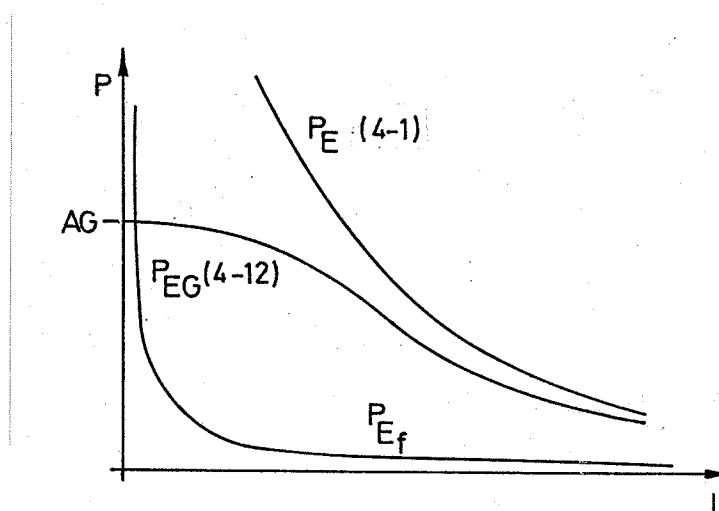
$$(4-12) \quad P_{EG} = \frac{P_E}{1 + \frac{P_E}{AG}}; \quad P_E = \frac{\pi^2 B}{L^2}$$

(4-12) betegnes ofte "Euler-bæreevnen under hensyntagen til forskydning".

(4-12) kan omformes til:

$$(4-13) \quad \frac{1}{P_{EG}} = \frac{1}{P_E} + \frac{1}{AG}$$

Forskydningsdeformationernes indflydelse på den kritiske last er illustreret på figur 4.2.



Figur 4.2:

Forskydningsstivhedens indflydelse på den kritiske søjlelast som funktion af længden (principskitse).

Når AG er uendelig stor, er den kritiske last lig Euler-lasten, P_E . Er AG endelig, er den kritiske last P_{EG} mindre end P_E , og er AG meget lille, vil flangerne optræde som to uafhængige søjler og den kritiske last er bestemt af flangernes egen Euler-bæreevne, P_{Ef} .

For meget lange søjler vil P_{EG} gå imod P_E . For meget korte søjler og endelig forskydningsstivhed vil den kritiske last nærme sig værdien af AG .

Ovenstående analyse forudsætter, at søjlen er så slank, at den maksimale trykspænding, som forekommer under udbøjningen, forbliver indenfor materialets proportionalitetsgrænse. Kun under denne betingelse vil udtrykket for den kritiske last være gældende. For at finde grænsen for anvendeligheden af (4-12) bestemmes den kritiske værdi af trykspændingen.

Af ligevægtsbetingelserne (3-4) og (3-5) fås ved central normalkraft, idet søjlebredden sættes lig 1:

$$(4-14) \quad P_{EG} = \sigma_1 t_1 + \sigma_2 t_2$$

og

$$(4-15) \quad \sigma_1 t_1 d_1 = \sigma_2 t_2 d_2$$

hvor σ_1 og σ_2 er flangespændingerne.

Af (4-14) og (4-15) fås:

$$(4-16) \quad \sigma_1 = \frac{P_{EG}}{t_1} \frac{d_2}{d} \quad ; \quad \sigma_2 = \frac{P_{EG}}{t_2} \frac{d_1}{d}$$

Indføres (3-90) og (3-91) i (4-12) fås:

$$(4-17) \quad P_{EG} = \left(\frac{k}{d^2 G} + \frac{(E_1 t_1 + E_2 t_2) L^2}{\pi^2 E_1 t_1 E_2 t_2 d^2} \right)^{-1}$$

Flange-
spændinger

og flangespændingerne (4-16) bliver:

$$(4-18) \quad \sigma_1 = \frac{d_2}{t_1} \left(\frac{k}{d G} + \frac{(E_1 t_2 + E_2 t_1) L^2}{\pi^2 E_1 t_1 E_2 t_2 d} \right)^{-1}$$

$$\sigma_2 = \frac{d_1}{t_2} \left(\frac{k}{d G} + \frac{(E_1 t_1 + E_2 t_2) L^2}{\pi^2 E_1 t_1 E_2 t_2 d} \right)^{-1}$$

Er flangerne ens, d.v.s. $E_1 = E_2 = E_f$ og $t_1 = t_2 = t$ fås:

$$(4-19) \quad \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_f = \frac{P_{EG}}{2t} = \frac{1}{2t} \left(\frac{k}{d^2 G} + \frac{2 L^2}{\pi^2 E t d^2} \right)^{-1}$$

Søjle's slankhed karakteriseres ved slankhedsforholdet, defineret som: $\lambda = \frac{L}{i}$, hvor i er tværsnittets

Inertiradius inertiradius givet ved:

$$(4-20) \quad i = \sqrt{\frac{I_t}{A_t}}$$

hvor index t refererer til de transformerede tværsnitsstørrelser. Det transformerede tværsnitsareal beregnes som:

$$(4-21) \quad A_t = \frac{1}{E_r} (E_1 t_1 + E_2 t_2)$$

hvor E_r er referenceelasticitetskoefficienten.

Indføres (3-16), (3-90) og (4-21) i (4-20) fås:

$$(4-22) \quad i = \frac{\sqrt{E_1 t_1 E_2 t_2}}{E_1 t_1 + E_2 t_2} d$$

Slankheds-
forhold

og slankhedsforholdet bliver:

$$(4-23) \quad \lambda = \frac{L}{i} = \frac{E_1 t_1 + E_2 t_2}{\sqrt{E_1 t_1 E_2 t_2}} \frac{L}{d}$$

Er flangerne ens, fås af (4-22) og (4-23):

$$(4-24) \quad i = \frac{d}{2}$$

og

$$(4-25) \quad \lambda = \frac{L}{i} = \frac{2L}{d}$$

Indføres slankhedsforholdet (4-23) i (4-17) og (4-18) fås den kritiske last:

$$(4-26) \quad P_{EG} = \left(\frac{k}{d^2 G} + \frac{\lambda^2}{\pi^2 (E_1 t_1 + E_2 t_2)} \right)^{-1}$$

og flangespændingerne

$$(4-27) \quad \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{d_2}{t_1} \left(\frac{k}{d G} + \frac{\lambda^2 d}{\pi^2 (E_1 t_1 + E_2 t_2)} \right)^{-1} \\ \sigma_2 &= \frac{d_1}{t_2} \left(\frac{k}{d G} + \frac{\lambda^2 d}{\pi^2 (E_1 t_1 + E_2 t_2)} \right)^{-1} \end{aligned}$$

Er flangerne ens, fås:

$$(4-28) \quad \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_f = \left(\frac{2 t k}{d^2 G} + \frac{\lambda^2}{\pi^2 E_f} \right)^{-1}$$

Den kritiske flangespænding afhænger altså ikke som i en homogen søjle kun af E-modulen og slankhedsforholdet, men også af flangernes og kernens tykkelse samt kernens G-modul.

(4-27) og (4-28) er gældende, så længe spændingen forbliver indenfor proportionalitetsgrænsen.

Af (4-27) eller (4-28) er det muligt at udtrykke slankhedsforholdet som funktion af flangespændingen og finde grænseværdien. Af (4-28) fås grænseværdien for $\sigma_f = \sigma_p$ til:

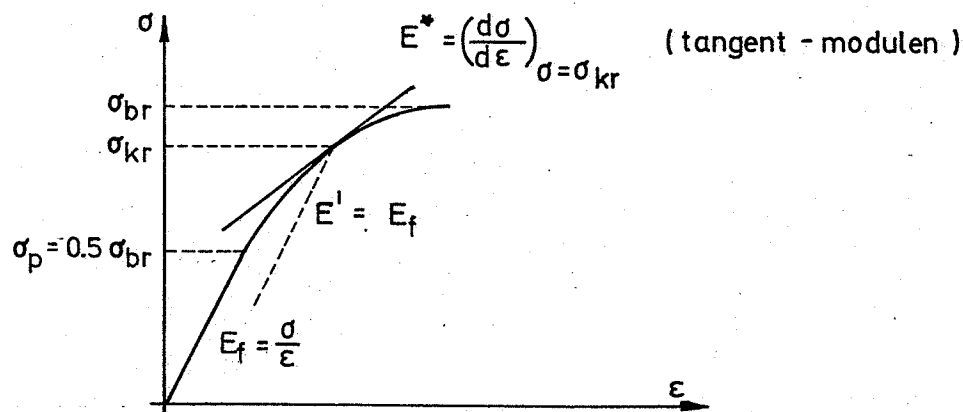
$$(4-29) \quad \lambda = \pi \sqrt{\frac{E_f}{\sigma_p}} - X, \quad \text{hvor} \quad X = \frac{2 t k E_f}{d^2 G}$$

Plastiske
område

I det følgende gøres nogle betragtninger over forholdene, når flangespændingen overstiger proportionalitetsgrænsen. Teorien bygger på Engesser og Shanley's teori resumeret i ref. [61.2] og [72.3].

Det forudsættes, at udbøjningerne er så små, at kernematerialet ikke forskydningsbelastes udover sin proportionalitetsgrænse.

Selv om der er tale om små udbøjninger, vil der introduceres små bøjningsspændinger, der vil give anledning til en lille forøgelse af trykspændingerne i den konkave flange og en formindskelse i den konvekse.



Figur 4.3:

Arbejdskurve for flangematerialet (sammenlign figur 2.35).

Betragtes en arbejdskurve som vist på figur 4.3, vil det betyde, at den konkave flange vil følge tangentmodulen E^* og den konvekse flange E' , der svarer til hældningen i det lineærelastiske område.

Forsøgsresultater på massive søjler, ref. [61.2], har imidlertid vist, at der under en kontinuerligt forøgelse af belastningen ikke sker nogen spændingsaflastning på den konvekse side, således at anvendelsen af tangentmodulen alene giver den bedste overensstemmelse med teorien.

For at beregne den kritiske flangespænding er det altså nødvendigt at kende trykarbejdskurven for materialet, og for sammenhørende værdier af σ_{kr} og E^* er det altså muligt at finde de tilsvarende værdier for slankhedsforholdet.

I praksis er en sådan fremgangsmåde uoverkommelig, og en væsentlig forenkling kan ske ved at udtrykke E^* analytisk.

Anvendes eksempelvis Ostenfeld's udtryk, der anvendes i Trænormen, ref. [74.3], er proportionalitetsgrænsen fastlagt til $\sigma_p = 0,5 \sigma_{br}$ og i intervallet $\sigma_p \leq \sigma \leq \sigma_{br}$ anvendes E -modulen:

$$(4-30) \quad E^* = E_f \cdot 4 \frac{\sigma}{\sigma_{br}} \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_{br}} \right)$$

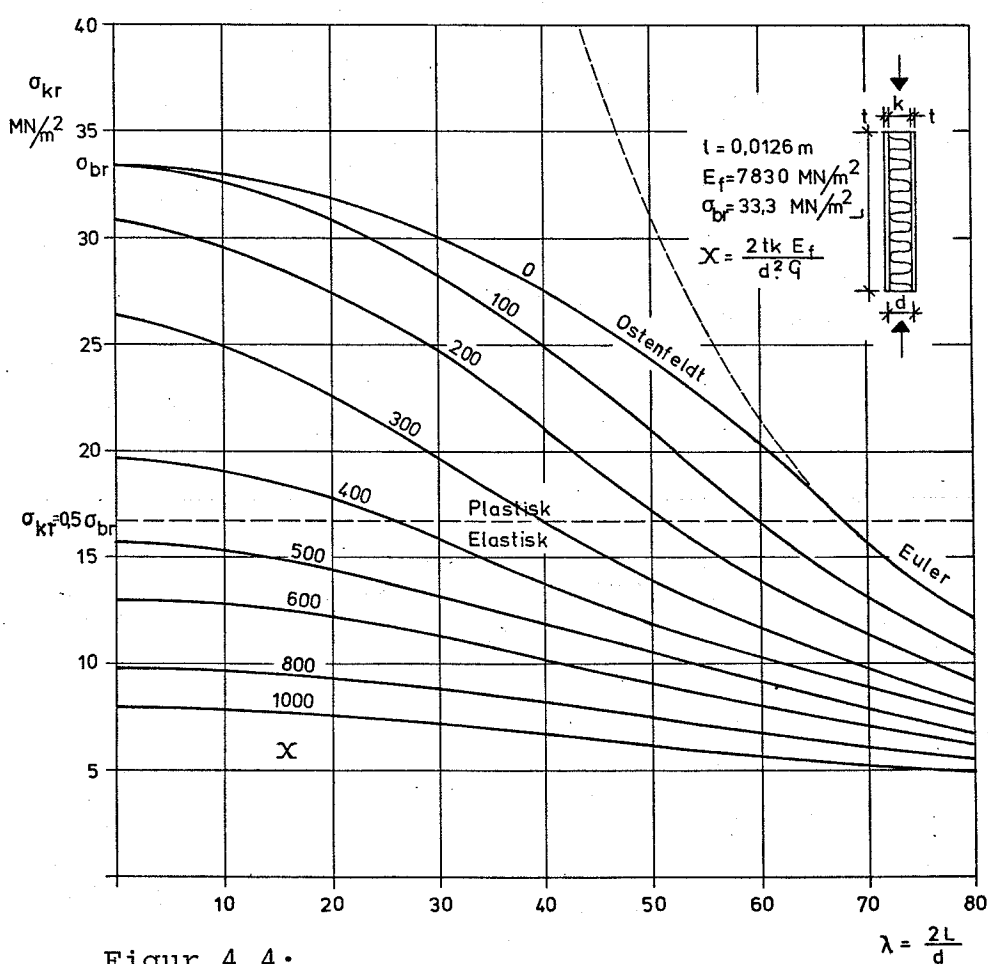
Indføres (4-30) i (4-29) fås:

$$(4-31) \quad \lambda = \pi 2 \sqrt{\frac{\sigma_{kr}}{\sigma_{br}} \left(1 - \frac{\sigma_{kr}}{\sigma_{br}}\right)} \sqrt{\frac{E_f}{\sigma_{kr}}} - X ; X = \frac{2 t k E_f}{d^2 G}$$

I det plastiske område kan den kritiske last og flangespænding altså ikke udtrykkes eksplicit.

Eksempel

For at illustrere den kritiske flangespændings afhængighed af slankhedsforholdet, dels i det plastiske område (4-31), dels i det elastiske område (4-29), er på figur 4.4 vist et eksempel for en symmetrisk opbygget sandwichsøjle med flanger af krydsfinér (type 3, tabel 2.4) - analogt til den der er anvendt i referenceelementerne (variant V2) for de i det senere afsnit 4.1.4 beskrevne forsøg (se tabel 4.1).



Figur 4.4:

Eksempel på kritiske flangespænding som funktion af slankhedsforholdet ved forskellige tværsnitskombinationer, udtrykt i parameteren X . Materialedata ifølge afsnit 2.2

Indførelsen af det spændingsafhængige E-modul i det plastiske område betyder, at brudkriteriet svarende til "trykbrud i flangerne" automatisk er indbygget (se figur 4.4).

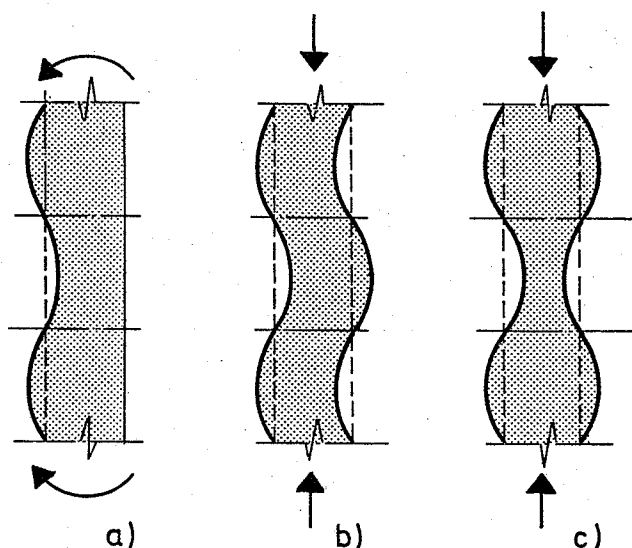
Denne brudtype forekommer næppe i praksis, idet den kræver meget korte søjlelængder og meget stive kernematerialer.

4.1.2 Lokal foldning af flangerne

I analysen af sandwichkonstruktioner negligeres sædvanligvis effekten af deformationer vinkelret på kernen. Der eksisterer dog ét problem, hvor kernens stivhedsegenskaber vinkelret på flangerne spiller en meget vigtig rolle, nemlig ved lokal foldning af trykpåvirkede flanger (wrinkling).

Den lokale foldning er en særlig form for instabilitet, i hvilken halvbølgelængden er af samme størrelsesorden som kernetykkelsen.

I den almindelige stabilitetsanalyse, afsnit 4.1.1, af f.eks. en simpelt understøttet sandwichsøjle, er den kritiske belastning bestemt af et foldningsbillede, hvor halvbølgelængden er lig søjlelængden. Under visse omstændigheder kan den lokale foldning imidlertid forekomme ved endnu lavere belastninger.



Figur 4.5:

Principskitse af typiske foldningsbilleder:

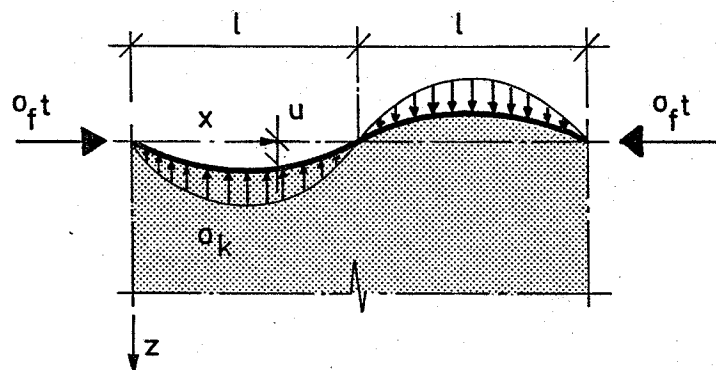
- a) Lokal foldning af trykbelastet flange (bøjningspåvirkning)
- b) Antimetrisk foldning
- c) Symmetrisk foldning.

På figur 4.5 er vist tre principielt forskellige former for lokal foldning. Tilfælde a) repræsenterer de bøjningspåvirkede elementer, hvor foldningen kun forekommer i den trykbelastede flange, mens den trækbelastede forbliver fuldstændig plan. Tilfælde b) og c) repræsenterer henholdsvis antisymmetrisk og symmetrisk foldning i sandwichsøjler med samme last på begge flanger. Ved antisymmetrisk foldning udsættes flangerne for identiske flytninger i samme retning og ved symmetrisk i modsat retning.

Lokale foldningsfænomener blev første gang undersøgt af Gough, Elam og de Bruyne i 1940, ref.[40.1], med efterfølgende bearbejdning af Williams, Legett og Hopkin i 1941, ref. [41.1].

Bjælke på
elastisk
underlag

De teoretiske analyser bygger på tidligere arbejder af Timoshenko, Biot og Reissner. Flangerne betragtes som bjælker understøttet af et kontinuert elastisk medium.



Figur 4.6:

Træk- og trykspændinger mellem foldede flanger og kerne.

Det forudsættes i første omgang, at flanger og kerne består af lineært-elastisk isotropt materiale, og at hele trykbelastningen optages af flangerne alene ($E_f \gg E_k$).

Endvidere forudsættes kernetykkelsen at være tilstrækkelig stor til, at foldningen af den ene flange ikke vil påvirke den anden, således at flangerne virker som uafhængige søjler understøttet af et elastisk medium.

Forudsættes plan spændingstilstand ($\sigma_y = 0$), som vist på figur 4.6, fås for flangen den sædvanlige differentialligning:

$$(4-32) \quad B_f \frac{d^4 u}{dx^4} + \sigma_f t \frac{d^2 u}{dx^2} = \sigma_k$$

hvor B_f er flangens bøjningsstivhed, σ_f er flange-spændingen, u er flangens udbøjning i z -retningen, og σ_k den tilhørende normalspænding i kernen (her regnet positiv for træk) lige under flangen.

Antages udbøjningsfiguren at være sinusformet med halvbølgelængden ℓ og pilen u_m :

$$(4-33) \quad u = u_m \sin \frac{\pi x}{\ell}$$

kan normalspændingerne i kernen udtrykkes ved:

$$(4-34) \quad \sigma_k = - \frac{u_m}{\ell} \frac{2 \pi E_k}{(3 - \nu)(1 + \nu)} \sin \frac{\pi x}{\ell}$$

hvor ν er Poissons forhold for kernen.

Den til (4-34) knyttede spændingsfunktion fremgår af ref. [40.1]. Den eksakte form af de i dette afsnit anvendte spændingsfunktioner er ikke væsentlig for betydningen af den efterfølgende diskussion og derfor ikke medtaget.

Indføres (4-33) og (4-34) samt flangens inertimoment $I_f = \frac{1}{12} t^3$ i (4-32), fås den kritiske flangespænding af udtrykket:

$$(4-35) \quad \sigma_f = \frac{\pi^2 \left(\frac{t}{\ell}\right)^2}{12} E_f + \frac{2}{\pi(1 + \nu)(3 - \nu)} \left(\frac{\ell}{t}\right) E_k$$

Dette udtryk har et enkelt minimum svarende til den kritiske værdi for:

$$(4-36) \quad \frac{\ell}{t} = \pi \left(\frac{(1 + \nu)(3 - \nu) E_f}{12 E_k} \right)^{\frac{1}{3}}$$

Kritisk
flange-
spænding

Den tilhørende kritiske trykspænding i flangen bliver:

$$(4-37) \quad \sigma_{f,kr} = \left(\frac{3}{2(1 + \nu)(3 - \nu)} \right)^{\frac{2}{3}} \left(E_f E_k^2 \right)^{\frac{1}{3}}$$

Poissons' forhold for kernen har kun beskeden indflydelse på flangespændingen. For $\nu = 0$ fås eksempelvis:

$$(4-38) \quad \sigma_{f,kr} = 0,63 \sqrt[3]{E_f E_k^2}$$

(4-37) er gældende under forudsætning af, at kernen er tilstrækkelig tyk til, at den sinusformede deformation ved den ene flange ($z = 0$) dør hen, inden den når den anden.

I modsat fald vil der være en samvirken mellem modstående flanger og (4-37) må modificeres. Normal-spændingerne, σ_k , i kernen og limforbindelsen er også i dette tilfælde sinusformet, men amplituden ændres i afhængighed af foldebilledet.

Det antimetriske tilfælde, figur 4.5.b, er behandlet indgående i ref. [40.1], mens symmetrisk foldning, figur 4.5.c, er behandlet af Hoff og Mautner i 1945, ref. [45.1]. Begge tilfælde er samlet i en senere bearbejdning af Allen i 1969, ref. [69.1].

Kernetykkelsen og samvirkningen mellem flangerne indføres gennem funktionen $f(\theta)$, hvor

$\theta = \frac{\pi k}{\ell}$ er en funktion af kernetykkelsen k og halvbølgelængden ℓ . $f(\theta)$ og tilhørende spændingsfunktioner for de aktuelle foldebilleder er beskrevet i ref. [40.1], [41.1] og [69.1].

Indføres $f(\theta)$ i (4-34) fås:

$$(4-39) \quad \sigma_k = - \frac{u_m}{k} E_k \theta^2 f(\theta) \sin \frac{\pi x}{\ell}$$

og den kritiske trykspænding i flangerne fås af (4-32), (4-33) og (4-39) til:

$$(4-40) \quad \sigma_f = \frac{E_f \left(\frac{t}{k}\right)^2}{12} \theta^2 + E_k \left(\frac{k}{t}\right) f(\theta)$$

Den kritiske flangespænding kan herefter findes ved at minimalisere σ_f . Hvis der eksisterer en værdi af θ , hvor σ_f antager en minimumsværdi, må den opfylde betingelsen:

$$(4-41) \quad \frac{d\sigma_f}{d\theta} = \frac{E_f \left(\frac{t}{k}\right)^2}{6} \theta + E_k \left(\frac{k}{t}\right) f'(\theta) = 0$$

eller omformet

$$(4-42) \quad (\rho =) \frac{t}{k} \sqrt{\frac{E_f}{E_k}} = - \sqrt{\frac{6 f'(\theta)}{\theta}}$$

hvor venstre side i det følgende benævnes ρ .

Afbildes ρ imod θ for alle de tilfælde, hvor der eksisterer en minimumsværdi af σ_f , er det herefter muligt for et givet sandwichtværsnit, beskrevet i parameteren ρ , at bestemme θ og hermed den kritiske flangespænding af (4-40), der kan omformes til:

$$(4-43) \quad \sigma_{f,kr} = \psi^* \sqrt{E_f E_k^2}, \quad \psi^* = \frac{\rho^2 \theta^2}{12} + \frac{f(\theta)}{\rho}$$

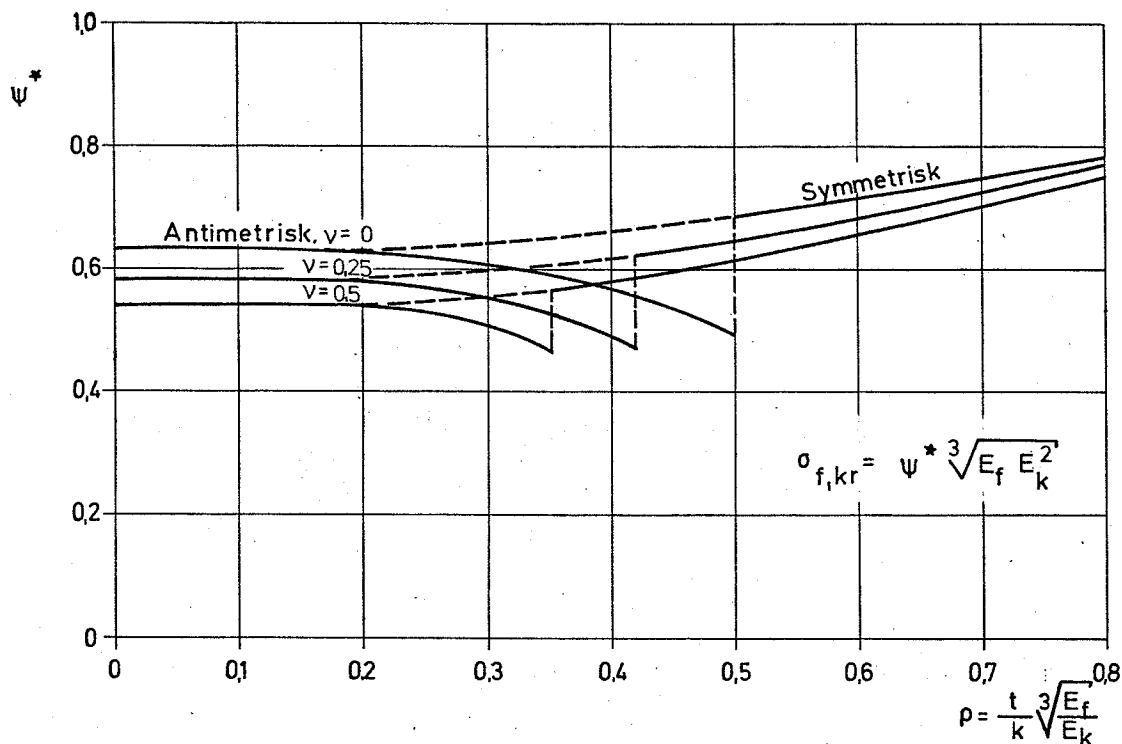
Ved antimetrisk foldning eksisterer minimumsværdien for σ_f kun for

$$\rho \leq \frac{3}{\sqrt{8(1+\nu)}} \quad (= 0,5 \text{ for } \nu = 0).$$

For større værdier af ρ findes ingen endelige værdier for θ og dermed ℓ . Den kritiske flangespænding aftager kontinuerligt, mens halvbølgelængden forøges, og bruddet vil under disse omstændigheder gå over i et totalt stabilitetsbrud (Euler-brud), som beskrevet i afsnit 4.1.1.

For symmetrisk foldning eksisterer en minimumsværdi af σ_f for alle værdier af ρ , men under grænseværdien vil den kritiske flangespænding være lavest ved anti-

metrisk foldning. For $\rho < \text{ca. } 0,2$ vil der dog være sammenfald af alle tilfælde. Forholdet er illustreret på figur 4.7 for forskellige værdier af v .



Figur 4.7:

Kritiske foldespændings afhængighed af tværsnitsgeometrien udtrykt i parameteren ψ^* som funktion af ρ .

Tøjnings- energi- analyse

Den teoretiske analyse af den kortbølgede foldning kan alternativt udføres ved hjælp af energibetragtninger. Metoden forudsætter ikke, at kernematerialet er isotrop, og samtidig fører metoden frem til meget simple og overskuelige beregningsudtryk. De efterfølgende betragtninger bygger primært på Hoff og Mautner, ref. [45.1], og efterfølgende bearbejdninger af Williams, ref. [47.2] og Plantema, ref. [66.1].

