

INSTITUTTET FOR HUSBYGNING

Rapport nr. **125**

HENNING LARSEN

**SANDWICHELEMENTER  
AF BETON OG MINERALULD  
-EN TEORETISK OG EKSPERIMENTEL  
UNDERSØGELSE**

---

Den polytekniske Lærestalt, Danmarks tekniske Højskole  
Lyngby 1978

Henning Larsen

SANDWICHELEMENTER AF BETON OG MINERALULD  
- EN TEORETISK OG EKSPERIMENTEL UNDERSØGELSE.

## INDHOLDSFORTEGNELSE

Side

|                                                                                          |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| RESUMÉ. Summary                                                                          | I  |
| FORORD                                                                                   | 1  |
| SYMBOLLISTE                                                                              | 2  |
| 1. INDLEDNING                                                                            | 5  |
| 2. TEORI                                                                                 | 8  |
| 2.1 Beregning af simpelt<br>understøttede sandwichelementer<br>for søjlelast og tværlast | 9  |
| 2.2 Element med søjlelast og<br>jævnt fordelt tværlast                                   | 15 |
| 2.3 Kritisk søjlelast                                                                    | 19 |
| 2.4 Element med jævnt fordelt tværlast                                                   | 20 |
| 2.5 Eksempler                                                                            | 23 |
| 3. FORSØG                                                                                | 26 |
| 3.1 Forsøgsprogram og forsøgselementer                                                   | 26 |
| 3.2 Forsøgsopstilling                                                                    | 31 |
| 3.3 Forsøgene                                                                            | 34 |
| 4. RESULTATER                                                                            | 44 |
| 4.1 Elementer med tværlast                                                               | 44 |
| 4.2 Elementer med søjlelast                                                              | 54 |
| 4.3 Elementer med tværlast og søjlelast                                                  | 56 |
| 4.4 Diskussion af resultaterne                                                           | 63 |
| 5. KONKLUSION                                                                            | 73 |
| 6. LITTERATURFORTEGNELSE                                                                 | 77 |
| BILAG 1                                                                                  |    |

## RESUMÉ

Denne rapport redegør for en beregningsmetode til statisk beregning af en ny type bærende sandwich-element.

Det undersøgte element har yderlag af beton og mellemlag af mineraluld med fiberlagene stående vinkelret på yderlagene, og alle elementets dele samvirker om belastningsoptagelsen.

Beregningsmetoden bygger på en konstruktionsmodel bestående af to delkonstruktioner (yderlagene) forbundet med hinanden med et mellemliggende lag med en meget mindre E-modul end yderlagenes.

Den opstillede teori baserer sig på elasticitetsteorien med de i den tekniske bjælketeori sædvanlige tilnærmelser. Der tages hensyn til udbøjningernes indflydelse, men udbøjningerne forudsættes små.

Der er opstillet et formelsæt til beregning af udbøjninger, snitkræfter og spændinger i

- 1) simpelt understøttede elementer belastet med aksiallast i det ene yderlag samt en jævnt fordelt tværlast (f.eks. bærende facader),
- 2) simpelt understøttede elementer belastet med en jævnt fordelt tværlast (f.eks. tagplader).

Der er også opstillet en formel for Euler-bæreevnen af sandwichelementet.

Med det formål at undersøge om den opstillede teori kan bruges til beregning af disse sandwichelementer af beton og mineraluld er gennemført en forsøgsrække med elementer med forskellige kombinationer af lagtykkelser, med to typer mineraluld og med to elementlængder, ialt 39 forsøg.

Elementerne er fremstillet i en ubrudt arbejdsproces, hvor støbning af det første betonlag, anbringelse af mineraluld-mellemlaget og støbning af det andet betonlag er sket umiddelbart efter hinanden, sådan at det andet betonlag er færdigstøbt, inden betonen i det første lag er bundet af.

I disse forsøgselementer er det valgt at sikre en god sammenstøbning af lagene ved at udlægge en "cementlim".

I forsøgene er elementerne belastet trinvis til brud, og for hvert belastningstrin er foretaget udbøjningsmålinger på elementet til bestemmelse af udbøjning på midten, momenter i yderlag på midten og forskydningsspænding i mellemlaget ved vederlag.

I forsøgene med elementer med tværlast alene ligger udbøjningen på midten typisk 0-20% under teoriens værdier, krumning og momenter i yderlagene på midten typisk imellem 25% under og 25% over teoriens værdier og forskydningen i mellemlaget ved vederlag typisk imellem 20% under og 10% over teoriens værdier.

I forsøgene med elementer med aksiallast alene er udbøjningen på midten typisk 2-3 gange så stor som teoriens værdier, svarende til en forskel på omkring 1-2 mm.

I forsøgene med elementer med kombineret aksiallast og tværlast ligger udbøjningen på midten, krumning og moment på midten samt forskydningen i mellemlaget ved vederlag hovedsagelig over teoriens værdier. Her er det sådan, at forsøg med lille aksiallast giver værdier lidt under eller lige omkring teoriens værdier, og at forholdet mellem forsøgsværdi og teoriværdi er større, jo større aksiallasten er, og jo mindre tværlasten er. Som typiske tal for de betragtede tilfælde kan angives forsøgsværdier på

0-50% over teoriens værdier, gældende for både udbøjning, krumning og moment samt forskydning.

Under hensyntagen til usikkerheden på resultaterne konkluderes det, at udbøjninger og spændinger i simpelt understøttede sandwichelementer som de her behandlede med rimeligt resultat kan beregnes efter den opstillede teori. Der må dog tages et vist forbehold for belastningstilfældet aksiallast alene. I praksis vil det dimensionerede belastningstilfælde for sandwich-elementer anvendt som bærende facade dog være aksiallast samtidig med en tværlast, hvor teorien giver rimeligt gode resultater.

Yderligere undersøgelser kan antagelig føre frem til formler, der giver en mere korrekt beregning af disse sandwichelementer.

SUMMARY

This report deals with a method of calculation for analysis of a new type of load-bearing sandwich element.

The exterior flanges of the examined elements consist of concrete and the interior of mineral wool with fibres in planes perpendicular to the exterior flanges. Each component of the element participates in carrying the load.

The method of calculation is based on a model consisting of two exterior stiff components connected to each other by an intermediate soft layer with a much lower E-modul.

The proposed method is based on the theory of elasticity with the generally recognized approximations. The influence of the deflections is taken into account, assuming the deflections are small.

A set of formulae has been deducted for calculation of deflections, internal forces and stresses in

- 1) simply supported elements with axial load in one of the outer flanges and an uniformly distributed transverse load (as for load-bearing facades).
- 2) simply supported elements loaded with an uniformly distributed transverse load (i.e. roof slabs)

A formula for the Euler-bearing capacity of a sandwich element is also deducted.

With the purpose of examining the theory applied to sandwich elements of concrete and mineral wool, a series of tests have been carried out on elements with various combinations of layer thickness, with two types of mineral wool, and with two lengths of elements, a total of 39 tests.

Each element was produced in a continuous working process, with pouring of the first concrete layer, placing of the mineral wool layer and pouring of the second concrete layer being carried out in rapid succession, so that the pouring of the second concrete layer is completed before the first layer of concrete is set.

It was decided to use a "cement glue" in order to secure a good connections between the wool and the flanges.

During testing the elements were loaded gradually until failure. By each loading step measurements were taken to determine the midspan deflections and midspan moments in outer layers, as well as end shear stresses in the intermediate layer.

In the tests with transverse loaded elements (without axial load) the midspan deflections is about 0-20% below the values of the theory. The midspan curvatures and moments in the exterior layers are between 25% below or above the values of the theory in general, and the end shear displacements of the intermediate layer between 20% below and 10% above the values of the theory in general.

In the tests with axial loaded elements (without transverse load) the midspan deflections is 2 to 3 times larger than the values of the theory, equalling a difference of about 1-2 mm in general.

In the tests with a combination of axial loaded and transverse loaded elements the midspan deflections, the midspan curvatures and moments, and the end displacements in the intermediate layer are mainly above the values of the theory. Here tests

with small axial load give values somewhat below or just about the values of the theory and the ratio of test values to theoretical values increases with the axial load and decreases with the transverse load. In general test values of 0-50% above the values of the theory were experienced both for deflection, curvature and moment, and shear displacement.

Considering the variation of the test results it is concluded that deflections and stresses in simply supported sandwich elements can be calculated from the theory with a reasonable result. However, certain reservations must be made to axial load alone. In practice, however, the most critical design load combination for sandwich elements used as load-bearing facades will be axial load together with a transverse load. Here the theory gives fairly good results.

Further investigations will presumably result in formulae, which gives a more correct calculation of these sandwich elements.

FORORD

Projektet, der er beskrevet i nærværende rapport, er udført ved Instituttet for Husbygning.

Jeg vil gerne takke alle, der har været med til at gennemføre projektet; en særlig tak til lektor Egil Borchersen for bistand vedrørende målesystemets opbygning samt resultatbehandling med EDB.

Statens teknisk-videnskabelige Forskningsråd har ydet økonomisk støtte til projektet. A/S Rockwool har vederlagsfrit leveret den anvendte mineraluld. Også for denne støtte til projektets gennemførelse takkes.

I nærværende rapport er projektet på visse områder behandlet summarisk; detaljerede oplysninger på disse områder er samlet i et supplement til denne rapport, se [9] i litteraturfortegnelsen.

Lyngby, 1978

Henning Larsen

SYMBOLLISTEDefinition  
Side

|                    |                                                                             |    |
|--------------------|-----------------------------------------------------------------------------|----|
| $A_A, A_B$         | Tværsnitsareal af yderlag                                                   | 10 |
| $C_1 \dots C_4$    | Integrationskonstanter                                                      | 15 |
| $C'_1 \dots C'_4$  | Integrationskonstanter                                                      | 14 |
| $E$                | Elasticitetsmodul for yderlag                                               | 10 |
| $G_M$              | Forskydningsmodul for mellemlag                                             | 10 |
| $I_A, I_B$         | Inertimoment af yderlag                                                     | 10 |
| $K_1, K_2$         | Integrationskonstanter                                                      | 20 |
| $M_O$              | Moment fra tværlast                                                         | 11 |
| $M_{O,m}$          | Moment fra tværlast midt på bjælken (søjlen)                                |    |
| $M^*$              | Dimensionsløst udtryk vedr. moment på midten                                | 49 |
| $M_A, M_B$         | Moment i yderlag                                                            | 10 |
| $M_{A,m}, M_{B,m}$ | Moment i yderlag midt på bjælken (søjlen)                                   |    |
| $N_A, N_B$         | Normalkraft i yderlag                                                       | 10 |
| $P_A$              | Søjlelast (aksiallast) på lag A                                             | 9  |
| $P_{krit}$         | Kritisk søjlelast                                                           | 19 |
| $Q_A, Q_B$         | Forskydningskraft i yderlag                                                 | 10 |
| $T$                | Langsgående forskydende kraft imellem yderlag                               | 11 |
| $T_m$              | Langsgående forskydende kraft imellem yderlag på midten af bjælken (søjlen) |    |
| $b$                | Bredde                                                                      | 10 |
| $e$                | Indbyrdes endeforskydning af yderlag                                        | 33 |
| $h_1$              | Afstand mellem yderlagenes tyngdepunkter                                    | 10 |
| $h_A, h_B$         | Tykkelse af yderlag                                                         | 17 |
| $k$                | Målelængde                                                                  | 33 |
| $\ell$             | Spændvidde                                                                  | 9  |
| $m$                | Tykkelse af mellemlag                                                       | 10 |
| $n$                | Normalkraft pr.længdeenhed i mellemlag                                      | 10 |
| $p$                | Tværlast pr.længdeenhed                                                     | 9  |

|                        | Definition                                                                                          | Side  |
|------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| $t$                    | Forskydningskraft pr.længdeenhed i mellemlag                                                        | 10    |
| $t_e$                  | Forskydningskraft pr.længdeenhed i mellemlag ved bjælkeende (søjleende)                             |       |
| $t^*$                  | Dimensionsløst udtryk vedr. forskydningskraft pr.længdeenhed i mellemlag ved bjælkeende (søjleende) | 53    |
| $u$                    | Udbøjning                                                                                           |       |
| $u^*$                  | Dimensionsløst udtryk vedr. udbøjning på midten                                                     | 46    |
| $u_m$                  | Udbøjning på midten af bjælken (søjlen)                                                             |       |
| $u_o, u'_o$            | Partikulært integral                                                                                | 15,14 |
| $u_k$                  | Krumningspil                                                                                        | 33    |
| $x, x_1$               | Koordinat                                                                                           |       |
| $x_o$                  | x-akse-punkt hvor $\varphi = 0$                                                                     | 13    |
| $y$                    | Koordinat                                                                                           |       |
| $y_A, y_B$             | Kantafstand fra tyngdepunkt                                                                         | 17    |
| $\alpha$               | Tværsnitskonstant                                                                                   | 14    |
| $\beta$                | Tværsnitskonstant                                                                                   | 20    |
| $\gamma$               | Tværsnitskonstant                                                                                   | 14    |
| $\delta_A, \delta_B$   | Længdedeformation af yderlag                                                                        | 12,13 |
| $\delta_M$             | Længdeforskydningsdeformation af mellemlag                                                          | 13    |
| $\varepsilon$          | Tøjning                                                                                             |       |
| $\zeta$                | Tværsnitskonstant                                                                                   | 15    |
| $\eta$                 | Tværsnitskonstant                                                                                   | 14    |
| $\theta$               | Udbøjningsliniens hældningsvinkel                                                                   | 13    |
| $\kappa$               | Krumning                                                                                            | 12    |
| $\kappa_m$             | Krumning på midten af bjælken (søjlen)                                                              |       |
| $\lambda_1, \lambda_2$ | Last- og tværsnitsparameter                                                                         | 14    |
| $\mu$                  | Last- og tværsnitsparameter                                                                         | 14    |
| $\sigma$               | Normalspænding                                                                                      |       |

Definition  
Side

|                      |                                                                |    |
|----------------------|----------------------------------------------------------------|----|
| $\sigma_A, \sigma_B$ | Normalspænding i yderlag (kantspændinger)                      |    |
| $\tau$               | Forskydningsspænding                                           |    |
| $\tau_e$             | Forskydningsspænding i mellemlag ved<br>bjælkeende (søjleende) |    |
| $\tau_M$             | Forskydningsspænding i mellemlag                               |    |
| $\varphi$            | Forskydningsvinkel                                             | 13 |
| $\varphi_e$          | Forskydningsvinkel ved bjælkeende (søjleende)                  |    |

## 1. INDLEDNING

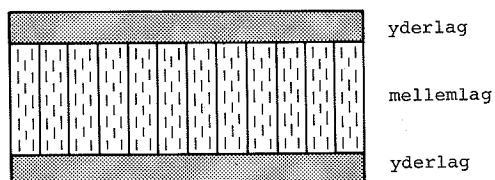
I Nul-energihuset på Danmarks tekniske Højskole indgår lette, bærende, højisolerende sandwichelementer. Disse elementer har yderlag af krydsfinér henholdsvis spånplade og mellemlag af mineraluld, der er anbragt sådan, at mineraluldens fiberlag står vinkelret på yderlagene. I [6] er beskrevet et af flere forskningsprojekter, der er sat igang til belysning af denne elementtypes ydeevne.

Nærværende rapport redegør for en beregningsmetode til statisk beregning af en med ovennævnte element beslægtet konstruktion:

et højisolerende 3-lagselement  
med yderlag af beton  
og mellemlag af mineraluld med fiberlagene stående vinkelret på yderlagene,  
og hvor alle elementets dele samvirker om belastningsoptagelsen.

Figur 1.1 viser et tværsnit af et element af den beskrevne type.

Figur 1.1



Af forfatteren er opstillet et formelsæt til beregning af udbøjninger, snitkræfter og spændinger i simpelt understøttede elementer påvirket med en aksiallast (søjlelast) i det ene yderlag samt en jævnt fordelt tværlast.

Når det er valgt at se på belastningstilfældet aksiallast virkende på netop det ene yderlag, skyldes det, at overvejelser af praktiske forhold vedrørende sandwichelementets anvendelsesmulighed som bærende facade fører til, at denne belastningssituation vil blive den mest sandsynlige fremfor en belastning på begge yderlag.

Der er også angivet formelsæt til beregning af simpelt understøttede bjælker belastet med jævnt fordelt tværlast. Dette bjælketilfælde er også behandlet i [4].

Med en forsøgsrække søges verificeret, om der er overensstemmelse mellem forsøg og teori.

Dette projekt vedrørende betonsandwichedelelementer blev indledt med et par simple pilotforsøg med tværbelastede, simpelt understøttede elementer. Disse pilotforsøg tydede på, at sådanne elementer kunne samvirke om belastningsoptagelsen i henhold til den opstillede teori. Pilotforsøg og teori er beskrevet i to planlægningsrapporter [7] og [8] for de forsøg, der er beskrevet i denne rapport. Den i [7] og [8] opstillede teori fremgår, i omredigeret form og med et par mindre fejl rettet, af denne rapports kapitel 2.

Det alkaliske miljø i betonen vil virke nedbrydende på mineraluldfibre i grænselaget mod betonen, når disse ikke er alkaliresistente. I denne forbindelse skal det nævnes, at igangværende forsøg på Institutet for Husbygning tyder på, at limning eller coating med alkaliresistente produkter af de sider af mineraluldmellemlaget, der vender mod beton, vil kunne hindre en ødelæggende nedbrydning af mineralulden. - Et alternativ hertil er anvendelse af alkaliresistent mineraluld, som er under udvikling hos forskellige producenter både her og i udlandet.

Hvad angår løsning af fugtproblemer i form af skadelig kondens i mineralulden (reduktion af isole-ringsevne samt styrke og stivhed af mineralulden m.m.), skal nævnes, at disse forhold er taget op på Instituttet for Husbygning og andre steder.

Mineraluldens styrke og deformationsforhold under langtidsbelastning er ligeledes taget op til undersøgelse på instituttet.

Til forsøgene er benyttet materialer, som er almindelige i dansk byggeri idag.

Man kan nok forvente, at der til anvendelse i betonsandwichelementer af denne type vil blive udviklet særlige mineraluldtyper, som foruden gode varmeisoleringssegenskaber også har gode styrke- og stivhedsegenskaber.

Ligeledes kan man forestille sig udvikling og anvendelse af særlige betontyper, som f.eks. fiberbeton og ferrocement til anvendelse i betonsandwichelementer af en type, som den her omtalte, hvor betonlagene kan være tyndere end hidtil i betonfacadeelementer på grund af lagenes samvirken om belastningsoptagelsen.

## 2. TEORI

I dette kapitel opstilles en beregningsmetode til beregning af udbøjninger, snitkræfter og spændinger i en simpelt understøttet sandwichkonstruktion af lineær-elastiske materialer påvirket med tværlast og søjlelast (aksiallast).

Sandwichkonstruktionen forudsættes opbygget af tre lag, hvor de to yderlag har en E-modul, der er væsentlig større end mellemlagets. I øvrigt regnes med, at de to yderlag har samme E-modul. Beregningsmetoden bygger på en konstruktionsmodel bestående af to delkonstruktioner (yderlagene) forbundet med hinanden med et mellemliggende lag.

Virkemåden kan i korthed beskrives således:

Yderlagene skal primært

- 1) virke som selvstændige bjælker (med de sædvanlige snitkræfter),
- 2) virke som flanger i en sammensat konstruktion og optage normalkræfter.

Mellemlaget skal primært

virke som krop i en sammensat konstruktion (hvor yderlagene er flanger), d.v.s. mellemlaget skal overføre forskydningskræfter.

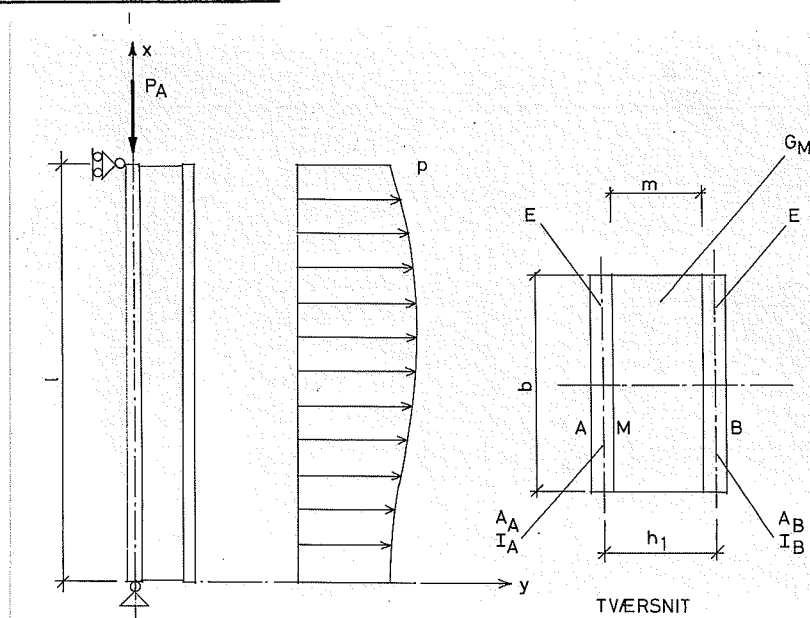
Den ovenfor nævnte konstruktionsmodel er i princippet den, som også benyttes i forskydningslagsmetoden til beregning af afstivende vægge i høje huse med hulrækker. Forskydningslagsmetoden bruges således til beregning af en tværbelastet, i fundamentet indspændt bjælke. Vedrørende forskydningslagsmetoden kan henvises til [5], eller til [2] og [3], hvor metoden er gennemgået mere detaljeret.

I [4] er opstillet en teori til beregning af sandwichkonstruktioner, som også er en elasticitets-teori. [4] behandler ikke belastningstilfældet tvær-

last og aksiallast. Men for tværbelastede, simpelt understøttede bjælker fås i [4] og her i dette kapitel de samme formeludtryk bortset fra, at de anvendte begreber og symboler er forskellige.

## 2.1 Beregning af simpelt understøttede sandwichelementer for søjlelast og tværlast

Figur 2.1



Der betragtes en simpelt understøttet sandwichkonstruktion med længden  $l$  og påvirket af søjlelasten  $P_A$  i tyngdepunktslinien i lag A samt med tværbelastningen  $p = f(x)$ .

Det forudsættes, at konstruktionen er det, der betegnes som en plan konstruktion, altså en konstruktion, som har en symmetriplan, som også er symmetriplan for konstruktionens påvirkninger.