Den kritiske foldelast beregnes ud fra kravet om, at den potentielle energi fra den påførte trykkraft skal modsvare den energi, der afsættes som tøjningsenergi fra bøjning af flangerne plus den tøjningsenergi, der afsættes fra normaltøjninger og forskydningstøjninger i kernen. Der ses bort fra forskydningstøjninger i flangerne.

Williams, ref. [47.2], observerede, at når lokale foldningsfænomener har nogen betydning, er kernetykkelsen så stor, at centerplanet i praksis forbliver plant, forstået således, at deformationerne i kernematerialet stort set klinger af, inden de når midten, og analysen kan alene foretages på den ene element-halvdel.

Betragtes igen figur 4.6, forudsættes udbøjningsfiguren sinusformet, som (4-33), med halvbølgelængden $l = \frac{L}{n}$, hvor L er flangens totale længde, og n er antallet af halvbølger. Det forudsættes endvidere, at planer vinkelret på x -aksen forbliver plane under foldningen ($\frac{\partial u_x}{\partial z} = 0$), og at deformationerne i kernen klinger af efter udtrykket:

$$(4-44) \quad u_k = u e^{-Cz}$$

hvor u er flangens udbøjning (4-33), d.v.s. kernens deformationer kan udtrykkes som:

$$(4-45) \quad u_k = u_m e^{-Cz} \sin \frac{n \pi x}{L}$$

I praksis forudsættes kernen altså at være uendelig tyk.

Normalspændingerne og forskydningsspændingerne i kernen er:

$$(4-46) \quad \sigma_k = E_k \varepsilon = E_k \frac{\partial u_k}{\partial z}; \quad \tau_k = G \gamma = G \frac{\partial u_k}{\partial x}$$

Betragtes en breddeenhed og indføres (4-45), fås følgende bidrag til energibalancen.

Tøjningsenergi i kernen fra normalspændinger:

$$(4-47) \quad U_\varepsilon = \frac{1}{2} \int_V \sigma_k \varepsilon_k dV = \\ = \frac{E_k}{2} \int_0^L \int_0^\infty \left(\frac{du_k}{dz} \right)^2 dx dz = \frac{E_k}{8} C L u_m^2$$

Tøjningsenergi i kernen fra forskydningsspændinger:

$$(4-48) \quad U_\gamma = \frac{1}{2} \int_V \tau_k \gamma dV \\ = \frac{G}{2} \int_0^L \int_0^\infty \left(\frac{du_k}{dx} \right)^2 dx dz = \frac{G}{8} \frac{\pi^2 n^2}{C L} u_m^2$$

Tøjningsenergi fra bøjning i flange:

$$(4-49) \quad U_f = \frac{E_f I_f}{2} \int_V \left(\frac{d^2 u_f}{dx^2} \right)^2 dV \\ = \frac{E_f I_f}{2} \int_0^L \left(\frac{d^2 u_f}{dx^2} \right)^2 dx = E_f I_f \frac{n^4 \pi^4}{4 L^3} u_m^2$$

For at beregne den potentielle energi fra den påførte last forudsættes, at hele trykbelastningen optages af flangen, og at flangekrumningerne er små, og der fås:

$$(4-50) \quad U_L = -\sigma_f t \int_0^L \frac{1}{2} \left(\frac{du}{dx} \right)^2 dx = -\sigma_f t \frac{\pi^2 n^2}{4 L} u_m^2$$

Den samlede energi i systemet fås herefter af (4-47) til (4-49):

$$(4-51) \quad W = U_{\varepsilon} + U_{\gamma} + U_f + U_L$$

Hvis systemet skal være i ligevægt, må W være stationær med hensyn til de ukendte parametre u_m , n og C . Forudsættes n at være en kontinuert variabel, må der følgelig gælde, at:

$$(4-52) \quad \frac{\partial W}{\partial u_m} = \frac{\partial W}{\partial n} = \frac{\partial W}{\partial C} = 0$$

Løsningen til disse tre ligninger, svarende til minimumsværdien for den kritiske belastning, giver:

$$(4-53) \quad \begin{aligned} \ell = \frac{L}{n} &= \pi \left(\frac{4(E_f I_f)^2}{G E_k} \right)^{\frac{1}{6}} \\ C &= \left(\frac{G^2}{2 E_f I_f E_k} \right)^{\frac{1}{3}} \\ \sigma_f &= \frac{3}{2t} (2 E_f I_f E_k G)^{\frac{1}{3}} \end{aligned}$$

Indføres flangens bøjningsstivhed

$$E_f I_f = \frac{E_f t^3}{12(1 - \nu^2)} = \frac{E_f t^3}{12} \quad (\text{for } \nu = 0)$$

fås af (4-53):

Halv- (4-54) $\ell = \frac{L}{n} = 1,73 t \left(\frac{E_f^2}{G E_k} \right)^{\frac{1}{6}}$
bølgelængde

$$(4-55) \quad C = \frac{1,82}{t} \left(\frac{G^2}{E_f E_k} \right)^{\frac{1}{3}}$$

Kritisk (4-56) $\sigma_{f,kr} = 0,82 (E_f E_k G)^{\frac{1}{3}}$
flange-
spænding

Betragtes et isotropt kernemateriale, gælder sammenhængen $G = \frac{E_k}{2(1 + \nu)}$ og indføres i (4-56)

$G = \frac{1}{2} E_k$ svarende til $\nu = 0$, fås fin overensstemmelse med (4-38).

Numerisk
eksempel

Betragtes en centralt belastet sandwich-søjle med flanger af 0,0126 m krydsfinér ($E_k = 7830 \text{ MN/m}^2$) og kerne af G50 ($E_k = 9,5 \text{ MN/m}^2$, $G = 4,7 \text{ MN/m}^2$), fås den kritiske fôldelast pr.breddeenhed til:
 $P = 2 \sigma_{f,kr} t = 1,77 \text{ MN/m}$, og halvbølgelængden bliver $\ell = 0,23 \text{ m}$.

Tværsnits-
geometriens
betydning

Det interessante ved (4-38) og (4-56) er, at den kritiske flangespænding ved lokal foldning alene bestemmes af de indgående materials elastiske egenskaber og er uafhængig af tværsnitsgeometri og flangetykkelse.

Hvis forudsætningen i (4-38) og (4-56) om "stor" kernetykkelse ikke er til stede, d.v.s. der sker samvirken mellem flangerne, vil der være en svag afhængighed af tværsnitsgeometrien i henhold til (4-43), som illustreret på figur 4.7. I praksis er denne afhængighed helt uden betydning sammenholdt med betydningen af initialdeformationer, som behandles i det følgende.

I ovenstående analyser af lokale foldningsfænomener er gjort den sædvanlige antagelse, at hver delkomponent i sandwichelementet er homogen og perfekt i dens geometriske konfiguration, og at kernematerialet besidder en endelig stivhed, men uendelig styrke. Disse studier fører derfor til øvre grænser for foldespændingen.

Hoff og Mautner, ref. [45.1], udførte en række systematiske forsøg på 50 søjler, hovedsagelig med flanger af aluminium og kerner af balsatræ. De målte kritiske belastninger lå hovedsagelig mellem 50 og 80% af de beregnede. Foldningsbillederne, henholdsvis antimetrisk og symmetrisk, fordelte sig pænt omkring grænseværdien for ρ i (4-43), men det var ikke muligt på baggrund af forsøgsresultaterne at påvise nogen signifikant afhængighed mellem den kritiske flangespænding og tværsnitsgeometrien, og med henvisning til afvigelser mellem kernematerialets antagne og virkelige fysiske egenskaber konkluderedes, at foldespændingen kan beregnes efter formlen:

$$(4-57) \quad \sigma_{f,kr} = \frac{1}{2} \sqrt[3]{E_f E_k G}$$

Wan, ref. [47.1], påpegede betydningen af, at flangefoldning i det plastiske område betyder variable stivhedsmoduler, men selv med stærkt reducerede elasticitetsmoduler indsat giver udtrykket for store værdier i forhold til de observerede.

Hertel, ref. [60.1], indførte direkte i (4-57) en empirisk bestemt formindskelsesfaktor hidrørende fra plasticitet i flangerne.

Boller og Norris, ref. [50.1], foreslog anvendelse af stivhedsmoduler svarende til sekantmodulen ved materialebrudstyrken. Af 50 forsøg lå resultaterne omkring 70-80% af den beregnede foldelast.

Initialde-
formationer

Forklaringen på de systematiske afvigelser må primært søges i forudsætningen om, at flangerne er fuldstændig plane. Hvis flangerne har nogle forhåndskrumninger, vil disse vokse med voksende belastning

(tryk), og sandsynligvis vokse på samme måde som udbøjningen af en almindelig søjle med en initial-udbøjning. Det er jo en kendsgerning, at en krum søjle ikke besidder nogen endelig foldelast, og bæreevnen er primært bestemt af materialets flyde-spænding.

De fleste typer af flangeplader er sædvanligvis ikke totalt plane. Ej heller er materialet perfekt og ensartet i tykkelse ligesom limforbindelsen.

Disse initielle uregelmæssigheder kan delvis fjernes under produktionsprocessen ved at påføre pres gennem stive plader, men de initialspændinger, der herved introduceres i limforbindelsen, vil sandsynligvis indvirke på samme måde som initialdeformationerne, når elementet er ude af pres.

Det er sandsynligt, at initialfolderne er til stede, og at de spiller en afgørende rolle ved flangernes foldning.

En begyndende udbuling af en trykbelastet flange vil inducere trækspændinger i limforbindelsen, fordi kernen vil hindre flangen i at bule ud. Denne udbuling vil vokse for voksende belastning, indtil trækstyrken af limforbindelsen eller kernen overskrides. Flangen vil herefter adskilles fra kernen med brud til følge. Samme resonnement kan også medføre forskydningsbrud eller trykbrud i kernematerialet. Brud kan derfor forekomme, før trykbelastningen har nået foldelasten for det helt plane element.

I den følgende analyse forsøges derfor at illustrere effekten af initialdeformationer i tilknytning til ovenstående beregningsudtryk for helt plane elementer. Analysen bygger primært på studier af Norris, ref. [49.1], Williams, ref. [47.2], og Wan, ref. [47.1], med senere bearbejdnings af Plantema, ref. [66.1] og Allen, ref. [69.1].

Det forudsættes, at den ubelastede flange har en sinusformet initialudbøjning i z-retningen (se figur 4.6) af størrelsen:

$$(4-58) \quad u_o = u_{om} \sin \frac{\pi x}{\ell}$$

Den trækspænding, der fremkommer i limfugen ved overlejring af den i (4-33) forudsatte udbøjningsfigur kan herefter bestemmes af (4-39) til:

$$(4-59) \quad \sigma_z = - \frac{(u_m - u_{om})}{k} E_k \theta^2 f(\theta) \sin \frac{\pi x}{\ell} ; \quad \theta = \frac{\pi k}{\ell}$$

Spændingen forudsættes lig nul, når systemet er ubelastet, d.v.s. for $u_m = u_{om}$.

Opstilles differentiaalligningen for flangen i analogi til (4-32) fås:

$$(4-60) \quad B_f \frac{d^4(u - u_o)}{dx^4} + \sigma_{fo} t \frac{d^2 u}{dx^2} = \sigma_z$$

Ændringen i forhold til (4-32) hidrører fra ændringen i flangens bøjningsbidrag.

(4-60) har samme form som differentiaalligningen for det helt plane og perfekte tilfælde (4-32), hvis:

$$(4-61) \quad \frac{u_m}{u_{om}} = \frac{\sigma_f}{\sigma_f - \sigma_{fo}}$$

Dette indses ved at indføre (4-33), (4-58) og (4-59) i (4-60). Løsningen til (4-33) kan altså udnyttes og ved at indføre (4-61) i (4-59) fås spændingen i limforbindelsen ved en initialamplitude u_{om} og halvbølgelængde λ til:

$$(4-62) \quad \sigma_{zm} = -u_{om} \frac{\sigma_{fo}}{\sigma_f - \sigma_{fo}} \frac{E_k}{k} \theta^2 f(\theta)$$

I brudsituationen vil denne spænding i praksis svare til trækbrudspændingen af limforbindelsen eller kernen, selv om der eksisterer en teoretisk mulighed for trykbrud i kernen eller bøjningsbrud i flangen.

Den kritiske foldespænding i flangen fås herefter ved at løse (4-62) med hensyn til σ_{fo} , idet σ_f er givet ved (4-40):

$$(4-63) \quad \sigma_{fo} = \sigma_f \left[1 + \frac{u_{om}}{\sigma_{zm}} \frac{E_k}{k} \theta^2 f(\theta) \right]^{-1}$$

Korrektionsleddet i parentesen kan kun beregnes med kendskab til initialudbøjningsamplituden u_{om} og limforbindelsens trækstyrke σ_{zm} .

Wan, ref. [47.1], foreslog, at u_{om} er proportional med kvadratet på bølgelængden og omvendt proportional med flangetykkelsen. Williams, ref. [47.2], foreslog proportionalitet med bølgelængden, og Norris, ref. [49.1], foreslog proportionalitet med kernetykkelsen og omvendt proportionalitet med kernens elasticitetsmodul.

Det sidste forslag er begrundet i, at det presstryk, der må påføres under fabrikationen, vil give anledning til buler på grund af variationer i kernens elasticitetsmodul og samtidig vil disse vokse med stigende kernetykkelse.

Forudsættes σ_{zm} at være konstant, kan u_{om} skrives som:

$$(4-62) \quad u_{om} = K \sigma_{zm} \frac{k}{E_k}$$

hvor K er en ikke dimensionsløs konstant.

Indføres (4-62) i (4-61) fås:

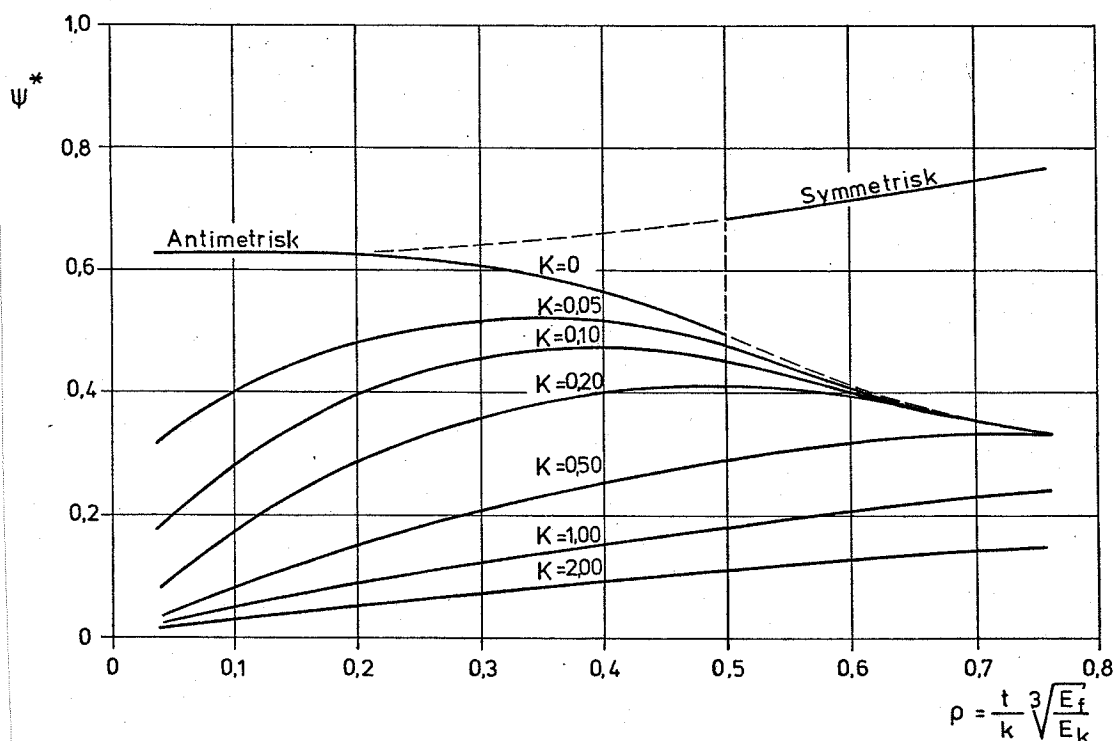
$$(4-63) \quad \sigma_{fo} = \sigma_f \left(1 + K \theta^2 f(\theta) \right)^{-2}$$

og den kritiske foldespænding i flangen kan herefter udtrykkes analogt til (4-43) som:

$$(4-64) \quad \sigma_{f,kr} = \psi^* \sqrt[3]{E_f E_k^2} ;$$

$$\psi^* = \left(1 + K \theta^2 f(\theta) \right)^{-1} \left(\frac{\rho^2 \theta^2}{12} + \frac{f(\theta)}{\rho} \right)$$

Udtrykket (4-64) går over i (4-43) for $K = 0$, d.v.s. når der ikke optræder initialdeformationer.



Figur 4.8:

Kritiske foldespændings afhængighed af initialdeformationer og tværsnitsgeometri udtrykt i parametrene K og ρ .

Effekten af initialdeformationernes størrelse udtrykt i parameteren K er illustreret på figur 4.8. Kurverne er beregnet for $v = 0$ (sammenlign figur 4.7 øverst).

Figur 4.8 illustrerer, hvorledes selv små initialdeformationer kan medføre meget kraftige reduktioner af den kritiske foldespænding.

For de aktuelle kernematerialer beskrevet i afsnit 2.1 vil forholdet mellem trækstyrken af limforbindelsen og kernens elasticitetsmodul typisk ligge omkring 0,01.

Initialamplituden (4-62) vil eksempelvis for en typisk kernetykkelse på 200 mm variere mellem 0,1 og 2,0 mm, når K varierer fra 0,05 til 1,0 mm⁻¹.

Størrelsen af initialdeformationerne til stede i flangerne kan variere over et stort område, og det er meget vanskeligt at sige noget generelt.

Det er således nødvendigt at fastlægge K og dermed ψ^* rent empirisk.

Parameteren ρ , der er et udtryk for tværsnitsgeometrien, ligger for de undersøgte mineraluldbaserede sandwichelementer typisk i intervallet fra 0,3 til 0,7, og de små variationer i foldespændingen, som variationer i ρ giver anledning til, er forsvindende i sammenligning med initialdeformationernes betydning.

Kritisk
folde-
spænding

På baggrund af ovenstående analyse må det derfor konkluderes, at den kritiske foldespænding er uafhængig af tværsnitsgeometri og flangetykkelse og kun afhængig af de indgående materials elastiske egenskaber efter udtrykket:

$$(4-65) \quad \sigma_{kr} = \psi \sqrt[3]{E_f E_k G}$$

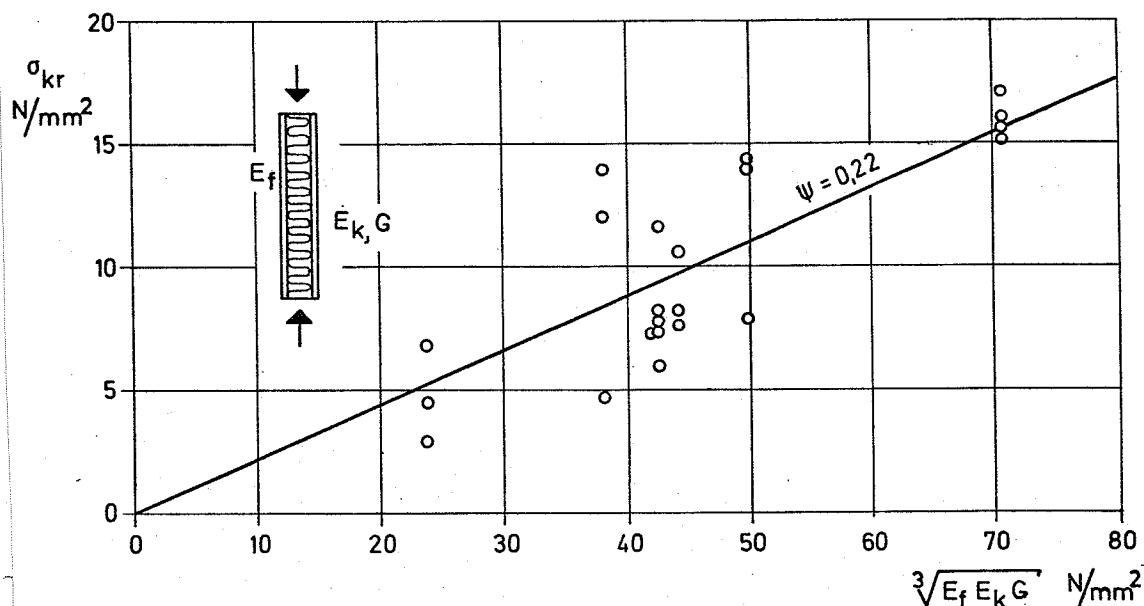
hvor ψ er en empirisk bestemt konstant.

Empirisk
bestemmelse
af ψ

På baggrund af forsøgsresultater fra fuldskalaforsøgene, som beskrives i afsnit 4.1.4, er ψ empirisk fastlagt til 0,22. Resultaterne er afbildet på figur 4.9.

Alle resultater på figur 4.9 (se tabel 4.1) hidrører fra forsøg med centralt belastede, symmetrisk opbyggede sandwichelementer, hvor brudbilledet i alle tilfælde må henføres til lokal foldning af flangerne.

I fastlæggelsen af foldekonstanten ψ efter ovenstående princip er eventuelle reduktioner hidrørende fra plasticitet direkte inkluderet i ψ .



Figur 4.9:

Kritiske foldespænding i flanger fra forsøg beskrevet i afsnit 4.1.4. Foldekonstanten ψ fra (4-65) er fastlagt ved lineær regression.

Kritisk
foldelast

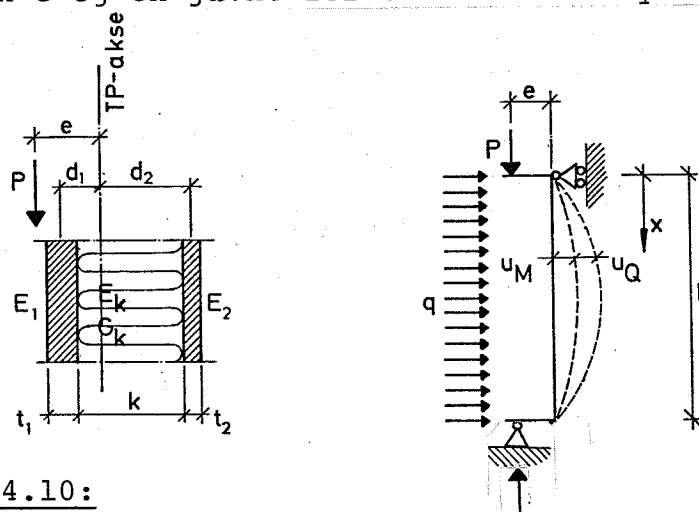
Den kritiske foldelast, P_ψ , pr. breddeenhed for en centralt belastet, symmetrisk opbygget søjle kan herefter beregnes af det simple udtryk:

$$(4-66) \quad P_\psi = 2t \sigma_{kr} = 2t 0,22 \sqrt[3]{E_f E_k G}$$

hvor t er flangetykkelsen.

4.1.3 Excentrisk belastede og tværbelastede søjler

Der betragtes, som vist på figur 4.10, en sandwichsøjle belastet med en normalkraft P med excentriciteten e og en jævnt fordelt tværlast q .



Figur 4.10:

Simplet understøttet sandwichsøjle med excentrisk belastning og tværlast.

Excentriciteten e fastlægges i forhold til tværsnittets tyngdepunktslinie (TP) givet ved (3-89).

I excentrisk påvirkede eller tværbelastede søjler vil søjlens udbøjning bevirke en forøgelse af momenterne.

I forhold til det bøjende moment i en centralt belastet søjle (4-3) fås det resulterende moment (statisk bestemte søjle) til:

$$(4-67) \quad M = P(e + u_M + u_Q) + \frac{1}{2} q x(L - x)$$

idet udbøjningen analogt til (4-2) tænkes sammensat af et bøjningsbidrag, u_M , og et forskydningsbidrag, u_Q . Sidste led i (4-67) er momentet fra tværbelastningen q .

Fra (3-49) haves, idet $Q = \frac{dM}{dx}$:

$$(4-68) \quad \frac{d^2 u_M}{dx^2} = -\frac{M}{B}$$

$$\frac{du_Q}{dx} = \frac{Q}{AG} + C = \frac{1}{AG} \frac{dM}{dx} + C = -\frac{B}{AG} \frac{d^3 u_M}{dx^3} + C$$

Differentieres (4-67) og indføres (4-68), fås differentialligningen for u_M til:

$$(4-69) \quad \frac{d^4 u_M}{dx^4} + \frac{P}{B\left(1 - \frac{P}{AG}\right)} \frac{d^2 u_M}{dx^2} = \frac{q}{B\left(1 - \frac{P}{AG}\right)}$$

eller

$$(4-70) \quad \frac{d^4 u_M}{dx^4} + \alpha^2 \frac{d^2 u_M}{dx^2} = \alpha^2 \frac{q}{P}$$

$$\alpha^2 = \frac{P}{B\left(1 - \frac{P}{AG}\right)}$$

Den fuldstændige løsning til (4-70) har formen:

$$(4-71) \quad u_M = C_1 \sin \alpha x + C_2 \cos \alpha x + C_3 x + C_4 + u_{\text{part}}$$

hvor $C_1 - C_4$ er integrationskonstanter, og u_{part} er en partikulær løsning.

Indføres den partikulære løsning $u_{\text{part}} = \frac{1}{2} \frac{q}{P} x^2$ fås af (4-71):

$$u_M = C_1 \sin \alpha x + C_2 \cos \alpha x + C_3 x + C_4 + \frac{1}{2} \frac{q}{P} x^2$$

$$(4-72) \quad u'_M = \frac{du_M}{dx} = C_1 \alpha \cos \alpha x - C_2 \alpha \sin \alpha x + C_3 + \frac{q}{P} x$$

$$u''_M = \frac{d^2 u_M}{dx^2} = -C_1 \alpha^2 \sin \alpha x - C_2 \alpha^2 \cos \alpha x + \frac{q}{P}$$

Integrationskonstanterne C_1 , C_2 , C_3 og C_4 bestemmes af randbetingelserne:

$$\begin{aligned} u_M(0) = 0 &\Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \frac{q}{P} L^2 \\ \frac{q}{P} + \frac{Pe}{B} \\ \frac{q}{P} + \frac{Pe}{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ u_M(L) = 0 &\Rightarrow \begin{bmatrix} \sin \alpha L & \cos \alpha L & L & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \frac{q}{P} L^2 \\ \frac{q}{P} + \frac{Pe}{B} \\ \frac{q}{P} + \frac{Pe}{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ u''_M(0) = -\frac{Pe}{B} &\Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & -\alpha^2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \frac{q}{P} L^2 \\ \frac{q}{P} + \frac{Pe}{B} \\ \frac{q}{P} + \frac{Pe}{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ u''_M(L) = -\frac{Pe}{B} &\Rightarrow \begin{bmatrix} -\alpha^2 \sin \alpha L & -\alpha^2 \cos \alpha L & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \frac{q}{P} L^2 \\ \frac{q}{P} + \frac{Pe}{B} \\ \frac{q}{P} + \frac{Pe}{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Løsningen til dette inhomogene ligningssystem fås, når determinanten er forskellig fra nul til:

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{1}{\alpha^2} \left(\frac{q}{P} + \frac{Pe}{B} \right) \tan \frac{\alpha L}{2} \\ C_2 &= \frac{1}{\alpha^2} \left(\frac{q}{P} + \frac{Pe}{B} \right) \\ C_3 &= -\frac{1}{2} \frac{q}{P} L \\ C_4 &= -C_2 = -\frac{1}{\alpha^2} \left(\frac{q}{P} + \frac{Pe}{B} \right) \end{aligned}$$

Indføres integrationskonstanterne i (4-72) fås den fuldstændige løsning:

$$(4-73) \quad u_M = \frac{1}{\alpha^2} \left(\frac{q}{P} + \frac{Pe}{B} \right) \left[\tan \frac{\alpha L}{2} \sin \alpha x + \cos \alpha x - 1 \right] - \frac{1}{2} \frac{q}{P} x(L-x)$$

Udbøjnings- og den samlede udbøjning fås af (4-67) og (4-68) linie efter differentiation og indførelse af (4-73) til:

$$(4-74) \quad u = u_M + u_Q = \left(\frac{qB}{P^2} + e \right) \left[\tan \frac{\alpha L}{2} \sin \alpha x + \cos \alpha x - 1 \right]$$

$$- \frac{1}{2} \frac{p}{P} x(L-x)$$

Udbøjningslinien (4-74) har maksimum for $x = \frac{L}{2}$

$$(4-75) \quad u_{\max} = \left(\frac{qB}{P^2} + e \right) \left[\frac{1}{\cos \frac{\alpha L}{2}} - 1 \right] - \frac{1}{8} \frac{q}{P} L^2$$

Moment

Momentet fås herefter af (4-67) til:

$$(4-76) \quad M = \left(\frac{qB}{P} + P e \right) \left[\tan \frac{\alpha L}{2} \sin \alpha x + \cos \alpha x \right] - \frac{qB}{P}$$

og max. moment for $x = \frac{L}{2}$ bliver:

$$(4-77) \quad M_{\max} = \left(\frac{qB}{P} + P e \right) \frac{1}{\cos \frac{\alpha L}{2}} - \frac{qB}{P}$$

Forskydningskraft

Forskydningskraften fås ved differentiation af (4-76) til:

$$(4-78) \quad Q = \alpha \left(\frac{qB}{P} + P e \right) \left[\tan \frac{\alpha L}{2} \cos \alpha x - \sin \alpha x \right]$$

med maksimum for $x = 0$ og $x = L$ til:

$$(4-79) \quad Q_{\max} = \left(\frac{qB}{P} + P e \right) \alpha \tan \frac{\alpha L}{2}$$

Når søjlen er excentrisk belastet eller påvirket af tværkræfter, vil bruddet ikke optræde som stabilitetsbrud, men som spændingsbrud i flangerne eller i kernen. De kritiske spændinger må derfor bestemmes i hvert enkelt tilfælde.

Resultierende flangespændinger

Af ligevægtsbetingelserne (3-4) og (3-5) fås, idet der betragtes en breddeenhed af søjlen og en spændingsfordeling, som vist på figur 3.33:

$$(4-80) \quad P = \sigma_1 t_1 + \sigma_2 t_2$$

$$(4-81) \quad M = \sigma_1 t_1 d_1 - \sigma_2 t_2 d_2$$

Indføres (4-77) fås af (4-80) og (4-81):

$$(4-82) \quad \sigma_{1,\max} = \frac{1}{t_1 d} \left[P d_2 + \left(\frac{qB}{P} + P e \right) \frac{1}{\cos \frac{\alpha L}{2}} - \frac{qB}{P} \right]$$

$$(4-83) \quad \sigma_{2,\max} = \frac{1}{t_2 d} \left[P d_1 - \left(\frac{qB}{P} + P e \right) \frac{1}{\cos \frac{\alpha L}{2}} + \frac{qB}{P} \right]$$

hvor excentriciteten e regnes positiv, når den går til samme side som flange 1.

Forskyd-
ningsspæn-
dinger i
kernen

Forudsættes forskydningsspændinger i kernen at for-
dele sig over tværsnittet, som vist på figur 3.33,
fås af (3-93) og (4-79) den maksimale forskydnings-
spænding i kernen til:

$$(4-84) \quad \tau_{k,\max} = \frac{1}{d} \left(\frac{qB}{P} + P e \right) \alpha \tan \frac{\alpha L}{2}$$

Den kritiske søjlelast bestemt af den kritiske nor-
malspænding i flangerne eller den kritiske forskyd-
ningsspænding i kerne eller limforbindelse bestem-
mes altså af (4-82), (4-83) og (4-84).

Da P indgår i α , kan den kritiske søjlelast ikke
udtrykkes eksplicit, og udtrykkene må løses ved
iteration.

I praksis, se forsøg afsnit 4.1.4, er den kritiske
flangespænding bestemt af flangernes foldespænding
givet ved (4-65):

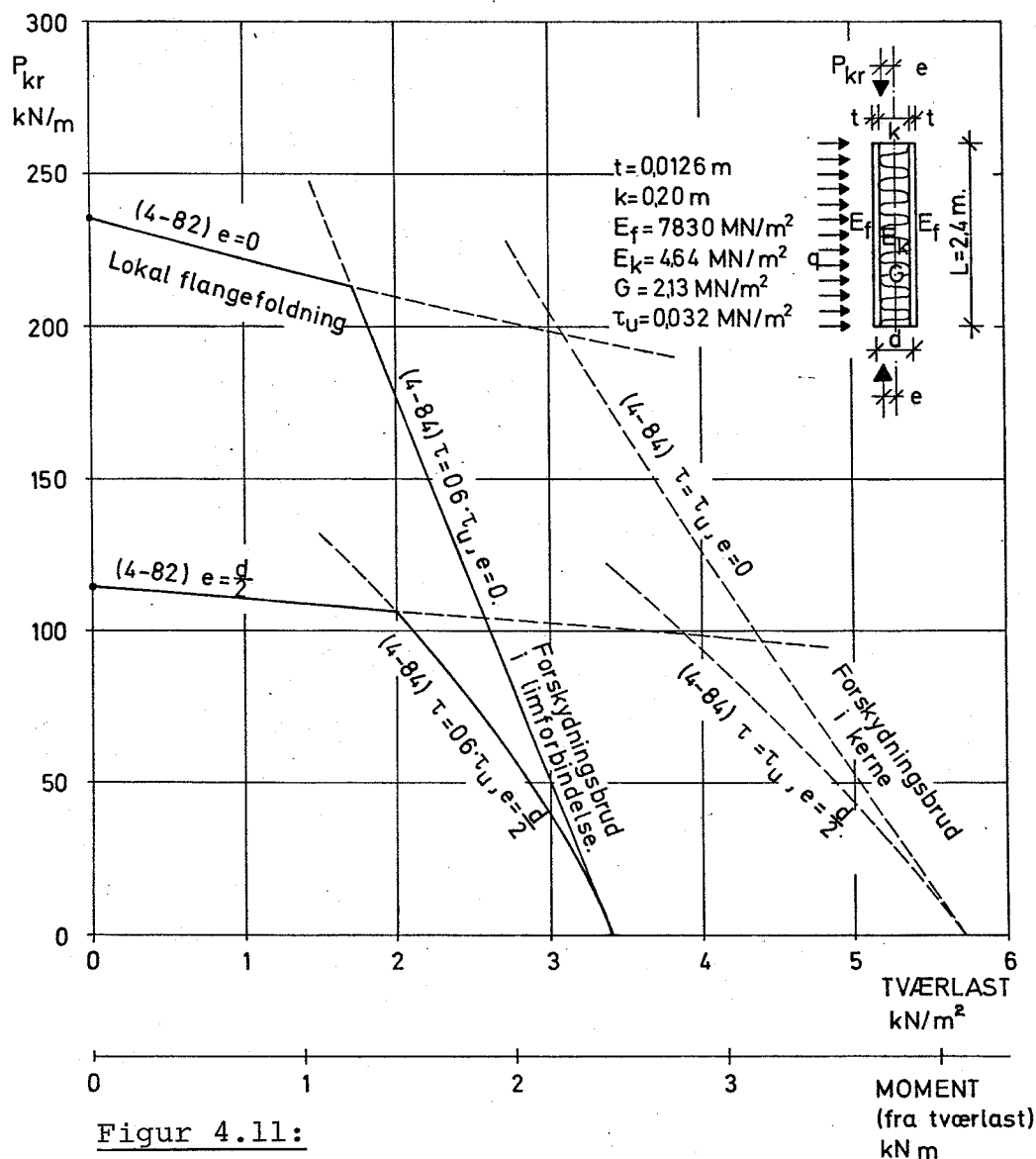
$$\sigma_{f,kr} = 0,22 \sqrt[3]{E_f E_k G}$$

Noget egentligt stabilitetsbrud forekommer ikke,
idet søjlen på grund af tværbelastningen allerede
fra starten har en udbøjning.

Når excentricitet og tværlast går mod nul, vil
(4-82) og (4-83) gå over i det centrale belastnings-
tilfælde $P_{kr} = P_{EG}$ (se afsnit 4.1.1) med de kriti-
ske flangespændinger givet ved (4-16).

Excentricitetens og tværlastens indflydelse på den
kritiske søjlelast er illustreret for en typisk
sandwichsøjle i figur 4.11.

Diagrammet figur 4.11 illustrerer i realiteten sam-
menhængen mellem det aksialbelastede sandwichele-
ment og sandwichelementet udsat for ren bøjning.
Går søjlelasten mod nul, går (4-84) over i tilfæl-
det svarende til ren bøjning, behandlet i afsnit
3.1.1.



Figur 4.11:

Eksempel på tværlastens indflydelse på den kritiske søjlelast med excentricitet $e = 0$ (central belastning) henholdsvis $e = \frac{d}{2}$, d.v.s. med hele lasten på den ene flange. Forskydningsstyrken af limforbindelsen er jvf. afsnit 3.1.2 gennemsnitlig kun ca. 60% af kernens forskydningsstyrke τ_u .

Special-tilfælde
 $q = 0$

Antages tværlasten $q = 0$, d.v.s. søjlen belastes alene med en excentrisk virkende normalkraft, fås af (4-75), (4-77) og (4-79):

$$(4-85) \quad u_{\max} = e \left(\frac{1}{\cos \frac{\alpha L}{2}} - 1 \right)$$

$$(4-86) \quad M_{\max} = \frac{Pe}{\cos \frac{\alpha L}{2}}$$

$$\alpha^2 = \frac{P}{B \left(1 - \frac{P}{AG} \right)}$$

$$(4-87) \quad Q_{\max} = Pe \alpha \tan \frac{\alpha L}{2}$$

Forskydningsdeformationernes andel af den samlede udbøjning (4-85) kan af (4-73) og (4-74) i dette specialtilfælde udtrykkes på den simple form:

$$(4-88) \quad \frac{u_Q}{u_M + u_Q} = \frac{P}{AG}$$

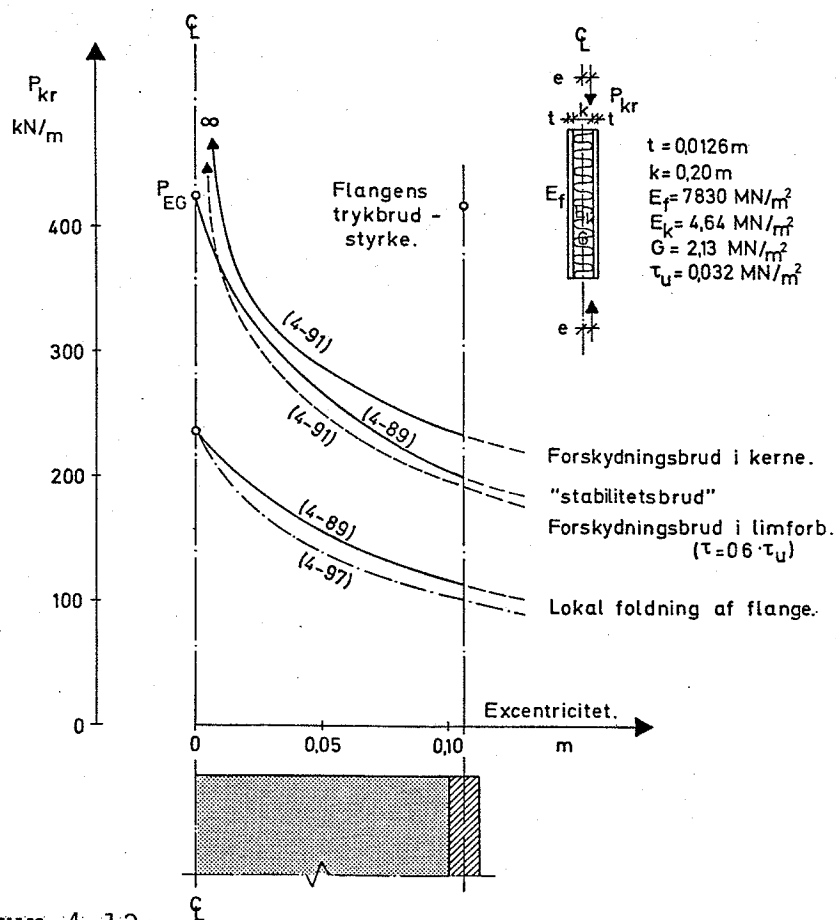
De resulterende normalspændinger i flanger og forskydningsspændinger i kerne og limforbindelse fås af (4-83), (4-84) og (4-85) til:

$$(4-89) \quad \sigma_{1,\max} = \frac{P}{t_1 d} \left(d_2 + \frac{e}{\cos \frac{\alpha L}{2}} \right)$$

$$(4-90) \quad \sigma_{2,\max} = \frac{P}{t_2 d} \left(d_1 - \frac{e}{\cos \frac{\alpha L}{2}} \right)$$

$$(4-91) \quad \tau_{k,\max} = \frac{P e}{d} \alpha \tan \frac{\alpha L}{2}$$

Ved at indføre de kritiske spændinger kan den kritiske søjlelast, svarende til mindsteværdien af P , altså bestemmes ved iteration.



Figur 4.12:

Eksempel på de forskellige spændingsbrudkriteriers indflydelse på den kritiske søjlelast i afhængighed af excentriciteten. Nederst på figuren er indtegnet en tilnærmet løsningsmetode beskrevet i det følgende.

Betydningen af de forskellige spændingsbrudkriterier er illustreret på figur 4.12 for en typisk sandwichsøjle med 200 mm kernetykkelse og flanger af 12 mm krydsfinér.

Sandwichsøjlerne bæreevne er i hovedsagen bestemt af den kritiske foldespænding i flangerne. Forskydningsbrud og "stabilitetsbrud" vil kun optræde for meget slanke søjler.

Tilnærmet
beregnings-
metode

Antages udbøjningsfiguren i den excentrisk belastede og tværbelastede søjle at være sinusformet med pilhøjde $u = u_M + u_Q$, har afsnit 4.1.1 vist, at den sinusformede udbøjningskurve også kan fremkomme, når søjlen alene er belastet med normalkraften P_{EG} . I det tilfælde bliver momentet

$$(4-92) \quad M = P_{EG} (u_M + u_Q)$$

Dette moment og momentet givet ved (4-67) må være lige store, da de svarer til samme udbøjningsfigur og dermed samme krumning, d.v.s.:

$$(4-93) \quad P_{EG} (u_M + u_Q) = P(e + u_M + u_Q) + M_O$$

idet momentet fra tværlasten benævnes M_O .

Af (4-92) og (4-93) fås:

$$(4-94) \quad u_M + u_Q = \frac{1}{P_{EG} - P} (P e + M_O)$$

og

$$(4-95) \quad M = \frac{P_{EG}}{P_{EG} - P} (P e + M_O)$$

Indføres (4-95) i ligevægtsbetingelserne (4-81) og (4-80) fås de kritiske flangespændinger:

$$(4-96) \quad \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{1}{t_1 d} \left(P d_2 + \frac{P_{EG}}{P_{EG} - P} (P e + M_O) \right) \\ \sigma_2 &= \frac{1}{t_2 d} \left(P d_1 - \frac{P_{EG}}{P_{EG} - P} (P e + M_O) \right) \end{aligned}$$

Af (4-96) kan den kritiske søjlelast udtrykkes eksplicit i modsætning til (4-82) og (4-83):

$$(4-97) \quad P_{kr} = \frac{\beta_1}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\beta_1^2 - 4 \beta_2}$$

hvor

$$\begin{aligned} \beta_1 &= P_{EG} \left(1 + \frac{e}{d_2} \right) + \sigma_1 t_1 \frac{d}{d_2} \\ \beta_2 &= \frac{P_{EG}}{d_2} (\sigma_1 t_1 d - M_O) \end{aligned}$$

Excentriciteten regnes positiv, når den går til samme side som den betragtede flange, ligesom momentet fra tværlasten regnes positiv, når det virker som vist på figur 4.10.

I specialtilfældet $e = 0$, $M_0 = 0$, svarende til tilfældet central belastning, afsnit 4.1.1, fås:

$$(4-99) \quad P_{kr} = \min \begin{cases} P_{EG} \\ \sigma_1 t_1 \frac{d}{d_2} \\ \sigma_2 t_2 \frac{d}{d_1} \end{cases}$$

hvor σ_1 og σ_2 angiver de kritiske flangespændinger i henholdsvis flange 1 og flange 2.

Den tilnærmede beregningsmetode (4-97) er sammenlignet med den eksakte løsning, iterationsformlen (4-82)/(4-89) i eksemplet figur 4.12. Afvigelserne vokser med stigende excentricitet, men til over-slagsberegninger giver den tilnærmede løsning (4-97) fuldt tilfredsstillende resultater, ikke mindst på baggrund af de store spredninger på forsøgsresultaterne, som beskrives i det følgende afsnit.

4.1.4 Bæreevnepforsøg

Sandwichvægelementernes bæreevne- og deformationsforhold er undersøgt gennem fuldskalaforsøg på 15 elementvarianter, hovedsagelig med 3 af hver. Elementerne blev belastet til brud gennem centralt eller excentrisk virkende tryknormalkræfter. Forsøgene er detaljeret beskrevet i IFH-rapport 112, ref.[76.1], bortset fra supplerende forsøg med 4 varianter. Disse forsøg er udført i samme opstilling under analoge forsøgsbetingelser.

Formål

Forsøgene havde primært til formål at belyse elementernes søjle-bæreevne i afhængighed af følgende faktorer:

- mineraluldens styrke og stivhed
- kernetykkelsen
- flangetykkelsen (-stivheden)
- belastningens excentricitet.

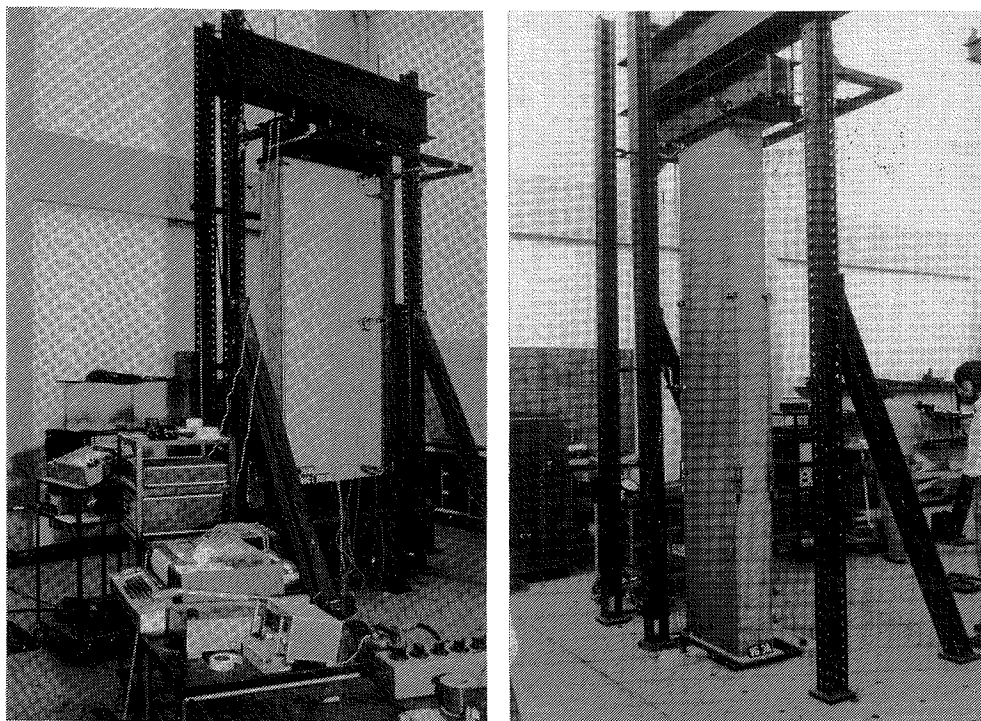
Forsøgs-elementer

Elementerne er opbygget som "rene" sandwichelementer uden kantforstærkninger. I flangerne anvendtes overalt 5-lags amerikansk krydsfinér, i materialeafsnittet 2.2, tabel 2.4, betegnet type 3.

Bredden af elementerne var 1,20 m (i de supplerende forsøg dog kun 0,60 m) og søjlelængden fortrinsvis 2,40 m, svarende til en etagehøjde. For to varianter var længden øget til 3,20 m, idet flangerne var samlet pr. 2,40 m ved skråskarring 1:10.

Opstilling

Elementerne blev belastet til brud gennem en jævnt fordelt linielast i forsøgsopstillingen vist på figur 4.13. Understøtningsforholdene i top og bund var tilstræbt svarende til en simpel understøtning, således at elementlængden tilnærmet svarede til den frie søjlelængde.



Figur 4.13:

Bæreevneforsøg med vægelementer.

Under forsøgene registreredes sammenhørende værdier af kraft, flangesammentrykninger, udbøjninger og i enkelte forsøg tøjningsfordelingen i flangerne.

Resultaterne af forsøgene med tilhørende teoretisk vurdering af bæreevne- og deformationsforhold er vist i tabel 4.1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
FORSØGSELEMENT										BÆREEVNE		
Variant nr.	Kerne		Flangetykkelse		Længde m	Bredde m	Slankhedsforhold (4-23)	Bøjningsstivhed kNm ²	Lastexcentricitet mm	Målt		Beregnet P _{kr} kN/m
	Type	Tykkelse k mm	Flange 1 mm	Flange 2 mm						Aktuel kN/m	Middel kN/m	
V1 A -B C	R80	100	12,6	12,6	2,40	1,20	43	630	0	108 141 87	112	215
V2 A -B C	R80 (ref.)	200	12,6	12,6	2,40	1,20	23	2230	0	293 185 206	228	236
V3 A -B C	R80	300	12,6	12,6	2,40	1,20	15	4820	0	197 148 186	177	236
V4 A -B C	R60	200	12,6	12,6	2,40	1,20	23	2230	0	112 172 71	118	132
V5 A -B C	R100	200	12,6	12,6	2,40	1,20	23	2230	0	361 199 361	307	277
V6 A -B C	R80	200	6,2	6,2	2,40	1,20	23	740	0	173 150 58	127	104
V7 A -B C	R80	200	15,6	15,6	2,40	1,20	22	3180	0	237 330 258	275	304
V8 A -B C	R80	200	12,6	6,2	2,40	1,20	26	1130	-52	95 190 150	145	98
V9 A -B C	R80	200	15,6	6,2	2,40	1,20	28	1230	-60	181 127 164	157	97
V10 A -B C	R80	200	12,6	12,6	2,40	1,20	23	2230	106 (på fl.1)	120 107 113	113	115
V11 A -B C	R80	200	12,6	6,2	2,40	1,20	26	1130	55 (på fl.1)	156 111 118	128	115
V12 A -B	G50	235	12,6	12,6	2,40	0,60	19	3020	0	401 397	399	392
V13 A -B	G50	235	12,6	12,6	2,40	0,60	19	3020	124 (på fl.1)	227 187	207	191
V14 A -B	G50	235	12,6	12,6	3,20	0,60	26	3020	0	436 383	410	392
V15 A -B	G50	235	12,6	12,6	3,20	0,60	26	3020	124 (på fl.1)	148 149	149	187

14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
DEFORMATION									
Lodret sammentrykning			Stivhed (flanger)			Vandret udbøjning (pil. v.50 kN/m)			
Aktuel	Middel	Beregnet	Aktuel	Middel	Beregning	Aktuel	Middel	Beregnet	$\frac{u_Q}{u_M + u_Q}$ %
mm/MN/m	mm/MN/m	mm/MN/m	MN/m ²	MN/m ²	MN/m ²	mm	mm	mm	
13,2 11,7 10,9	11,9	12,2	7230 8120 8740	8030	7830	-0,9 0,0 1,2	0,1	0	0
12,7 11,5 13,6	12,6	12,2	7470 8270 7010	7580	7830	-0,3 -0,1 0,1	-0,1	0	0
14,0 13,2 13,4	13,5	12,2	6810 7230 7090	7040	7830	0,0 0,1 0,0	0,0	0	0
11,5 10,4 9,9	10,6	12,2	8270 9140 9650	9020	7830	1,3 0,4 -1,1	0,2	0	0
10,5 9,7 8,8	9,7	12,2	9080 9850 10770	9900	7830	0,0 0,4 0,2	0,2	0	0
20,6 19,5 20,3	20,1	34,6	9410 9940 9540	9630	5600	0,1 0,4 1,9	0,8	0	0
11,4 11,9 13,8	12,4	8,7	6770 6490 5560	6270	8800	-0,2 -0,2 0,2	-0,1	0	0
7,5/24,2 10,4/21,9 12,7/22,5	10,2/22,9	11,4/36,6	12290/8270 8900/9120 7310/8850	9500/8750	7830/5600	-1,2 -0,9 -0,6	-0,9	-1,9	11
13,5/21,6 13,2/14,9 15,0/19,0	13,9/18,5	8,6/35,2	5780/8810 5930/12900 5270/9920	5660/10540	8800/5600	-0,7 -0,3 -0,2	-0,4	-2,0	11
20,2 21,4 21,0	20,9	24,3	9450 8900 9080	9140 (flange 1)	7830	1,4 1,4 1,4	1,4	1,9	10
17,7 18,1 18,9	18,2	24,3	10770 10520 10060	10450 (flange 1)	7830	1,3 1,5 1,3	1,4	2,0	11
13,1 12,8	12,9	12,2	7290 7460	7380	7830	0,1 0,0	0,1	0	0
28,8 28,8	28,8	24,3 (flange 1)	6610 6610	6610 (flange 1)	7830	2,1 2,1	2,1	1,6	4
16,6 16,9	16,7	16,2	7630 7520	7580	7830	0,1 0,1	0,1	0	0
34,1 33,6	33,9	32,4 (flange 1)	7450 7560	7510 (flange 1)	7830	2,5 2,8	2,7	2,8	4

Tabel 4.1:

Oversigt over målte og beregnede resultater af bæreevnepforsøg med vægelementer (konditionering: 20°C/50%RF).

Kommentarer til oversigtstabel 4.1:

- ad.kolonne 1-7 : Beskrivelse af forsøgselementer.
Variant V2 optræder som reference.
- ad.kolonne 8 : Sandwichsøjlels slankhedsforhold beregnet efter (4-23)
- ad.kolonne 9 : Sandwichsøjlels bøjningsstivhed beregnet efter (3-90).
- ad.kolonne 10 : Belastningens excentricitet fastlagt i forhold til tyngdepunktslinien givet ved (3-89).
Excentriciteten er positiv, hvis den går til samme side som flange 1 og negativ mod flange 2.
- ad.kolonne 11-13: Målt og beregnet bæreevne angivet som ækvivalent linielast i kN/m. Bæreevnen er beregnet som minimumsværdien af (4-89) til (4-91). Med undtagelse af variant V1 er den kritiske flangespænding overalt bestemt af den lokale foldespænding udtrykt ved (4-65).
- ad.kolonne 14-19: Målt og beregnet sammentrykning af flanger angivet ved hældningen af arbejdskurverne (kraft versus flangetøjning). Fra arbejdskurverne er endvidere udledt de aktuelle flangestivheder (E-moduler) til sammenligning med stivhedsmoduler anvendt i beregninger (fra materialeforsøgene afsnit 2.2, tabel 2.4).
Ved udledningen af de aktuelle flangesammentrykninger/-stivheder forudsættes belastningen anbragt, som angivet i kolonne 9 (forsøgsteoretisk).
- ad.kolonne 20-23: Målt og beregnet søjleudbøjninger (pilhøjder) svarende til aktuelle søjlelængder. På grund af arbejdskurvernes hældning er pilhøjderne angivet ved en konstant last på 50 kN/m. Beregnede pilhøjder er baseret på formel (4-85). Negativt fortegn indikerer udbøjning til samme side som flange 1. I tilknytning til beregnet udbøjning er angivet forskydningsbidragets andel af de samlede udbøjninger, formel (4-87).

Brudtyper Brud i sandwichsøjler under aksialbelastning kan på baggrund af teorien afsnit 4.1 til 4.3 inddeles i følgende grupper:

1. Stabilitetsbrud (Euler-udknækning)
2. Lokal foldning af flanger
3. Trykbrud i flanger
4. Forskydningsbrud i kerne/limforbindelse.

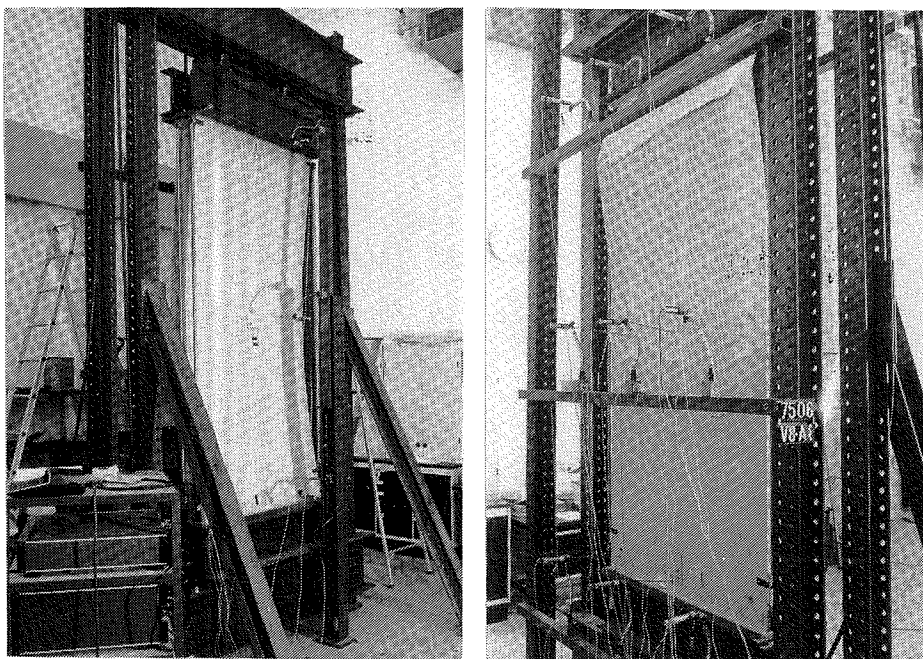
Brudmåden afhænger dels af den valgte materialesammensætning, dels af elementgeometrien.

I de udførte forsøg blev kun observeret brudtyperne 1 og 2. Egentligt stabilitetsbrud, type 1, blev kun

observeret for varianten V1 (med største slankhedsforhold: $\lambda = 43$) i overensstemmelse med teorien.