Konstruktionen forudsættes ret med konstant tværsnit bestående af yderlagene A og B samt et mellem-lag M.

Som vist på figur 2.1 er indlagt et koordinatsystem med  $x$ -akse i konstruktionens længderetning gående igennem tyngdepunktslinien i lag A, og  $y$ -akse vinkelret herpå og gående igennem den ene understøtning.

Udbøjningerne  $u$  regnes positive i  $y$ -aksens retning, se figur 2.4.

Yderlagene har samme E-modul  $E$ , tværsnitsarealerne  $A_A$  og  $A_B$  og inertimomenterne  $I_A$  og  $I_B$  om egen tyngdepunktsakse vinkelret på xy-planen.

Mellemlaget har forskydningsmodulen  $G_M$ , bredden  $b$  og tykkelsen  $m$ .

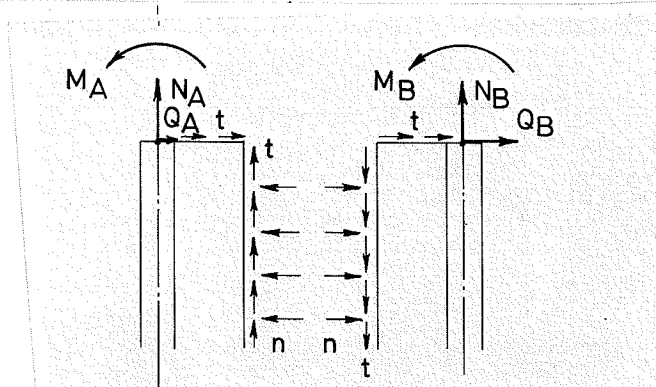
$h_1$  er afstanden mellem yderlagenes tyngdepunktslinier.

Mellemlaget regnes usammentrykkeligt i y-aksens retning.

Det forudsættes, at reaktionen for en tværlast fordeles over tværsnittet i fornødent omfang via mellemlaget og eventuelle "forstærkninger" af mellemlaget.

I øvrigt gøres samme forudsætninger som i den elementære, tekniske bjælketeori: Hookes lov gælder, normalsnit forbliver plane i de to yderlag, og udbøjningerne  $u$  er så små, at buelængden  $s$  kan regnes lig med projektionen på x-aksen ( $\frac{du}{dx} \ll 1$ ), samt at spændingerne i tværretningen er lig 0.

Beregningerne gennemføres under hensyntagen til udbøjningernes indflydelse, men under forudsætning af, at udbøjningerne er små.



Figur 2.2

I et snit gennem mellemlaget parallelt med x-aksen er snitkræfterne normalkraften  $n$  pr.længdeenhed og forskydningskraften  $t$  pr.længdeenhed.

I et snit vinkelret på x-aksen i afstanden  $x$  fra den ene understøtning er snitkræfterne  $M_A$ ,  $N_A$ ,  $Q_A$ ,  $M_B$ ,  $N_B$ ,  $Q_B$  samt  $t$ .

I tværsnittet er  $t$  konstant imellem yderlagene og varierer retlinet fra denne værdi til 0 over hvert yderlag.  $Q_A$  og  $Q_B$  er de "rene" bjælke-forskydningskræfter.

I tværsnittet regnes ikke med normalspændinger i mellemlaget.

Den samlede forskydende kraft i mellemlaget over strækningen  $x$  kaldes  $T$ :

$$(1) \quad \int_0^x t \, dx = T$$

I den deformerede konstruktion betragtes snitkræfter parallelle med koordinataksene.

For en afskåret konstruktionsdel af længden  $x$  og flækket ved et længdesnit igennem mellemlaget fås

$$(2) \quad N_A = -P_A - T$$

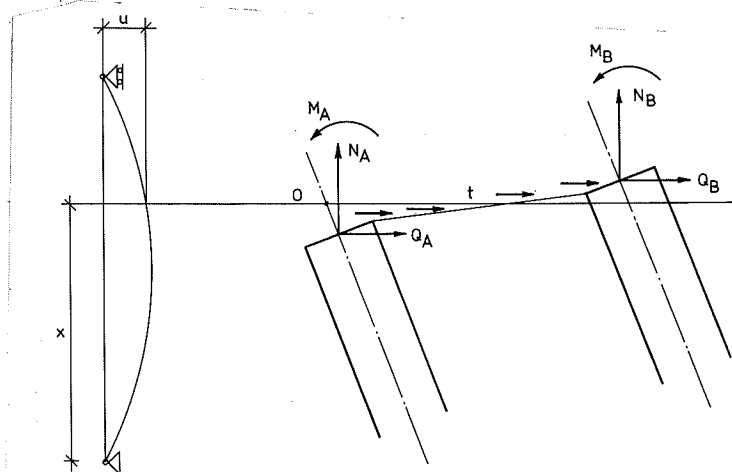
$$(3) \quad N_B = T$$

For den afskårne konstruktionsdel fås (moment om punkt 0) (se figur 2.3)

$$M_A + M_B + N_B h_1 + M_Q = P_A u + M_0$$

$M_0$  er momentet fra tværbelastningen. Det forudsættes, at  $M_0 = M_0(x)$  er en differentiabel funktion for  $0 \leq x \leq l$ .

$M_Q$  er momentet fra forskydningskræfterne. I det følgende forudsættes, at dette led er uden større betydning, således at der kan ses bort fra bidraget. Ledet er lig med nul, når yderlagene har ens tværsnit samtidig med, at  $P_A$  er lig med nul. I øvrigt er led-



Figur 2.3

det altid nul midt på spændvidden. Endvidere kan det let eftervises, at  $M_Q$  er meget mindre end  $P_A u + M_O$  for de i forsøgsrækken betragtede elementer - og for lignende elementer - bortset fra en lille strækning lokalt ved understøtningerne.

Idet der ses bort fra  $M_Q$  fås

$$(4) \quad M_A + M_B + T h_1 = P_A u + M_O$$

Med usammentrykkeligt mellemlag får lag A og lag B samme udbøjningslinie og dermed også samme krumning  $\kappa$  bestemt ved

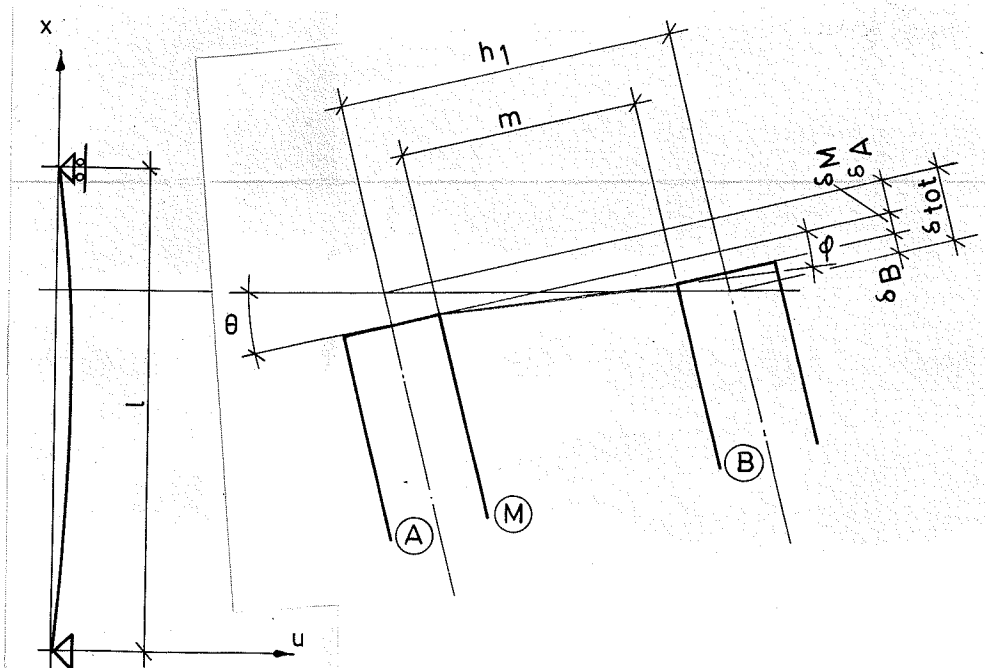
$$\kappa = \frac{M_A}{EI_A} = \frac{M_B}{EI_B} = \frac{M_A + M_B}{E(I_A + I_B)} = - \frac{d^2 u}{dx^2}$$

Indsat i (4) fås nu

$$(5) \quad -E(I_A + I_B) \frac{d^2 u}{dx^2} + h_1 T = P_A u + M_O$$

Betragtes deformationsforholdene for det oprindelige plane snit i afstanden  $x$  findes, jfr. figur 2.4

$$(6) \quad \delta_{\text{tot}} = \delta_A + \delta_M + \delta_B$$



Figur 2.4

$\delta_A$  er længdeændringen i lag A fra  $x_0$  til  $x$  hidrørende fra normalkraften  $N_A$ .  $\delta_A$  er her en forkortelse og kan findes ved f.eks. kraftmetoden.

$$\delta_A = - \int_{x_0}^x \frac{N_A}{EA_A} dx$$

$\delta_B$  er længdeændringen i lag B fra  $N_B$ .  $\delta_B$  er her en forlængelse.

$$\delta_B = + \int_{x_0}^x \frac{N_B}{EA_B} dx$$

$x_0$  er det punkt, hvor et oprindeligt plant snit er plant tværs igennem hele konstruktionen efter udbøjningen ( $\varphi = 0$ ,  $\theta = 0$ ). Har belastningen symmetri om bjælkemidten er  $x_0 = \frac{l}{2}$ .

$\delta_M$  er den indbyrdes forskydning i længderetningen imellem de to yderlag. Af figur 2.4 fås med  $\varphi = -\frac{\tau}{G_M}$  og  $\tau = \frac{t}{b}$  (positivt  $\varphi$  svarer til negativt  $t$  i henhold til fortegneregningen for  $t$ )

$$\delta_M = m \varphi = -m \frac{\tau}{G_M} = -\frac{m}{G_M} \frac{t}{b}$$

Af figur 2.4 fås

$$\delta_{\text{tot}} = -\theta h_1$$

idet udbøjningsliniens hældningsvinkel  $\theta$  her er negativ, da  $\theta$  regnes positiv med uret ( $\theta = +\frac{du}{dx}$ ).

Af (6) fås nu

$$-h_1 \theta = - \int_{x_0}^x \frac{N_A}{EA_A} dx + \int_{x_0}^x \frac{N_B}{EA_B} dx - \frac{m t}{G_M b}$$

Indsættelse af (2) og (3) for  $N_A$  og  $N_B$  og differentiation giver

$$(7) \quad -h_1 \frac{d^2 u}{dx^2} = \frac{P_A}{EA_A} + \left( \frac{1}{EA_A} + \frac{1}{EA_B} \right) T - \frac{m}{G_M b} \frac{d^2 T}{dx^2}$$

Af (5) og (7) fås

$$\begin{aligned} \frac{d^4 u}{dx^4} - \left( \frac{G_M b}{E m} \left( \frac{1}{A_A} + \frac{1}{A_B} + \frac{h_1^2}{I_A + I_B} \right) - \frac{P_A}{E(I_A + I_B)} \right) \frac{d^2 u}{dx^2} \\ - \frac{G_M b}{E m} \left( \frac{1}{A_A} + \frac{1}{A_B} \right) \frac{P_A}{E(I_A + I_B)} u \\ = \frac{G_M b}{E m A_A} \frac{P_A}{E(I_A + I_B)} \\ + \frac{G_M b}{E m} \left( \frac{1}{A_A} + \frac{1}{A_B} \right) \frac{M_0}{E(I_A + I_B)} - \frac{1}{E(I_A + I_B)} \frac{d^2 M_0}{dx^2} \end{aligned}$$

Med

$$(8) \quad \alpha^2 = \frac{G_M b}{E m} \left( \frac{1}{A_A} + \frac{1}{A_B} + \frac{h_1^2}{I_A + I_B} \right)$$

$$(9) \quad \gamma = \frac{G_M b}{E m} \left( \frac{1}{A_A} + \frac{1}{A_B} \right)$$

$$(10) \quad \eta = \frac{A_B}{A_A + A_B}$$

$$(11) \quad \mu = \frac{P_A}{E(I_A + I_B)}$$

fås

$$(12) \quad \frac{d^4 u}{dx^4} - (\alpha^2 - \mu) \frac{d^2 u}{dx^2} - \gamma \mu u = \frac{1}{E(I_A + I_B)} \left( \gamma (M_o + P_A \eta h_1) - \frac{d^2 M_o}{dx^2} \right)$$

Det fuldstændige integral til denne differential-ligning af 4. orden er (se f.eks. [1])

$$u = C_1' \cosh(\lambda_1 x) + C_3' \sinh(\lambda_1 x) + C_2' \cos(\lambda_2 x) + C_4' \sin(\lambda_2 x) + u_o'$$

hvor  $C_1' \dots C_4'$  er integrationskonstanter, der bestemmes af randbetingelserne, og  $u_o'$  er et partikulært integral, der kan findes som angivet i [1], og hvor  $\lambda_1$ ,  $-\lambda_1$ ,  $i\lambda_2$  og  $-i\lambda_2$  er rødder i karakterligningen  $R^4 - (\alpha^2 - \mu)R^2 - \gamma\mu = 0$ :

$$(13) \quad \lambda_1^2 = \frac{1}{2} \left( (\alpha^2 - \mu) + \sqrt{(\alpha^2 - \mu)^2 + 4\gamma\mu} \right)$$

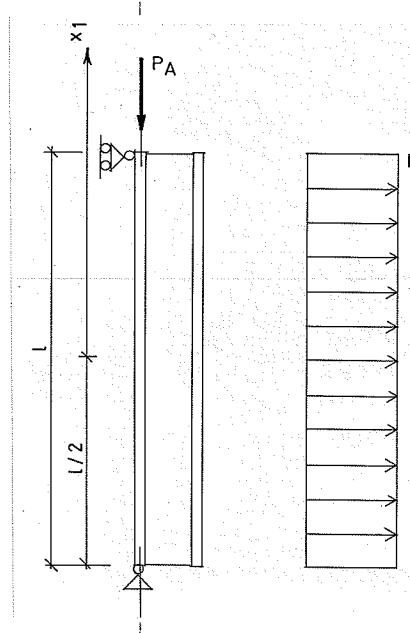
$$\lambda_1 = +\sqrt{\lambda_1^2}$$

$$(14) \quad -\lambda_2^2 = \frac{1}{2} \left( (\alpha^2 - \mu) - \sqrt{(\alpha^2 - \mu)^2 + 4\gamma\mu} \right)$$

$$\lambda_2 = +\sqrt{\lambda_2^2}$$

## 2.2 Element med søjlelast $P_A$ og jævnt fordelt tværlast $p$

Figur 2.5



For et simpelt understøttet element med søjlelast  $P_A$  og en tværbelastning  $p$ , der er jævnt fordelt, er med  $x_1 = x - \frac{l}{2}$

$$M_o = \frac{1}{8} p l^2 - \frac{1}{2} p x_1^2, \quad \frac{dM_o}{dx} = -p x_1 \quad \text{og} \quad \frac{d^2 M_o}{dx^2} = -p$$

I den generelle løsning

$$u = C_1 \cosh(\lambda_1 x_1) + C_3 \sinh(\lambda_1 x_1) + C_2 \cos(\lambda_2 x_1) + C_4 \sin(\lambda_2 x_1) + u_o$$

bliver

$$u_o = -\eta h_1 - \frac{p}{P_A} \left( \frac{1}{8} l^2 - \frac{1}{2} x_1^2 + \frac{1}{\zeta \mu} \right)$$

hvor

$$(15) \quad \zeta = \frac{\gamma}{\alpha^2} = \frac{\frac{1}{A_A} + \frac{1}{A_B}}{\frac{1}{A_A} + \frac{1}{A_B} + \frac{h_1^2}{I_A + I_B}}$$

Af symmetri Grunde har udbøjningen og krumningen maksimum for  $x_1 = 0$ , d.v.s.  $\frac{du}{dx} = 0$  og  $\frac{d^3 u}{dx^3} = 0$ , hvilket giver

$$C_3 = 0$$

$$C_4 = 0$$

Af  $u = 0$  for  $x_1 = \frac{l}{2}$

og af  $M_A = M_B = 0$ , d.v.s.  $\frac{d^2 u}{dx^2} = 0$  for  $x_1 = \frac{l}{2}$

fås

$$(16) \quad C_1 = \frac{1}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} \frac{1}{\cosh(\lambda_1 \frac{l}{2})} \left( \lambda_2^2 \eta h_1 + \frac{p}{P_A} \left( \frac{\lambda_2^2}{\zeta \mu} - 1 \right) \right)$$

$$(17) \quad C_2 = \frac{1}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} \frac{1}{\cos(\lambda_2 \frac{l}{2})} \left( \lambda_1^2 \eta h_1 + \frac{p}{P_A} \left( \frac{\lambda_1^2}{\zeta \mu} + 1 \right) \right)$$

Der er her forudsat

$$\lambda_2 \frac{l}{2} = \frac{\pi}{2} + n\pi \quad (n \text{ helt tal})$$

Angående  $\lambda_2 \frac{l}{2} = \frac{\pi}{2} + n\pi$ , se afsnit 2.3.

Udbøjningen bliver

$$(18) \quad u = C_1 \cosh(\lambda_1 x_1) + C_2 \cos(\lambda_2 x_1) - \eta h_1 - \frac{p}{P_A} \left( \frac{1}{8} l^2 - \frac{1}{2} x_1^2 + \frac{1}{\zeta \mu} \right)$$

Momenterne  $M_A$  og  $M_B$  i yderlagene bliver

$$(19) \quad M_A = EI_A \left( \lambda_2^2 C_2 \cos(\lambda_2 x_1) - \lambda_1^2 C_1 \cosh(\lambda_1 x_1) - \frac{p}{P_A} \right)$$

$$(20) \quad M_B = EI_B \left( \lambda_2^2 C_2 \cos(\lambda_2 x_1) - \lambda_1^2 C_1 \cosh(\lambda_1 x_1) - \frac{p}{P_A} \right)$$

Den forskydende kraft  $T$  bliver

$$(21) \quad T = \frac{E(I_A + I_B)}{h_1} \left( (\mu + \lambda_1^2) C_1 \cosh(\lambda_1 x_1) + (\mu - \lambda_2^2) C_2 \cos(\lambda_2 x_1) - \eta h_1 \mu - \frac{p}{P_A} \left( \frac{1}{\zeta} - 1 \right) \right)$$

Normalkræfterne  $N_A$  og  $N_B$  i yderlagene fås af (2) og (3):

$$N_A = -P_A - T$$

$$N_B = T$$

Herefter kan kantspændingerne i yderlagene bestemmes:

$$(22) \quad \sigma_A = \frac{N_A}{A_A} + \frac{M_A}{I_A} Y_A$$

$$(23) \quad \sigma_B = \frac{N_B}{A_B} + \frac{M_B}{I_B} Y_B$$

Spændingerne er regnet positive som træk.

$Y_A$  og  $Y_B$  er afstanden til kant fra tyngdepunktet i henholdsvis lag A og lag B.  $y$  regnes med fortegn (positiv retning vist på figur 2.1).

Med plane lag med tykkelserne  $h_A$  og  $h_B$  for henholdsvis lag A og lag B fås kantspændingerne

$$(24) \quad \sigma_A = \frac{N_A}{A_A} \pm \frac{M_A}{I_A} \frac{h_A}{2}$$

$$(25) \quad \sigma_B = \frac{N_B}{A_B} \pm \frac{M_B}{I_B} \frac{h_B}{2}$$

Forskydningskraften  $t$  pr.længdeenhed i mellemlaget bliver

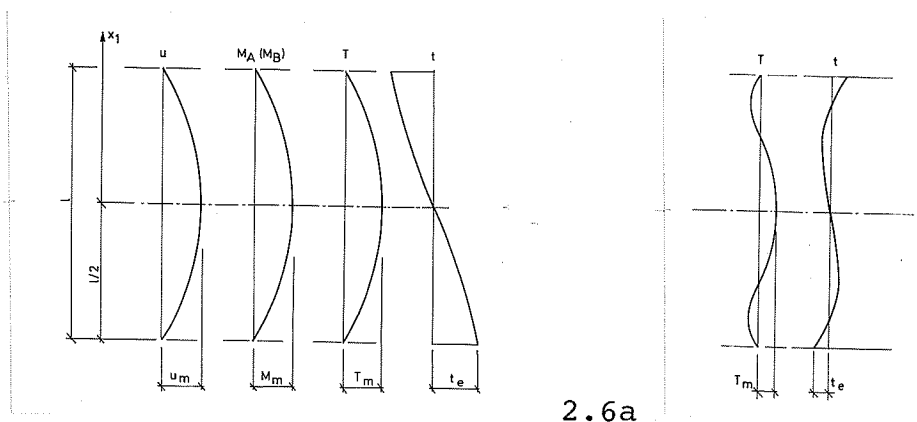
$$(26) \quad t = \frac{E(I_A + I_B)}{h_1} \left( (\mu + \lambda_1^2) \lambda_1 C_1 \sinh(\lambda_1 x_1) - (\mu - \lambda_2^2) \lambda_2 C_2 \sin(\lambda_2 x_1) \right)$$

Forskydningsspændingen  $\tau_M$  i mellemlaget fås af

$$(27) \quad \tau_M = \frac{t}{b}$$

Forskydningsspændingerne i yderlagene er ikke beregnet, da de skønnes uden særlig interesse her som i almindelige bjælkekonstruktioner med lav højde i forhold til bredden. (De normale forskydningsspændinger fra forskydningskraften ved bøjning suppleres i dette tilfælde med forskydningsspændinger fra T-kraften, som mellemlaget overfører imellem yderlagene.)

Figur 2.6



2.6a

I figur 2.6 er vist et typisk forløb af  $u$ ,  $M_A(M_B)$ ,  $T$  og  $t$  over søjlelængden for en påvirkning bestående af søjlelast og tværlast.

For søjlelast uden tværlast eller kun en meget lille tværlast kan fås et lidt andet forløb af kurverne, specielt hvad angår  $t$ - og  $T$ -kurverne. Figur 2.6a viser et eksempel herpå.