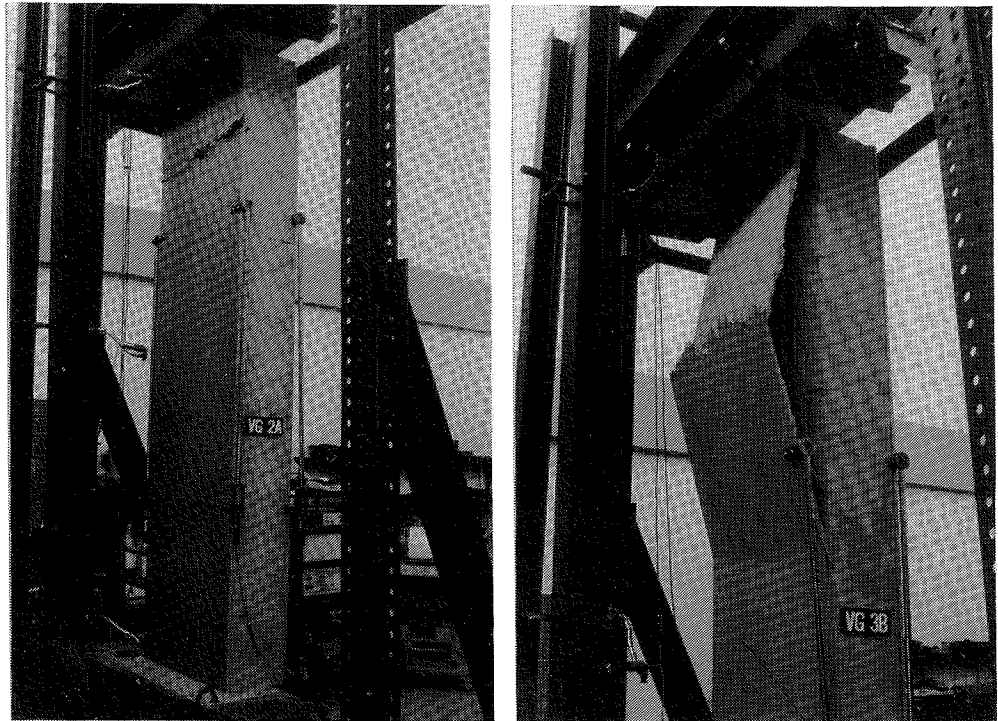
Med elementernes store kernetykkelser (isolerings-tykkelser) og dermed små slankhedsforhold (korte søjler) er brudtype 2 den altdominerende, idet der heri inkluderes brud på grund af imperfektioner (inhomogeniteter, initialdeformationer, lokal dårlig limforbindelse, m.v.).

Visuelt er det meget vanskeligt at registrere lokale foldningsfænomener, samtidig med at følgevirkningerne giver bruddet udseende af materialetrykbrud, træk- eller forskydningsbrud i kerne og limforbindelse (slip mellem flange og mineraluld). På figurerne 4.14 og 4.15 er vist typiske brudbilleder.



Figur 4.14:

Eksempler på brudbilleder i aksialbelastede sandwichelementer. Til venstre ses et stabilitetsbrud (søjle-udknækning) for variant V1 og til højre et lokalt foldebrud for variant V8.



Figur 4.15:

Typiske brudbilleder forårsaget af lokal flangefoldning. Til venstre har bruddet karakter af egentligt materialetrykbrud. Til højre er der sket slip i limforbindelsen. På grund af lynlåseffekten er den tilsyneladende halvbølgelængde større end den teoretiske, der er af samme størrelsesorden som kerneykkelsen.

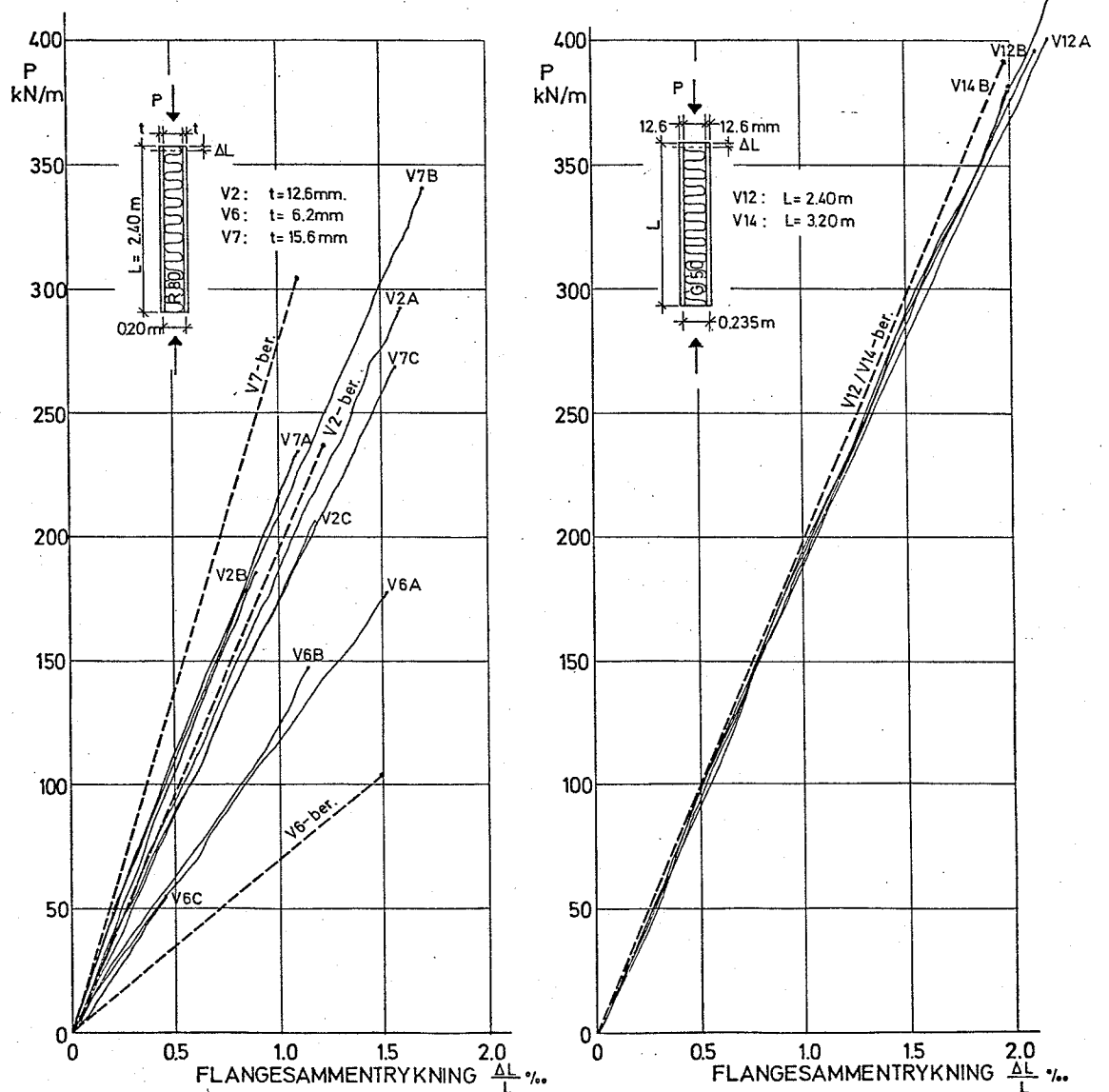
Forskydningsbrud i kerne eller limforbindelse (brudtype 4) forekommer kun ved store excentriciteter eller i kombination med tværbelastninger (se figur 4.11).

Egentligt materialebrud i flangerne forekommer ikke i praksis. De kritiske flangespændinger er ikke i nogen af forsøgene større end ca. 50% af flangernes trykbrudstyrke (tabel 2.4, afsnit 2.2), d.v.s. flangerne er heller ikke belastet over proportionalitetsgrænsen.

Arbejds-
kurver

Dette illustreres tydeligt af arbejdskurverne vist på figur 4.16.

Arbejdskurverne for sammentrykning ses, som ventet, at være lineære helt op til brud.



Figur 4.16:

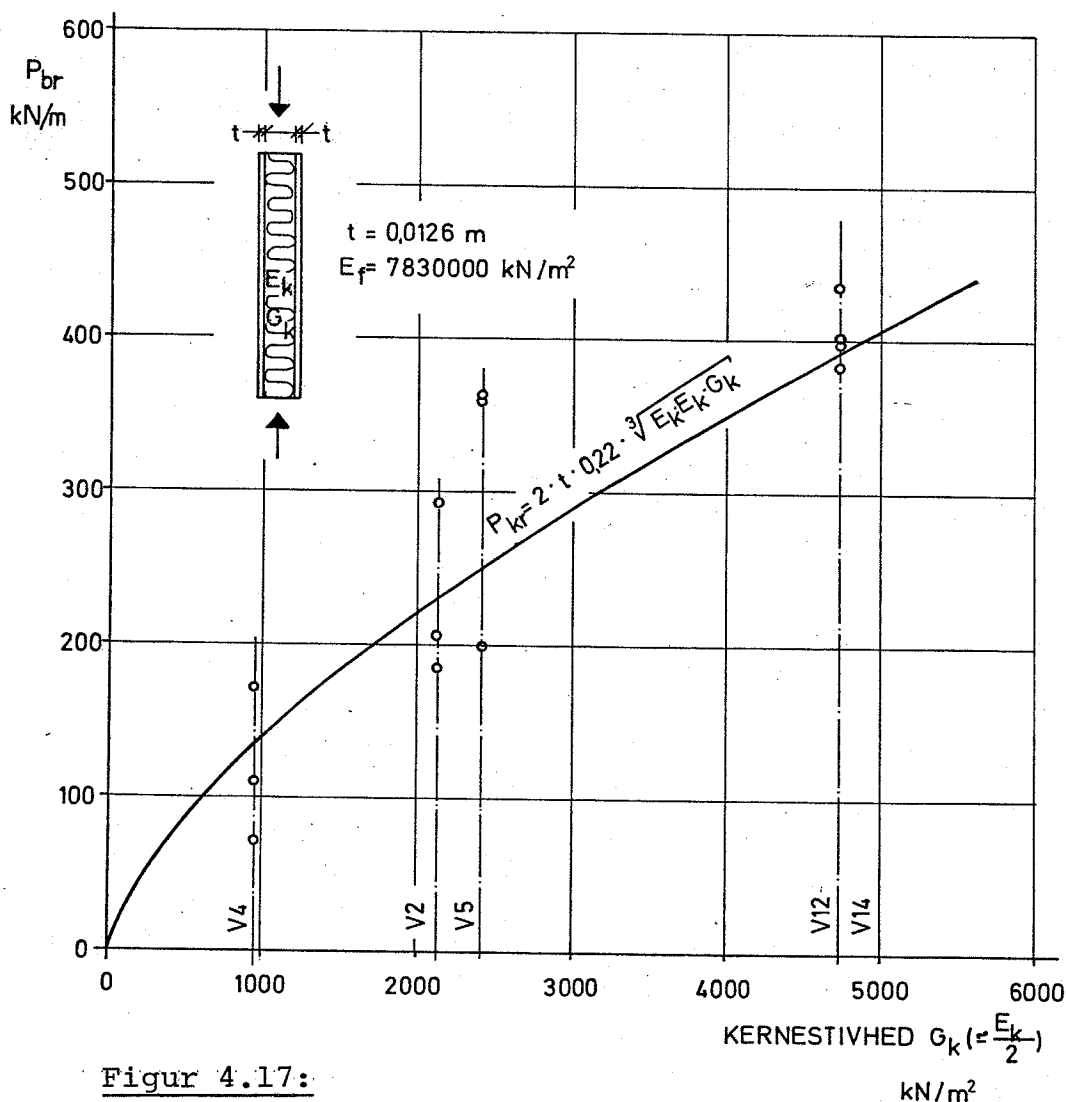
Typiske eksempler på arbejdskurver over elementernes (flangernes) lodrette sammentrykning (middelværdi af flange 1 og 2). De teoretiske arbejdskurver (flangestivheder fra afsnit 2.2) er indtegnet med punkteret streg.

De i teorien anvendte flangestivheder fra materialeforsøgene og de af arbejdskurverne udledte stivheder (se tabel 4.1, kolonne 18-19) viser gennemgående store spredninger, og specielt må der konstateres store afvigelser på stivhederne for de 6,2 og 15,6 mm tykke flanger (se figur 4.16 til venstre). Materialedataene for netop disse to tykkelsesvarianter er hentet fra en amerikansk undersøgelse og er desværre ikke omhandlet af materialeundersøgelserne beskrevet i afsnit 2.2.

Flangestivhedernes variation influerer ikke alene på arbejdskurvernes hældning, men også på brudlastens absolutte størrelse. Da brudlasten primært er bestemt af den kritiske foldespænding i flangerne, formel (4-65), indgår flangestivheden med tredje rod.

Korrigeres de kritiske flangespændinger efter de forsøgsbestemte flangestivheder, vil de beregnede kritiske belastninger (tabel 4.1, kolonne 13) give bedre overensstemmelse med forsøgsresultaterne og reducere spredningerne. Typiske variationer i flangestivheder på 20% ændrer brudlasten med 6-7%. Med undtagelse af tykkelsesvarianterne 6,2 og 15,6 mm er der ikke tale om systematiske afvigelser på flangestivheden.

I det følgende gives en kort vurdering af de enkelte forsøgsserier med en grafisk præsentation af de forskellige faktors indflydelse på elementernes bæreevne.



Figur 4.17:

Bæreevnens afhængighed af mineraluldskernens stivhed

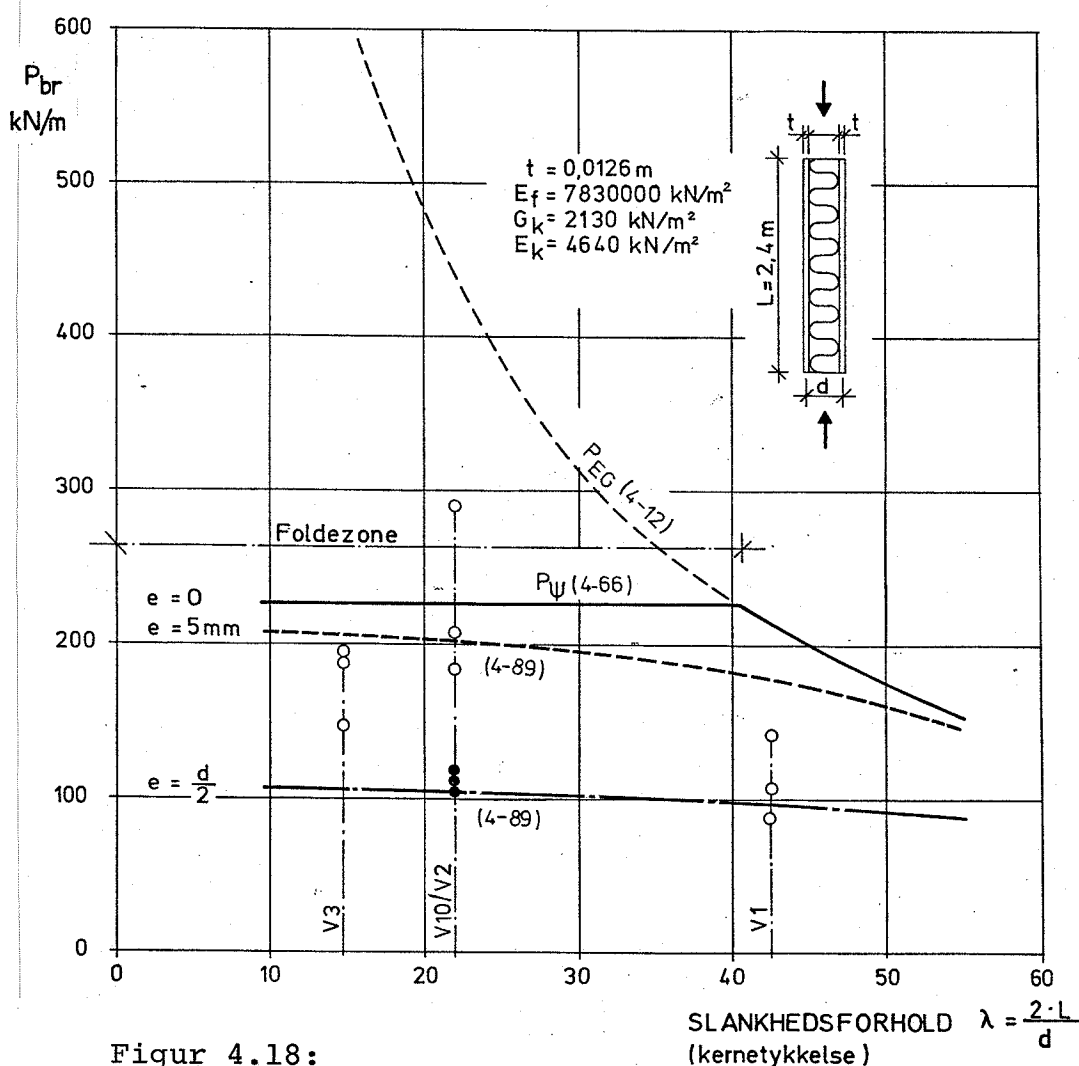
Mineraluld-
kernens
stivhed
V2,V4,V5,
V12,V14

Kernestivhedens indflydelse på vægelementernes bæreevne er vist på figur 4.17. Forsøgsresultaterne hidrører fra centralt belastede vægelementer med identiske flangematerialer.

I alle forsøg var bæreevnen bestemt af den kritiske foldespænding i flangerne, d.v.s. i henhold til den teoretiske analyse er bæreevnen alene bestemt af de indgående materials elastiske egenskaber og er uafhængig af tværsnitsgeometri og flangetykkelse. Forsøgsresultaterne udviser generelt set store spredninger, men afspejler en entydig afhængighed af mineraluldens stivhedsegenskaber.

Kernetykkelse
(slankheds-
forhold)
V1,V2,V3

Kernetykkelsen er for identiske flangematerialer proportional med tværsnittets inertiradius, og for konstant søjlelængde er kernetykkelsen eneste parameter



Figur 4.18:

Bæreevnens afhængighed af slankhedsforholdet (kernetykkelsen). Den punkterede kurve angiver forventet bæreevne med en excentricitet på 5 mm og den stiplede svarende til, at hele lasten anbringes på den ene flange.

der influerer på slankhedsforholdet (4-23). På figur 4.18 er bæreevnen afbildet som funktion af slankhedsforholdet, der tilnærmet er omvendt proportionalt med kernetykkelsen (små flangetykkelser).

For store slankhedsforhold vil bruddet ske som stabilitetsbrud (Euler-udknækning), og bæreevnen beregnes af (4-12) - Euler-bæreevnen under hensyntagen til forskydningsdeformationer.

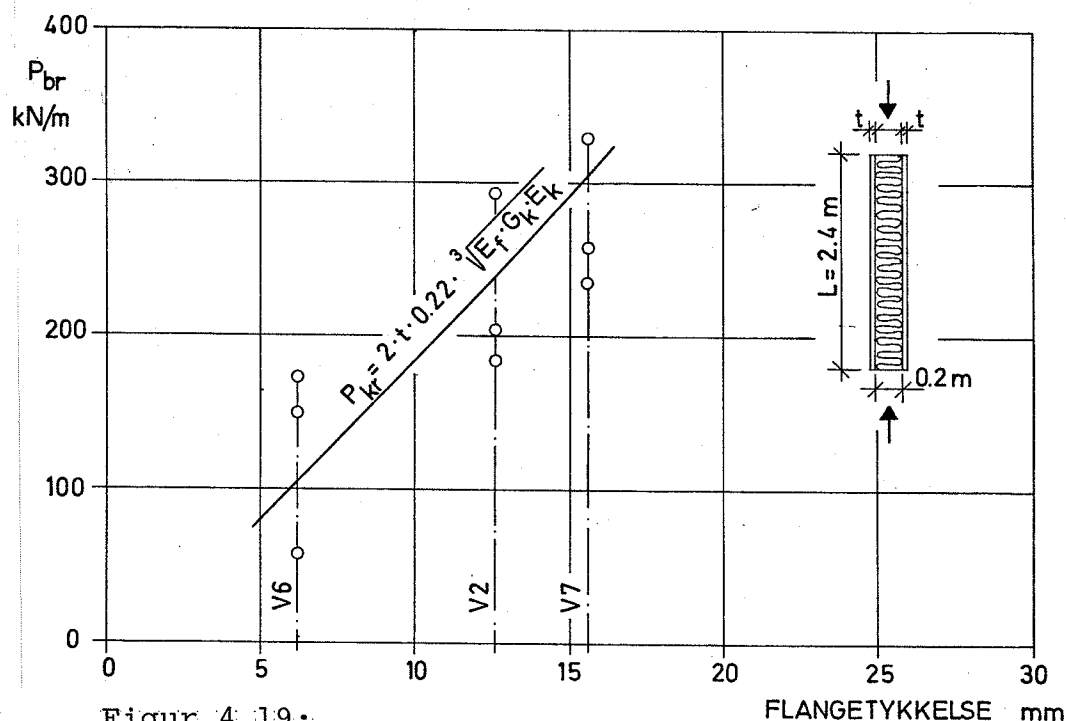
For små slankhedsforhold er bæreevnen bestemt af den kritiske foldespænding i flangerne, formel (4-66), og dermed uafhængig af tværsnitsgeometrien og dermed kernetykkelsen (se foldezone figur 4.18).

Grænsen mellem de to brudtyper er i det givne tilfælde $\lambda = 41$, i god overensstemmelse med at elementvarianterne V1 ($\lambda = 43$) alle brød ved totalt stabilitetsbrud, mens varianterne V2 ($\lambda = 23$) og V3 ($\lambda = 15$) brød på grund af lokal flangefoldning. Bæreevnen for variant V1 ligger dog væsentligt under det forventede.

En mulig forklaring herpå kan være, at det rent forsøgsteknisk er vanskeligt med de tynde elementer V1 af sikre, at belastningen er anbragt centralt. Excentriciteters indflydelse på de beregnede bæreevner (se figur 4.18) viser, at selv små excentriciteter medfører betydelige reduktioner.

Flangetykkelse (flangestivhed)
V2, V6, V7

Når sandwichelementernes bæreevne er bestemt af lokale foldningsfænomener i flangerne (kritiske foldespænding), må forventes en ligefrem proportionalitet med flangetykkelsen, formel (4-66), som vist på figur 4.19.



Figur 4.19:

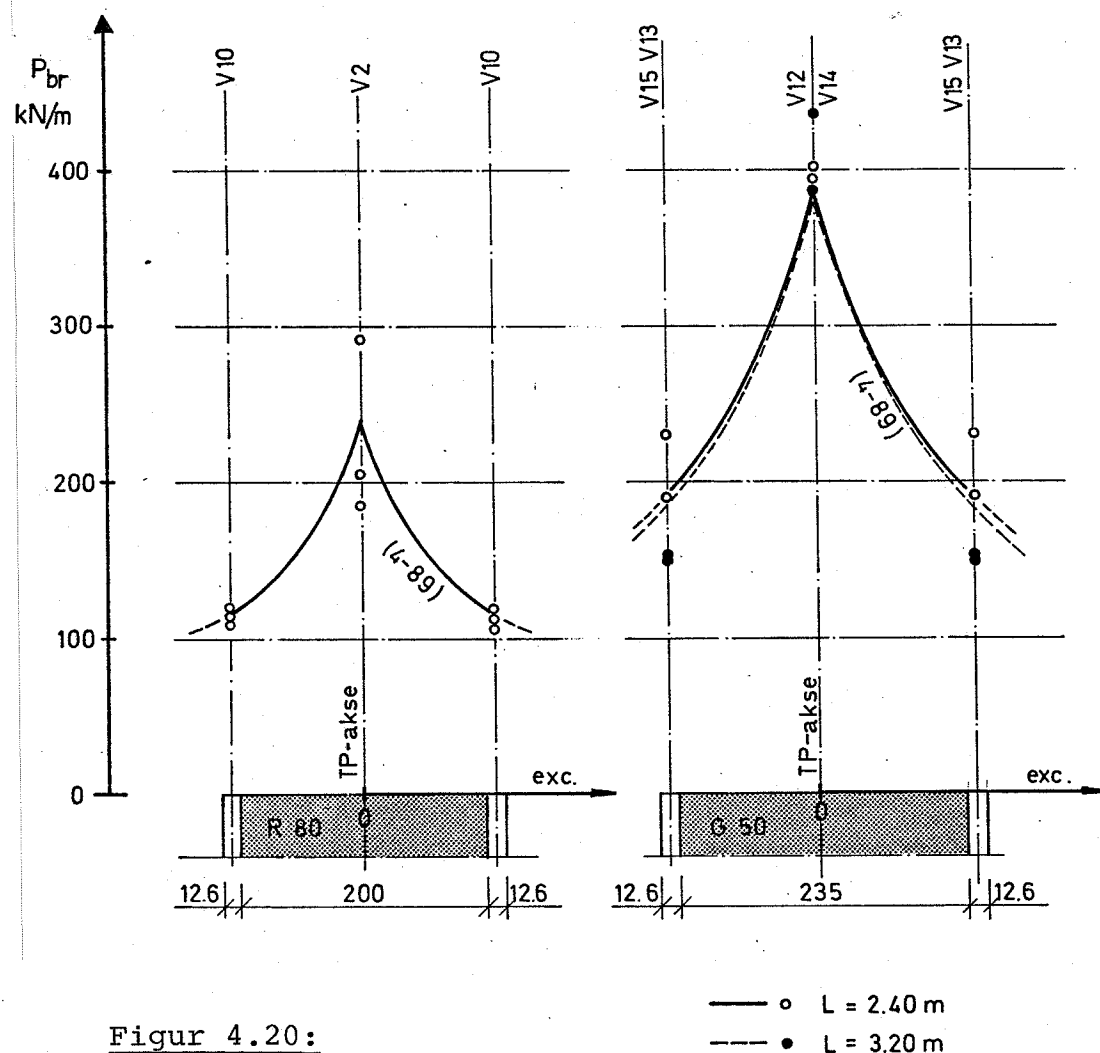
Bæreevnen afhængighed af flangetykkelsen (flangestivheden).

Da forskellige pladetykkelser (krydsfinér) har forskellige stivhedsegenskaber (se tabel 2.4, afsnit 2.2), afspejler den teoretiske kurve i realiteten en svag krumning. Sammenlignes med arbejdskurverne figur 4.16, er flangestivhedernes tykkelsesafhængighed ikke så udtalt, som antaget i beregning, hvorved kurvehældningen figur 4.19 skulle reduceres ca. 11% med bedre overensstemmelse til følge.

Belastnings excentricitet

Excentricitetens indflydelse på elementernes bæreevne er illustreret på figurerne 4.20 og 4.21 for henholdsvis symmetrisk opbyggede elementer (ens flanger) og asymmetriske elementer (forskellige flanger).

De indtegnede kurver viser den beregnede bæreevne med belastningen anbragt på de indtegnede elementudsnit under det betragtede punkt.



Figur 4.20:

Bæreevnens afhængighed af belastningens excentricitet for symmetrisk opbyggede elementer (ens flanger).

Symmetrisk
tværsnit
V2/V10,
V12/V13,
V14/V15

Den teoretiske analyse på elementer med symmetrisk tværsnit viser, at bæreevnen med lasten anbragt på den ene flange i forhold til den centrale belastning reduceres med 51-52% eller ca. svarende til en halvering. Reduktionen ud over de 50% skyldes tillægsmomentet fra elementernes udbøjning.

For de aktuelle elementer er bæreevnen med lasten anbragt på den ene flange også bestemt af den kritiske foldespænding for den belastede flange. Normalspændingerne i den ubelastede flange er negligeble.

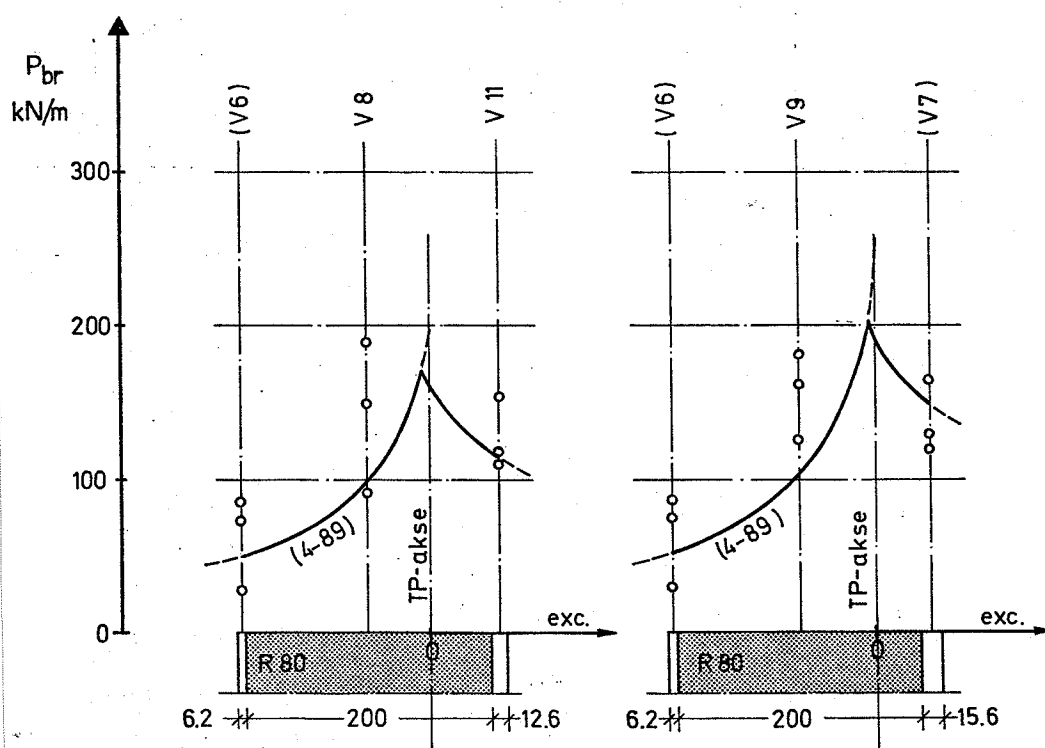
De meget stejle kurveforløb omkring elementmidten (central belastning) kan forklare de større spredninger på disse resultater. For de betragtede elementer vil excentriciteter på blot 10 mm give anledning til reduktioner i bæreevnen på ca. 10%. Rent forsøgsteknisk er lastens faktiske placering væsentligt bedre defineret for elementer med lasten anbragt på den ene flange (V10, V13, V15). At forudsætningen om central belastning ikke har været 100% til stede viser arbejdskurverne for elementernes udbøjning ud af planet (pilhøjder), hvor der i enkelte tilfælde kan konstateres beskedne udbøjninger (se tabel 4.1, kolonne 20-21). Disse udbøjninger må i det væsentlige tilskrives bøjende momenter hidrørende fra små excentriciteter i lastens placering.

Asymmetrisk
tværsnit
V8, V9, V11

For elementer med forskellige flanger vil tyngdepunktsaksen forskydes i forhold til elementmidten mod flangen med største multiplum af tykkelse og elasticitetskoefficient (se afsnit 3.1, figur 3.5). Det betyder, at den karakteristiske spids på bæreevnekurven svarende til central belastning forskydes, som vist på figur 4.21.

Når bæreevnekurvens maksimum ikke falder helt sammen med tyngdepunktsaksen, skyldes det, at den kritiske flangespænding, foldespændingen, der indgår i beregningen af den kritiske søjlelast, formel (4-89) og (4-90), ikke er proportional med flangerens E-modul i modsætning til de aktuelle flangespændinger anvendt ved fastlæggelsen af tyngdepunktsaksen. En lille excentricitet mod den tynde flange vil altså i de konkrete tilfælde fremkalde brud i den tykke flange.

Trods store spredninger på forsøgsresultaterne synes der dog at være rimelig overensstemmelse med beregningerne. At bæreevnen for elementvarianterne V8 og V9 belastet på elementmidten ligger noget over den beregnede, må primært tilskrives, at flangestivhederne for de 6,2 og 15,6 mm tykke flanger afviger betydeligt fra de i beregningen forudsatte. Anvendes i stedet de fra forsøgene udledte stivhedstal baseret på målte flangesammentrykning, vil tyngdepunktsaksen for variant V8 forskydes ca. 11 mm mod



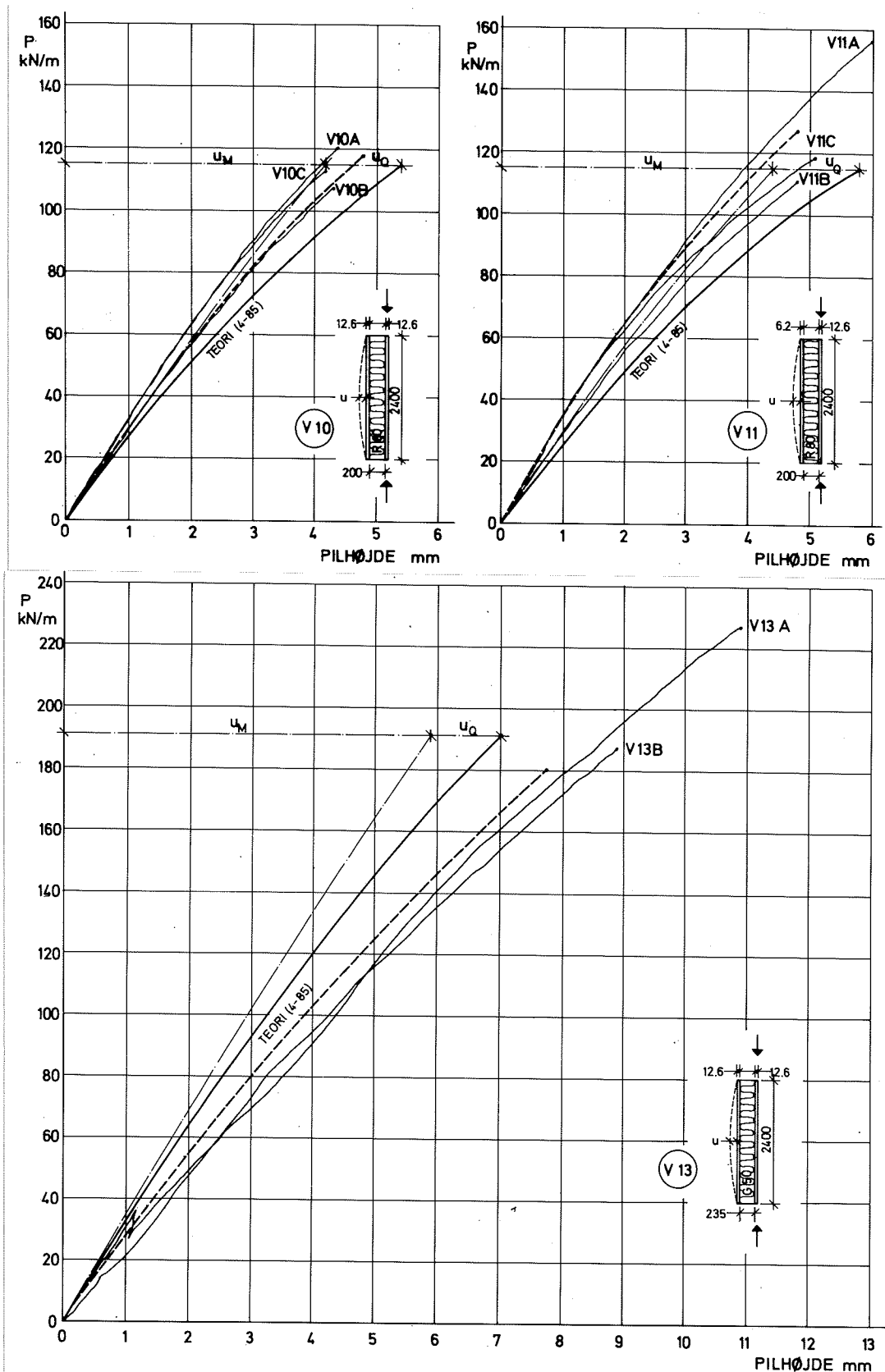
Figur 4.21:

Bæreevnens afhængighed af belastningens excentricitet for elementer med asymmetrisk tværsnit (forskellige flanger). Forsøgsresultaterne under de i parentes markerede elementvarianter hidrører fra forsøg med central belastning konverteret til bæreevner med lasten alene anbragt på ene flange.

elementmidten og for variant V9 ca. 35 mm. Det betyder i realiteten, at elementerne har været belastet under mindre excentriciteter end forsøgsteoretisk antaget, hvilket kan forklare, at resultaterne for varianterne V8 og V9 ligger noget over det forventede.

Arbejdskurver for ud-bøjning under excentrisk belastning

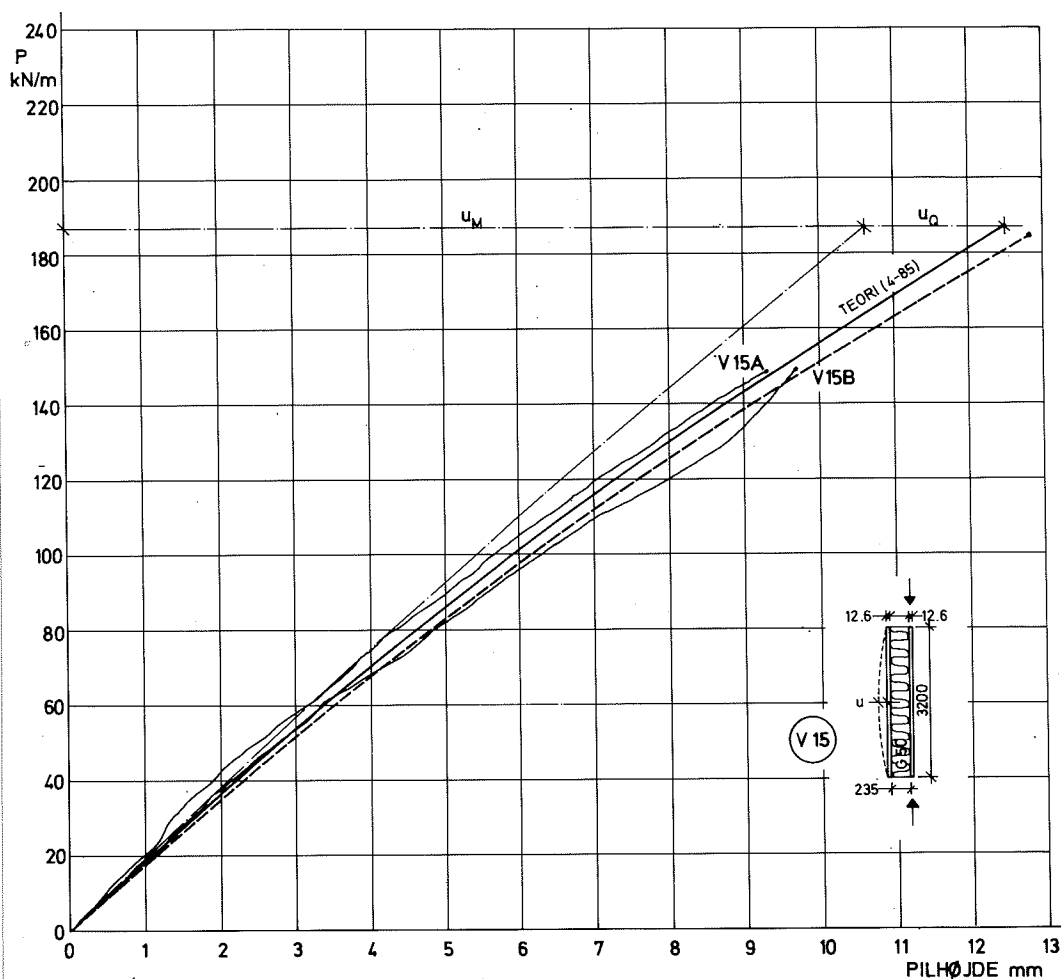
Excentricitetens indflydelse på elementernes ud-bøjning ud af planet er illustreret på figur 4.22 og 4.23, hvor arbejdskurverne for målte pilhøjder er sammenlignet med de teoretiske (4-85). Til hver variant er på figurerne indtegnet to teoretiske arbejdskurver - den ene baseret på flangestivheder fra materialeforsøgene afsnit 2.2, den anden på de faktiske stivheder målt i forsøg.



Figur 4.22:

Arbejdskurver for elementernes udbøjning med lasten anbragt på den ene flange ($e = \frac{d}{2}$), varianterne V10, V11 og V13 med længde 2,40 m.

Den beregnede pilhøjde er indtegnet med fuld strøg med angivelse af forskydningsdeformationernes og bøjningsdeformationernes respektive andele. Den punkterede kurve angiver den beregnede pilhøjde med flangernes E-moduler korrigeret i forhold til faktiske målinger (tabel 4.1).



Figur 4.23:

Arbejdskurver for udbøjning på elementvariant V15 med længden 3,20 m og lasten anbragt på den ene flange ($e = \frac{d}{2}$).

Den beregnede pilhøjde er indtegnet med fuldt optrukken streg med tilhørende angivelse af bøjningsdeformationernes og forskydningsdeformationernes respektive andele. Den punkterede kurve angiver den beregnede pilhøjde med flangernes E-modul korrejeret i forhold til faktiske målinger (tabel 4.1).

Arbejdskurverne er ikke retlinede i modsætning til kurverne for lodret sammentrykning. Krumningen hidrører fra udbøjningens bidrag til momentbelastningen.

De teoretiske arbejdskurver baseret på målte stivhedsmoduler stemmer meget fint overens med forsøgsresultaterne. Søjleudbøjningen er primært bestemt af bøjningsbidraget styret af flangestivheden. Forskydningsbidraget styret af kernens forskydningsmodul udgør for varianterne V10 og V11 med kerne af R80 ca. 24% på brudstadiet og for varianterne V13 og V15 med kerne af G50 ca. 15%.

4.1.5 Sammenfatning af beregningsprincipper for sandwichsøjler

Med udgangspunkt i ovenstående analyser, afsnit 4.1.1 - 4.1.4, resumeres i det følgende beregningsprincipperne for mineraluldbaserede sandwichvægelementer påvirket af centralt eller excentrisk virkende tryknormalkræfter, eventuelt i kombination med tværkræfter (eks. vind på facade).

Formlerne gælder for statisk bestemte sandwichsøjler.

Der ses bort fra flangernes egenbøjningsstivhed og kernens bidrag til bøjningsstivheden. Tryknormalkræfter regnes optaget af flangerne alene.

Udtrykkene i parentes gælder for symmetrisk opbyggede sandwichelementer, d.v.s. med ens flanger:

$t_1 = t_2 = t$ og $E_1 = E_2 = E_f$.

Tværsnits-
konstanter

Tyngdepunktslinie:

$$(4-100) \quad \begin{aligned} d_1 &= \frac{E_2 t_2}{E_1 t_1 + E_2 t_2} d \\ d_2 &= \frac{E_1 t_1}{E_1 t_1 + E_2 t_2} d \end{aligned} \quad \left(d_1 = d_2 = \frac{d}{2} \right)$$

Bøjningsstivhed:

$$(4-101) \quad B = b \frac{E_1 t_1 E_2 t_2}{E_1 t_1 + E_2 t_2} d \quad \left(B = b \frac{1}{2} E_f t d^2 \right)$$

Kropsareal (forskydningsareal):

$$(4-102) \quad A = b \frac{d^2}{k}$$

Inertiradius:

$$(4-103) \quad i = \frac{\sqrt{E_1 t_1 E_2 t_2}}{E_1 t_1 + E_2 t_2} d \quad \left(i = \frac{d}{2} \right)$$

Slankhedsforhold:

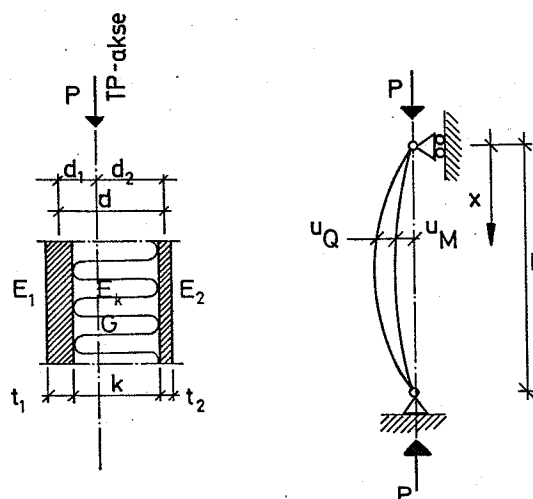
$$(4-104) \quad \lambda = \frac{L}{i} = \frac{E_1 t_1 + E_2 t_2}{\sqrt{E_1 t_1 E_2 t_2}} \frac{L}{d} \quad \left(\lambda = \frac{L}{i} = \frac{2L}{d} \right)$$

Brudtyper

Brud i sandwichsøjler kan inddeles i følgende grupper:

1. Stabilitetsbrud (Euler-udknækning)
2. Lokal foldning af flanger
3. Trykbrud i flanger
4. Forskydningsbrud i kerne/limforbindelse.

Central belastning



Figur 4.24:

Sandwichsøjle med central belastning (i tyngdepunktslinie).

Spændinger

Normalspændinger i flanger:

$$(4-105) \quad \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{P d_2}{t_1 d} \\ \sigma_2 &= \frac{P d_1}{t_2 d} \end{aligned} \quad \left(\sigma = \sigma_1 = \sigma_2 = \frac{P}{2t} \right)$$

Kritisk søjlelast

Den kritiske søjlelast bestemmes af et totalt stabilitetsbrud eller af spændingsbrud i flangerne:

$$(4-106) \quad P_{kr} = \min \begin{cases} P_{EG} \\ t_1 \frac{d}{d_2} \sigma_{1,kr} \\ t_2 \frac{d}{d_1} \sigma_{2,kr} \end{cases} \quad (P_{kr} = 2t \sigma_{kr})$$

P_{EG} angiver Euler-bæreevnen under hensyntagen til forskydningsdeformationer:

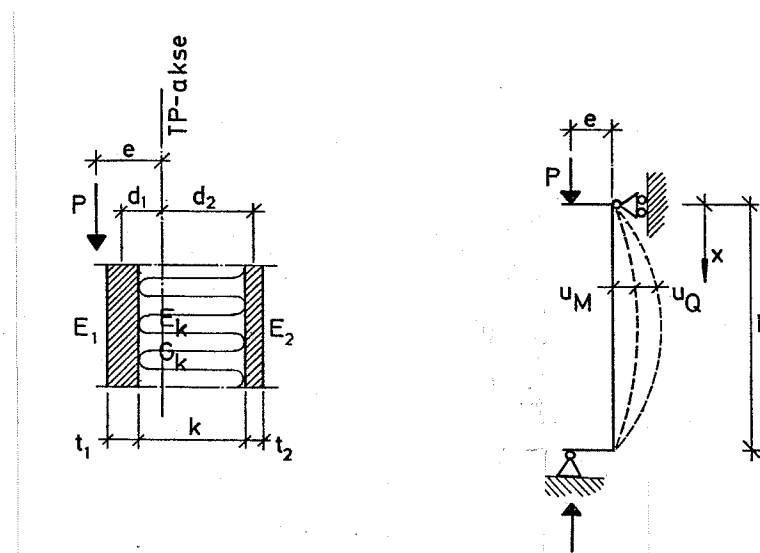
$$(4-107) \quad P_{EG} = \frac{P_E}{1 + \frac{P_E}{AG}} ; \quad P_E = \frac{\pi^2 B}{L^2}$$

Den kritiske flangespænding bestemmes af materialetrykstyrken eller flangerens kritiske foldespænding:

$$(4-108) \quad \sigma_{kr} = 0,22 \sqrt[3]{E_f E_k G}$$

Excentrisk
belastning

Excentriciteten fastlægges i forhold til tyngdepunktslinien (4-100) og regnes positiv mod flange 1, som vist på figur 4.25.



Figur 4.25:

Sandwichsøjle med excentrisk belastning.

Snitkræfter Bøjende moment:

$$(4-109) \quad M_{\max} = \frac{P e}{\cos \frac{\alpha L}{2}} ; \quad \alpha^2 = \frac{P}{B \left(1 - \frac{P}{AG} \right)}$$

Forskydningskraft:

$$(4-110) \quad Q_{\max} = P e \alpha \tan \frac{\alpha L}{2}$$

Udbøjning Pilhøjde:

$$(4-111) \quad u = u_M + u_Q = e \left(\frac{1}{\cos \frac{\alpha L}{2}} - 1 \right)$$

Forskydningsdeformationernes bidrag:

$$(4-112) \quad \omega = \frac{u_Q}{u_M + u_Q} = \frac{P}{AG}$$

Spændinger Normalspændinger i flanger:

$$(4-113) \quad \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{P}{t_1 d} \left(d_2 + \frac{e}{\cos \frac{\alpha L}{2}} \right) \\ \sigma_2 &= \frac{P}{t_2 d} \left(d_1 - \frac{e}{\cos \frac{\alpha L}{2}} \right) \end{aligned} \quad \left(\sigma = \frac{P}{t d} \left(\frac{d}{2} + \frac{e}{\cos \frac{\alpha L}{2}} \right) \right)$$

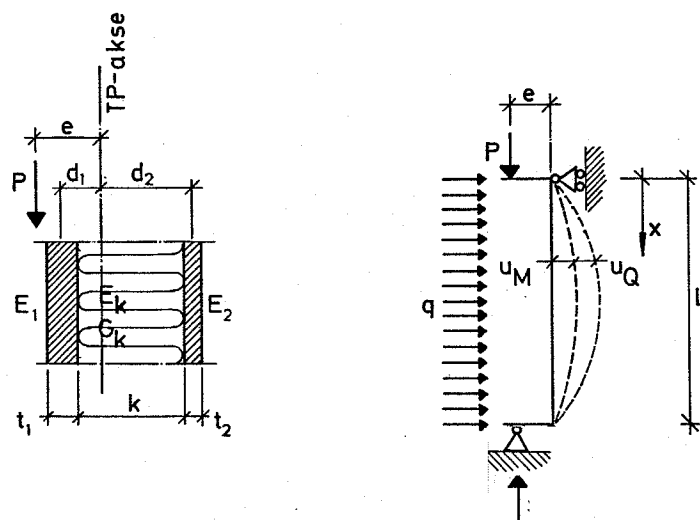
Forskydningsspændinger i kerne og limforbindelse:

$$(4-114) \quad \tau_k = \frac{P e}{d} \alpha \tan \frac{\alpha L}{2}$$

Bæreevne

Ved at indføre de kritiske spændinger i (4-113) og (4-114) bestemmes den kritiske søjlelast svarende til mindsteværdien af P . Da P indgår i α , kan P_{kr} ikke udtrykkes eksplicit og (4-113) og (4-114) må løses ved iteration. Den kritiske flangespænding er i praksis bestemt af foldespændingen givet ved (4-108).

Excentrisk
last og
tværlast



Figur 4.26:

Sandwichsøjle med excentrisk anbragt tryknormalkraft og jævnt fordelt tværlast.

Snitkræfter

$$(4-115) \quad M_{\max} = \left(\frac{q B}{P} + P \right) \frac{1}{\cos \frac{\alpha L}{2}} - \frac{q B}{P} ; \quad \alpha^2 = \frac{P}{B \left(1 - \frac{P}{A G} \right)}$$

$$(4-116) \quad Q_{\max} = \left(\frac{q B}{P} + P e \right) \alpha \tan \frac{\alpha L}{2}$$

Udbøjning

$$(4-117) \quad u_{\max} = \left(\frac{q B}{P^2} + e \right) \left[\frac{1}{\cos \frac{\alpha L}{2}} - 1 \right] - \frac{1}{8} \frac{q}{P} L^2$$

Spændinger

$$(4-118) \quad \sigma_1 = \frac{1}{t_1 d} \left[P d_2 + \left(\frac{q B}{P} + P e \right) \frac{1}{\cos \frac{\alpha L}{2}} - \frac{q B}{P} \right]$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{t_2 d} \left[P d_1 - \left(\frac{q B}{P} + P e \right) \frac{1}{\cos \frac{\alpha L}{2}} - \frac{q B}{P} \right]$$

$$(4-119) \quad \tau_k = \frac{1}{d} \left(\frac{q_B}{P} + P e \right) \alpha \tan \frac{\alpha L}{2}$$

Bæreevne Den kritiske søjlelast $P = P_{kr}$ findes af (4-118) og (4-119) ved indførelse af de kritiske spændinger. Udtrykkene løses ved iteration.

Tilnærmet metode Under antagelse af sinusformet udbøjningslinie kan den kritiske søjlelast med excentriciteten e og max. moment M_o fra tværlasten q udtrykkes eksplicit som:

$$(4-120) \quad P_{kr} = \frac{\beta_1}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\beta_1^2 - 4\beta_2}, \text{ hvor:}$$

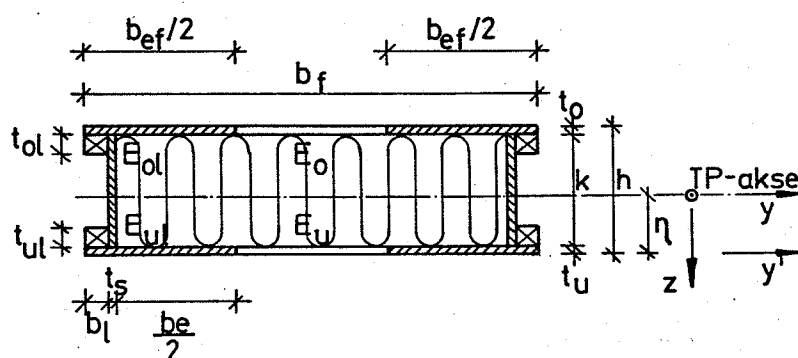
$$\beta_1 = P_{EG} \left(1 + \frac{e}{d_2} \right) + \sigma_1 t_1 \frac{d}{d_2}$$

$$\beta_2 = \frac{P_{EG}}{d} \left(\sigma_1 t_1 d - M_o \right)$$

Tilnærmelsesformlen (4-120) går over i (4-106) i tilfælde af central belastning: $e = 0$, $M_o = 0$.

4.2 Sandwichsøjler med kantskot

Forsynes det "rene" sandwichelement med kantskot i samlingerne analogt til sandwich-kassebjælkerne behandlet i afsnit 3.2, kan søjlen betragtes efter trælitteraturens terminologi som en usammensat søjle med inhomogent tværsnit.



Figur 4.27:

Sandwichsøjle med kantskot.

Skraverede areal angiver det "effektive" flangetværsnit. (se analyse i afsnit 3.2.1).

Den teoretiske behandling vil i stor udstrækning kunne behandles efter trælitteraturens gængse principper, se f.eks. ref. [67.1], og i det følgende gives kun en summarisk behandling af denne specielle søjletype.

I forhold til den "rene" sandwichsøjle vil kantskottenes bidrag til tværsnittets forskydningsstivhed være dominerende, således at mineraluldkernens rolle stort set er reduceret til alene at stabilisere flangepladerne mod udknækning. Beregningen af søjlens bæreevne baseres derfor alene på de indgående trætværsnit, d.v.s. på et søjletværsnit med tynd krop og tynde flanger.

Tværsnitsgeometrien er helt analog til den, der blev behandlet i afsnit 3.2 og de betragtninger, der er gjort vedrørende tværsnitsstørrelserne, er ligeledes gældende for søjleelementerne (vægelementerne), se formlerne (3-101) til (3-108).

Søjleens inertiradius, i , og slankhedsforhold, λ , beregnes på sædvanlig måde, blot med indsættelse af de transformerede tværsnitsstørrelser:

$$(4-121) \quad \lambda = \frac{L}{i} = L \sqrt{\frac{A_t}{I_{y,t}}}$$

Central
belastning

Betragtes en aksialbelastet, simpelt understøttet elastisk søjle, fører den sædvanlige stabilitetsanalyse til en kritisk søjlelast lig Euler-lasten:

$$(4-122) \quad P_E = \frac{\pi^2 B}{L^2}$$

hvor B er søjlens bøjningsstivhed (3-107).

Den tilhørende kritiske spænding, Eulerspændingen, bliver:

$$(4-123) \quad \sigma_{kr} = \sigma_E = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{L}{i}\right)^2}$$

der er gældende op til proportionalitetsgrænsen, der for træmaterialer ligger omkring $0,5 \sigma_{br}$ (trykbrudspænding).

Forudsættes konstant forhold mellem E-modul og brudspænding for de indgående materialer, kan grænsen for anvendelsen af (4-122) fastlægges ud fra betingelsen:

$$(4-124) \quad \lambda^2 = \left(\frac{L}{i}\right)^2 \geq 2 \pi^2 \frac{E}{\sigma_{br}} \quad (\text{slanke søjler})$$

For de undersøgte krydsfinertyper, afsnit 2.2, og de i afsnit 3.2 anvendte kantlister af uklassificeret konstruktionstræ, vil forholdet E/σ_{br} typisk ligge omkring 250, d.v.s. grænseværdien for slankhedstallet (4-124) bliver: $\lambda = L/i \geq 70$.

"korte
søjler"

Ved mindre slankhedstal erstattes E-modulen af tangent-modulen (Engesser) eller af Ostenfelds udtryk (4-30), der anvendes i Trænormen, ref. [74.3].

Anvendelsen af forfinede udtryk vil være ganske uberettiget, fordi der generelt set er meget stor spredning ved forsøg med korte søjler. I ref. [67.1] angives som årsag, at lokale stivheds- og styrkevariationer, spændingskoncentrationer og excentriciteter får meget større virkning end ved de slanke søjler, hvor brudlasten i højere grad afhænger af middelværdierne over en større længde.