På midten af søjlen ( $x_1 = 0$ ) fås

$$(28) \quad u_m = C_1 + C_2 - \eta h_1 - \frac{p}{P_A} \left( \frac{1}{8} \ell^2 + \frac{1}{\zeta \mu} \right)$$

$$(29) \quad M_{A,m} = EI_A \left( \lambda_2^2 C_2 - \lambda_1^2 C_1 - \frac{p}{P_A} \right)$$

$$(30) \quad M_{B,m} = EI_B \left( \lambda_2^2 C_2 - \lambda_1^2 C_1 - \frac{p}{P_A} \right)$$

$$(31) \quad T_m = \frac{E(I_A + I_B)}{h_1} \left( C_1 (\mu + \lambda_1^2) + C_2 (\mu - \lambda_2^2) - \eta h_1 \mu - \frac{p}{P_A} \left( \frac{1}{\zeta} - 1 \right) \right)$$

Ved søjleende ( $x_1 = -\frac{\ell}{2}$ ) fås

$$(32) \quad t_e = \frac{E(I_A + I_B)}{h_1} \left( (\mu - \lambda_2^2) \lambda_2 C_2 \sin(\lambda_2 \frac{\ell}{2}) - (\mu + \lambda_1^2) \lambda_1 C_1 \sinh(\lambda_1 \frac{\ell}{2}) \right)$$

$C_1$  og  $C_2$  fås af (16) og (17).

### 2.3 Kritisk søjlelast

Ved bestemmelse af integrationskonstanterne i løsningen til differentiaalligningen for udbøjningen måtte vi forudsætte

$$\lambda_2 = \frac{\pi}{\ell} + n \frac{2\pi}{\ell} \quad (n \text{ helt tal})$$

Når  $\lambda_2 \rightarrow \frac{\pi}{\ell} + n \frac{2\pi}{\ell}$  vil  $\cos(\lambda_2 \frac{\ell}{2}) \rightarrow 0$ , hvorefter følger, at udbøjningerne vil vokse mod uendelig og søjlen brydes.

For den mindste af disse  $\lambda_2$ -værdier,  $\lambda_2 = \frac{\pi}{\ell}$ , fås søjlens Euler-bæreevne, den kritiske søjlelast  $P_{\text{krit}}$ .

Løses ligning (14) med hensyn til  $\mu$  fås

$$\mu = \frac{\lambda_2^2 (\lambda_2^2 + \alpha^2)}{\lambda_2^2 + \gamma}$$

og med

$$\mu = \frac{P_A}{E(I_A + I_B)}$$

den kritiske søjlelast

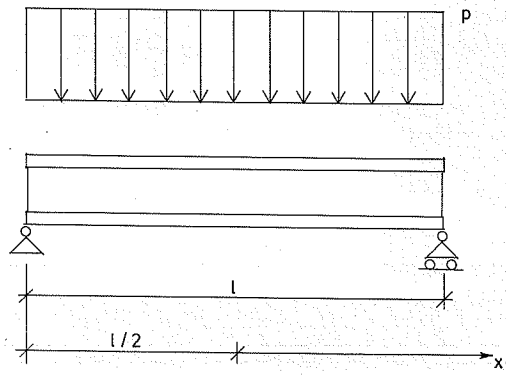
$$(33) \quad P_{\text{krit}} = E(I_A + I_B) \left( \left( \frac{\pi}{\ell} \right)^2 + \alpha^2 \right) \frac{1}{1 + \frac{\gamma}{\left( \frac{\pi}{\ell} \right)^2}}$$

I (33), som giver Euler-bæreevnen under forudsætning af, at der ikke optræder lokale stabilitetsfænomener som f.eks. foldning af yderlagene, indgår materialestyrken ikke. Det må også bemærkes, at vi har forudsat Hookes lov gældende. Denne antagelse er imidlertid ikke rimelig for store spændinger (arbejdslinien krummer).

Til bestemmelse af den kritiske søjlelast er det mest korrekte derfor at benytte  $E$ - og  $G_M$ -værdier der er funktioner af spændingen og materialestyrken, hvorved  $\alpha$  og  $\gamma$ , der er funktioner af  $E$  og  $G_M$  heller ikke har konstante værdier, men varierer med belastningen.

## 2.4 Element med jævnt fordelt tværlast p

Figur 2.7



For et simpelt understøttet element belastet med en jævnt fordelt tværlast p alene fås af ligningerne (2), (3), (4), (5) og (7) med  $P_A = 0$

$$(34) \quad N_A = -T$$

$$(35) \quad N_B = T$$

$$(36) \quad M_A + M_B + T h_1 = M_o$$

$$(37) \quad -E(I_A + I_B) \frac{d^2 u}{dx^2} + h_1 T = M_o$$

$$(38) \quad -h_1 \frac{d^2 u}{dx^2} = \left( \frac{1}{E A_A} + \frac{1}{E A_B} \right) T - \frac{m}{G_M b} \frac{d^2 T}{dx^2}$$

Af (37) og (38) fås

$$\frac{d^2 T}{dx^2} - \frac{G_M b}{E m} \left( \frac{1}{A_A} + \frac{1}{A_B} + \frac{h_1^2}{I_A + I_B} \right) T = -\frac{G_M b}{E m} \frac{h_1}{I_A + I_B} M_o$$

eller med

$$(8) \quad \alpha^2 = \frac{G_M b}{E m} \left( \frac{1}{A_A} + \frac{1}{A_B} + \frac{h_1^2}{I_A + I_B} \right)$$

$$(39) \quad \beta = \frac{G_M b}{E m} \frac{h_1}{I_A + I_B} \quad \left( = \frac{\alpha^2 - \gamma}{h_1} \right)$$

$$(40) \quad \frac{d^2 T}{dx^2} - \alpha^2 T = -\beta M_o$$

Problemet er nu reduceret til at løse denne differentialligning af 2. orden.

Ligningen (40) har løsningen (se f.eks. [1])

$$T = K_1 \sinh(\alpha x) + K_2 \cosh(\alpha x) + \beta \left( \frac{1}{\alpha^2} M_o + \frac{1}{\alpha^4} \frac{d^2 M_o}{dx^2} + \frac{1}{\alpha^6} \frac{d^4 M_o}{dx^4} \dots \right)$$

Integrationskonstanterne  $K_1$  og  $K_2$  bestemmes af randbetingelserne.

$$\text{Med } x_1 = x - \frac{\ell}{2}$$

$$M_o = \frac{1}{8} p \ell^2 - \frac{1}{2} p x_1^2$$

$$\frac{dM_o}{dx} = -p x_1$$

$$\frac{d^2 M_o}{dx^2} = -p$$

og randbetingelserne

$$T = 0 \quad \text{for } x_1 = \frac{\ell}{2} \quad (\text{følger af definitionen af } T)$$

$$\frac{dT}{dx} = 0 \quad \text{for } x_1 = 0 \quad (\text{af symmetri Grunde})$$

samt

$$u = 0 \quad \text{for } x_1 = \frac{\ell}{2}$$

$$\frac{du}{dx} = 0 \quad \text{for } x_1 = 0 \quad (\text{af symmetri Grunde})$$

og med

$$(15a) \quad \zeta = \frac{\gamma}{\alpha^2} = 1 - \frac{\beta h_1}{\alpha^2}$$

fås:

Den forskydende kraft  $T$

$$(41) \quad T = p \frac{1 - \zeta}{\alpha^2 h_1} \left( \frac{1}{8} (\alpha \ell)^2 - \frac{1}{2} (\alpha x_1)^2 + \frac{\cosh(\alpha x_1)}{\cosh(\alpha \frac{\ell}{2})} - 1 \right)$$

Momenterne i yderlagene  $M_A$  og  $M_B$

$$(42) \quad M_A = p \frac{I_A}{I_A + I_B} \frac{1}{\alpha^2} \left( \zeta \left( \frac{1}{8} (\alpha \ell)^2 - \frac{1}{2} (\alpha x_1)^2 \right) + (1 - \zeta) \left( 1 - \frac{\cosh(\alpha x_1)}{\cosh(\alpha \frac{\ell}{2})} \right) \right)$$

$$(43) \quad M_B = p \frac{I_B}{I_A + I_B} \frac{1}{\alpha^2} \left( \zeta \left( \frac{1}{8} (\alpha \ell)^2 - \frac{1}{2} (\alpha x_1)^2 \right) + (1 - \zeta) \left( 1 - \frac{\cosh(\alpha x_1)}{\cosh(\alpha \frac{\ell}{2})} \right) \right)$$

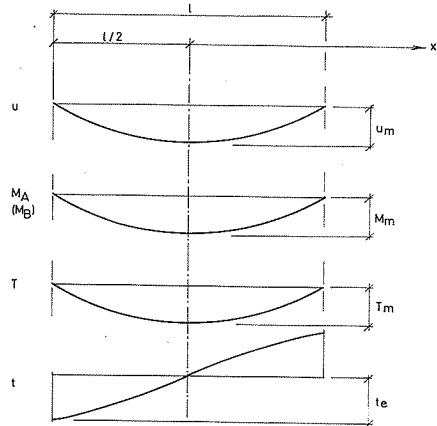
Udbøjningen  $u$

$$(44) \quad u = \frac{p}{E(I_A + I_B)\alpha^4} \left( \zeta \left( \frac{5}{384}(\alpha \ell)^4 - \frac{3}{48}(\alpha \ell)^2 (\alpha x_1)^2 + \frac{1}{24}(\alpha x_1)^4 \right) + (1 - \zeta) \left( \frac{1}{8}(\alpha \ell)^2 - \frac{1}{2}(\alpha x_1)^2 + \frac{\cosh(\alpha x_1)}{\cosh(\alpha \frac{\ell}{2})} - 1 \right) \right)$$

Forskydningskraften  $t$  pr. længdeenhed i mellemlaget

$$(45) \quad t = p \frac{1 - \zeta}{\alpha h_1} \left( -\alpha x_1 + \frac{\sinh(\alpha x_1)}{\cosh(\alpha \frac{\ell}{2})} \right)$$

Kantspændingerne i yderlagene fås af ligningerne (22) - (25) og forskydningsspændingen i mellemlaget af (27).



Figur 2.8

I figur 2.8 er vist forløbet af  $u$ ,  $M_A$  ( $M_B$ ),  $T$  og  $t$  over bjælkelængden for jævnt fordelt tværbelastning.  $t$  har her altid sin numerisk største værdi ved bjælkeenden (i modsætning til søjletilfældet).

På midten af bjælken ( $x_1 = 0$ ) fås

$$(46) \quad u_m = \frac{p}{E(I_A + I_B)\alpha^4} \left( \zeta \frac{5}{384} (\alpha \ell)^4 + (1 - \zeta) \left( \frac{1}{8} (\alpha \ell)^2 + \frac{1}{\cosh(\alpha \frac{\ell}{2})} - 1 \right) \right)$$

$$(47) \quad M_{A,m} = p \frac{I_A}{I_A + I_B} \frac{1}{\alpha^2} \left( \zeta \frac{1}{8} (\alpha \ell)^2 + (1 - \zeta) \left( 1 - \frac{1}{\cosh(\alpha \frac{\ell}{2})} \right) \right)$$

$$(48) \quad M_{B,m} = p \frac{I_B}{I_A + I_B} \frac{1}{\alpha^2} \left( \zeta \frac{1}{8} (\alpha \ell)^2 + (1 - \zeta) \left( 1 - \frac{1}{\cosh(\alpha \frac{\ell}{2})} \right) \right)$$

$$(49) \quad T_m = p \frac{1 - \zeta}{\alpha^2 h_1} \left( \frac{1}{8} (\alpha \ell)^2 + \frac{1}{\cosh(\alpha \frac{\ell}{2})} - 1 \right)$$

Ved bjælkeende ( $x_1 = -\frac{\ell}{2}$ ) fås

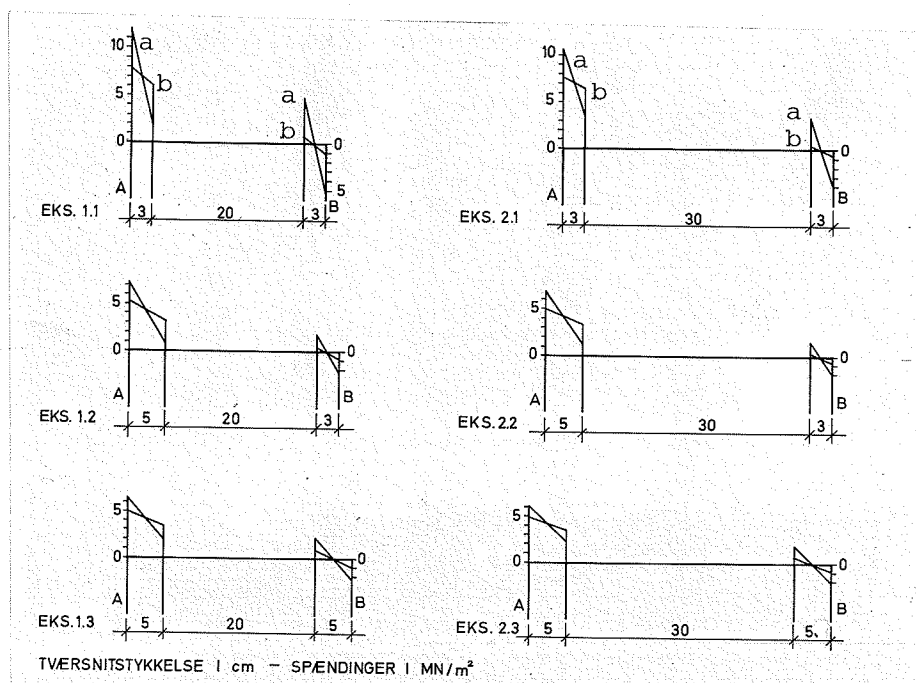
$$(50) \quad t_e = p \frac{1-\zeta}{\alpha h_1} \left( \frac{1}{2} \alpha \ell - \tanh(\alpha \frac{\ell}{2}) \right)$$

## 2.5 Eksempler

I dette afsnit skal med nogle eksempler belyses, hvilken betydning en ændring af tværsnittets lagtykkelser og mellemlagets G-modul har på normalspændingsfordelingen over midttert tværsnittet i en søjle, og på forløbet over længden af forskydnings-spændingen i mellemlaget.

I figur 2.9 er vist tværsnit med forskellige kombinationer af 3 og 5 cm yderlag og 20 og 30 cm mellem-lag. Eksemplerne 1.1, 1.2 og 1.3 har 20 cm mellemlag, eksemplerne 2.1, 2.2 og 2.3 har 30 cm mellemlag. I eksemplerne 1.1 og 2.1 er begge yderlagene 3 cm tykke, i eksemplerne 1.2 og 2.2 er yderlagene 3 og 5 cm tykke, og i eksemplerne 1.3 og 2.3 er begge yderlagene 5 cm tykke.

Søjler med disse tværsnitstykkelser og med bredden 1 m og længden 2,7 m er beregnet for søjlelasten  $P_A = 200 \text{ kN/m}$  og en jævnt fordelt tværlast  $p = 2 \text{ kN/m}^2$  (søjlen påvirket som vist på figur 2.5). For yderlagene er benyttet  $E = 30.000 \text{ MN/m}^2$ . For mellemlaget er dels regnet med  $G_M = 1 \text{ MN/m}^2$  og dels med  $G_M = 10 \text{ MN/m}^2$ .



Figur 2.9

I figur 2.9 er indtegnet de beregnede spændingsfordelinger, gældende for tværsnit på midten af søjlen. For  $G_M = 1 \text{ MN/m}^2$  fås de med a mærkede spændinger, og for  $G_M = 10 \text{ MN/m}^2$  fås de med b mærkede spændinger.

Som det fremgår af figur 2.9 ændres spændingsfordelingen til en mere jævn fordeling, når  $G_M$  ændres fra 1 til  $10 \text{ MN/m}^2$ , svarende til at der skal optages mindre moment af det enkelte lag.

Det er da i øvrigt også sådan, at med store  $G_M$ -værdier virker sandwichkonstruktionen stort set som en samlet konstruktion. Spændingsfordelingen ligger tæt på den fordeling, hvor spændingerne i lag A og i lag B ligger på samme rette linie.

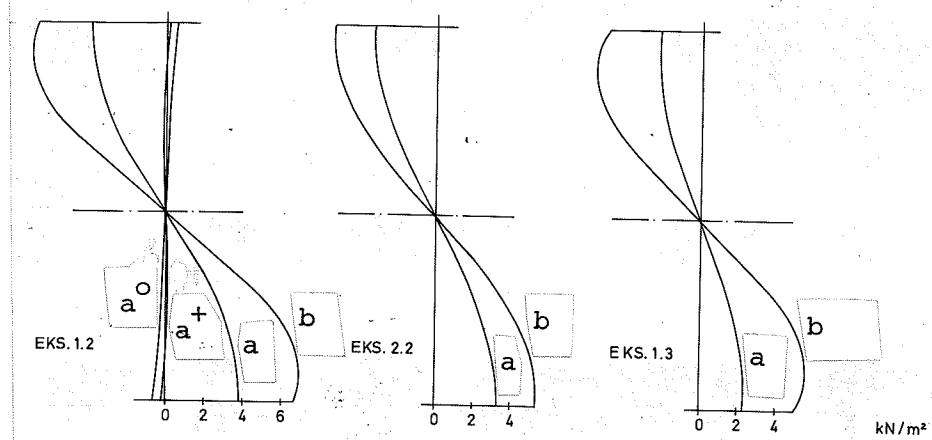
For meget små  $G_M$ -værdier virker sandwichkonstruktionen stort set som to bjælkesøjler. Middelspændingen i et tværsnit i det søjlebelastede lag A bliver ca.  $\frac{P_A}{A_A}$  og middelspændingen i et tværsnit i det andet lag ca. 0; spændingsfordelingen i øvrigt svarer til, at momentet fra belastningen skal optages alene af yderlagene.

I øvrigt kan man af figur 2.9 se, hvordan spændingsfordelingen over tværsnittet ændres ved ændring af de forskellige lagtykkelser.

I figur 2.10 er vist forløbet over længden af forskydningsspændingen i mellemlaget for eksemplerne 1.2, 2.2 og 1.3.

De med a mærkede spændingsforløb svarer til  $G_M = 1 \text{ MN/m}^2$ , de med b mærkede til  $G_M = 10 \text{ MN/m}^2$ .

Figur 2.10



Specielt er der for eksempel 1.2 med  $G_M = 1 \text{ MN/m}^2$  også vist forskydningsspændingsforløbet for tværlast  $p = 0,2 \text{ kN/m}^2$  og søjlelast  $P_A = 200 \text{ kN/m}$ ; kurven er mærket  $a^+$ . Forløbet svarer til det i figur 2.6a viste. Endvidere er vist forløbet for søjlelast  $P_A = 200 \text{ kN}$  alene; denne kurve er mærket  $a^0$ ; i dette tilfælde har forskydningsspændingen skiftet fortegn overalt; men værdierne er, som det ses, meget mindre for søjlelasten alene end med tværlasten  $p = 2 \text{ kN/m}^2$  samtidig.

I alle eksemplerne er benyttet samme E-værdi. En ændring fra  $30.000 \text{ MN/m}^2$  til f.eks.  $20.000 \text{ MN/m}^2$  vil udjævne normalspændingsforløbet lidt, samtidig med at forskydningsspændingerne i mellemlaget vil stige. I eksempel 1.2 vil den største trykspænding således blive omkring 5-10% mindre og største forskydningsspænding i mellemlaget omkring 20-30% større (med  $G_M$  i intervallet 1-10  $\text{MN/m}^2$ ).

### 3. FORSØG

#### 3.1 Forsøgsprogram og forsøgselementer

Med det formål at undersøge om den opstillede teori kan benyttes til beregning af udbøjninger, snitkræfter og spændinger i simpelt understøttede sandwich-elementer af beton og mineraluld, er der gennemført en række belastningsforsøg med forskellige elementer.

Elementerne påvirkes med trinvis stigende last, indtil bæreevnen er udtømt. For hvert trin foretages målinger af lasten og bevægelserne (flytningerne) af en række punkter på elementet - til bestemmelse af:

- 1) udbøjning på midten
- 2) krumning på midten til beregning af moment i yderlag
- 3) vinkelændringer i endefladerne til beregning af forskydningskraft pr. længdeenhed i mellemlaget.

Forsøgsrækken består dels af "bjælkeforsøg" med tværbelastede elementer og dels "søjleforsøg" med elementer påvirket med søjlelast centralt i det ene yderlag og samtidig påvirket med tværlast (enkelte søjleforsøg udføres uden tværlast).

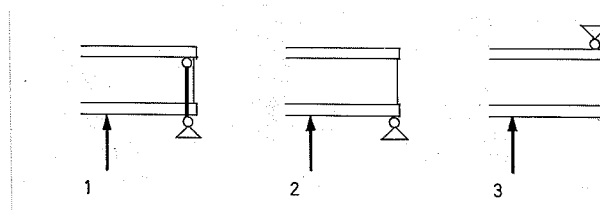
Elementerne har yderlag af beton og mellemlag af mineraluld (Rockwool pladebatts). Mineralulden er vendt, så dens fiberlag står vinkelret på elementets yderlag. Betonen er forsynet med en let (revne-)armering i midten.

Til forsøgselementer er sigtet mod elementdimensioner, som det skønnes vil kunne komme på tale ved anvendelse af elementet som højisolerende facade eller tagdækkonstruktion. Af praktiske grunde er dog valgt dimensioner, som nok ligger i underkanten heraf.

Med udvalget af forsøgselementer med forskellige kombinationer af lagtykkelser, med to typer mineraluld (Rockwool med to forskellige densiteter) og med to elementlængder, er det tilstræbt at dække et område, der går fra det tilfælde, hvor konstruktionen hovedsagelig virker som to bjælker (yderlagene), til det tilfælde hvor konstruktionen hovedsagelig virker som en samlet konstruktion med yderlagene som flanger og mellemlaget som krop.

For at undersøge mellemlagets evne til i fornødent omfang at kunne fordele reaktionen fra en tværlast over tværsnittet er der benyttet tre forskellige vederlagsudformninger i forhold til tværlasten, jævnfør figur 3.1. Som beskrevet senere, er forsøgselementerne anbragt vandret med tværbelastning opad på det underste lag.

Figur 3.1



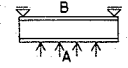
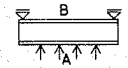
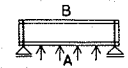
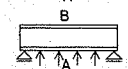
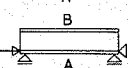
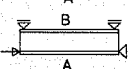
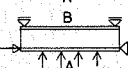
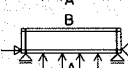
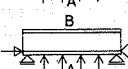
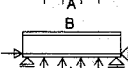
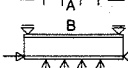
I vederlagsudformning 1 er de to yderlag forbundet med to stænger af ø10 mm stål. I vederlagsudformning 2 er elementet alene understøttet på samme side, som det er belastet, og i vederlagsudformning 3 på den modsatte side af den belastede.

Forsøgsrækken består af 13 serier á 3 forsøg, hvor elementerne i hver serie er én kombination af tværsnit, materialer, længde og vederlagsudformning.

Figur 3.2 giver en oversigt over forsøgsseriernes elementer, belastning og vederlagsudformning.

I figur 3.3 ses en tegning af et typisk element.

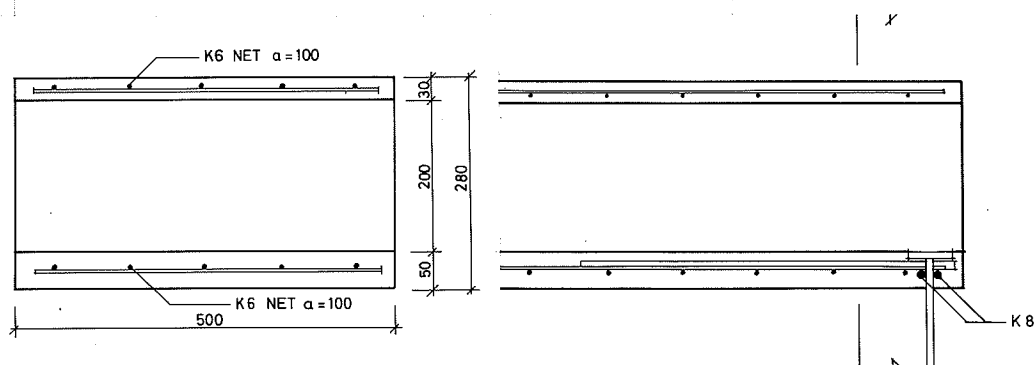
Forsøgsrækken blev delt i to dele med serierne 110, 120, 130, 140, 220, 240 og 250 i den første og serierne 150, 210, 260, 270, 280 og 290 i den sidste.

| Serie | tværsnit i cm<br>$h_A$ -m- $h_B$ b | længde i m<br>$l$ | mineraluld<br>type <sup>1)</sup> | belastning og<br>understøtning                                                        |
|-------|------------------------------------|-------------------|----------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 110   | 3-30-3 50                          | 4,00              | 100                              |    |
| 120   | 5-20-5 50                          | 4,00              | 100                              |    |
| 130   | 5-20-5 50                          | 4,00              | 100                              |    |
| 140   | 5-20-3 50                          | 2,67              | 100                              |    |
| 150   | 5-20-3 50                          | 2,67              | 100                              |    |
| 210   | 5-15-3 30                          | 2,67              | 60                               |    |
| 220   | 3-15-3 50                          | 2,67              | 60                               |    |
| 240   | 3-15-3 50                          | 2,67              | 60                               |    |
| 250   | 5-20-3 50                          | 2,67              | 100                              |    |
| 260   | 5-20-3 50                          | 2,67              | 100                              |    |
| 270   | 5-20-3 50                          | 2,67              | 100                              |   |
| 280   | 5-15-3 30                          | 2,67              | 60                               |  |
| 290   | 5-20-5 50                          | 2,67              | 60                               |  |

Figur 3.2

1) mineraluldtype 100: Rockwool, densitet 100 kg/m<sup>3</sup>  
 mineraluldtype 60: Rockwool, densitet 60 kg/m<sup>3</sup>

Figur 3.3



Elementerne er fremstillet på Instituttet for Husbygning. Elementfremstillingen er foregået i en ubrudt arbejdsproces, hvor støbning af det første betonlag, anbringelse af Rockwool-mellemlag og støbning af det andet betonlag er sket umiddelbart efter hinanden, sådan at det andet betonlag er færdigstøbt, inden betonen i det først støbte lag er bundet af.

Betonlagene er vibreret med vibrator anbragt på en afretningsbjælke, der "kører" på formsiden.

For at sikre en god sammenstøbning af lagene udlægges imellem lagene (d.v.s. imellem Rockwool og beton) et "limlag" bestående af cementvælling med iblandet specialbinder (Betoflex Super).

I øvrigt henvises til [9] angående forsøgselementerne.

I [9] er redegjort for prøvning af materialerne.

Med betonen er der udført dels trykprøvning af cylindre (diameter 150 mm og højde 300 mm) til bestemmelse af trykstyrke og E-modul, og dels bøjningsprøvning af "planker" til ("kontrol"-)bestemmelse af E-modul og bøjningstrækstyrke.

Betonen i elementerne i den første del af forsøgsrækken blev fremstillet på Instituttet for Husbygning, mens der i den sidste del af forsøgsrækken blev anvendt fabriksfremstillet beton på grund af ombygning af blandedanlægget.

I behandlingen af resultaterne fra belastningsforsøgene med sandwichelementerne er anvendt E-moduler bestemt ud fra cylinderprøvningen. Den benyttede værdi for E-modulerne er defineret som hældningen af en linie i  $\sigma$ - $\epsilon$  diagrammet igennem nulpunktet og det punkt på  $\sigma$ - $\epsilon$  kurven, der har halv brudlastværdi.

De anvendte E-moduler ses af tabellen figur 3.4. I tabellen angiver en \*, at betonen er fabriksfremstillet. I tabellen er endvidere angivet spredningen på E-modulerne.

Ved plankeprøvningen, som kun var af mindre omfang, fandtes E-moduler, der gennemgående ligger lavere end de ved cylinderprøvningen fundne, omend forholdet varierer meget. I gennemsnit ligger E-modulen fra plankeprøvningen godt 10% under E-modulen fra

cylinderprøvningen. I denne forbindelse skal det bemærkes, at vibreringen af betonen i plankerne og i lagene i sandwichelementerne givetvis ikke er så god som vibreringen af betoncylindrene, specielt ikke betonen i lag A, der er støbt oven på Rockwool-laget.

Ved cylinderprøvningen fandtes trykstyrker imellem 40 og 60 MN/m<sup>2</sup>.

Ved plankeprøvningen fandtes bøjningstrækstyrker imellem 6 og 8 MN/m<sup>2</sup>. Cylindertrykstyrken for betonen anvendt til plankerne ligger omkring 45 MN/m<sup>2</sup>.

| Serie | Beton                                        |                                                | Mineraluld      |                              |                                |
|-------|----------------------------------------------|------------------------------------------------|-----------------|------------------------------|--------------------------------|
|       | E-modul<br>10 <sup>3</sup> MN/m <sup>2</sup> | spredning<br>10 <sup>3</sup> MN/m <sup>2</sup> | beteg-<br>nelse | G-modul<br>MN/m <sup>2</sup> | spredning<br>MN/m <sup>2</sup> |
| 110   | 33,8                                         | 1,1                                            | 100/1           | 2,75                         | 0,55                           |
| 120   | 45,4                                         | 6,1                                            | 100/1           | 2,75                         | 0,55                           |
| 130   | 31,9                                         | 0,7                                            | 100/1           | 2,75                         | 0,55                           |
| 140   | 45,2                                         | 5,4                                            | 100/1           | 2,75                         | 0,55                           |
| 150   | * 21,5                                       | 1,0                                            | 100/2           | 3,90                         | 0,55                           |
| 210   | * 24,4                                       | 1,5                                            | 60/2            | 0,65                         | 0,05                           |
| 220   | 33,8                                         | 2,6                                            | 60/3            | 1,55                         | 0,15                           |
| 240   | 37,2                                         | 4,2                                            | 60/1            | 0,75                         | 0,15                           |
| 250   | 32,4                                         | 1,3                                            | 100/1           | 2,75                         | 0,55                           |
| 260   | * 25,3                                       | 0,5                                            | 100/1           | 2,75                         | 0,55                           |
| 270   | * 24,4                                       | 1,9                                            | 100/1           | 2,75                         | 0,55                           |
| 280   | * 24,9                                       | 0,5                                            | 60/2            | 0,65                         | 0,05                           |
| 290   | * 23,9                                       | 0,5                                            | 60/1            | 0,75                         | 0,15                           |

\* angiver fabriksfremstillet grusbeton.

Mineralulden er betegnet med nominel densitet (i kg/m<sup>3</sup>) efterfulgt af løbenr. for pågældende mineraluldparti.

Figur 3.4

Med Rockwool'en er der udført forskydningsforsøg til bestemmelse af forskydningsstyrke og G-modul.

Der blev anvendt prøvelegemer, 100 mm tykke og bestående af 200×800 mm Rockwool med 30 mm beton"kant"

på de lange sider, udsat for forskydningskraftpåvirkning parallelt med de lange sider.

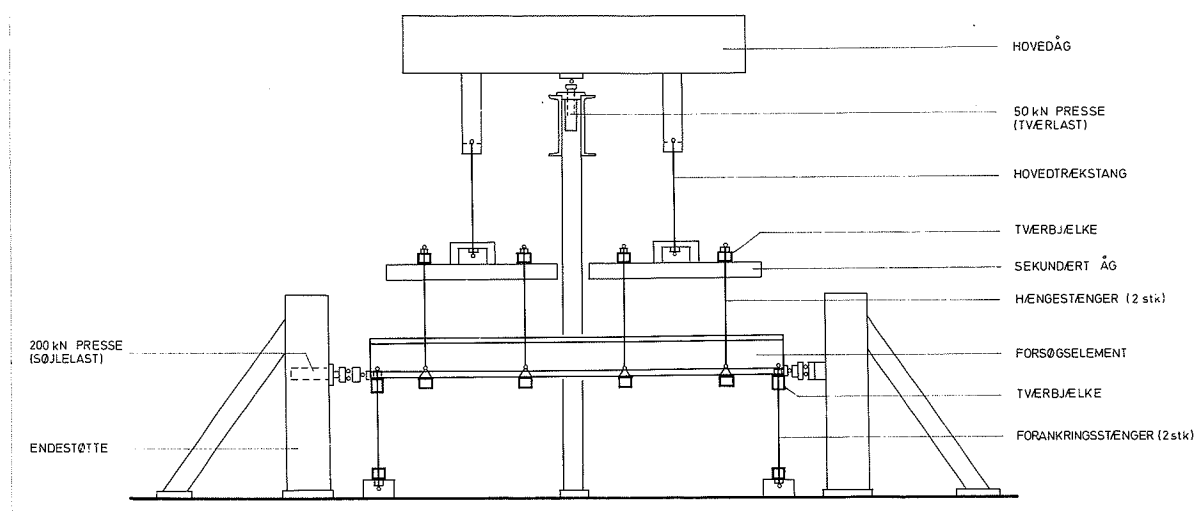
I behandlingen af resultaterne fra belastningsforsøgene med sandwichelementerne er benyttet de  $G_M$ -moduler, der svarer til hældningen af en linie i  $\tau$ - $\phi$  diagrammet igennem nulpunktet og det punkt på  $\tau$ - $\phi$  kurven, der har halv brudlastværdi.

De anvendte  $G_M$ -moduler ses af tabellen figur 3.4. Tabellen angiver typebetegnelse for de leverede partier og det enkelte partis  $G_M$ -modul. I tabellen er endvidere angivet spredningen på  $G_M$ -modulerne.

Ved forskydningsprøvningen fandtes forskydningsstyrker på omkring  $30 \text{ kN/m}^2$  for 100-typen og på omkring  $15 \text{ kN/m}^2$  for 60-typen.

Efter kontrolmåling af de fremstillede elementer og med de fundne  $E$ - og  $G_M$ -moduler er for hvert element beregnet dets  $\alpha$ -værdi og dets  $\zeta$ -værdi.  $\alpha$  fås af formel (8),  $\zeta$  af (15). Bilag 1 giver en oversigt over alle disse værdier samt belastning og understøtning (i principskitse).

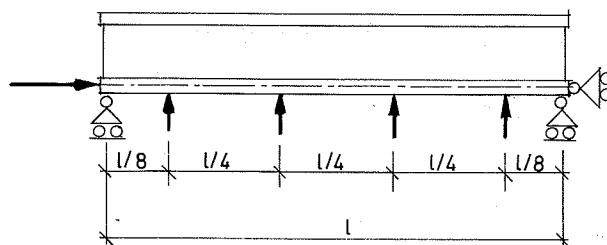
### 3.2 Forsøgsopstilling



Figur 3.5

Det principielle i belastningsopstillingen fremgår af figur 3.5; og figur 3.6 viser det statiske hovedsystem.

Figur 3.6



Forsøgselementet er anbragt vandret og med elementets først støbte lag øverst.

Tværbelastningen virker lodret opad på nederste lag. Elementet er understøttet med forankringer til gulv (spændeplan).

Tværbelastningen påføres på opstillingens hoved-åg med en hydraulisk 50 kN-presse anbragt på den faste opstillings tværbjælke.

Hoved-åget, hovedtrækstænger, sekundære åg med tværbjælker og hængestænger fordeler lasten til 4 lige store enkeltkræfter (tværgående linielast).

Summen af de 4 enkeltkræfter benyttes i resultatbehandlingen som den samlede tværlast  $p_l$ .

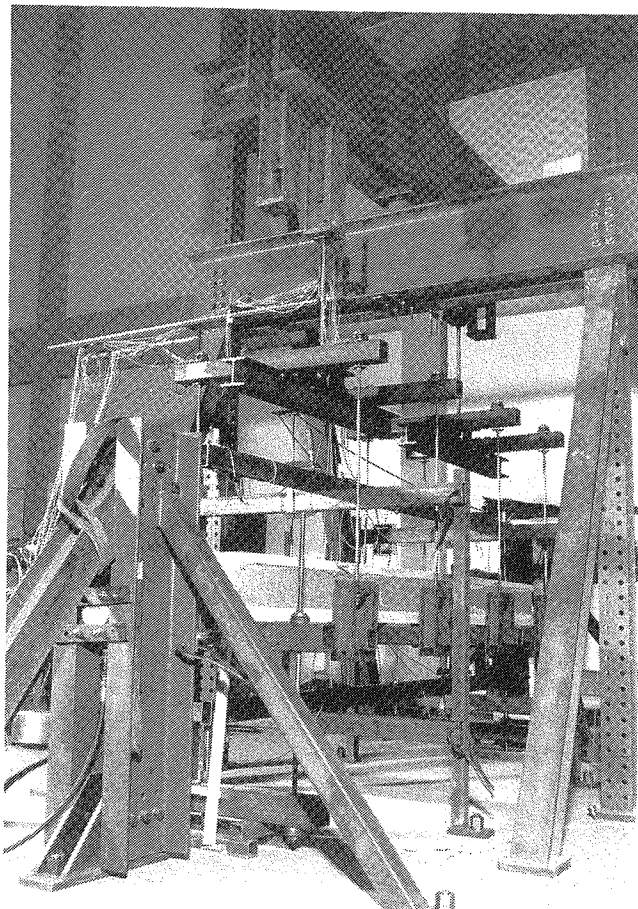
I forsøgene med søjlelast er anbragt en "endestøtte" ved hver ende af elementet.

Søjlelasten påføres på elementets nederste lag med en hydraulisk 200 kN-presse anbragt på den ene endestøtte.

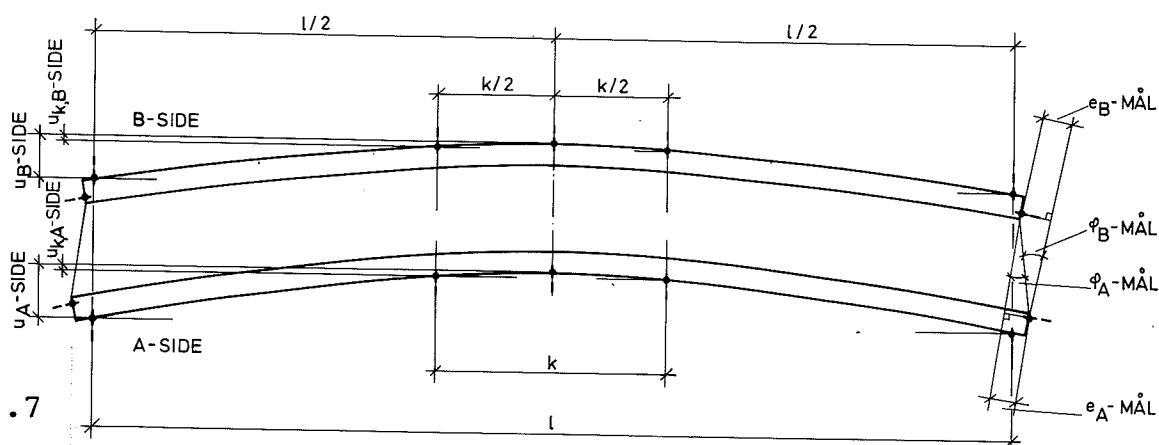
I øvrigt henvises til [9].

Kræfterne i de to presser til henholdsvis tværlast og søjlelast kan reguleres uafhængigt af hinanden.

Det bemærkes, at kraften fra tværlastpressen ikke er nul i udgangssituationen, men svarer til egenlasten af elementet, idet elementet "bæres" af tværlastpressen.



Måleudstyret til lastmåling blev udskiftet mellem første og anden del af forsøgsrækken med henblik på større målenøjagtighed. Tværlasten er målt med lastmåleceller og strain-gages, målenøjagtighed 0,1-0,5 kN. Søjlelasten er målt med lastmåleceller, målenøjagtighed 0,2-1,0 kN. Flytningerne af målepunkterne er målt med flytningstransducere, målenøjagtighed 0,02 mm.



Figur 3.7

På figur 3.7 er vist målepunkterne på forsøgselementet og de ud fra flytningerne af målepunkterne afledte størrelser.

I øvrigt henvises til [9] angående målearrangement.

### 3.3 Forsøgene

Elementerne påvirkes som nævnt med trinvis stigende last, idet lasten og målepunkternes flytninger aflæses for hvert lasttrin.

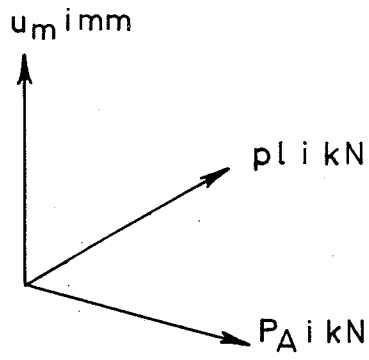
I forsøgene med både søjlelast og tværlast foregår lastøgningen på én af følgende to måder:

- 1) Elementet påføres først søjlelast og derefter tværlast, idet søjlelasten holdes konstant.
- 2) Elementet påføres først tværlast og derefter søjlelast, idet tværlasten holdes konstant.

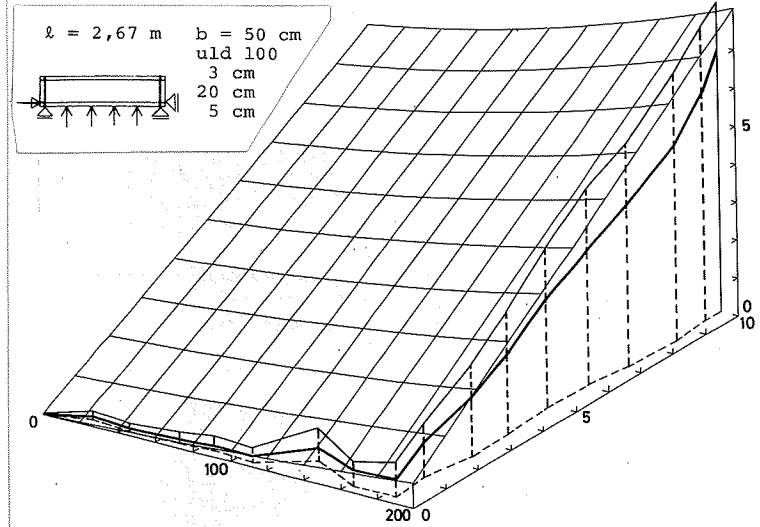
Forsøgsproceduren er nærmere beskrevet i [9]. Her skal kun bemærkes, at da lasten påføres med hydrauliske presser, er det i forsøgene med både søjlelast og tværlast nødvendigt at justere oliemængden i søjlelastsystemet for at holde søjlelasten konstant under elementudbøjning for tværlaststigning, og at justere oliemængden i tværlastsystemet for at holde tværlasten konstant under elementudbøjning for søjlelaststigning. Det sidste gælder i øvrigt også i forsøg med søjlelast alene på grund af forsøgsopstillingen.

For de elementer, der både er belastet med søjlelast  $P_A$  og tværlast  $p$ , er der i [9] i axonometrisk afbildning vist  $u_m = f\{P_A, p\}$ : udbøjningen på midten  $u_m$  som funktion af søjlelasten  $P_A$  og den samlede tværlast  $p$ . Der er vist dels de teoretiske udbøjninger for en række værdier af  $P_A$  og  $p$  og dels de ved forsøgene fundne udbøjninger for de aktuelle værdier af  $P_A$  og  $p$ .

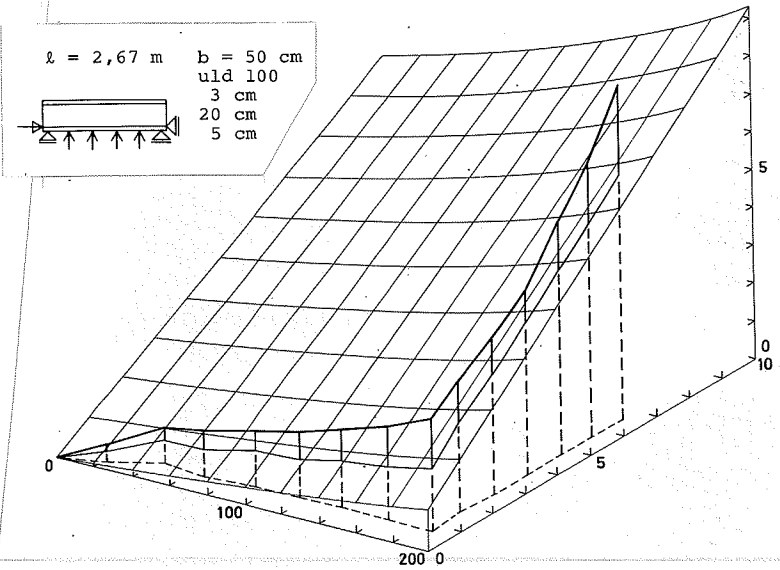
Figur 3.8 viser et par typiske eksempler. Det er gennemsnittet af målinger på elementets A-side (underside) og B-side (overside), der er angivet.