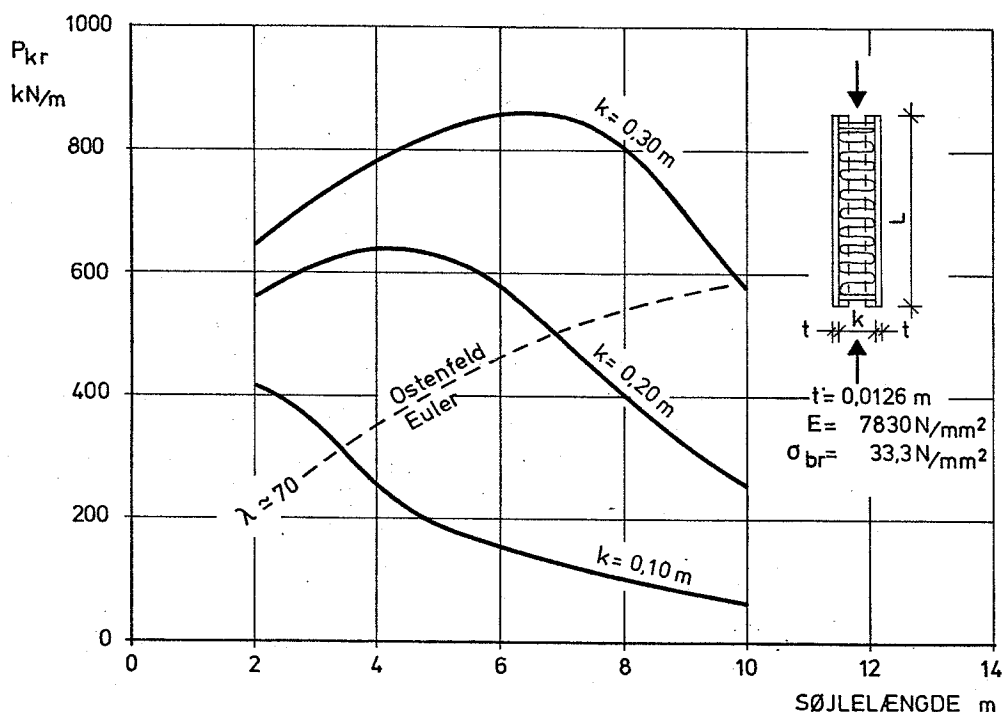
Anvendes Ostenfelds halvempiriske udtryk (4-30) og indsættes i (4-123), fås den kritiske spænding for $\sigma \geq 0,5 \sigma_{br}$.

$$(4-125) \quad \sigma_{kr} = \sigma_{br} \left(1 - \frac{\sigma_{br}}{4 \pi^2 E} \left(\frac{L}{i} \right)^2 \right) = \sigma_{br} \left(1 - \frac{1}{4} \frac{\sigma_{br}}{\sigma_E} \right)$$

og den kritiske søjlelast:

$$(4-126) \quad P_{kr} = A_t \sigma_{br} \left(1 - \frac{\sigma_{br}}{4 \pi^2 E} \left(\frac{L}{i} \right)^2 \right)$$

Søjlelængdens indflydelse på bæreevnen er illustreret i eksemplet figur 4.28. Den effektive flangebredde, regnet fra kantskottene, er i henhold til analysen i afsnit 3.2 sat til 1/14 af søjlelængden.



Figur 4.28:

Eksempel på bæreevns afhængighed af søjlelængden for sandwichsøjler med kantskot i samlingerne pr. 1,20 m (søjle med tynde flanger og tynd krop).

Metoden til fastlæggelse af den "effektive" flangebredde medfører, at søjlens bøjningsstivhed vokser med voksende søjlelængde, indtil flangerne er fuldt udnyttet ved en søjlelængde på ca. 7,5 m. Det betyder, at bæreevnen i dele af Ostenfeld-området giver et noget usædvanligt forløb med voksende bæreevne for voksende søjlelængde.

Tværbelastede og excentrisk belastede søjler

I excentrisk påvirkede eller tværbelastede søjler vil udbøjningen af søjlen bevirke en forøgelse af momenterne.

Hvis materialerne ikke er lineærelastiske til brud, vil elasticitetskoefficienterne og dermed bøjningsstivheden variere med påvirkningerne i de enkelte snit, og forholdene bliver ret komplicerede. Der gøres derfor den antagelse, at stivheden er ens i alle tværsnit og af samme størrelse, som i centralt belastede søjler med samme normalkraft.

Påvirkes en søjle til brud, vil der ikke som central belastning forekomme stabilitetsbrud, men et spændingsbrud, der kan være tryk, træk- eller forskydningsbrud. Spændingsbruddet kan dog godt opfattes som en slags stabilitetsbrud, idet den spænding, hvorved brud indtræder, ikke er konstant, men afhænger af søjlens dimensioner og normalbelastning. Brudspændingen må derfor bestemmes i hvert enkelt tilfælde.

Betragtes en simpelt understøttet søjle, og antages udbøjningsfiguren sinusformet, kan maksimalmomentet bestemmes analogt til den i afsnit 4.1.3 beskrevne tilnærmelsesmetode, der jvf. (4-95) giver:

$$(4-127) \quad M = \frac{P_E}{P_E - P} (P e + M_0)$$

hvor e er excentriciteten, og M_0 er momentet fra tværlasten.

Herudfra er det så muligt på sædvanlig vis at bestemme de kritiske kantspændinger. Ved store momentpåvirkninger kan bæreevnen eventuelt være begrænset af forskydningsspændinger (se behandling i afsnit 3.2.1).

Bæreevne- forsøg

De skitserede beregningsmetoder for den omtalte elementtype er ikke dokumenteret gennem forsøg. I forbindelse med projekteringen af DTH's 0-energihus i 1973 blev der dog udført et enkelt pilotforsøg af Inger Nygaard.

Forsøgselementet bestod af 9 mm krydsfinérflanger og skot af 16 mm krydsfinér og 33×33 mm kantlister af uklassificeret konstruktionstræ. Kernetykkelsen var 250 mm og elementbredden 1,10 m.

Elementet blev centralt belastet gennem simple understøtninger med en fri søjlelængde (elementlængde) på 2,40 m.

Slankhedsforholdet (4-121) bliver $\lambda = 25 < 70$, d.v.s. søjlen kan betragtes som en Ostenfeldtsøjle.

Beregnes bæreevnen efter (4-126), fås den kritiske søjlelast til ca. 660 kN/m.

I forsøget blev elementet belastet til 345 kN/m uden tegn på brud. Forsøgssopstillingen var ikke dimensioneret til større påvirkninger, og den faktiske brudlast kunne ikke bestemmes. Forsøget giver dog en indikation af denne elementtypes meget store bæreevne.

5. BÆREEVNEFORHOLD UNDER BRANDPÅVIRKNING

Som bærende bygningsdel skal sandwichelementerne i lighed med andre bygningskonstruktioner opfylde en række brandtekniske krav.

Sandwichkonstruktionen udnytter primært styrkeegenskaberne i konstruktionens overflade og er derfor særlig udsat ved brandpåvirkning.

Anvendelsen af mineralsk kernelag i modsætning til kunststofkerner eller kerner af organisk materiale giver konstruktionen fine egenskaber imod gennembrænding, men hindrer ikke, at sandwichprincippet "slås i stykker", når den ene flange er bortbrændt.

En umiddelbar måde at hindre denne nedbrydning på ville være at indskrænke valget af flangematerialer til brandimprægnerede eller ikke brændbare materialer. Anvendelsen af brandimprægnerede plader har imidlertid kun betydning for de overfladebrandtekniske egenskaber. Imprægneringen vil kunne hindre, at pladen i sig selv nærer forbrændingen, men for en ydre brandbelastning vil forkulningen af pladen foregå med samme hastighed som i en ikke imprægneret plade (se ref. [78.5]).

Anvendelsen af ikke brændbare flangeplader vil naturligvis hindre gennembrænding, men med de små flangetykkelser, der er tale om, og den varmeledningsevne, der vil være i pladematerialet, vil det næppe være muligt at sikre, at der ikke lige under den eksponerede flange vil ske så kraftige temperaturstigninger, at styrken i mineralulden forsvinder.

Mineraluldfibrene i sig selv tåler temperaturer omkring 7-800°C, men de bindemidler, der "hæfter" fibrene sammen, og som er afgørende for mineraluldens mekaniske egenskaber, tåler ikke temperaturer på mere end 250-300°C.

Det betyder, at mineralulden stort set mister sin styrke ved temperaturer over dette niveau og dermed vil samvirkningen af flangepladerne gennem mineraluldkernen alligevel være brudt.

Det betyder i praksis, at konstruktionens restbæreevne efter en given eksponeringstid alene skal sikres af den ueksponerede flange, den resterende del af mineraluldkernen og eventuelt af de forstærkninger, der kan indlægges i samlingerne. Det er netop denne "konstruktionsrest", som nærværende kapitel søger at give en vurdering af i styrkemæssig henseende.

I praksis er en teoretisk vurdering ikke tilstrækkelig for en egentlig brandteknisk klassifikation efter DS1052, ref. [66.3], der normalt kun kan opnås

efter en autoriseret prøvning i henhold til DS1051, ref. [66.2]. Den teoretiske vurdering kan derfor kun anvendes til en foreløbig vurdering af konstruktionens restbæreevne forud for de egentlige brandtekniske prøvninger.

5.1 Sandwichbjælker (dæk-/tagelementer) under brandpåvirkninger

"Ren"
sandwich

Det "rene" sandwichelement påvirket til bøjning (se afsnit 3.1) optager momentbelastningen ved aksialt træk og tryk i de to flanger, mens mineraluldkernen overfører forskydningskræfter.

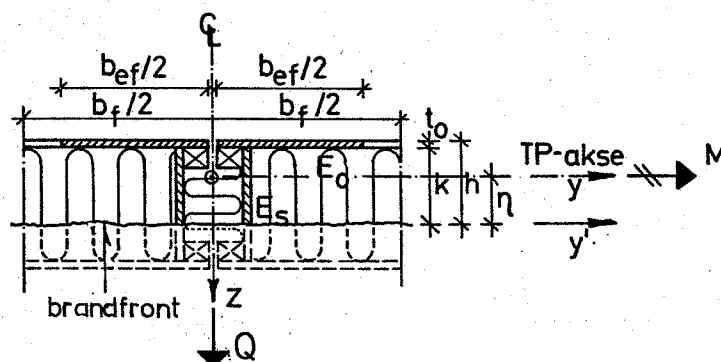
Ved bortbrænding af den ene flange, i praksis efter 10-15 minutter, vil træk- eller trykzonen forsvinde, og tyngdepunktsaksen vil på grund af kernens forsvindende bidrag til bøjningsstivheden flytte helt op i den ueksponerede flange. Det betyder, at restbæreevnen, flangens egenbæreevne, er reduceret til nul. Uden beskyttende foranstaltninger er det altså ikke muligt at anvende det "rene" sandwichelement på steder, hvor der stilles krav til den bærende konstruktions branddrøjhed.

Sandwich
m.kantskot

Restbæreevnen må i så fald alene baseres på de forstærkninger, der kan indbygges i samlingerne. I elementtypen med kantskot, behandlet i afsnit 3.2, vil den ueksponerede del af kantskottet sikre en "rimelig bjælkehøjde" og herved yde et væsentligt bidrag til restbæreevnen, og i det følgende gennemgås en beregningsmodel baseret på en række forudsætninger, der er opstillet ud fra observerede brandforløb under de brandtekniske prøvninger.

5.1.1 Teoretisk vurdering af restbæreevne

Den efterfølgende teoretiske vurdering af restbæreevnen baseres alene på de i afsnit 3.2 behandlede elementtyper med kantskot i samlingerne pr. 1,20 m. Andre udformninger af kantløsningerne vil dog i stor udstrækning kunne behandles efter samme principper.



Figur 5.1:

Resttværsnit af sandwichelementer med kantskot efter "brand".

Der betragtes et resttværsnit efter "brand" som vist på figur 5.1.

Brandforsøgene, beskrevet i afsnit 5.1.2 og 5.2.2, har vist, at indbrændingen (forkulningen) af de indgående trædele foregår med en hastighed på ca. 1 mm pr.minut, når konstruktionen eksponeres i henhold til DS1051 (standard-brandkurven).

Med de aktuelle flangeplader vil det betyde, at den eksponerede flange brænder bort efter 10-15 minutter.

I massivt fyrretræ regnes almindeligvis med en indbrændingshastighed på ca. 0,6 mm/min. Den større hastighed skyldes sandsynligvis den høje isoleringsgrad bag brandzonen og dermed den dårlige bortledning af varmen fra brandfronten.

I mineralulden vil der ikke ske egentlig indbrænding, idet fibrene stort set forbliver intakt, men derimod vil der ske en bortglødning af bindemidlerne ved temperaturer over ca. 250°C med en hastighed på 4-6 mm pr.minut. Det betyder, at mineralulden mister sin styrke med denne hastighed, mens isoleringsevnen stort set forbliver intakt.

Beregnings-
forudsætning-
ger

For at forenkle beregningerne gøres følgende forudsætninger:

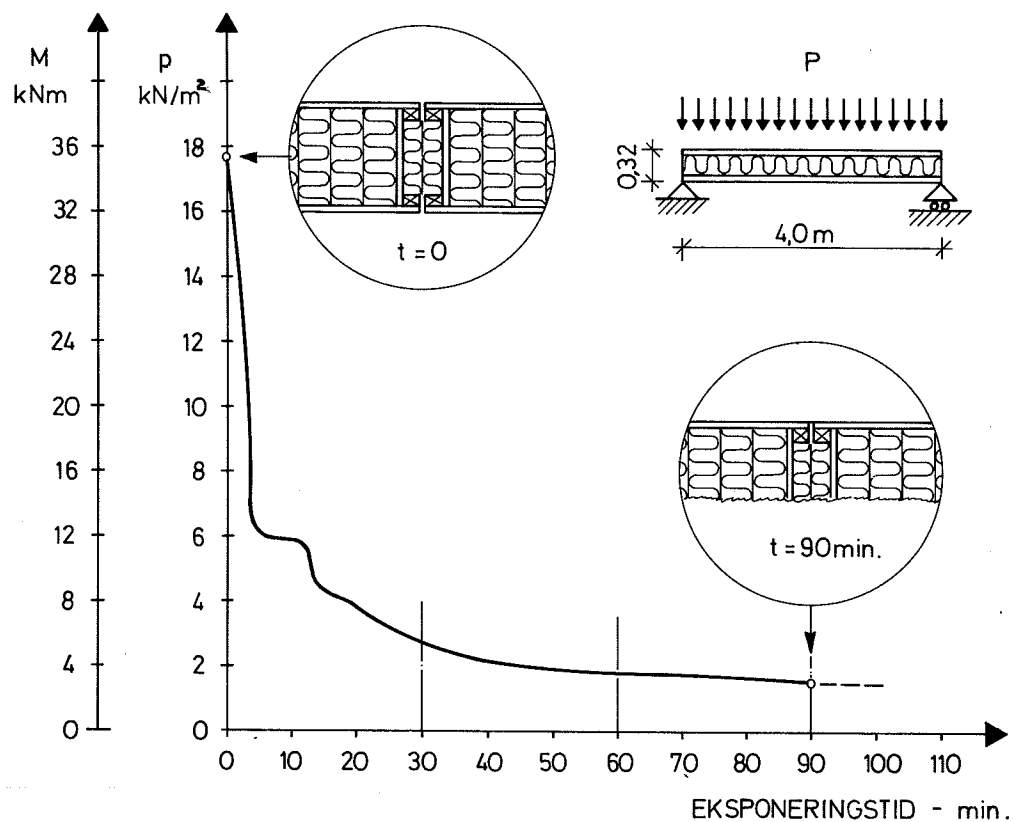
- 1: Indbrændingen foregår efter en plan flade med konstant indbrændingshastighed på 1 mm/min.
- 2: Styrke- og stivhed af det uforkullede træ er uændret efter brand (uafhængig af temperatur/fugtændring).
- 3: Konstruktionen forbliver stabil og bevarer sin integritet under brandbelastningen.

Med disse forenklede forudsætninger kan resttværsnittet efter en given eksponeringstid defineres (se figur 5.1), og restbæreevnen kan beregnes helt analogt til de beregningsprincipper for "inhomogene tværsnit", der er behandlet i afsnit 3.2.1. Formlerne (3-101) til (3-110) kan anvendes direkte på det reducerede tværsnit, figur 5.1, og gennemgås derfor ikke yderligere i nærværende afsnit.

For at illustrere indbrændingens indvirkning på restbæreevnen er der på figur 5.2 vist, hvorledes en af de i afsnit 3.2.2 undersøgte elementtyper vil opføre sig efter den skitserede teori.

Eksemplet, figur 5.2, viser, at konstruktionen ud fra bæreevnekriteriet vil kunne klassificeres som bærende bygningsdel BD30 med en karakteristisk last (ekskl. partialkoefficienter) på ca. 2,80 kN/m² og som BD60 med en karakteristisk last på 1,90 kN/m².

RESTBÆREEVNE



Figur 5.2:

Eksempel på eksponeringstidens indflydelse på restbæreevnen af sandwichelementer med kantskot i samlingerne pr. 1,20 m.

Beregningseksemplet svarer til elementvarianterne DKA-4-5 og -6 afsnit 3.2.2 med spændvidde 4,0 m og tykkelse 0,32 m.

5.1.2 Brandprøvning af dakelementer

Anvendt som dæk-/tagelement er sandwichelementernes brandmodstandsevne kun belyst gennem et enkelt pilotforsøg, detaljeret beskrevet i IFH-rapport 122: "Brandforsøg med 2 mineraluldbaserede sandwichdækelementer", ref. [77.3].

Forsøget blev udført på Statsprøveanstaltens horisontalovn i overensstemmelse med DS1051, uden at der var tale om en egentlig klassifikationsprøvning.

Elementerne var opbygget som de dakelementer, der blev anvendt i DTH's 0-energihus med 400 mm kerneytykkelse, flanger af henholdsvis 12 mm spånplade og 12,6 mm krydsfinér, kantskot af 15,6 mm krydsfinér og kantlister af 33×33 mm uklassificeret konstruktionstræ. Elementbredden var 1,20 m og spændvidden 5,15 m. I samlingerne pr. 1,20 m var indlagt en I-formet fugebjælke med krop af 12 mm spånplade og flanger af 33×66 mm uklassificeret konstruktionstræ.



Figur 5.3:

Dækelement efter 44 minutters brandpåvirkning efter DS1051. Den eksponerede krydsfinérflange er bortbrændt, og mineral-udlamellerne, G50, er blotlagt.

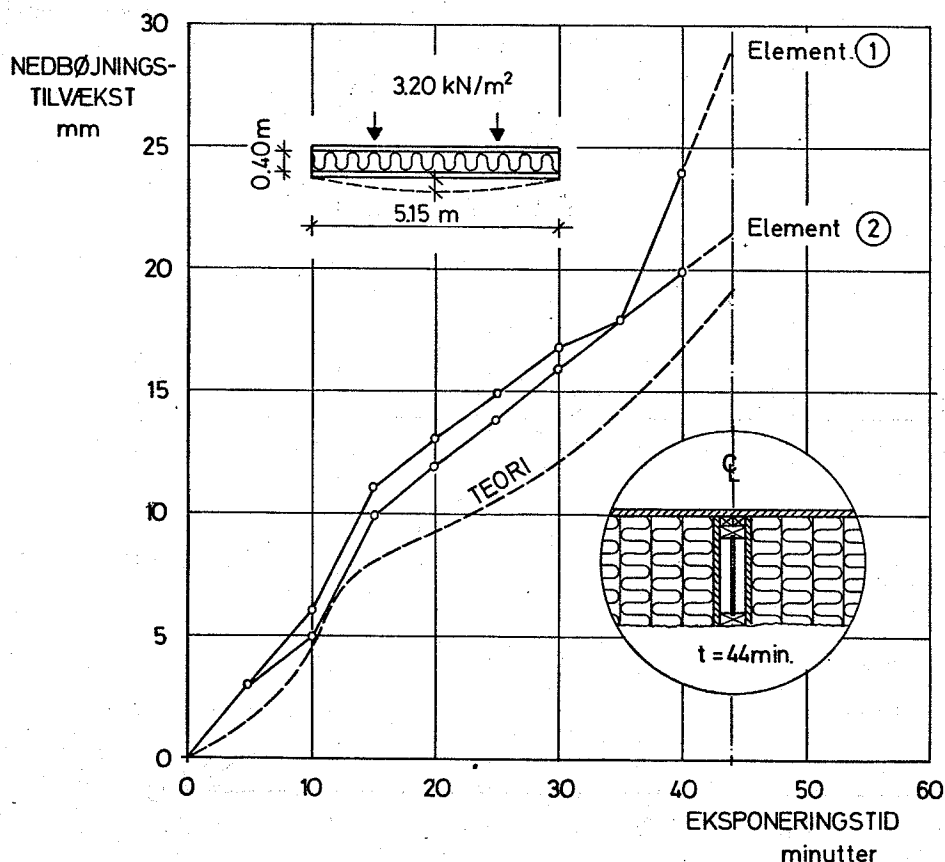
Elementerne blev under prøvningen belastet svarende til en jævnt fordelt fladelast på $2,70 \text{ kN/m}^2$. Egenlasten udgjorde ca. $0,50 \text{ kN/m}^2$. De tilhørende snitkræfter giver et max.moment på $12,7 \text{ kNm}$ pr. $1,20 \text{ m}$ og en max. forskydningskraft på $9,9 \text{ kN}$ pr. $1,20 \text{ m}$.

Forsøgs- resultat

På grund af en fejludførelse af kantstopningen ved den ene overside måtte forsøget afbrydes efter 44 minutters brandpåvirkning, uden at bæreevnen var udtømt.

Arbejdskurverne for elementernes udbøjning er vist på figur 5.4 sammen med den teoretiske kurve, baseret på de i afsnit 5.1.1 beskrevne forudsætninger.

På baggrund af temperaturmålinger under forsøget og gjorde iagttagelser af resttværsnittet efter afbrydelsen kunne konstateres, at indbrændingen med god tilnærmelse foregår efter en plan flade med konstant indbrændingshastighed på ca. 1 mm pr.min. , såvel over elementfladen som i elementsamlingen.



Figur 5.4:

Arbejdskurver for prøveelementernes max.nedbøjning under brandpåvirkning efter DS1051. Den beregnede arbejdskurve er indtegnet med punkteret streg.

De forventede arbejdskurveforløb, figur 5.4, stemmer fint overens med de faktiske målinger. Deformationshastighedens tiltagen efter 10-15 minutters prøvning skyldes, at underflangen på dette tidspunkt er gennembrændt og har mistet bæreevnen, hvorefter der sker en spændingsomlejring. Herefter stabiliseres deformationshastigheden, som ventet, indtil den lokale svækkelse af element 1 slår igenem på grund af den omtalte manglende stopning ved ovnsiden. Restbæreevnen af det observerede resttværsnit omkring den egentlige elementsamling, figur 5.4, er beregnet til ca. 2,1 gange prøvelasten.

Konstruktionen forblev stabil under prøvningen, samlingerne forblev tætte, og der kunne ikke konstateres temperaturstigninger på den ueksponerede elementside.

For den praktiske anvendelse betyder det, at elementerne vil kunne klassificeres efter DS1052 som bærende bygningsdel BD30 og sandsynligvis som BD60.

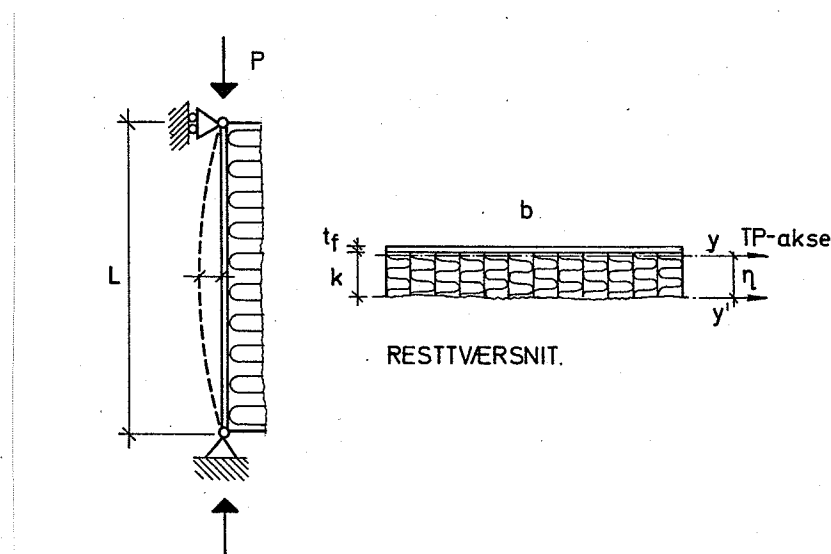
5.2 Sandwichsøjler (vægelementer) under brandpåvirkning

Vægelementernes store bæreevne overfor aksialbelastninger er betinget af flangepladernes samvirken gennem mineraluldkernen og limforbindelsen mellem disse. Når den ene flange brænder bort efter en given eksponeringstid, skal restbæreevnen sikres af den ueksponerede flange understøttet af den del af mineraluldkernen, der ikke har mistet sin styrke og eventuelt af de forstærkninger, der kan indbygges i samlingerne.

5.2.1 Teoretisk vurdering af restbæreevnen og forsøg med simuleret indbrænding

"Ren"
sandwich

I modsætning til de bøjningspåvirkede elementer vil bæreevnen af det "rene" sandwichelement påvirket af aksiale trykkræfter ikke være totalt udtømt, når den ene flange forsvinder.



Figur 5.5:

Sandwichsøjle efter brand.

Rent intuitivt synes det på figur 5.5 viste tværsnit ikke at have nogen mærkbar bæreevne, men det viser sig, at mineralulden, alt afhængig af tykkelse og E-modul, medvirker til en væsentlig forøgelse af tværsnittets bøjningsstivhed og dermed en forøgelse af den kritiske last, der får søjlen til at knække ud (Euler).

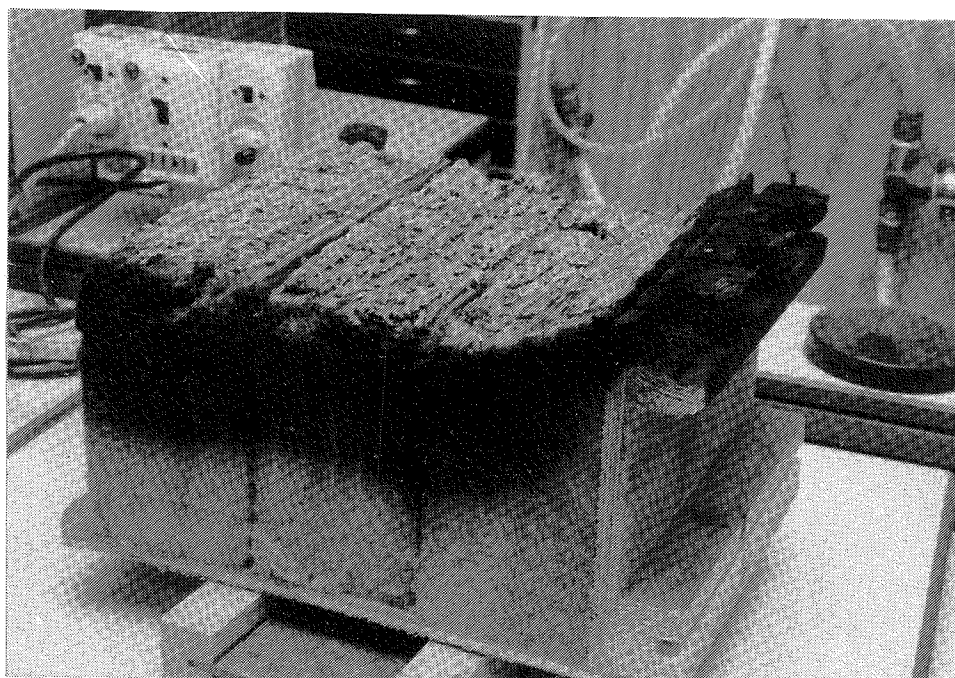
Beregnings-
forudsæt-
ninger

For at definere resttværsnittet må de i afsnit 5.1.1 opstillede beregningsforudsætninger suppleres med følgende:

- styrke og stivhed af mineralulden er uændret, hvis temperaturen ikke har været over 250°C (kritisk temperatur for bortglødning af binde- midler),

- indbrændingen i mineralulden foregår med en hastighed på 5 mm pr.minut (250°C-isoternem).

Den sidste forudsætning afspejler ikke helt de faktiske forhold. Hastigheden aftager med eksponeringstiden, idet fibrene tåler væsentlig højere temperaturer end bindemidlerne, hvorved der vil ydes en beskyttelse/isolation af det bagved liggende materiale.