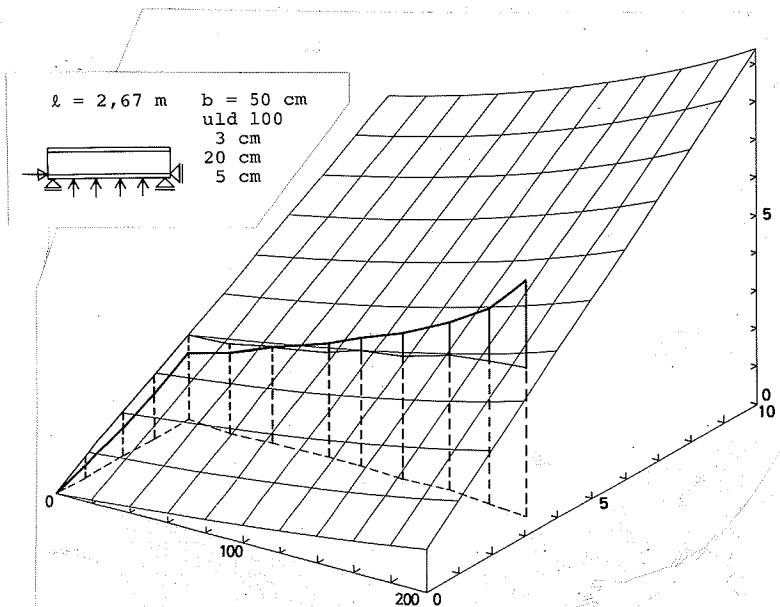
\* 251 \*



\* 263 \*



\* 271 \*



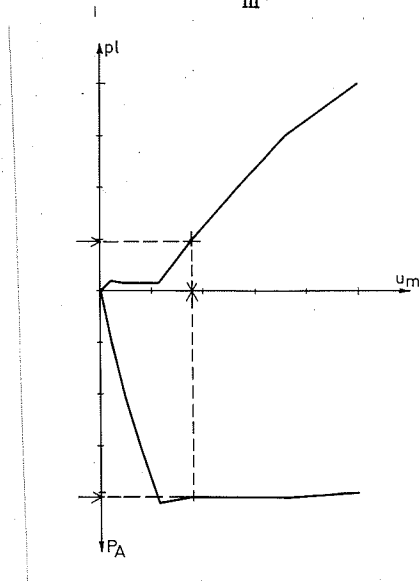
Figur 3.8

I [9] er endvidere vist arbejdskurver for alle forsøg:

For elementer, der kun er belastet med tværlast  $p$ , er angivet  $p\ell - u_m$  diagram.

For elementer, der både er belastet med søjlelast  $P_A$  og tværlast  $p$ , er angivet sammenhørende  $p\ell - u_m$  og  $P_A - u_m$  diagrammer. For en given værdi af den samlede tværlast  $p\ell$  og en given værdi af søjlelasten  $P_A$  kan i diagrammerne aflæses den aktuelle udbøjning på midten  $u_m$ , se figur 3.9.

Figur 3.9

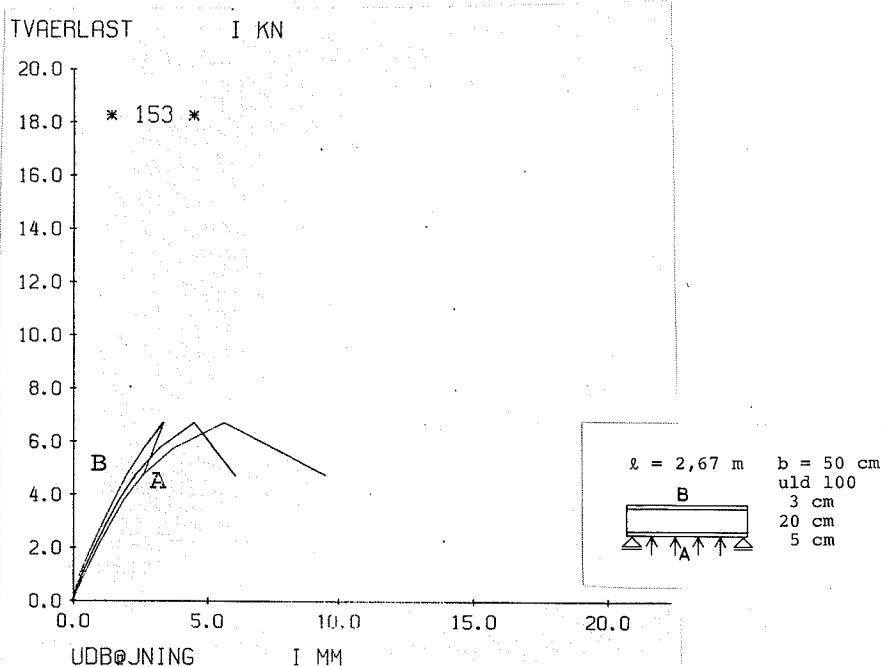
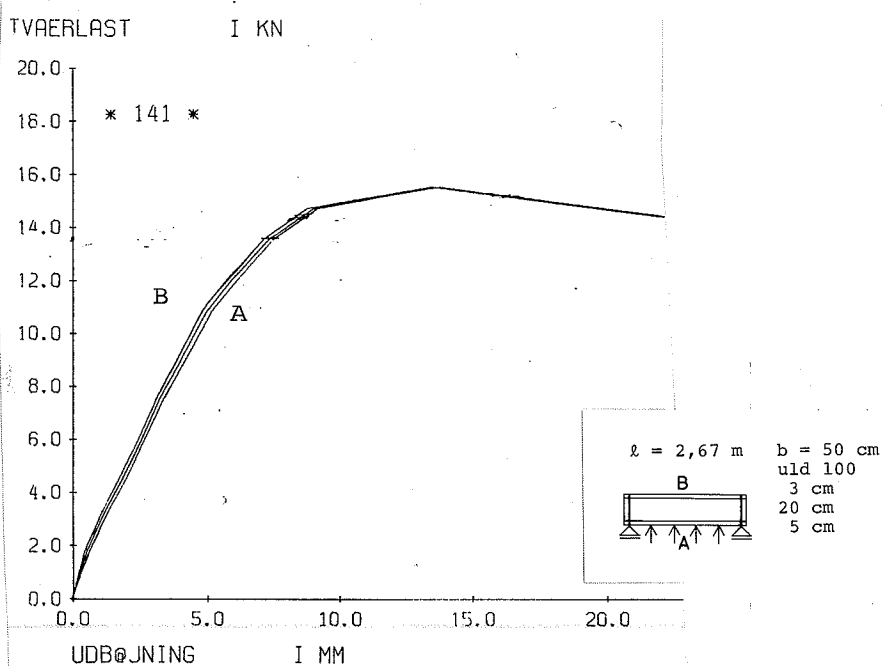
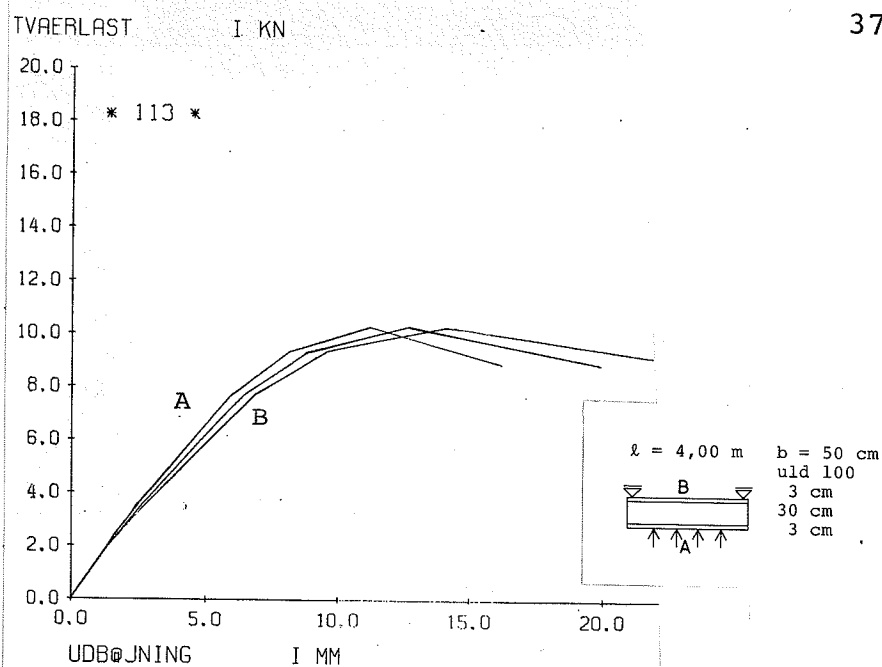


For elementer, der kun er belastet med søjlelast  $P_A$ , er til kontrol også angivet  $p\ell - u_m$  diagram foruden  $P_A - u_m$  diagram.

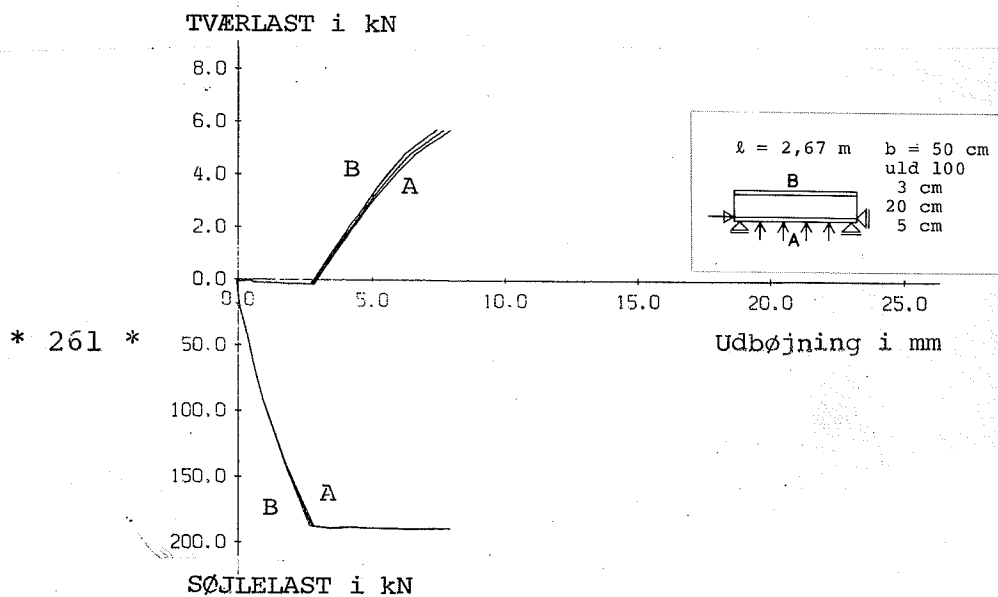
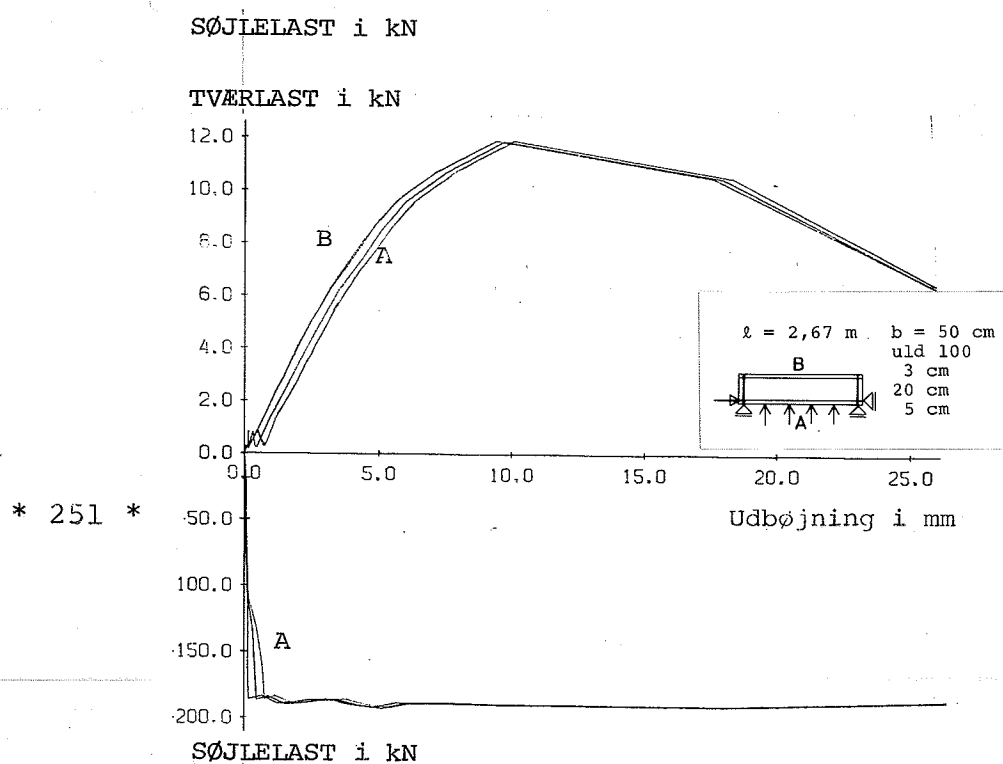
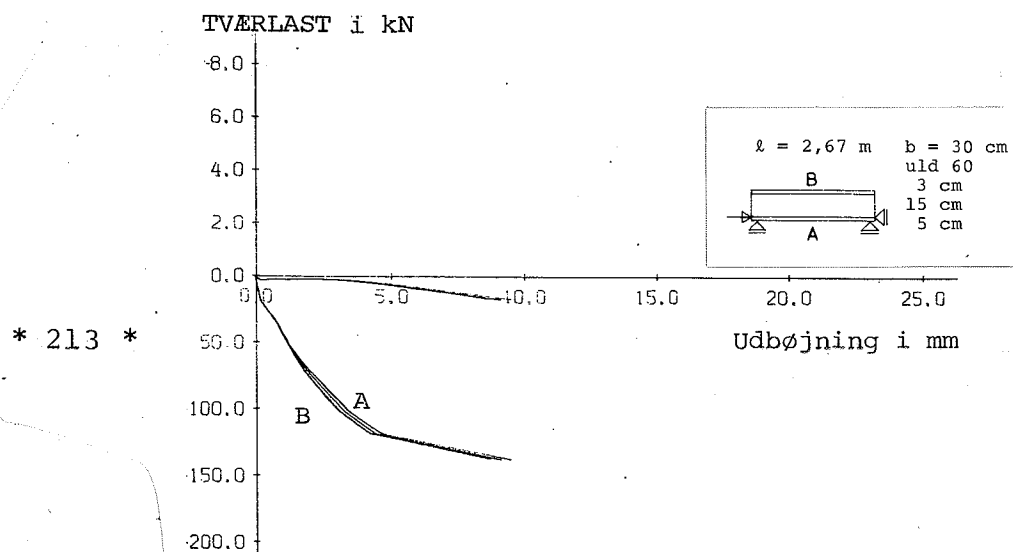
Figur 3.10-3.12 viser nogle typiske eksempler på disse last-udbøjning kurver for A-siden, B-siden og gennemsnittet heraf.

Det skal her bemærkes, at arbejdskurverne er optegnet med retlinet forløb imellem de for lasttrinnene beregnede punkter.

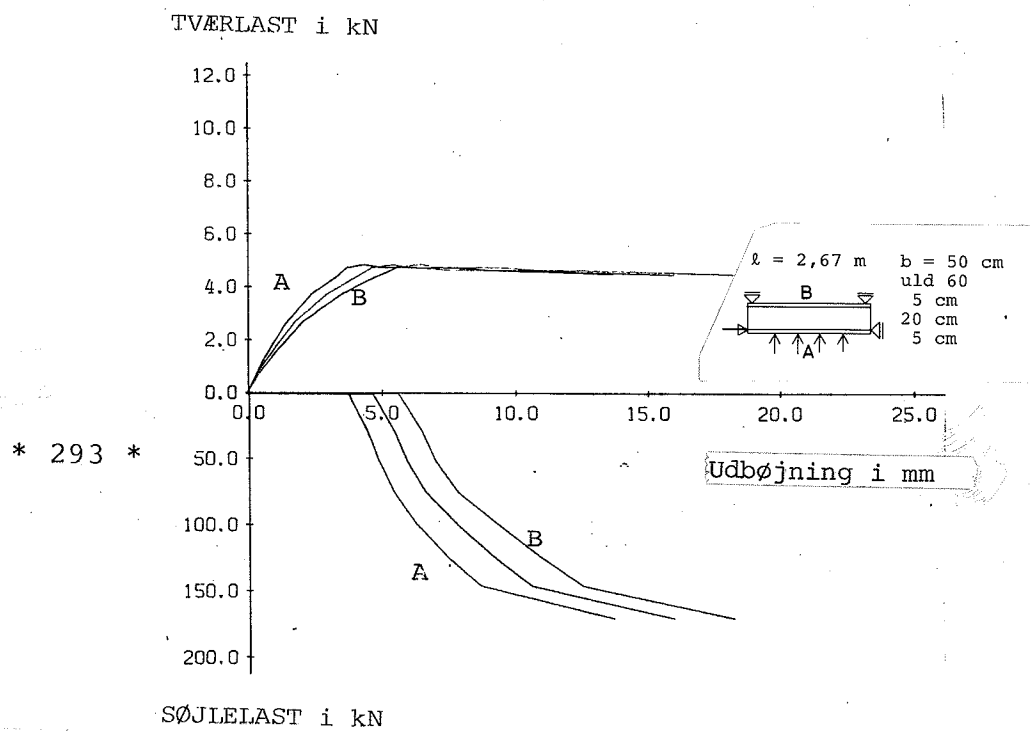
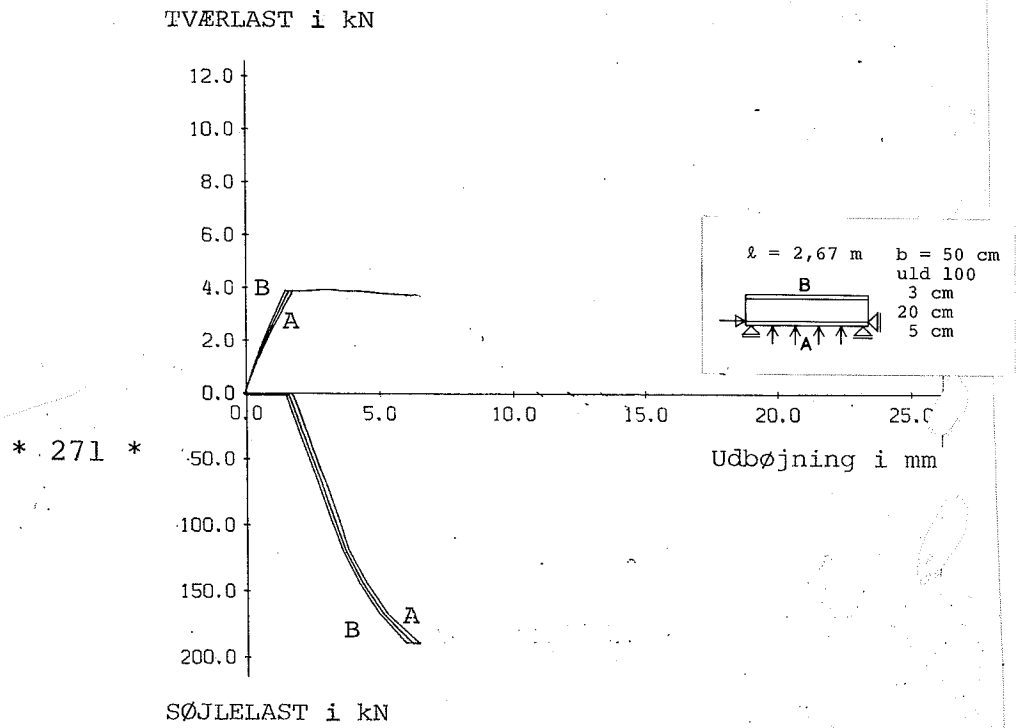
I [9] er der endvidere vist nogle typiske kurver for midterkrumningsmål  $u_k$  og for vinkelforskydningsmål  $e$  i endefladerne i afhængighed af lasten.



Figur 3.10



Figur 3.11



Figur 3.12

Arbejdskurverne udviser stort set et jævnt forløb, selvom enkelte forsøg dog har en ujævn kurve med et bugtet forløb.

For forsøg med elementer med søjlelast alene ses i nogle tilfælde alligevel en tværlast, der er forskellig fra nul. Grunden til dette er, at den tidligere nævnte nødvendige justering af oliemængden og dermed trykket i tværlast-pressen er mislykkedes i disse tilfælde.

Om forsøgsforløbene kan generelt bemærkes, at brudfasen i (de fleste) tilfælde indledes med, at yderlagene (af beton) revner i siden med trækspændinger (dels normaltrækspændinger, dels bøjningstrækspændinger), uden at der er konstateret forskydningsbrud i mellemlaget.

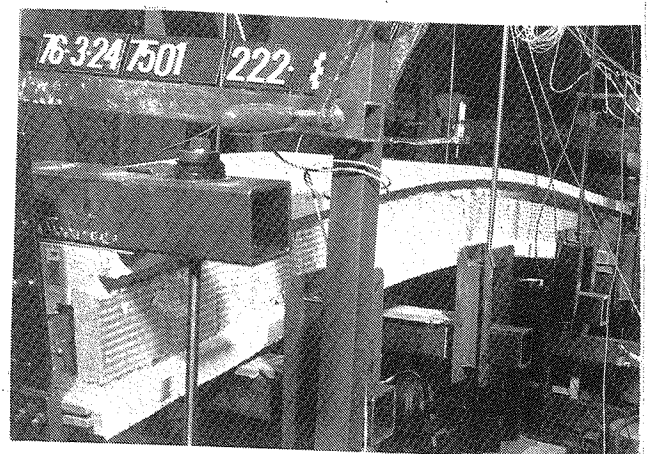
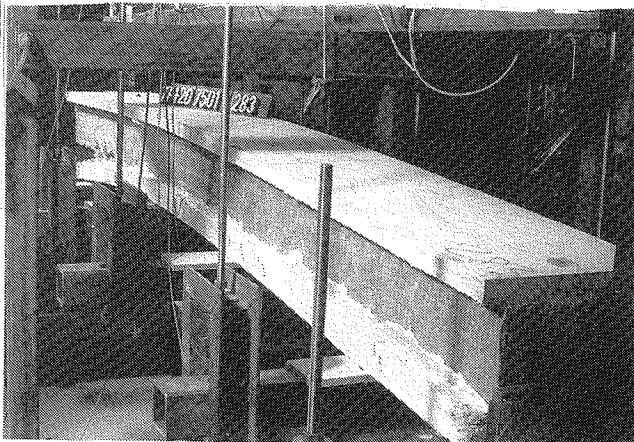
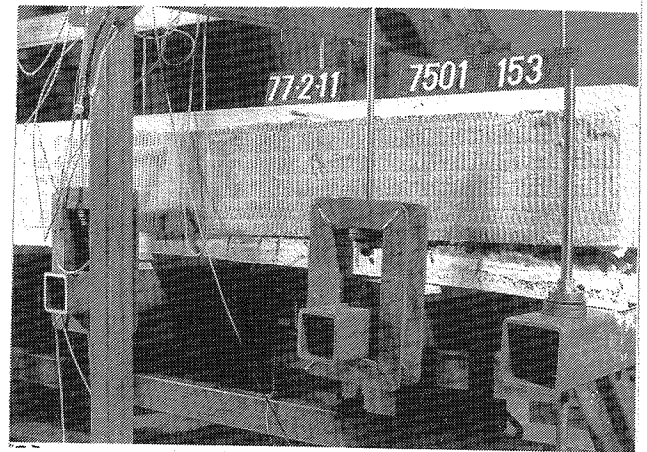
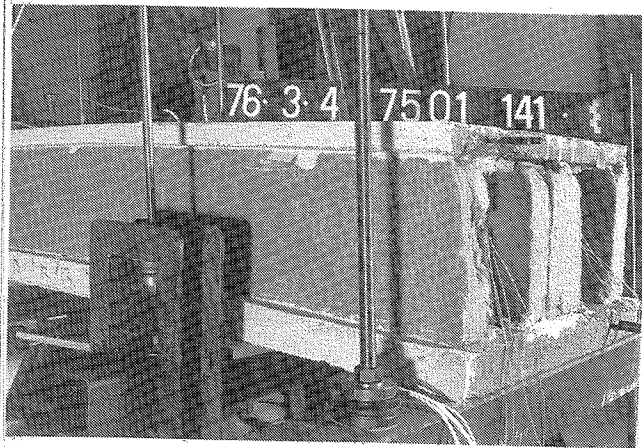
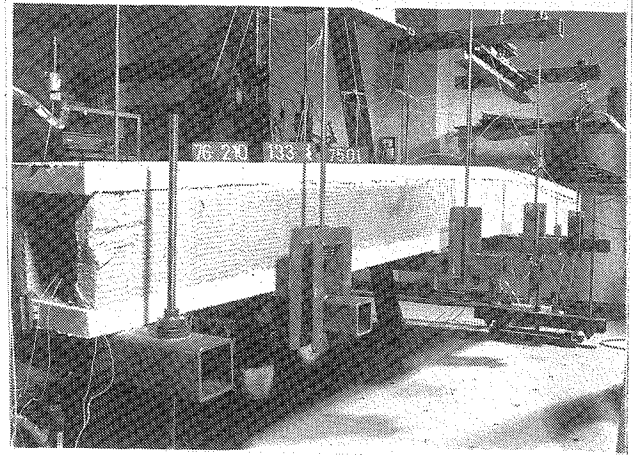
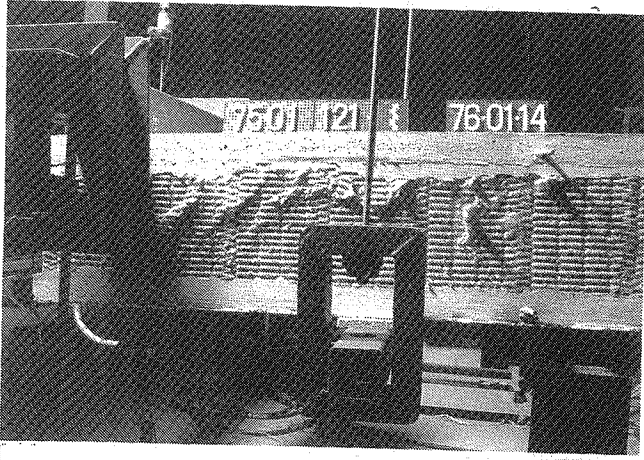
I de fleste tilfælde får vi i denne situation den maksimale last, som forsøgselementet kan bære.

I forsøgene, hvor elementerne er understøttet og belastet på samme lag uden forbindelsesstænger imellem lagene ved understøtningerne som f.eks. 150-serien, og hvor der ved enderne er træk vinkelret på lagdelingen i mellemlaget, får vi i brudsituationen trækbrud i mellemlaget.

For søjleforsøgenes vedkommende er der i de allerfleste tilfælde tale om stabilitetsbrud af elementet. Kun i enkelte tilfælde har der været tale om lokalbrud og da ved elementenderne på grund af lokale svækkelser af tværsnit eller på grund af belastningsarrangementet.

På næste side er vist nogle fotos fra forsøgene.

I tabellen i figur 3.13 er opført dels de i forsøgene registrerede maksimale belastninger, og dels revnebelastningerne, som er den belastning, ved hvilken revner er observeret i elementet, eller



den maksimale belastning, hvis ikke revner er observeret på tidligere lasttrin.

I forsøgene med elementer udsat for tværlast alene ligger de beregnede spændinger i yderlagene for de i resultatbehandlingen benyttede øvre lastværdier (jfr. kapitel 4) på maksimalt ca.  $5 \text{ MN/m}^2$  tryk og ca.  $3 \text{ MN/m}^2$  træk.

I forsøgene med elementer udsat for både søjlelast og tværlast ligger de beregnede spændinger i yderlagene for de i resultatbehandlingen betragtede belastninger på maksimalt ca.  $11 \text{ MN/m}^2$  tryk og ca.  $4 \text{ MN/m}^2$  træk.

De beregnede forskydningsspændinger i mellemlag i forsøg med elementer, hvor mineralulden er af 100-typen, er maksimalt ca.  $15 \text{ kN/m}^2$  og i forsøg med elementer, hvor mineralulden er af 60-typen, maksimalt ca.  $5 \text{ kN/m}^2$  for de i resultatbehandlingen betragtede belastninger.

I øvrigt henvises til [9].

I den efterfølgende resultatbehandling anses det derfor for rimeligt at anvende de tidligere angivne E-moduler og  $G_M$ -moduler.

| Forsøg<br>nr. | Maksimal last                 |                                | Revnelast                     |                                | Bemærkninger                          |
|---------------|-------------------------------|--------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|---------------------------------------|
|               | tværlast p <sub>l</sub><br>kN | søjlelast P <sub>A</sub><br>kN | tværlast p <sub>l</sub><br>kN | søjlelast P <sub>A</sub><br>kN |                                       |
| 111           | 11,0                          |                                | 11,0                          |                                |                                       |
| 112           | 11,4                          |                                | 10,5                          |                                |                                       |
| 113           | 10,3                          |                                | 10,3                          |                                |                                       |
| 121           | 15,4                          |                                | 11,6                          |                                |                                       |
| 122           | 13,0                          |                                | 13,0                          |                                |                                       |
| 123           | 14,9                          |                                | 11,8                          |                                |                                       |
| 131           | 11,5                          |                                | 11,5                          |                                |                                       |
| 132           | 11,0                          |                                | 11,0                          |                                |                                       |
| 133           | 14,3                          |                                | 13,0                          |                                |                                       |
| 141           | 15,5                          |                                | 15,5                          |                                |                                       |
| 142           | 15,1                          |                                | 15,1                          |                                |                                       |
| 143           | 13,6                          |                                | 13,6                          |                                |                                       |
| 151           | 7,8                           |                                | 7,8                           |                                |                                       |
| 152           | 7,8                           |                                | 7,8                           |                                |                                       |
| 153           | 6,8                           |                                | 6,8                           |                                |                                       |
| 211           |                               | 145                            |                               | 145                            |                                       |
| 212           |                               | 131                            |                               | 116                            |                                       |
| 213           |                               | 137                            |                               | 137                            |                                       |
| 221           |                               | 192                            |                               | 192                            |                                       |
| 222           |                               | 179                            |                               | 179                            |                                       |
| 223           |                               | 156                            |                               | 156                            |                                       |
| 241           | ≈ 0                           | 139                            | ≈ 0                           | 139                            | Først søjlelast<br>derefter tværlast  |
| 242           | ≈ 0                           | 132                            | ≈ 0                           | 132                            |                                       |
| 243           | ≈ 0                           | 133                            | ≈ 0                           | 133                            |                                       |
| 251           | 11,8                          | 190                            | 11,8                          | 190                            | Først søjlelast<br>derefter tværlast  |
| 252           | 10,6                          | 186                            | 10,6                          | 186                            |                                       |
| 253           | 12,7                          | 184                            | 12,7                          | 184                            |                                       |
| 261           | 5,7                           | 187                            | 5,7                           | 187                            | Først søjlelast<br>derefter tværlast  |
| 262           | 8,6                           | 185                            | 8,6                           | 185                            |                                       |
| 263           | 6,5                           | 188                            | 4,7                           | 187                            |                                       |
| 271           | 3,8                           | 188                            | 3,8                           | 188                            | Først tværlast,<br>derefter søjlelast |
| 272           | 4,0                           | 72                             | 4,0                           | 72                             |                                       |
| 273           | 5,0                           | 186                            | 5,0                           | 186                            |                                       |
| 281           | 1,8                           | 0                              | 1,7                           | 0                              | Først tværlast,<br>derefter søjlelast |
| 282           | 1,8                           | 13                             | 1,8                           | 0                              |                                       |
| 283           | 1,5                           | 52                             | 1,5                           | 0                              |                                       |
| 291           | 5,5                           | 143                            | 6,0                           | 47                             | Først tværlast<br>derefter søjlelast  |
| 292           | 4,5                           | 141                            | 4,8                           | 93                             |                                       |
| 293           | 4,5                           | 169                            | 4,7                           | 74                             |                                       |

Figur 3.13

## 4. RESULTATER

I dette kapitel er angivet resultaterne af forsøgsrækken, dels sammenligning af forsøg indbyrdes, og dels sammenligning mellem forsøg og teori.

I tabellerne er der efter forsøgsnummeret som supplerende oplysninger angivet elementets nominelle tykkelser  $h_A - m - h_B$  i cm og spændvidde  $l$  i m samt mineraluldens densitet i  $\text{kg/m}^3$ . Endelig elementets belastning og understøtning (i principskitse).

Se også bilag 1.

### 4.1 Elementer med tværlast

For simpelt understøttede elementer påvirket af tværlast gælder det, at udbøjninger og spændinger i henhold til teorien vokser proportionalt med tværlasten, jævnfør afsnit 2.4. Dette gælder da også de undersøgte størrelser: Udbøjning  $u_m$  på midten, krumning  $\kappa_m$  på midten og indbyrdes endeforskydning  $e$  (i længdemål) henholdsvis  $\varphi_e$  (i vinkelmål) af yderlagene.

I de efterfølgende tabeller er angivet forsøgsværdier for  $\frac{u_m}{p l}$ ,  $\frac{\kappa_m}{p l}$  og  $\frac{\varphi_e}{p l}$ .

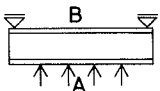
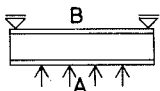
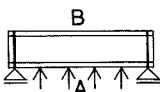
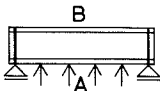
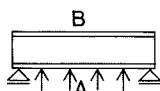
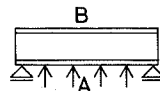
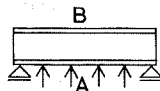
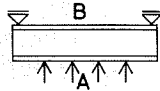
For 100-serierne er disse værdier bestemt som den reciprokke værdi af hældningen af den linie i henholdsvis  $p l - u_m$ ,  $p l - \kappa_m$  og  $p l - \varphi_e$  diagrammet, der går gennem nulpunktet og det punkt på last-deformationskurven, der har halv brudlast-værdi.

For 200-serierne er disse værdier bestemt som den reciprokke værdi af hældningen af den linie, der går gennem nulpunktet og det punkt i diagrammet, hvor tværlastøgningen er stoppet og søjlelast påført. For 280-serien er der dog benyttet linien gennem nulpunktet og det punkt på last-deformationskurven, der har en tværlastværdi på 0,9 kN, svarende til ca. halv brudlast-værdi, idet disse elementers

bæreevne har været fejlvurderet. For 280-serien gælder, at fastlæggelsen af liniehældningen er meget usikker, da aflæsningerne er få som følge af den nævnte fejlvurdering. For 290-serien er der benyttet linien gennem nulpunktet og det punkt på last-deformationskurven, der har en tværlastværdi på 3 kN, svarende til ca. 0,6 gange den tværlastværdi, for hvilken tværlastøgningen er stoppet og søjlelast påført, idet tværlasten er blevet bragt op på en værdi, der må anses for at ligge i et område, hvor forudsætningen om lineær-elastiske materialer og/eller usammentrykkeligt mellemlag ikke er rimeligt opfyldt.

### Udbøjning

I tabellen i figur 4.1 er angivet forsøgsværdier for  $\frac{u_m}{p\ell}$ . Værdierne er angivet for målinger på elementets A-side og B-side samt middeltallet heraf (se figur 3.7).

| Forsøg nr, | Element, nominelt $h_A - m - h_B$ $\ell$ $u_{ld}$ | $(u_m/p\ell)$ forsøg i $mmN^{-1}$ |        |        | $\frac{(u_m/p\ell) \text{ forsøg}}{(u_m/p\ell) \text{ teori}}$ |        |        | Belastning og understøtning                                                           |
|------------|---------------------------------------------------|-----------------------------------|--------|--------|----------------------------------------------------------------|--------|--------|---------------------------------------------------------------------------------------|
|            |                                                   | A-side                            | B-side | middel | A-side                                                         | B-side | middel |                                                                                       |
| 111        | 3-30-3 4,0 100                                    | 0,76                              | 0,76   | 0,76   | 0,81                                                           | 0,81   | 0,81   |  |
| 112        |                                                   | 0,73                              | 0,86   | 0,80   | 0,77                                                           | 0,91   | 0,84   |                                                                                       |
| 113        |                                                   | 0,73                              | 0,83   | 0,88   | 0,77                                                           | 0,87   | 0,82   |                                                                                       |
| 121        | 5-20-5 4,0 100                                    | 0,50                              | 0,55   | 0,53   | 0,70                                                           | 0,77   | 0,73   |  |
| 122        |                                                   | 0,62                              | 0,69   | 0,66   | 0,87                                                           | 0,96   | 0,92   |                                                                                       |
| 123        |                                                   | 0,59                              | 0,61   | 0,60   | 0,82                                                           | 0,85   | 0,84   |                                                                                       |
| 131        | 5-20-5 4,0 100                                    | 0,70                              | 0,70   | 0,70   | 0,90                                                           | 0,90   | 0,90   |  |
| 132        |                                                   | 0,62                              | 0,69   | 0,66   | 0,78                                                           | 0,87   | 0,82   |                                                                                       |
| 133        |                                                   | 0,54                              | 0,57   | 0,56   | 0,68                                                           | 0,72   | 0,70   |                                                                                       |
| 141        | 5-20-3 2,7 100                                    | 0,45                              | 0,41   | 0,43   | 1,04                                                           | 0,96   | 1,00   |  |
| 142        |                                                   | 0,41                              | 0,43   | 0,42   | 0,97                                                           | 1,01   | 0,99   |                                                                                       |
| 143        |                                                   | 0,38                              | 0,43   | 0,40   | 0,91                                                           | 1,01   | 0,96   |                                                                                       |
| 151        | 5-20-3 2,7 100                                    | 0,43                              | 0,35   | 0,39   | 0,96                                                           | 0,79   | 0,87   |  |
| 152        |                                                   | 0,43                              | 0,33   | 0,38   | 0,92                                                           | 0,70   | 0,81   |                                                                                       |
| 153        |                                                   | 0,48                              | 0,39   | 0,43   | 1,01                                                           | 0,82   | 0,92   |                                                                                       |
| 271        | 5-20-3 2,7 100                                    | 0,47                              | 0,40   | 0,43   | 0,85                                                           | 0,72   | 0,79   |  |
| 272        |                                                   | 0,60                              | 0,51   | 0,56   | 1,07                                                           | 0,90   | 0,99   |                                                                                       |
| 273        |                                                   | 0,46                              | 0,41   | 0,44   | 0,84                                                           | 0,75   | 0,79   |                                                                                       |
| 281        | 5-15-3 2,7 60                                     | 2,06                              | 1,74   | 1,90   | 1,04                                                           | 0,89   | 0,96   |  |
| 282        |                                                   | 2,30                              | 1,97   | 2,14   | 1,16                                                           | 0,99   | 1,08   |                                                                                       |
| 283        |                                                   | 1,82                              | 1,54   | 1,68   | 0,94                                                           | 0,79   | 0,86   |                                                                                       |
| 291        | 5-20-5 2,7 60                                     | 0,78                              | 0,94   | 0,86   | 1,06                                                           | 1,26   | 1,16   |  |
| 292        |                                                   | 0,77                              | 0,96   | 0,87   | 1,10                                                           | 1,36   | 1,23   |                                                                                       |
| 293        |                                                   | 0,60                              | 0,85   | 0,72   | 0,85                                                           | 1,21   | 1,03   |                                                                                       |

Figur 4.1

I tabellen er endvidere angivet forholdet mellem forsøgsværdierne og de teoretiske værdier for  $\frac{u_m}{p\ell}$ .

Den teoretiske værdi er beregnet ved anvendelse af (46).

Forholdet imellem middeltallet for de to siders udbøjning og den teoretiske værdi ligger i gennemsnit for alle forsøgene på 0,91 med en spredning på ca. 0,10.

A- og B-side udbøjningens afvigelse fra middeltallet er med enkelte undtagelser mindre end 10% af middeltallet (i gennemsnit lig med 6,5%).

I forsøgene med elementer uden forbindelsesstænger får den direkte understøttede side den største udbøjning, hvilket også måtte forventes, da mellem-laget ikke er fuldstændig usammentrykkeligt.

Udtrykket (46) for udbøjningen på midten af tværbelastede elementer kan med

$$u^* = u_m \frac{1}{p\ell^2} E(I_A + I_B) \alpha^2$$

der er dimensionsløs, omformes til

$$u^* = \zeta \frac{5}{384} (\alpha \ell)^2 + (1 - \zeta) \left( \frac{1}{8} + \frac{1}{(\alpha \ell)^2 \cosh(\alpha \frac{\ell}{2})} - \frac{1}{(\alpha \ell)^2} \right)$$

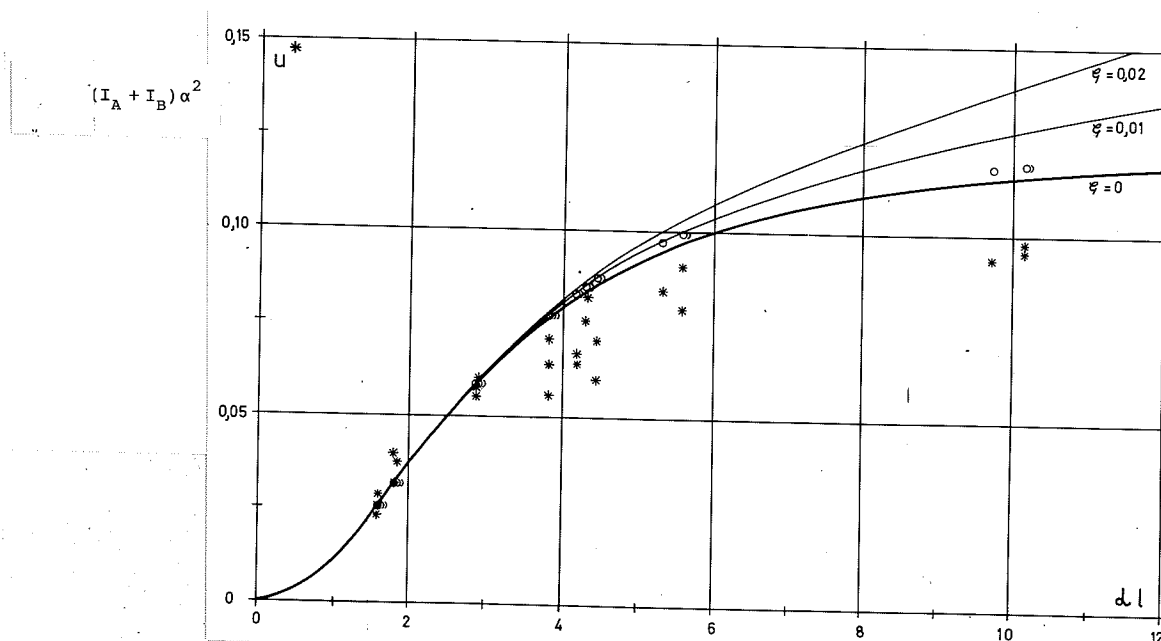
Denne funktion  $u^* = f\{\alpha \ell, \zeta\}$  er indtegnet i et  $u^* - \alpha \ell$  diagram for  $\zeta = 0$ ,  $\zeta = 0,01$  og  $\zeta = 0,02$ , se figur 4.2.

I samme figur er også indtegnet  $u^*$ -værdier for de i tabellen anførte forsøg, beregnet af

$$u_{\text{forsøg}}^* = \left( \frac{u_m}{p\ell} \right)_{\text{forsøg}} \cdot \frac{1}{\ell} E(I_A + I_B) \alpha^2$$

Det er middeltallet for A-side og B-side udbøjningen, der er brugt i formlen. Tallene for  $u_{\text{forsøg}}^*$  findes i [9].

I figur 4.2 er endvidere indtegnet de teoretiske værdier for  $u^*$  for elementerne, beregnet af ovenstående formel med indsættelse af elementernes aktuelle  $\alpha$   $\ell$ - og  $\zeta$ -værdier.



Figur 4.2 Oversigt over udbøjning af elementer med tværlast.

\* ang. forsøgsværdi  
o ang. teoretisk værdi.

### Krumning og momenter i yderlag

I tabellen i figur 4.3 er angivet forsøgsværdier for  $\frac{\kappa_m}{p\ell}$ .