Figur 5.6:

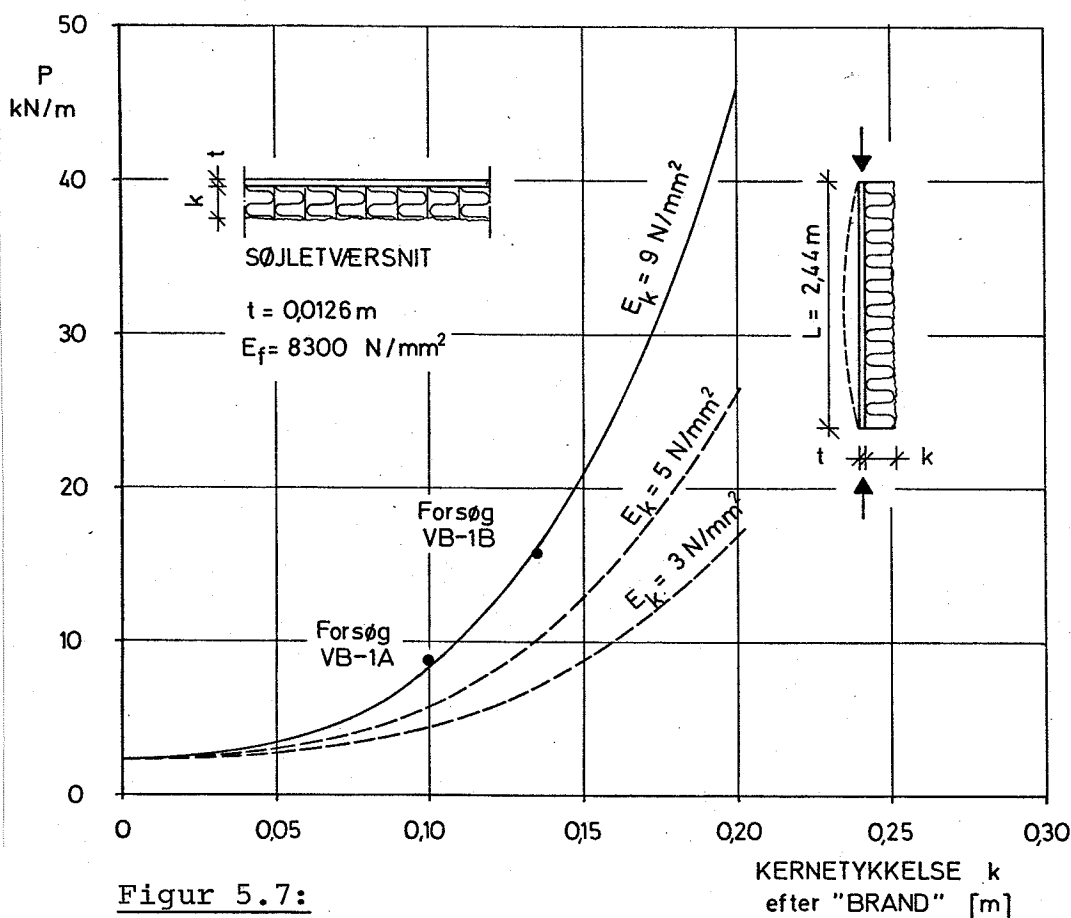
Indbrændingsforløb i sandwichelement med 195 mm kerne (G50) efter 30 minutters brandpåvirkning efter DS1051. Mineraluld-kernen har stort set bibeholdt sin udgangstykkelser, mens bindemidlerne er bortglødet med en hastighed på ca. 5 mm pr.minut. Indbrændingen i kantforstærkningen (forkulningen) er foregået med en hastighed på ca. 1 mm pr.minut. Foto fra ref. [78.5].

Ud fra de opstillede forudsætninger kan det effektive tværsnitsareal efter en given eksponeringstid fastlægges og de transformerede tværsnitsstørrelser bestemmes.

Betragtes etagehøje elementer, vil søjlens bøjningsstivhed i praksis være så beskeden, at søjlens slankhedsforhold (4-121) vil ligge i Euler-området ($\lambda > \text{ca. } 70$), d.v.s. bruddet sker som et stabilitetsbrud, og restbæreevnen kan beregnes efter (4-122).

På figur 5.6 er illustreret, hvorledes mineraluldens E-modul og resttykkelsen af den intakte mineraluldkerne influerer på restbæreevnen. Når mineralulden

efter tilstrækkelig lang eksponeringstid har mistet styrken, er bæreevnen alene bestemt af den ueksponerede flanges Euler-bæreevne.



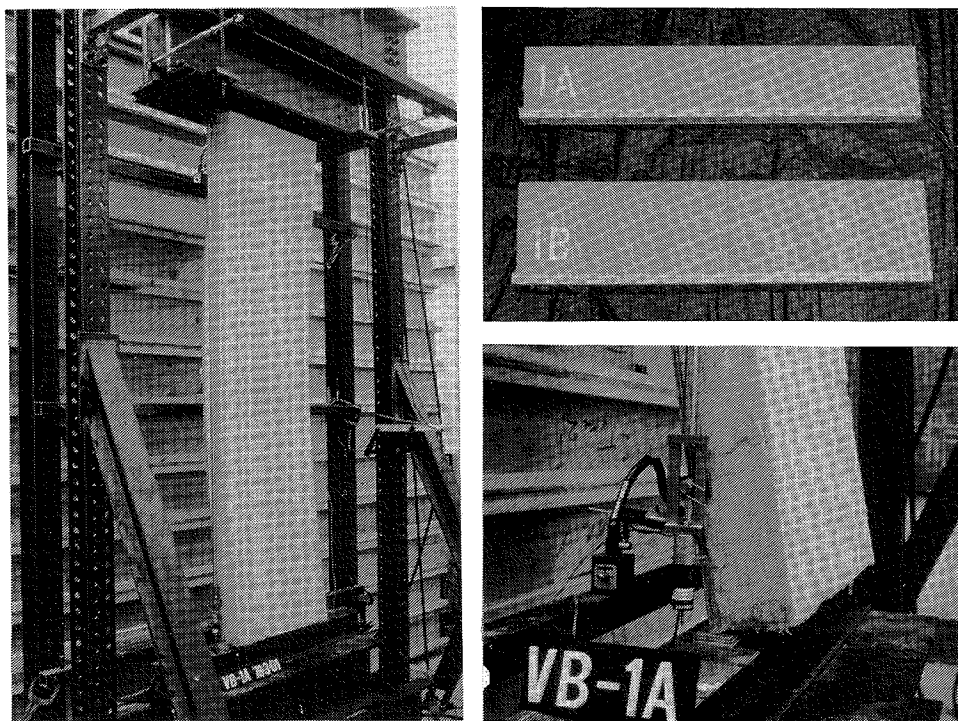
Bæreevne-
forsøg med
simuleret
indbrænding

Til støtte for de teoretiske overvejelser er der udført to bæreevnepforsøg med sandwichelementer med simuleret indbrændingsforløb, d.v.s. elementerne er fremstillet med de reducerede tværsnit, der kunne tænkes at fremkomme efter en given brandpåvirkningstid.

Elementerne bestod af en 12,6 mm krydsfinérflange limet til en kerne af henholdsvis 100 og 135 mm mineraluldlameller (G50).

Forsøg og resultater er detaljeret beskrevet i ref. [78.7].

For element VB-1A med længden 2,32 m og 10 cm mineraluld målttes en bæreevne på 5,9 kN pr. 0,60 m. For element VB-1B med 13,5 cm mineraluld målttes en bæreevne på 10,5 kN pr. 0,60 m.



Figur 5.8:

Forsøgsopstilling og detalje af understøtning (element VB-1A i udknækket tilstand). Øverst til højre ses tværsnittene af de to forsøgselementer med simuleret bortbrændt flange.

Resultaterne er sammenlignet med beregningerne på figur 5.7, idet resultaterne er konverteret til en søjlelængde på 2,44 m og en linielast pr. løbende meter væg. Forsøgsresultaterne viser fin overensstemmelse med de beregnede Euler-bæreevner.

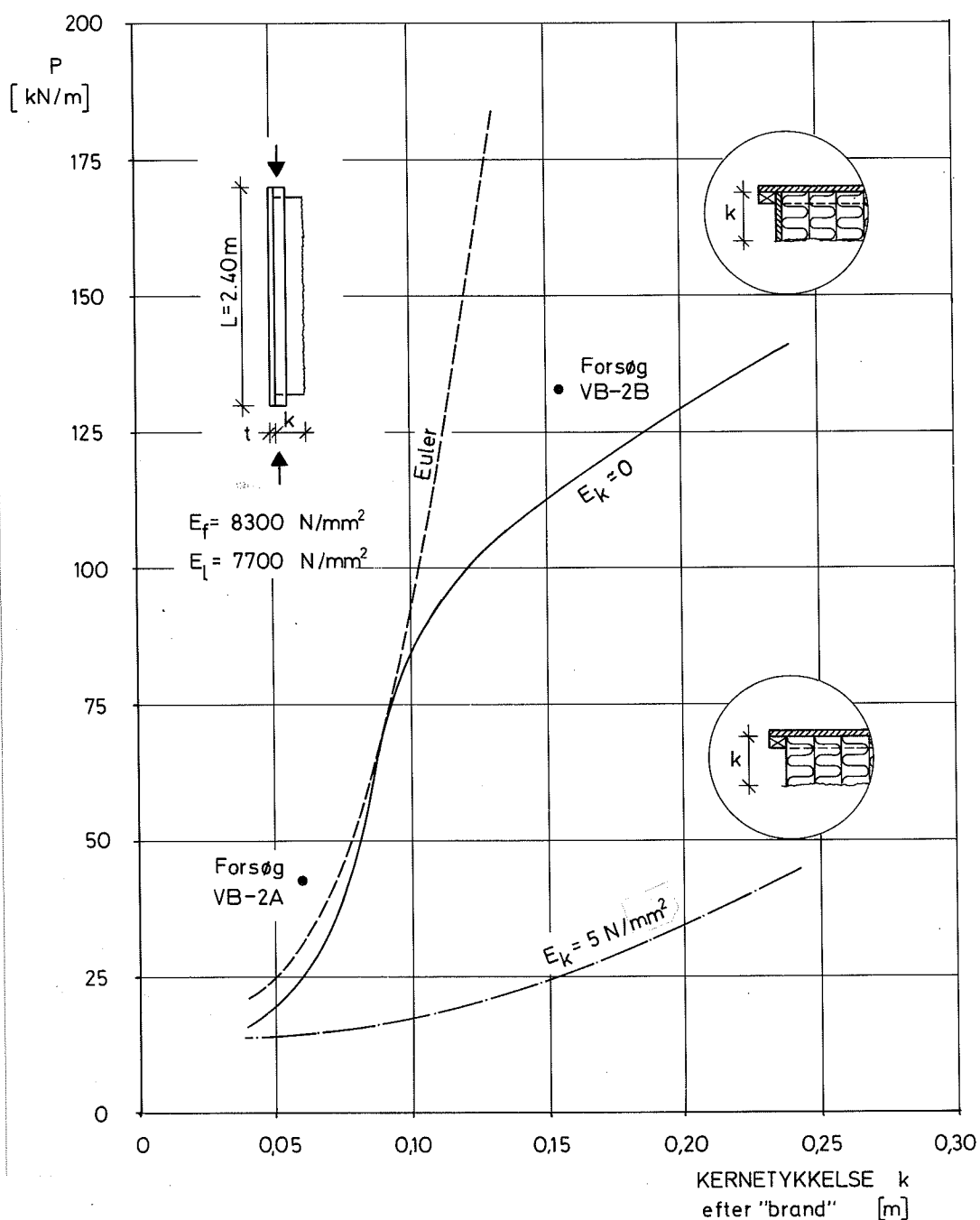
Sandwich
med kant-
forstærk-
ninger

Forsynes sandwichsøjlen med kantforstærkninger i samlingerne i form af kantlister og -skot sømlimet til flangepladerne, d.v.s. fuld samvirken, kan restbæreevnen i henhold til de teoretiske betragtninger i afsnit 4.2 beregnes på basis af de indgående trædele, idet mineraluldkernen, bortset fra den isolerende, beskyttende funktion, stort set ikke vil bidrage.

På baggrund af de i afsnit 4.2 skitserede beregningsprincipper er på figur 5.9 illustreret, hvorledes restbæreevnen afhænger af resttværsnittet udtrykt ved tykkelsen af den intakte del af kantforstærkningerne.

I eksemplet skelnes mellem kantforstærkninger alene bestående af lister og forstærkninger bestående af lister plus skot (kantplader), som kobler de to flanger. Sidstnævnte tilfælde svarer i udgangstilstanden til I-formede søjletværsnit med tynd krop og tynde flanger.

Efter "brand" forudsættes den eksponerede flange med tilhørende kantliste at være bortbrændt.



Figur 5.9:

Restbæreevnens afhængighed af resttykkelsen for 2,44 m lange sandwichsøjler med kantlister (35×45 mm) og skot (12,6 mm krydsfinér svarende til flanger) i samlingerne pr. 1,20 m. Belastningen forudsættes anbragt over midten af den ueksponerede flange og kantliste.

Med den fuldt optrukne kurve er der i beregningen taget hensyn til ekscentricitetsmomenterne fra nulliniens flytning under brandpåvirkningen. Den tilsvarende kurve for central belastning (Euler-kurven) er indtegnet punkteret.

Den nederste stiplede kurve svarer til restbæreevnen, når kantforstærkningerne alene består af lister, hvorved mineraluldens bidrag til bøjningsstivheden får betydning.

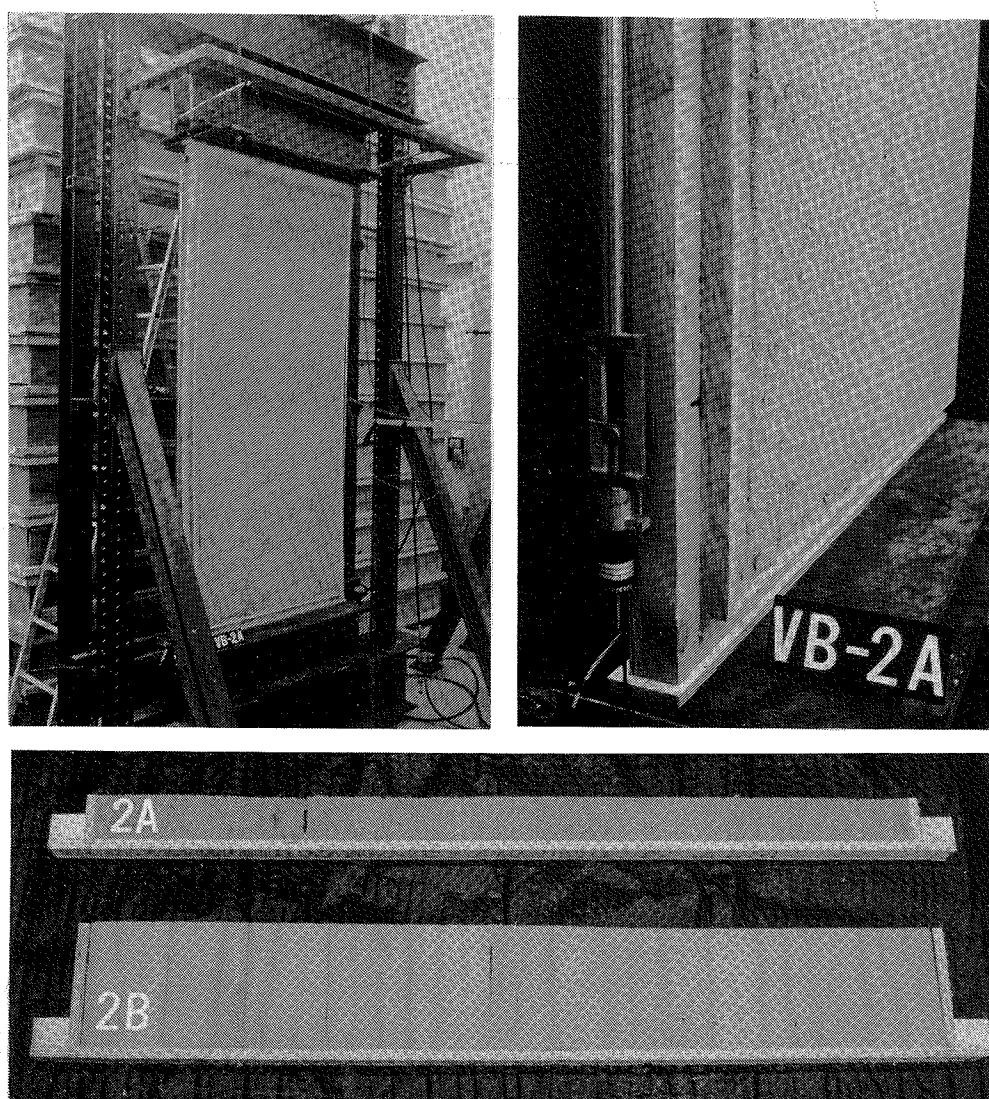
De indtegnede forsøgsresultater hidrører fra forsøg med simuleret indbrænding.

Indbrændingen i de viste elementtværsnit vil typisk betyde, at søjlen starter som en Ostenfeldt-søjle ($\lambda < \text{ca. } 70$) og slutter som en Euler-søjle.

De bøjende momenter fra ekscentricitet og udbøjning reducerer restbæreevnen betydeligt i forhold til en central belastning. Hvor kurverne tangerer hinanden ca. 0,09 m fra ueksponerede flange, er der sammenfald mellem "resttværsnittets" tyngdepunktslinie og den forudsatte placering af lasten, altså svarende til det centrale belastningstilfælde.

Bæreevne-
forsøg med
simuleret
indbrænding

Det illustrerede beregningseksempel, figur 5.9, er underbygget med to pilotforsøg på elementer med simuleret indbrændingsforløb.



Figur 5.10:

Forsøgsopstilling og tværsnit af forsøgselementer med simuleret indbrænding. Aksiallasten påføres som en linielast på kantlisterne ved den ueksponerede flange.

Ved fastlæggelsen af resttværsnittene forudsættes den ene flangeplade og tilhørende kantlister at være bortbrændt. Søjletværnssnittene og forsøgsopstilling er vist på figur 5.10. En detaljeret beskrivelse af forsøgene findes i ref. [78.7].

For element VB-2A med restkernetykkelse af 60 mm R80 målttes en bæreevne på 51,4 kN pr. 1,20 m (42,8 kN/m) på elementhøjden 2,40 m. For element VB-2B med 155 mm restkernetykkelse af G50 målttes en bæreevne på 160,0 kN pr. 1,20 m (133,3 kN/m).

Resultaterne er indtegnet på figur 5.9. Der er ikke i beregningen taget hensyn til mineralulden, så de forskelle, der måtte være på de to mineraluldsprodukter, er uden betydning for denne sammenligning.

Begge forsøgsresultater ligger over den teoretiske kurve, men indikerer et sandsynligt forløb af restbæreevnens afhængighed af resttykkelsen.

Element VB-2A med slankhedstal $\lambda = 149$ ligger i Euler-området og VB-2B med slankhedstal $\lambda = 54$ i Ostenfeldt-området. Bruddet i VB-2A skete som "stabilitetsbrud" og i VB-2B som materialetrykbrud (stukning) samtidig med, at kantpladerne viste tendens til foldning.

Afvigelserne kan dels henføres til belastningens faktiske ekscentricitet i forsøg, dels til de lokale stivheds- og styrkevariationer samt spændingskoncentrationer, der generelt set har stor indvirkning især på de "korte" søjler.

I forhold til de "rene" sandwichelementer betyder kantskottene i store træk, at elementernes restbæreevne under brandpåvirkning vil kunne honorere de i praksis forekommende krav til huse i én og to etager.

Kantlisterne på 35×45 mm vil alene kunne sikre en restbæreevne på ca. 14 kN pr. løbende meter væg (se figur 5.9 nederst). Orienteres kantlisterne vinkelret på flangepladerne, øges denne restbæreevne til ca. 21 kN pr. løbende meter væg, og netop denne geometri ligger til grund for de i det følgende beskrevne brandtekniske prøvninger.

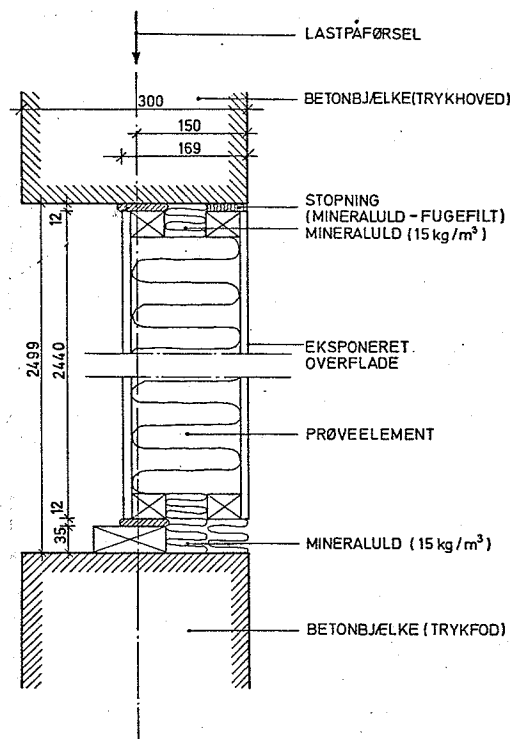
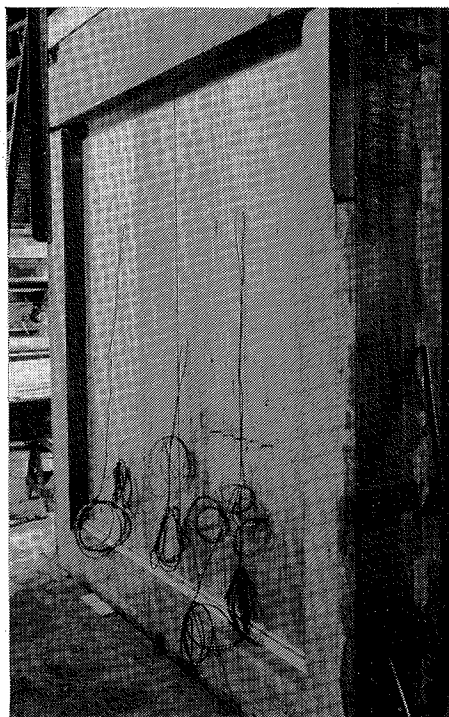
5.2.2 Brandprøvning af vægelementer

På baggrund af de teoretiske overvejelser, afsnit 5.2.1, udførtes to egentlige brandtekniske prøvninger i henhold til DS 1051, ref. [78.7].

Prøvningerne blev udført på 2×2 elementer med bredden 1,20 m og længden 2,44 m. Flangerne var af 12 mm krydsfinér og kernen af 145 mm mineraluldlameller i den ene prøvning af G50 og i anden prøvning af R80.

I samlingerne pr. 1,20 m var elementerne forsynet med 35×45 mm kantlister for fer/not-samling.

Elementerne blev parvis indbygget i Statsprøveanstaltens vertikalovn, se figur 5.11, og påført en lodret linielast på 21 kN/m under hele prøvningen.



Figur 5.11:

Prøveelementer monteret i belastningsramme set fra ueksponerede overflade. Til højre ses lodret snit i opstillingen (fra ref. [78.7]).

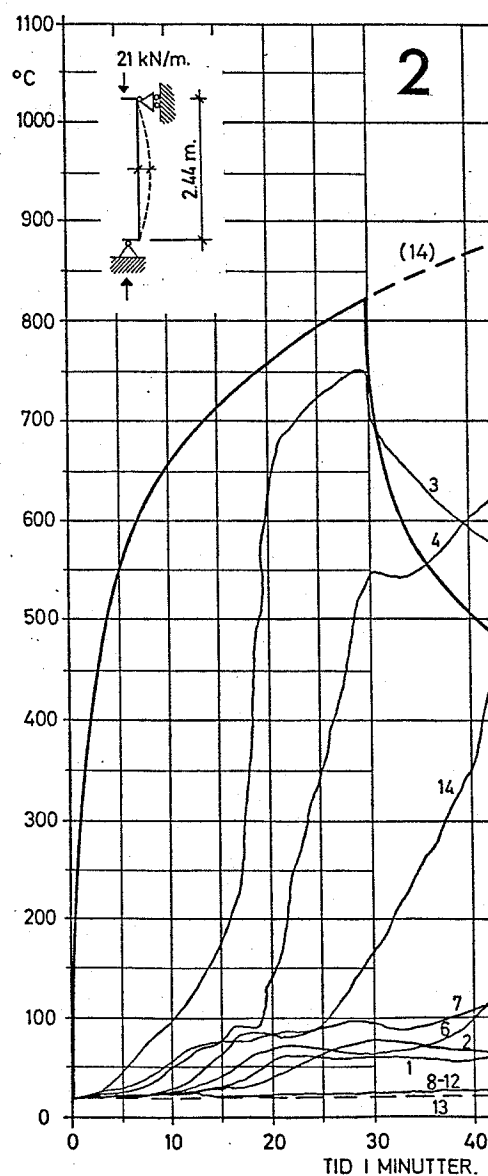
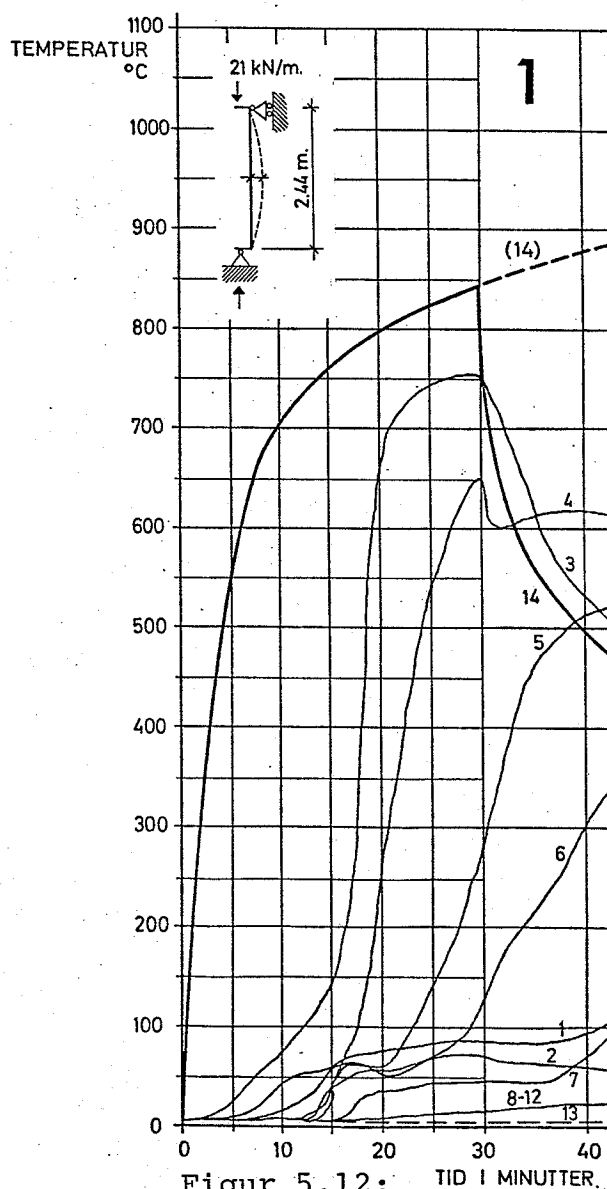
Elementerne blev eksponeret i 30 minutter fra den temperatur-/tid-kurve, der er fastsat i DS 1051. Under prøvningerne målttes dels temperaturforløbene gennem elementerne, dels udbøjningerne (pilhøjderne) ud af planet.

Temperatur-
målinger

De målte temperaturforløb under prøvningerne er vist på figur 5.12.

Temperaturmålingerne inde i elementerne 1-7, figur 5.12, afspejler tydeligt indbrændingsforløbet. Efter ca. 15 minutter sker der en kraftig temperaturstigning på bagsiden af den eksponerede flange (kurve 3) i fin overensstemmelse med, at flangen er gennembrændt på dette tidspunkt.

Betrages 250°C-isotermens bevægelse ind i mineralulden af termoelementerne 3, 4 og 5 med indbyrdes afstand på 30 mm, kan indbrændingshastigheden i mineralulden aflæses til ca. 4-5 mm pr.minut, i fin overensstemmelse med beregningsforudsætningerne.



Figur 5.12: TID I MINUTTER.

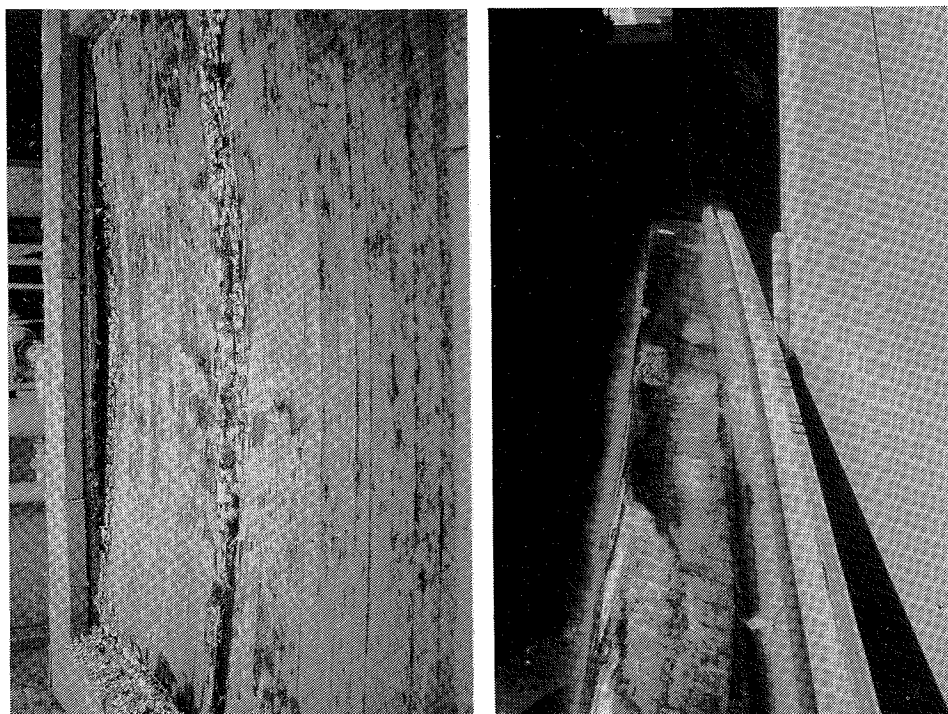
Temperaturforløb under brandprøvninger, forsøg 1 (G50) til venstre og forsøg 2 (R80) til højre.