Krumningsradius  $R = \frac{1}{\kappa_m}$  kan fås af

$$u_k (2R - u_k) = \frac{k}{2} \frac{k}{2},$$

(punkts potens for cirklen med radius  $R$ ), eller tilnærmet

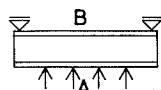
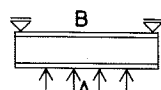
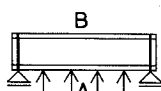
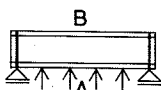
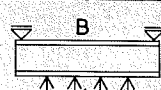
$$u_k 2R = \frac{k}{2} \frac{k}{2}$$

$u_k$  er krumningspilen over målelængden (korden)  $k$ .  
Se figur 3.7.

Vi får

$$\kappa_m = \frac{8}{k^2} u_k.$$

I forsøgsserierne 110, 120, 130 og 140 er krumningspilen målt på elementets B-side. I forsøgsserierne 150, 270, 280 og 290 er målt krumningspil på både A-siden og B-siden.

| Forsøg<br>nr. | Element, nominelt |        |     | $(\kappa_m/p\ell)$ forsøg i $m^{-1}MN^{-1}$ |        |        | $\frac{(\kappa_m/p\ell) \text{ forsøg}}{(\kappa_m/p\ell) \text{ teori}}$ |        |        | Belastning og<br>understøtning                                                        |
|---------------|-------------------|--------|-----|---------------------------------------------|--------|--------|--------------------------------------------------------------------------|--------|--------|---------------------------------------------------------------------------------------|
|               | $h_A$ -m- $h_B$   | $\ell$ | uld | A-side                                      | B-side | middel | A-side                                                                   | B-side | middel |                                                                                       |
| 111           | 3-30-3            | 4,0    | 100 | 0,44                                        |        |        | 0,92                                                                     |        |        |    |
| 112           |                   |        |     | 0,83                                        |        |        | 1,73                                                                     |        |        |                                                                                       |
| 113           |                   |        |     | 0,48                                        |        |        | 0,99                                                                     |        |        |                                                                                       |
| 121           | 5-20-5            | 4,0    | 100 | 0,40                                        |        |        | 1,00                                                                     |        |        |    |
| 122           |                   |        |     | 0,45                                        |        |        | 1,12                                                                     |        |        |                                                                                       |
| 123           |                   |        |     | 0,35                                        |        |        | 0,87                                                                     |        |        |                                                                                       |
| 131           | 5-20-5            | 4,0    | 100 | 0,51                                        |        |        | 1,21                                                                     |        |        |    |
| 132           |                   |        |     | 0,58                                        |        |        | 1,32                                                                     |        |        |                                                                                       |
| 133           |                   |        |     | 0,35                                        |        |        | 0,80                                                                     |        |        |                                                                                       |
| 141           | 5-20-3            | 2,7    | 100 | 0,62                                        |        |        | 1,11                                                                     |        |        |    |
| 142           |                   |        |     | 0,99                                        |        |        | 1,82                                                                     |        |        |                                                                                       |
| 143           |                   |        |     | 0,51                                        |        |        | 0,93                                                                     |        |        |                                                                                       |
| 151           | 5-20-3            | 2,7    | 100 | 0,53                                        | 0,53   | 0,53   | 0,98                                                                     | 0,98   | 0,98   |   |
| 152           |                   |        |     | 0,40                                        | 0,40   | 0,40   | 0,71                                                                     | 0,71   | 0,71   |                                                                                       |
| 153           |                   |        |     | 0,53                                        | 0,53   | 0,53   | 0,94                                                                     | 0,94   | 0,94   |                                                                                       |
| 271           | 5-20-3            | 2,7    | 100 | 0,57                                        | 0,37   | 0,47   | 0,83                                                                     | 0,53   | 0,68   |  |
| 272           |                   |        |     | 0,53                                        | 0,68   | 0,61   | 0,76                                                                     | 0,97   | 0,86   |                                                                                       |
| 273           |                   |        |     | 0,53                                        | 0,63   | 0,58   | 0,78                                                                     | 0,91   | 0,85   |                                                                                       |
| 281           | 5-15-3            | 2,7    | 60  | 2,61                                        | 2,77   | 2,69   | 0,99                                                                     | 1,05   | 1,02   |  |
| 282           |                   |        |     | 2,86                                        | 2,53   | 2,69   | 1,09                                                                     | 0,96   | 1,02   |                                                                                       |
| 283           |                   |        |     | 2,20                                        | 2,38   | 2,29   | 0,88                                                                     | 0,96   | 0,92   |                                                                                       |
| 291           | 5-20-5            | 2,7    | 60  | 1,09                                        | 1,47   | 1,28   | 1,11                                                                     | 1,50   | 1,31   |  |
| 292           |                   |        |     | 1,08                                        | 1,02   | 1,05   | 1,16                                                                     | 1,09   | 1,12   |                                                                                       |
| 293           |                   |        |     | 0,86                                        | 1,02   | 0,94   | 0,90                                                                     | 1,07   | 0,98   |                                                                                       |

Figur 4.3

Endvidere er i tabellen angivet forholdet mellem forsøgsværdierne og de teoretiske værdier for  $\frac{\kappa_m}{p\ell}$ .

Den teoretiske værdi er beregnet af

$$\kappa_m = \frac{M_{A,m} + M_{B,m}}{E(I_A + I_B)}$$

$$= p \frac{1}{E(I_A + I_B) \alpha^2} \left( \zeta \frac{1}{8} (\alpha \ell)^2 + (1 - \zeta) \left( 1 - \frac{1}{\cosh(\alpha \frac{\ell}{2})} \right) \right)$$

som fås af (47) og (48).

Taget under eet ligger forholdet mellem forsøgs-værdierne og de teoretiske værdier for krumningen på ca. 1,0, men med stor spredning, nemlig ca. 0,25, og for et par af serierne er spredningen omkring dobbelt så stor.

A- og B-siden krumningens afvigelse fra middeltallet (i de forsøg hvor krumningspil er målt både på A- og B-side) varierer også en hel del, men uden nogen tydelig tendens, og betragtes gennemsnittet for en series tre forsøg er afvigelsen fra middeltallet meget lille bortset fra serie 290.

Udtrykkene (47) og (48) for moment i yderlagene på midten af tværbelastede elementer kan med

$$M^* = \left( \frac{M_{A,m} + M_{B,m}}{M_{o,m}} - \zeta \right) \frac{1}{1 - \zeta}$$

der er dimensionsløs, og med  $M_{o,m} = \frac{1}{8} p \ell^2$  omformes til

$$M^* = \frac{1}{\frac{1}{8}(\alpha \ell)^2} \left( 1 - \frac{1}{\cosh(\alpha \frac{\ell}{2})} \right)$$

Denne funktion  $M^* = f\{\alpha \ell\}$  er indtegnet i et  $M^* - \alpha \ell$  diagram, se figur 4.4.

I almindelighed er  $\zeta \ll 1$ , sådan at

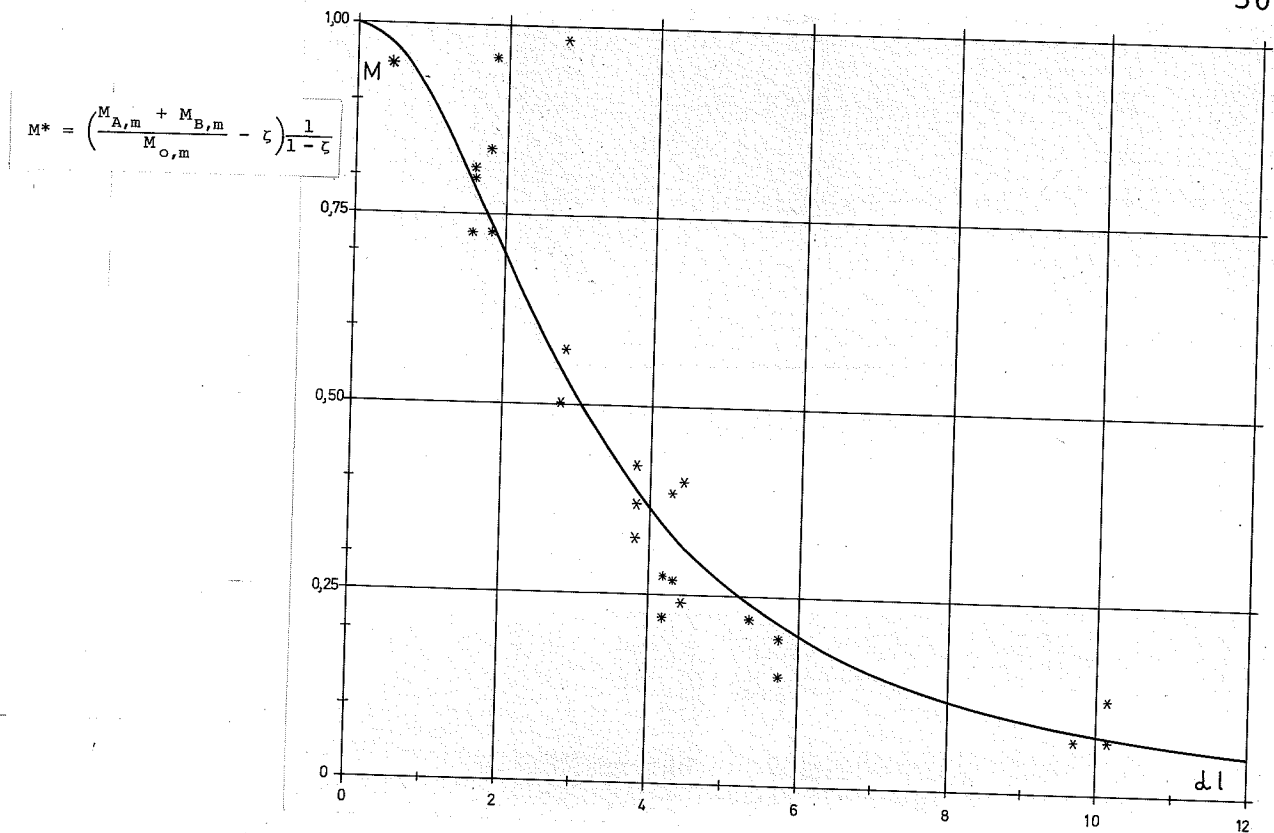
$$M^* \approx \frac{M_{A,m} + M_{B,m}}{M_{o,m}}$$

I figur 4.4 er også indtegnet  $M^*$ -værdier for de i tabellen anførte forsøg, beregnet af

$$M^*_{\text{forsøg}} = \left( \left( \frac{K}{p \ell} \right)_{\text{forsøg}} \cdot \frac{8}{\ell} E (I_A + I_B) - \zeta \right) \frac{1}{1 - \zeta}$$

Det er middeltallet for A-side og B-side målene med signaturen \*, der er brugt for 150-, 270-, 280- og 290-serierne, og B-side målene med signaturen \* for 110-, 120-, 130- og 140 serierne.

Tallene for  $M^*_{\text{forsøg}}$  findes i [9].



Figur 4.4 Oversigt over momenter i yderlagene for elementer med tværlast.  
 \* og \* ang. forsøgsværdi. - Teoretisk værdi ligger på kurven lodret over, henholdsvis under forsøgsværdi.

#### Forskydning i mellemlaget

I tabellen i figur 4.5 er angivet forsøgsværdier for  $\frac{\varphi_e}{p\ell}$ .

$\varphi_e$  fås af

$$\varphi_e = \frac{e}{m}$$

jævnfør figur 3.7.

Tabellen angiver dels for  $\phi$ -enden dels for v-enden middeltallet mellem resultaterne af målinger foretaget på lag A og lag B, se figur 3.7. Endvidere middeltallet mellem resultaterne af målinger på  $\phi$ -enden og på v-enden af dels A-lagets forskydning i forhold til lag B, og dels B-lagets forskydning i forhold til lag A. Endelig middeltallet for alle målingerne.

I 280-serien er ikke foretaget måling af e.

| Forsøg nr. | Element, nominelt $h_A-m-h_B$ & uld | $(\varphi_e/p\lambda)$ forsøg i $MN^{-1}$ |        |       | $(\varphi_e/p\lambda)$ forsøg |       |        | $(\varphi_e/p\lambda)$ teori |       |       | Belastning og understøtning |  |  |
|------------|-------------------------------------|-------------------------------------------|--------|-------|-------------------------------|-------|--------|------------------------------|-------|-------|-----------------------------|--|--|
|            |                                     | Ø-ende                                    | V-ende | A-mål | B-mål                         | midde | Ø-ende | V-ende                       | A-mål | B-mål | midde                       |  |  |
| 111        |                                     | 0,70                                      | 0,77   | 0,96  | 0,51                          | 0,74  | 0,81   | 0,88                         | 1,11  | 0,58  | 0,85                        |  |  |
| 112        | 3-30-3 4,0 100                      | -                                         | 0,78   | 0,98  | -                             | -     | -      | 0,88                         | 1,11  | -     | -                           |  |  |
| 113        |                                     | 0,88                                      | -      | 1,05  | -                             | -     | 1,00   | -                            | 1,20  | -     | -                           |  |  |
| 121        |                                     | 0,52                                      | 0,48   | 0,55  | 0,45                          | 0,50  | 0,73   | 0,67                         | 0,77  | 0,63  | 0,70                        |  |  |
| 122        | 5-20-5 4,0 100                      | 0,67                                      | 0,61   | 0,72  | 0,55                          | 0,64  | 0,93   | 0,85                         | 1,00  | 0,77  | 0,89                        |  |  |
| 123        |                                     | 0,58                                      | 0,66   | 0,66  | 0,58                          | 0,62  | 0,81   | 0,92                         | 0,92  | 0,81  | 0,87                        |  |  |
| 131        |                                     | 0,78                                      | 0,70   | 0,72  | 0,76                          | 0,74  | 1,00   | 0,90                         | 0,93  | 0,97  | 0,95                        |  |  |
| 132        | 5-20-5 4,0 100                      | 0,61                                      | 0,77   | 0,68  | 0,71                          | 0,69  | 0,76   | 0,96                         | 0,84  | 0,88  | 0,86                        |  |  |
| 133        |                                     | -                                         | 0,57   | 0,54  | -                             | -     | -      | 0,71                         | 0,67  | -     | -                           |  |  |
| 141        |                                     | -                                         | 0,68   | 0,63  | -                             | -     | -      | 1,08                         | 1,01  | -     | -                           |  |  |
| 142        | 5-20-3 2,7 100                      | 0,64                                      | 0,58   | 0,59  | 0,64                          | 0,61  | 1,06   | 0,96                         | 0,97  | 1,05  | 1,01                        |  |  |
| 143        |                                     | 0,63                                      | -      | 0,58  | -                             | -     | 1,03   | -                            | 0,94  | -     | -                           |  |  |
| 151        |                                     | 0,57                                      | 0,65   | 0,39  | 0,82                          | 0,61  | 0,86   | 0,98                         | 0,60  | 1,24  | 0,92                        |  |  |
| 152        | 5-20-3 2,7 100                      | 0,63                                      | 0,60   | 0,41  | 0,82                          | 0,62  | 0,93   | 0,88                         | 0,60  | 1,20  | 0,90                        |  |  |
| 153        |                                     | 0,55                                      | 0,83   | 0,52  | 0,86                          | 0,69  | 0,80   | 1,22                         | 0,77  | 1,26  | 1,01                        |  |  |
| 271        |                                     | 0,66                                      | 0,62   | 0,54  | 0,74                          | 0,64  | 0,82   | 0,77                         | 0,67  | 0,92  | 0,80                        |  |  |
| 272        | 5-20-3 2,7 100                      | 0,93                                      | -      | 0,69  | -                             | -     | 1,14   | -                            | 0,84  | -     | -                           |  |  |
| 273        |                                     | 0,66                                      | 0,62   | 0,58  | 0,70                          | 0,64  | 0,82   | 0,77                         | 0,73  | 0,87  | 0,80                        |  |  |
| 291        |                                     | 1,28                                      | 1,15   | 1,28  | 1,15                          | 1,22  | 1,15   | 1,03                         | 1,15  | 1,03  | 1,09                        |  |  |
| 292        | 5-20-5 2,7 60                       | 1,40                                      | 1,18   | 1,42  | 1,16                          | 1,29  | 1,32   | 1,11                         | 1,34  | 1,09  | 1,21                        |  |  |
| 293        |                                     | 1,07                                      | 1,19   | 1,35  | 0,92                          | 1,13  | 0,99   | 1,10                         | 1,24  | 0,85  | 1,04                        |  |  |

Figur 4.5

I nogle af forsøgene mangler der forsøgsværdier på grund af fejl ved måleudstyret. I tabellen hvor tallene er gennemsnit af 2 eller 4 målinger, er kun noteret forsøgsværdier, hvor begge henholdsvis alle fire tal foreligger.

I tabellen er endvidere angivet forholdet mellem forsøgsværdierne og de teoretiske værdier for  $\frac{\varphi_e}{p\ell}$ .

Den teoretiske værdi er beregnet af

$$\varphi_e = p \frac{1}{G_M b} \frac{1 - \zeta}{\alpha h_1} \left( \frac{1}{2} \alpha \ell - \tanh\left(\alpha \frac{\ell}{2}\right) \right)$$

som fås af (50) sammen med

$$t_e = b \tau_e$$

$$\tau_e = G_M \varphi_e$$

Forholdet imellem middeltallet for endeforskydningsmålinger foretaget på lag A og lag B og den teoretiske værdi ligger i gennemsnit for alle forsøgene på ca. 0,9.

Det ses af tabellen, at i serierne 110, 120 og 290 med elementer uden forbindelsesstænger og understøttet på den modsatte side af den belastede, som vist på skitsen, er A-målene større end B-målene. Dette svarer til, at der sker en sammentrykning af mellemlaget ved understøtningen, som følge af at der her er tryk tværs over mellemlaget. I gennemsnit ligger afvigelsen fra middeltallet på ca. 15%.

I serierne 150 og 270 med elementer uden forbindelsesstænger og belastet og understøttet på samme side, som vist på skitsen, er A-målene mindre end B-målene. Dette svarer til, at der er træk tværs over mellemlaget ved understøtningen. I gennemsnit ligger afvigelsen fra middeltallet på ca. 25%.

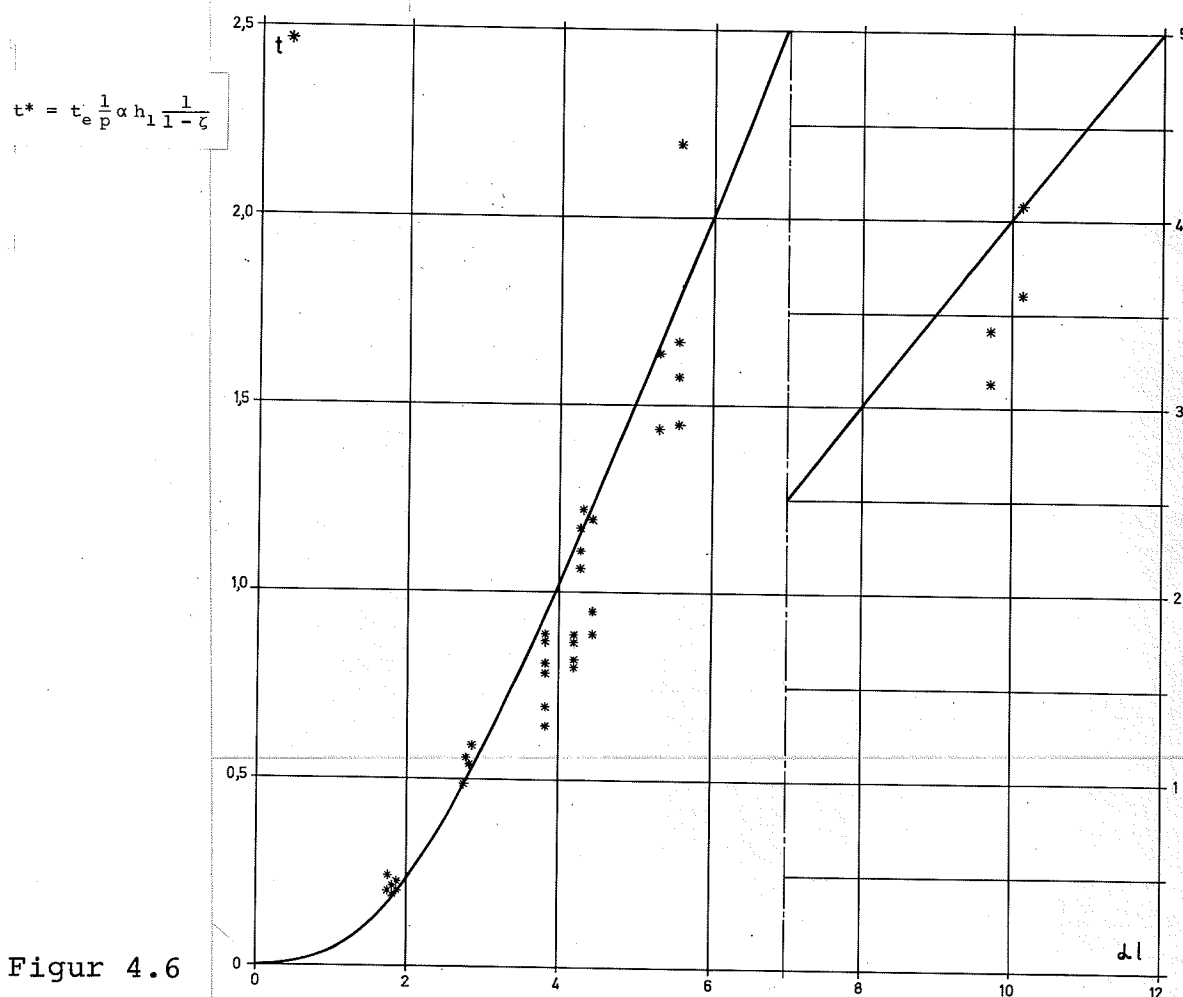
Udtrykket (50) for forskydningskraften pr.længdeenhed i mellemlaget ved elementende kan med

$$t^* = t_e \frac{1}{p} \alpha h_1 \frac{1}{1-\zeta}$$

der er dimensionsløs, omformes til

$$t^* = \frac{1}{2} \alpha \ell - \tanh(\alpha \frac{\ell}{2})$$

Denne funktion  $t^* = f\{\alpha \ell\}$  er indtegnet i et  $t^* - \alpha \ell$  diagram, se figur 4.6.