Temperaturkurverne svarer til følgende placering:

- 1 : I samling (57 mm fra eksponeret flange)
- 2 : I samling (112 mm fra eksponeret flange)
- 3 : 12 mm fra eksponeret overflade (på krydsfinér)
- 4 : 42 mm fra eksponeret overflade (i mineraluld)
- 5 : 72 mm fra eksponeret overflade (i mineraluld)
- 6 : 102 mm fra eksponeret overflade (i mineraluld)
- 7 : 132 mm fra eksponeret overflade (i mineraluld)
- 8-12 : Overflade af ueksponeret flange
- 13 : Rumtemperatur
- 14 : Ovntemperatur.

Temperaturmålingerne på elementernes ueksponerede overflade (kurverne 8-12) viser, at der inden for de 30 minutters prøvetid stort set ikke er sket nogen temperaturstigning ($<5^{\circ}\text{C}$).

Temperaturforløbet ind igennem samlingen (kurverne 1 og 2) viser, at indbrændingen i kantlisten på den eksponerede flange er foregået med en forventet mindre hastighed. Efter 30 minutters eksponering var temperaturen på bagsiden af den eksponerede kantliste (kurve 1) endnu ikke over 100°C . Kantlisterne på den ueksponerede flange, se figur 5.13, er helt intakte efter brandpåvirkningen, hvilket har væsentlig betydning for konstruktionens restbæreevne.



Figur 5.13:

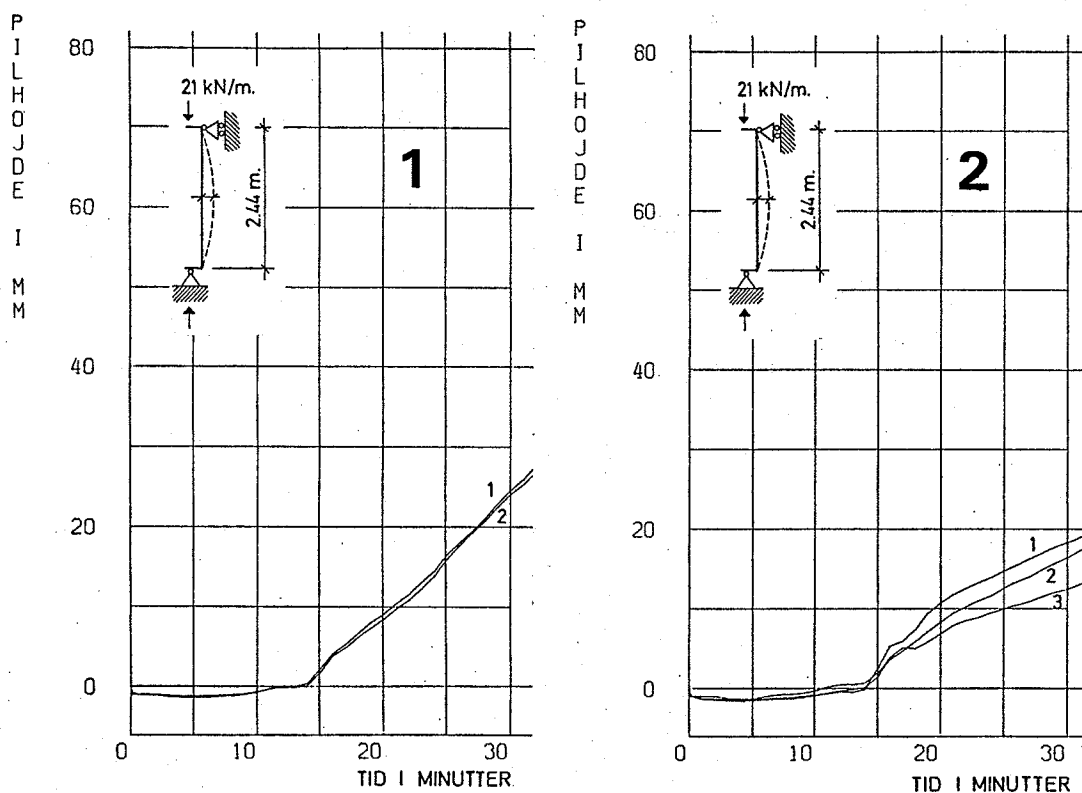
Sandwichvægelementerne efter brandprøvning.

Den eksponerede flange er bortbrændt, men mineraluldlamellerne er stort set intakte. Detaljen fra elementsamlingen (til højre) viser, at kantlisten på den ueksponerede flange er intakt.

Deformationer

Forløbet af elementernes udbøjning under prøvningerne er vist på figur 5.14 som pilhøjderne på elementmidte og over samling.

Belastningen på elementerne er fra forsøgsstarten anbragt ekscentrisk, som vist på figur 5.11. Ekscentriciteten bevirker en beskeden startudbøjning ind imod brandkammeret, men efter ca. 15 minutters forløb skifter udbøjningen retning, i fin overensstemmelse med at den eksponerede flange er gennembrændt og har mistet styrken, hvorved der sker en spændingsomlejring, så tyngdepunktslinien flytter over på den anden side af lastlinien (ekscentricitetsmomentet skifter fortegn). Deformationsforløbet er herefter bestemt af indbrændingen i mineralulden,



Figur 5.14:

Udbøjningsforløb (pilhøjde) under 30 minutters brandprøvning, forsøg 1 med kerne af G50 til venstre og forsøg 2 med kerne af R80 til højre.

- Kurve 1 : Pilhøjde på midten af element 1.
- Kurve 2 : Pilhøjde over samling
- Kurve 3 : Pilhøjde på midten af element 2.

Kurverne til venstre må tages med forbehold på grund af en fejl ved elektronikken.

dels af den hastighed hvormed ulden mister sin styrke og stivhed, dels af de høje temperaturers indvirkning på uldens mekaniske egenskaber, som det desværre af tidsmæssige årsager ikke har været muligt at undersøge.

Konklusion På baggrund af de to 30 minutters prøvninger kan følgende konkluderes om sandwich-vægelementernes brandtekniske egenskaber:

1. Konstruktionens stabilitet i orden.
2. Konstruktionens integritet blev bevaret under hele prøvningen. Samlingen (fer/not+klemte blød mineraluld) forblev tæt under hele prøvningen, - ingen udsivende røggasser.
3. Temperaturstigningen på den ueksponerede side af konstruktionen var helt ubetydelig ($< 5^{\circ}\text{C}$). Ifølge DS 1052 må middeltemperaturstigningen ikke overstige 140°C , og temperaturstigningen i intet punkt overstige 180°C .

4. Indbrændingen i mineralulden (250°C-isotermen) foregår med en hastighed på ca. 5 mm pr. minut (under en standardbrand efter DS 1051).
5. Konstruktionens restbæreevne efter 30 minutter var ≥ 21 kN/m, som beregnet.
6. Konstruktionens brandtekniske klassifikation er:
adskillende, bærende BD-bygningsdel 30,
når belastningen (excl. partialkoefficienter) ikke overstiger 21 kN/m og kan overføres til væggen ikke-brandpåvirkede side.

SUMMARY

This paper deals with the strength and rigidity properties of sandwich elements based on mineral wool, partly exposed to bending moments (transverse load on deck-/roof elements) partly exposed to edgewise compression (wall elements). Furthermore, the paper contains an estimation of the strength properties under fire exposure (residual load capacity).

The elements consist of a 3 layered sandwich construction with a core of transverse mineral wool lamellae glued to faces of plywood or similar sheets.

The decisive parameters for the load-bearing capacity and deformations have been examined partly through theoretical considerations based on the theory of elasticity, and partly through a considerable number of full-scale tests.

Material
Properties
(Chapter 2)

In addition to this material tests have been carried out on mineral wool and plywood (described in detail in two separate test reports, ref. [78.2] and [78.3]).

The mechanical properties of mineral wool (in the fibre plane) have been examined for tension, compression and shear respectively by means of various test methods. Generally speaking the mineral wool shows linear elastic abilities with a proportionality limit of about 50-60 per cent of the ultimate stress. The short-time properties have been summarized in table 2.1, page 38. The time dependent properties have been examined for creep and fatigue respectively.

Elements
Subjected
to Flatwise
Flexure
(Chapter 3)

The sandwich beams have been examined by short-time and long-time tests (described in detail in test report ref. [78.4]) by varying the strength/rigidity of the mineral wool, core thickness, face thickness, span, as well as the duration and character of the load.

The load-bearing capacity of the elements are primarily determined by the shear strength of the mineral wool and the glue joint, including deteriorations caused by production. The deflections are partly determined by normal strains in the faces, partly by shear strains in the core.

Theoretically the elements subjected to flatwise flexure can be treated according to "The Theory for Thin Faces" without taking into consideration the bending rigidity of the faces and the contribution from the core. The calculation principles are summarized in part 3.1.6, page 122.

Loaded in flexure over a period of time under constant or changing loading the sandwich elements will show creep deflections. The creep characteristics are independent of the load level when the mineral wool is not loaded above the limit of proportionality.

After one year the creep will amount to 14-19 per cent of the initial deflection. The creep rate decreases and the creep tends towards a slowly dying away. The creep compliance can with a good approximation be described by a hyperbolic function with limit values of about 18-23 per cent of the initial deflection.

Elements
Subjected
to Edgewise
Compression
(Chapter 4)

The strength and rigidity of the sandwich struts have been examined through full scale tests (described in detail in test report ref. [76.1]) through variation of strength/rigidity of the mineral wool, the core thickness, the face thickness, the length of the strut, and the excentricity of the load.

The load-bearing capacity is primarily determined by wrinkling of the faces. The critical wrinkling stress is practically independent of the geometry and only dependent of the elastic constants of the faces and the mineral wool as well as the initial deformations of the faces which have been determined empirically. The calculation principles for the sandwich struts, including central and excentric loadings as well as transverse loading, are summarized in part 4.1.5, page 183.

Elements
Exposed to
Fire
(Chapter 5)

During a fire (according to Danish Standard 1051) the exposed face of organic material will burn away and the construction can no longer act as a sandwich regarding strength. As far as the wall elements are concerned (primarily influenced by axially loadings) the intact part of the mineral wool core will stabilize the unexposed face and contribute to the residual load capacity.

A face of plywood will burn away at a rate of about 1 mm per minute and following the mineral wool (the 250°C-isotherm) will burn at a rate of about 5 mm per minute. The mineral wool will loose its strength at temperatures above approx. 250°C while the fibres are able to sustain temperatures up to 7-800°C.

By equipping the elements with edge web plates the residual load capacity requested can in principle be build into the the joints.

Fire technical tests and tests on elements with simulated burning-in (described in detail in test reports, ref. [77.3] and [78.7]) have so far shown that the elements can be classified according to Danish Standard, 1052, as: Separating, load-bearing, BD-30-building component and very likely BD-60-building component.

LITTERATURREFERENCER

- [40.1] Gough G.S., Elam C.F., de Bruyne N.A.:
"THE STABILISATION OF A THIN SHEET BY A
CONTINUOUS SUPPORTING MEDIUM"
Journal of the Royal Aeronautical
Society, Vol. XLIV, No. 349, London 1940
- [41.1] Williams D., Legett D.M.A., Hopkins H.G.:
"FLAT SANDWICH PANELS UNDER COMPRESSIVE
END LOADS"
Aeronautical Research Committee Report
and Memorandum, No. 1987 1941
- [45.1] Hoff N.J., and Mautner S.E.:
"THE BUCKLING OF SANDWICH-TYPE PANELS"
Journal of the Aeronautical Sciences,
Vol. 12, No. 3 1945
- [47.1] Wan C.C.:
"FACE BUCKLING AND CORE STRENGTH
REQUIREMENTS IN SANDWICH CONSTRUCTION"
Journal of the Aeronautical Sciences,
Vol. 14, No. 9 1947
- [47.2] Williams D.:
"SANDWICH CONSTRUCTION - A PRACTICAL
APPROACH FOR THE USE OF DESIGNERS"
RAE Report No. Structures 2,
also R. and M. 2466 1947
- [49.1] Norris C.B., Ericksen, March, Smith
and Boller:
"WRINKLING OF THE FACINGS OF SANDWICH
CONSTRUCTIONS SUBJECTED TO EDGEWISE
COMPRESSION"
U.S. Forest Product Laboratory,
Report 1810, Madison, Wisconsin 1949
- [50.1] Boller K.H., and Norris C.B.:
"EFFECT OF SHEAR STRENGTH ON
MAXIMUM LOADS OF SANDWICH COLUMNS"
FPL Report 1815, Wisconsin 1950
- [50.2] Hannemann I.G.:
"DIMENSIONERING AF BØJNINGSPÅVIRKEDE
SØJLER"
Laboratoriet for Bygningsteknik
Medd.nr. 1
Danmarks tekniske Højskole 1950
- [51.1] Oleesky S.S., and Mohr I.G.:
"HANDBOOK OF REINFORCED PLASTICS"
The Society of The Plastics Industry Inc.
Los Angeles, California 1951

- [53.1] Nielsen Jørgen:
"EKSCENTRISK BELASTEDE TRÆSØJLER"
Bygningsstatistiske Meddelelser,
Teknisk Forlag, København, 1953
- [56.1] "SANDWICH CONSTRUCTION AND CORE
MATERIALS"
General Test Methods,
U.S. Military Standard
MIL-STD-401 A and B, 1956
- [56.2] Anon.:
"SYMPOSIUM ON STRUCTURAL SANDWICH
CONSTRUCTIONS"
(Papers related to constructional
details),
ASTM STP 201, 1956
- [58.1] Wood L.W.:
"SANDWICH PANELS FOR BUILDING
CONSTRUCTION"
FPL Report 2121, 1958
- [59.1] Markwardt L.J. and Wood L.W.:
"LONGTERM CASE STUDY OF SANDWICH
PANEL CONSTRUCTION IN FPL
EXPERIMENTAL UNIT"
FPL Report 2165, 1959
- [60.1] Hertel H.:
"LEICHTBAU"
Springer Verlag, Berlin, 1960
- [60.2] Anon.:
"MARINE DESIGN MANUAL FOR FIBERGLASS
REINFORCED PLASTICS"
McGraw-Hill, New York, 1960
- [60.3] Youngquist W.G. and Kuenzi E.W.:
"SHEAR AND TORSION TESTING OF WOOD,
PLYWOOD AND SANDWICH CONSTRUCTIONS
OF THE U.S. FOREST PRODUCTS LABORA-
TORY, SYMP. SHEAR AND TORSION TESTINGS"
ASTM STP 289, pp 75-89, 1960
- [61.1] O'Sullivan H.P.:
"DOUBLE BLOCK SHEAR TEST FOR FOIL
HONEYCOMB CORES"
Aircraft Eng. 33, pp. 64-66, 1961
- [61.2] Timoshenko S. and Gere J.M.:
"THEORY OF ELASTIC STABILITY"
McGraw-Hill Book Co., New York 1961
- [61.3] O'Sullivan H.P.:
"DOUBLE BLOCK SHEAR TEST FOR FOIL
HONEYCOMB CORES"
Aircraft Eng. 33, 385, 1961

- [62.1] Kimel W.R. and Raville M.E.:
"BUCKLING OF SANDWICH PANELS IN
EDGEWISE BENDING AND COMPRESSION"
Proc. 4th U.S. Nat. Congr. App. Mech. I.
pp. 657-66, 1962
- [62.2] Anon.:
"COMPOSITE CONSTRUCTION FOR FLIGHT
VEHICLES"
U.S. Military Handbook,
MIL-HDBK-23, Part III: Design
Procedures,
U.S. Govt. Printing Office,
Washington D.C., 1962
- [62.3] Howard H.B.:
"THE FIVE-POINT LOADING SHEAR
STIFFNESS TEST"
J. Roy. Aero. Soc. 66, p. 591, 1962
- [62.4] Kuenzi E.W., Eriksen W.S. and
Zahn J.J.:
"SHEAR STABILITY OF FLAT PANELS
OF SANDWICH CONSTRUCTION"
FPL Report 1560, 1962
- [62.5] Chalker R.L.:
"LOADBEARING PLYWOOD SANDWICH PANELS"
American Plywood Association
Laboratory, Report No. 93,
(Revised 1971) 1962
- [63.1] Kuenzi E.W.:
"STRUCTURAL SANDWICH DESIGN CRITERIA"
FPL Report 2161, 1963
- [65.1] Allen H.G.:
"OPTIMUM DESIGN OF SANDWICH STRUTS
AND BEAMS"
Symp. Plastics in Building Structures,
London, Pergamon, 1965
- [65.2] Houwink R. & Salomon G.:
"ADHESION AND ADHESIVES"
Volume 1-2, 1965
- [65.3] Hughes B. and Wajda R.L.:
"PLASTICS SANDWICH PANELS WITH
VARIOUS FOAMED CORE MATERIALS,
AND THEIR BEHAVIOUR UNDER LOAD"
Symp. Plastics in Building Structures,
London, Pergamon, 1965
- [65.4] Fisher B.H.:
"THE DESIGN AND STRUCTURAL APPLICATIONS
OF URETHANE-CORED SANDWICH PANELS"
Symp. Plastics in Building Structures,
London, Pergamon, 1965

- [65.5] Doherty D.J., Ball G.W. and Walker M.G.:
"THE PHYSICAL PROPERTIES OF RIGID URETHANE FOAM SANDWICH PANELS"
Symp. Plastics in Building Structures, London, Pergamon, 1965
- [65.6] O'Dell W.W. and Graham D.L.:
"STRUCTURAL BEHAVIOUR OF SANDWICH PANELS WITH FOAMED-PLASTICS CORES"
Symp. Plastics in Building Structures, London, Pergamon, 1965
- [66.1] Plantema F.J.:
"SANDWICH CONSTRUCTION"
New York - London - Sydney, J. Wiley & Sons, 1966
- [66.2] DS 1051.
"BRANDTEKNISK PRØVNING AF BYGNINGS-DELES MODSTANDSEVNE MOD BRAND"
1. udgave, 1966
- [66.3] DS 1052.
"BRANDTEKNISK KLASSIFIKATION AF BYGNINGSDELE (EKSKL. DØRE)"
1. udgave, 1966
- [67.1] Larsen H.J.:
"BEREGNING AF TRÆKONSTRUKTIONER"
Teknisk Forlag, 1967
- [67.2] Flügge W.:
"VISCOELASTICITY"
Stanford University, California, 1967
- [67.3] Lundgren S.Å.:
"TRÄSKIVOR SOM BYGGNADSMATERIAL, DEL I"
Nyköbing, 1967
- [67.4] Booth L.G., and Reece P.O.:
"THE STRUCTURAL USE OF TIMBER"
Spon LTD, London, 1967
- [67.5] Nielsen M.P. og Rathkjin A.:
"PLANE SPENDINGS- OG DEFORMATIONS-TILSTANDE"
Mekanik, bind 2.1, 1. udgave, Danmarks Ingeniørakademi, Aalborg, 1967
- [69.1] Allen H.G.:
"ANALYSIS AND DESIGN OF STRUCTURAL SANDWICH PANELS"
Pergamon, New York, 1969
- [69.2] Benjamin B.L.:
"STRUCTURAL DESIGN WITH PLASTICS"
Van Nostrand Reinhold Company, 1969

- [69.3] ASTM-Standards: Part 16
 "STRUCTURAL SANDWICH CONSTRUCTIONS;
 WOOD; ADHESIVES;
 c 273: Shear Test in Flatwise Plane
 of Sandwich Construction or
 Sandwich Cores
 c 297: Tension Test of Flat Sandwich
 Constructions in Flatwise Plane.
 c 364: Edgewise Compressive Strength
 of Flat Sandwich Constructions.
 c 365: Flatwise Compressive Strength
 of Sandwich Cores.
 c 393: Flexure Test of Flat Sandwich
 Constructions.
 c 394: Shear Fatigue of Sandwich Core
 Materials.
 c 480: Flexure-creep of Sandwich
 Constructions.
 c 481: Laboratory Aging of Sandwich
 Constructions
 Philadelphia, 1969
- [69.4] Larsen H.J.:
 "TRÆKONSTRUKTIONER"
 hæfte 4, Teknisk Forlag, 1969
- [69.5] Stamm K. und Witte H.:
 "AUFSTELLUNG EINER ALLGEMEINEN
 PLATTENTHEORIE FÜR SANDWICHPLATTEN"
 Hoesch, Berichte aus Forschung und
 Entwicklung unserer Werke 4, 122-136, 1969
- [69.6] Lubin, Georg:
 HANDBOOK OF FIBERGLASS AND ADVANCED
 PLASTICS COMPOSITES"
 Van Nostrand Reinhold Company,
 New York, 1969
- [70.1] Stamm K.:
 "GRUNDSATZVERSUCHE AN EBENEN UND
 TRAPEZPROFILIERTEN SANDWICHBALKEN"
 Hoesch, Berichte aus Forschung und
 Entwicklung unserer Werke 5, 185-201, 1970
- [70.2] Dundrová V., Kovarík V., und Slapák P.:
 "BIEGUNGSTHEORIE DER SANDWICHPLATTEN"
 Prag: Akademie-Verlag, Wien-New York,
 Springer, 1970
- [70.3] Stamm K.:
 "BERECHNUNG DER KNITTERSPANNUNGEN BEI
 EBENEN UND TRAPEZPROFILIERTEN
 SANDWICHPLATTEN"
 Hoesch, Berichte aus Forschung und
 Entwicklung unserer Werke 5, 173-184, 1970

- [70.4] Sherwood G.E.:
"LONGTIME PERFORMANCE OF SANDWICH
PANELS IN FOREST PRODUCTS LABORATORY
EXPERIMENTAL UNIT"
FPL-report No. 144,
Madison, Wisconsin, 1970
- [70.5] Larsen H.J.:
"BEREGNING AF TRÆKONSTRUKTIONER,
EKSEMPLER"
Teknisk Forlag, 2. udgave, 1970
- [70.6] Larsen H.J.:
"TEKNISK ELASTICITETS- OG
STYRKELÆRE"
Polyteknisk Forlag, 2. udgave, 1970
- [71.1] Larsen H.J.:
"MATERIALER OG FORBINDELSMIDLER
TIL TRÆKONSTRUKTIONER"
Teknisk Forlag, 1971
- [71.2] Larsen H.J.:
"MATEMATISK ELASTICITETSTEORI"
Bind 1, 2. udgave,
Akademisk Forlag, 1971
- [72.1] Herholdt Aage D.:
"TRÆ, STYRKE- OG DEFORMATIONS-
FORHOLD"
DIA-B, Aalborg, 1972
- [72.3] Pedersen B.E., og Byskov E.:
"SØJLER"
Forelæsningsnotat, 2. oplag,
Polyteknisk Forlag, 1972
- [73.1] Williams I.G.:
"STRESS ANALYSIS OF POLYMERS"
Mechanical Engineering Department
Imperial College,
London, 1973
- [73.2] Rand T., och Olsson Karl-Axel:
"NÅGRA TEORIER FÖR ANALYS AV HÅRDA
CELLPLASTER I BÄRANDE SANDWICHKON-
STRUKTIONER"
Institutionen för Flygplanstatik
och Flygplanbyggnad,
Kungliga Tekniska Högskolan,
Stockholm, 1973
- [73.3] Edlund B., och Sidmas B.:
"LÅNGTIDSFÖRSÖK MED LÅDBALKAR AV
PLYWOOD UNDER INVERKAN AV VÄXLANDE FUKT"
Institutionen för konstruktionsteknik
Rapport nr. C 823, delrapport 2,
Chalmers tekniska Högskola, 1973

- [74.1] Stamm K., und Witte H.:
"INGENIEURBAUTEN 3,
SANDWICKKONSTRUKTIONEN"
Springer Verlag - Wien-New York, 1974
- [74.2] Nielsen Hans, og Prebensen Knud:
"LETTE LIMEDE YDERVÆGSELEMENTER"
Rapport udført på grundlag af legat
fra Træfonden,
Cowiconsult, Rådgivende Ingeniører A/S
November, 1974
- [74.3] DS 413.
"DANSK INGENIØRFORENINGS NORM FOR
TRÆKONSTRUKTIONER"
3. udgave, december, 1974
- [74.4] Kuipers I.:
"STANDARD METHODS OF TESTING FOR THE
DETERMINATION OF MECHANICAL PROPERTIES
OF PLYWOOD"
Technical University Delft,
Netherlands, 1974
- [74.5] Smith G.R.:
"PLYWOOD STRENGTH TEST PROGRAM"
Report 105,
Council of Forest Industries of
British Columbia,
Vancouver, 1974
- [74.6] Superfos Aki a/s
Rapport 307/86 og 307/87,
November, 1974
- [74.7] Rockwool A/S
FA-Rapport nr. 175,
Oktober, 1974
- [74.8] "FIR PLYWOOD STRESSED SKIN PANELS
DESIGN PROCEDURE, DESIGN EXAMPLES"
Council of Forest Industries of
British Columbia,
Vancouver, 1974
- [75.1] Feldborg T, Johansen M.:
"DEFLECTION OF TRUSSED RAFTERS UNDER
ALTERNATING LOADING DURING A YEAR"
CIB-Working Commission W18,
Building Research Institute, Denmark 1975
- [75.2] Jensen B.J.:
"BRANDDIMENSIONERING AF KONSTRUKTIONS-
ELEMENTER I TRÆ"
IFH-forelæsningsnotat nr. 41, 1975
- [75.3] Superfos Aki a/s,
Rapport 307/119-120,
September, 1975

- [76.1] Borchersen Egil, og Rasmussen Lauritz:
"BÆREEVNEFORSØG MED SANDWICHVÆGELEMENTER
MED MINERALULDKERNE OG KRYDSFINÉRFLANGER"
IFH-rapport nr. 112, 1976
- [76.2] Laboratoriet for Varmeisolering,
Instituttet for Husbygning og
Laboratoriet for Varme- og Klima-
teknik, DTH:
"DTH-NUL-ENERGIHUS, ZERO-ENERGY-HOUSE"
Danmarks tekniske Højskole,
Lyngby 1976
- [76.3] Hartsock I.A., and Chong K.P.:
"ANALYSIS OF SANDWICH PANELS WITH
FORMED FACES"
Journal of the Structural Division,
pag. 803-819, 1976
- [76.4] Kuipers I.:
"BUCKLING STRENGTH OF PLYWOOD.
RESULTS OF TESTS AND RECOMMENDATIONS FOR
CALCULATIONS"
CIB Working Commission W18, Report 4-76-1
Technical University, Delft,
Netherlands, 1976
- [77.1] DS 418
"DANSK INGENIØRFORENINGS REGLER FOR
BEREGNING AF BYGNINGERS VARMETAB"
4. udgave, 1977
- [77.2] Træbranchens Oplysningsråd
"TRÆ 26,
Spånplader i byggeriet"
Lyngby, 1977
- [77.3] Rasmussen Lauritz:
"BRANDFORSØG MED 2 MINERALULDBASEREDE
SANDWICHDEKELEMENTER"
Rapport nr. 122,
Instituttet for Husbygning, DTH,
Lyngby, 1977
- [78.1] Bunch-Nielsen Tommy:
"MINERALULDBASEREDE SANDWICHELEMENTER.
K-VÆRDMÅLINGER"
Cowi-publikation 314,
Cowiconsult, Rådgivende Ingeniører,
Virum, 1978
- [78.2] Rasmussen Lauritz:
"MINERALULDBASEREDE SANDWICHELEMENTER.
MATERIALEPRØVNING AF KRYDSFINÉR"
Rapport nr. 127,
Instituttet for Husbygning, DTH,
Lyngby, 1978

- [78.3] Rasmussen Lauritz:
"MINERALULDBASEREDE SANDWICHELEMENTER.
MATERIALEPRØVNING AF MINERALULD"
Rapport nr. 128,
Instituttet for Husbygning, DTH,
Lyngby, 1978
- [78.4] Rasmussen Lauritz:
"MINERALULDBASEREDE SANDWICHELEMENTER.
BØJNINGSFORSØG MED KORTTIDSLAST OG
LANGTIDSLAST"
Rapport nr. 129,
Instituttet for Husbygning, DTH,
Lyngby 1978
- [78.5] Superfos Aki a/s
Rapport 307/135,
Februar, 1978
- [78.6] Nicolajsen Asta:
"MINERALULDBASEREDE SANDWICHELEMENTER.
LABORATORIEFORSØG TIL BEDØMMELSE AF DE
FUGTTEKNISKE EGENSKABER"
SBI-Rapport nr. 114,
Statens Byggeforskningsinstitut,
Hørsholm, 1978
- [78.7] Rasmussen Lauritz:
"MINERALULDBASEREDE SANDWICHELEMENTER
VÆGELEMENTER UNDER BRANDPÅVIRKNING"
Rapport nr. 126,
Instituttet for Husbygning, DTH,
Lyngby, 1978
- [79.1] Borchersen Egil:
"MINERALULDBASEREDE SANDWICHELEMENTER
HOVEDRAPPORT"
Rapport nr. 132,
Instituttet for Husbygning, DTH,
Lyngby, 1979