Figur 4.6

I denne figur er også indtegnet  $t^*$ -værdier for de i tabellen anførte forsøg, beregnet af

$$t_{\text{forsøg}}^* = \left( \frac{\varphi_e}{p\ell} \right)_{\text{forsøg}} \cdot G_M b h_1 \alpha \ell \frac{1}{1-\zeta}$$

For  $\phi$ -enden og  $v$ -enden er angivet middeltallet for A-mål og B-mål. Tallene for  $t_{\text{forsøg}}^*$  findes i [9].

## 4.2 Elementer med søjlelast

Søjlelast af den betragtede størrelse giver kun små deformationer sammenlignet med de betragtede tværbelastninger, specielt hvad angår krumningspil og indbyrdes endeforskydning. Derfor er for nogle udvalgte søjlelastværdier kun angivet værdier for udbøjningen på midten.

I tabellen i figur 4.7 er angivet de i forsøgsse-  
rierne 210, 220 og 240 fundne værdier for udbøjnin-  
gen for henholdsvis  $P_A = 50$  kN og  $P_A = 100$  kN.

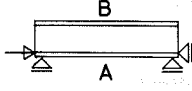
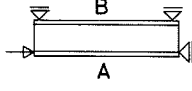
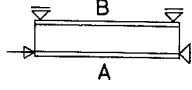
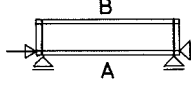
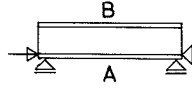
For 240-seriens vedkommende var det planlagt at påføre elementerne tværlast, efter at en vis søjlelast var påført; men det viste sig, at der opstod brud inden aflæsning på det første lasttrin med tværlast.

Tabellen i figur 4.7 angiver også de i forsøgsse-  
rierne 250 og 260 fundne værdier for udbøjningen  
for henholdsvis  $P_A = 100$  kN og  $P_A = 160$  kN. For  
søjlelastværdi på ca. 180 kN er denne fastholdt,  
og forsøgene er fortsat med voksende tværlast.

I tabellerne er endvidere angivet den teoretiske værdi for udbøjningen på midten, beregnet af (28) med  $p = 0$ . For forsøg i samme serie er ved beregningen anvendt gennemsnitsværdier for seriens elementmål.

Forsøgsopstillingen med elementet "båret" af tværlastpressen gør det, som tidligere omtalt, nødvendigt at korrigere oliemængden i tværlastpressens hydrauliske system for at holde konstant kraft i tværlastpressen under elementets udbøjning for søjlelast.

Målingerne af tværlasten viser, at denne operation ikke er lykkedes i alle forsøgene, og det er i overvejende grad negative værdier, der er målt; det må i disse tilfælde betyde, at en del af elementets egenlast bliver optaget ved buevirkning.

| Forsøg | Element, nominelt<br>$h_A$ -m- $h_B$ b l uld | $P_A$<br>kN       | $u_{m, \text{forsøg}}$ i mm<br>A-side B-side middel |       |       | $u_{m, \text{teori}}$<br>i mm | belastning og<br>understøtning                                                        |
|--------|----------------------------------------------|-------------------|-----------------------------------------------------|-------|-------|-------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 211    | 5-15-3 30 2,67 60                            | 50                | 1,16                                                | -     | -     | 0,22                          |    |
|        |                                              | 100               | 3,60                                                | -     | -     | 0,71                          |                                                                                       |
| 212    |                                              | 50                | 0,64                                                | 0,64  | 0,64  | 0,22                          |                                                                                       |
|        |                                              | 100               | 4,56                                                | 4,88  | 4,72  | 0,71                          |                                                                                       |
| 213    |                                              | 50                | 1,24                                                | 1,18  | 1,21  | 0,22                          |                                                                                       |
|        |                                              | 100               | 3,49                                                | 3,14  | 3,31  | 0,71                          |                                                                                       |
| 221    | 3-15-3 50 2,67 60                            | 50                | -0,32                                               | -0,03 | -0,17 | 0,28                          |    |
|        |                                              | 100               | -0,18                                               | 0,19  | 0,00  | 0,73                          |                                                                                       |
| 222    |                                              | 50                | 0,40                                                | 0,32  | 0,36  | 0,28                          |                                                                                       |
|        |                                              | 100               | 1,65                                                | 1,45  | 1,55  | 0,73                          |                                                                                       |
| 223    |                                              | 50                | 0,59                                                | 0,69  | 0,64  | 0,28                          |                                                                                       |
|        |                                              | 100               | 1,56                                                | 2,16  | 1,86  | 0,73                          |                                                                                       |
| 241    | 3-15-3 50 2,67 60                            | 50                | 1,12                                                | 0,64  | 0,88  | 0,18                          |   |
|        |                                              | 100               | 1,52                                                | 1,12  | 1,32  | 0,52                          |                                                                                       |
| 242    |                                              | 50                | 0,92                                                | 0,72  | 0,80  | 0,18                          |                                                                                       |
|        |                                              | 100               | 1,48                                                | 1,40  | 1,44  | 0,52                          |                                                                                       |
| 243    |                                              | 50                | 0,85                                                | 0,85  | 0,85  | 0,18                          |                                                                                       |
|        |                                              | 100               | 3,10                                                | 3,15  | 3,10  | 0,52                          |                                                                                       |
| 251    | 5-20-3 50 2,67 100                           | 100               | 0,15                                                | 0,10  | 0,15  | 0,27                          |  |
|        |                                              | 160               | 0,70                                                | 0,15  | 0,40  | 0,48                          |                                                                                       |
| 252    |                                              | 100               | 0,55                                                | 0,65  | 0,60  | 0,27                          |                                                                                       |
|        |                                              | 160               | 1,10                                                | 1,10  | 1,10  | 0,48                          |                                                                                       |
| 253    |                                              | 100               | 0,85                                                | 1,00  | 0,90  | 0,27                          |                                                                                       |
|        |                                              | 160               | 1,30                                                | 1,55  | 1,45  | 0,48                          |                                                                                       |
| 261    | 5-20-3 50 2,67 100                           | 100               | 1,15                                                | 1,15  | 1,15  | 0,44                          |  |
|        |                                              | 160               | 2,35                                                | 2,25  | 2,30  | 0,80                          |                                                                                       |
| 262    |                                              | 100               | 0,35                                                | 0,05  | 0,20  | 0,44                          |                                                                                       |
|        |                                              | 160               | 1,75                                                | 0,80  | 1,30  | 0,80                          |                                                                                       |
| 263    |                                              | 100 <sup>x)</sup> | 1,60                                                | 1,50  | 1,55  | 0,91                          |                                                                                       |
|        |                                              | 160 <sup>x)</sup> | 2,45                                                | 2,35  | 2,40  | 1,33                          |                                                                                       |

<sup>x)</sup> Udover søjlelasten er elementet også (utilsigtet) påvirket med tværlast  $p_l = 0,7$  kN.

Figur 4.7

De teoretiske værdier er beregnet for søjlelasten alene bortset fra forsøg 263, hvor der utilsigtet er blevet påført en tværlast på 0,7 kN.

Som det ses af tabellerne, afviger forsøgsresultaterne en del fra teorien. Der er stort set tale om, at forsøgsværdierne er større end de teoretiske værdier.

#### 4.3 Elementer med tværlast og søjlelast

##### Tværlast-øgning med konstant søjlelast

I forsøgsserierne 250 og 260 er elementerne først påført søjlelast. For en vis søjlelastværdi er denne fastholdt, og tværlast påført.

Ligesom for elementer påvirket med tværlast alene gælder det her, at udbøjning, krumning og indbyrdes forskydning af yderlagene hidrørende fra tværlasten i henhold til teorien vokser proportionalt med tværlasten, jævnfør afsnit 2.2.

I de efterfølgende tabeller er angivet forsøgsværdier for

$$\frac{\Delta u_m}{\Delta p l}, \quad \frac{\Delta \kappa_m}{p l} \quad \text{og} \quad \frac{\Delta \varphi_m}{p l}$$

Disse værdier er bestemt som den reciprokke værdi af hældningen af den linie i henholdsvis  $p l - u_m$ ,  $p l - \kappa_m$  og  $p l - \varphi_m$  diagrammet, der går gennem begyndelsespunktet for tværlastøgningen og det punkt på tværlast-deformationskurven, der har 0,3 gange brudlast-værdi for tværlast.

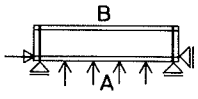
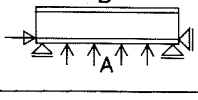
Værdierne fås i øvrigt på samme måde som tværlast alene.

De i tabellerne angivne værdier for  $P_A$  er en gennemsnitsværdi for området begrænset af de ovenfor nævnte punkter.

I tabellerne er også angivet de teoretiske værdier; for forsøg i samme serie er ved beregningen anvendt gennemsnitsværdier for seriens elementmål.

### Udbøjning

I tabellen i figur 4.8 er angivet forsøgsværdier for  $\frac{\Delta u_m}{\Delta p l}$ .

| Forsøg nr. | Element, nominelt $h_A$ -m- $h_B$ $l$ uld | $P_A$ kN | $(\Delta u_m / \Delta p l)$ forsøg i $\text{mmN}^{-1}$ |        |        | $(\Delta u_m / \Delta p l)$ forsøg / $(\Delta u_m / \Delta p l)$ teori |        |        | Belastning og understøtning                                                         |
|------------|-------------------------------------------|----------|--------------------------------------------------------|--------|--------|------------------------------------------------------------------------|--------|--------|-------------------------------------------------------------------------------------|
|            |                                           |          | A-side                                                 | B-side | middel | A-side                                                                 | B-side | middel |                                                                                     |
| 251        | 5-20-3 2,7 100                            | 187      | 0,50                                                   | 0,48   | 0,49   | 0,69                                                                   | 0,67   | 0,68   |  |
| 252        |                                           | 182      | 0,57                                                   | 0,57   | 0,57   | 0,77                                                                   | 0,77   | 0,77   |                                                                                     |
| 253        |                                           | 185      | 0,50                                                   | 0,50   | 0,50   | 0,69                                                                   | 0,69   | 0,69   |                                                                                     |
| 261        | 5-20-3 2,7 100                            | 187      | 0,68                                                   | 0,66   | 0,67   | 0,86                                                                   | 0,82   | 0,84   |  |
| 262        |                                           | 183      | 0,64                                                   | 0,56   | 0,60   | 0,81                                                                   | 0,71   | 0,76   |                                                                                     |
| 263        |                                           | 187      | 0,68                                                   | 0,60   | 0,64   | 0,85                                                                   | 0,76   | 0,80   |                                                                                     |

Figur 4.8

Værdierne er angivet for målinger på elementets A-side og B-side samt middeltallet heraf (se figur 3.7).

I tabellen er endvidere angivet forholdet mellem forsøgsværdierne og de teoretiske værdier for  $\frac{\Delta u_m}{\Delta p l}$ .

De teoretiske værdier er beregnet ved anvendelse af (28).

Forholdet imellem middeltallet for udbøjningsmålingerne på de to sider og den teoretiske værdi ligger i gennemsnit for alle forsøgene på 0,75.

### Krumning

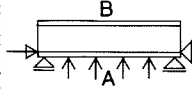
I tabellen i figur 4.9 er angivet forsøgsværdier for  $\frac{\Delta \kappa_m}{\Delta p l}$ .

Værdierne er angivet for målinger på elementets A-side og B-side samt middeltallet heraf (se figur 3.7).

I tabellen er endvidere angivet forholdet mellem forsøgsværdierne og de teoretiske værdier for  $\frac{\Delta\kappa_m}{\Delta p\ell}$ .

De teoretiske værdier er beregnet ved anvendelse af (29) og (30).

På grund af fejl ved måleudstyret mangler der her tre forsøgsværdier.

| Forsøg nr. | Element, nominelt $h_A$ -m- $h_B$ $\ell$ uld | $P_A$ kN | $(\Delta\kappa_m/\Delta p\ell)$ forsøg i $m^{-1}MN^{-1}$ |        |        | $\frac{(\Delta\kappa_m/\Delta p\ell) \text{ forsøg}}{(\Delta\kappa_m/\Delta p\ell) \text{ teori}}$ |        |        | Belastning og understøtning                                                         |
|------------|----------------------------------------------|----------|----------------------------------------------------------|--------|--------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|--------|-------------------------------------------------------------------------------------|
|            |                                              |          | A-side                                                   | B-side | middel | A-side                                                                                             | B-side | middel |                                                                                     |
| 251        | 5-20-3 2,7 100                               | 187      | -                                                        | -      | -      | -                                                                                                  | -      | -      |  |
| 252        |                                              | 182      | 1,10                                                     | -      | -      | 1,15                                                                                               | -      | -      |                                                                                     |
| 253        |                                              | 185      | 0,96                                                     | 1,41   | 1,18   | 1,00                                                                                               | 1,46   | 1,23   |                                                                                     |
| 261        | 5-20-3 2,7 100                               | 187      | 0,84                                                     | 0,99   | 0,92   | 0,80                                                                                               | 0,94   | 0,87   |  |
| 262        |                                              | 183      | 0,79                                                     | 0,88   | 0,84   | 0,75                                                                                               | 0,84   | 0,79   |                                                                                     |
| 263        |                                              | 187      | 0,81                                                     | 0,67   | 0,74   | 0,77                                                                                               | 0,64   | 0,70   |                                                                                     |

Figur 4.9

Forholdet mellem forsøgsværdien beregnet som middeltallet af krumningsmål på de to sider og den teoretiske værdi ses at ligge på omkring 0,9 i gennemsnit.

#### Forskydning i mellemlaget

I tabellen i figur 4.10 er angivet forsøgsværdier for  $\frac{\Delta\varphi_e}{\Delta p\ell}$ .

Der er ligesom for tværlast alene angivet middeltal af A- og B-mål (se figur 3.7) for ø-ende og v-ende, middeltal af ø- og v-endes A-mål henholdsvis B-mål samt middeltallet for hele elementet.

Endvidere er angivet forholdet mellem forsøgsværdierne og de teoretiske værdier for  $\frac{\Delta\varphi_e}{\Delta p\ell}$ .

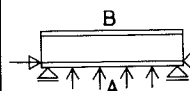
De teoretiske værdier er beregnet ved anvendelse af (32) sammen med

$$t_e = b \tau_e$$

$$\tau_e = G_M \varphi_e$$

| Forsøg nr. | Element, nominelt<br>$h_A$ -m- $h_B$ $l$ uld | PA<br>kN | $(\Delta\varphi_e/\Delta p l)$ forsøg i $MN^{-1}$<br>ø-ende   v-ende   A-mål   B-mål   middel |      |      |      |      |
|------------|----------------------------------------------|----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|------|------|------|------|
| 261        | 5-20-3   2,7   100                           | 187      | 0,98                                                                                          | 0,65 | 0,73 | 0,90 | 0,81 |
| 262        |                                              | 183      | 0,81                                                                                          | 0,61 | 0,64 | 0,79 | 0,71 |
| 263        |                                              | 187      | 0,67                                                                                          | 0,92 | 0,72 | 0,87 | 0,80 |

Figur 4.10

| $(\Delta\varphi_e/\Delta p l)$ forsøg<br>$(\Delta\varphi_e/\Delta p l)$ teori |        |       |       |        | Belastning og understøtning                                                         | Forsøg nr. |
|-------------------------------------------------------------------------------|--------|-------|-------|--------|-------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| ø-ende                                                                        | v-ende | A-mål | B-mål | middel |                                                                                     |            |
| 0,86                                                                          | 0,57   | 0,64  | 0,79  | 0,71   |  | 261        |
| 0,70                                                                          | 0,52   | 0,55  | 0,67  | 0,61   |                                                                                     | 262        |
| 0,59                                                                          | 0,81   | 0,64  | 0,76  | 0,70   |                                                                                     | 263        |

Figur 4.10

På grund af fejl ved måleudstyret mangler forsøgs-værdierne i 250-serien.

Forholdet imellem forsøgsværdien beregnet som middeltallet af A- og B-mål og den teoretiske værdi ligger på ca. 0,7.

#### Kombinationer af tværlast og søjlelast

For de forsøgsserier, hvor elementerne udsættes for både tværlast og søjlelast, er i tabellerne i figur 4.11 og 4.12 angivet udbøjning og moment i yderlag på midten af søjlen og forskydningskraft pr.længdeenhed i mellemlaget ved understøtning for en række udvalgte værdier for tværlast og søjlelast.

Det er middeltallet for A- og B-side mål, der er angivet (se figur 3.7), for forskydningskraften pr.længdeenhed er det gennemsnittet for begge ender.

| Forsøg<br>nr. | Søjlelast<br>$P_A$<br>kN | Tværlast<br>$p_l$<br>kN | $u_m$        |             |                 | $M_{A,m} + M_{B,m}$ |              |                 | $t_e$          |               |                 |
|---------------|--------------------------|-------------------------|--------------|-------------|-----------------|---------------------|--------------|-----------------|----------------|---------------|-----------------|
|               |                          |                         | forsøg<br>mm | teori<br>mm | forsøg<br>teori | forsøg<br>kNm       | teori<br>kNm | forsøg<br>teori | forsøg<br>kN/m | teori<br>kN/m | forsøg<br>teori |
| 251           | 188                      | 2,0                     | 1,30         | 2,05        | 0,65            | -                   | -            | -               | -              | -             | -               |
|               | 188                      | 4,0                     | 2,35         | 3,50        | 0,65            | -                   | -            | -               | -              | -             | -               |
| 252           | 180                      | 2,0                     | 2,90         | 2,05        | 1,40            | -                   | -            | -               | -              | -             | -               |
|               | 180                      | 4,0                     | 4,05         | 3,40        | 1,20            | -                   | -            | -               | -              | -             | -               |
| 253           | 184                      | 2,0                     | 2,50         | 2,00        | 1,25            | 0,80                | 0,62         | 1,25            | -              | -             | -               |
|               | 185                      | 4,0                     | 3,60         | 3,45        | 1,05            | 1,25                | 1,07         | 1,15            | -              | -             | -               |
| 261           | 187                      | 2,0                     | 4,30         | 2,60        | 1,65            | 0,97                | 0,55         | 1,75            | 4,95           | 2,50          | 1,95            |
|               | 188                      | 4,0                     | 5,75         | 4,20        | 1,35            | 1,31                | 0,89         | 1,45            | 7,65           | 5,70          | 1,35            |
| 262           | 182                      | 2,0                     | 3,05         | 2,55        | 1,20            | 0,58                | 0,54         | 1,10            | 0,05           | 2,50          | 0               |
|               | 183                      | 4,0                     | 4,25         | 4,10        | 1,05            | 0,89                | 0,88         | 1,00            | 2,13           | 5,65          | 0,40            |
| 263           | 187                      | 2,0                     | 3,65         | 2,60        | 1,40            | 0,87                | 0,55         | 1,55            | 3,40           | 2,50          | 1,35            |
|               | 188                      | 4,0                     | 5,25         | 4,20        | 1,25            | 1,21                | 0,89         | 1,35            | 6,03           | 5,70          | 1,05            |

Vedrørende elementoplysninger og belastningsskitser, se bilag 1.

Figur 4.11

I tabellen i figur 4.11 er angivet de i forsøgs-serierne 250 og 260 fundne værdier for en samlet tværlast på henholdsvis  $p_l = 2$  kN og  $p_l = 4$  kN og samtidig den forud påførte søjlelast, der, lidt forskellig fra forsøg til forsøg, ligger på omkring 180 kN.

I tabellen i figur 4.12 er angivet de i forsøgs-serierne 270 og 290 fundne værdier for henholdsvis  $P_A = 50$  kN og  $P_A = 100$  kN og samtidig den forud påførte tværlast, der, lidt forskellig fra forsøg til forsøg, ligger på 4-5 kN.

Forsøgsserien 280 er ikke medtaget her, da tvær-lasten (utilsigtet) er bragt op på en værdi i nærheden af brudlasten, hvor forudsætningen om lineær-elastiske materialer helt klart ikke er opfyldt.

| Forsøg<br>nr. | Tverrlast<br>p<br>kN | Søjlelast<br>P <sub>A</sub><br>kN | u <sub>m</sub>                 |             |                 | M <sub>A,m</sub> + M <sub>B,m</sub> |              |                 | t <sub>e</sub> |               |                 |
|---------------|----------------------|-----------------------------------|--------------------------------|-------------|-----------------|-------------------------------------|--------------|-----------------|----------------|---------------|-----------------|
|               |                      |                                   | forsøg<br>mm                   | teori<br>mm | forsøg<br>teori | forsøg<br>kNm                       | teori<br>kNm | forsøg<br>teori | forsøg<br>kN/m | teori<br>kN/m | forsøg<br>teori |
| 271           | 4,0                  | 50                                | 2,60                           | 2,65        | 1,00            | 0,46                                | 0,55         | 0,85            | 5,50           | 4,50          | 1,20            |
|               | 4,0                  | 100                               | 3,45                           | 3,10        | 1,10            | 0,62                                | 0,65         | 0,95            | 5,25           | 4,75          | 1,10            |
| 272           | 4,0                  | 50                                | 3,80                           | 2,65        | 1,45            | 0,56                                | 0,55         | 1,05            | -              | 4,50          | -               |
|               | 4,0                  |                                   | Brud for P <sub>A</sub> ≈ 70kN |             |                 |                                     |              |                 |                |               |                 |
| 273           | 3,8                  | 50                                | 2,25                           | 2,50        | 0,90            | 0,46                                | 0,52         | 0,90            | 3,55           | 4,30          | 0,85            |
|               | 4,0                  | 100                               | 2,95                           | 3,10        | 0,95            | 0,55                                | 0,65         | 0,85            | 3,95           | 3,75          | 0,85            |
| 291           | 5,9                  | 50                                | 9,50                           | 4,80        | 2,00            | 3,00                                | 1,70         | 1,80            | 4,95           | 2,55          | 1,95            |
|               | 5,6                  | 100                               | 12,10                          | 5,30        | 2,30            | 3,85                                | 1,85         | 2,10            | 5,85           | 2,60          | 2,25            |
| 292           | 4,9                  | 50                                | 7,20                           | 4,00        | 1,80            | 2,00                                | 1,40         | 1,45            | 3,80           | 2,05          | 1,85            |
|               | 4,9                  | 100                               | 10,80                          | 4,65        | 2,30            | 3,10                                | 1,60         | 1,90            | 5,60           | 2,20          | 2,55            |
| 293           | 4,8                  | 50                                | 6,00                           | 3,95        | 1,50            | 1,85                                | 1,35         | 1,35            | 3,30           | 2,05          | 1,60            |
|               | 4,8                  | 100                               | 7,95                           | 4,55        | 1,75            | 2,25                                | 1,60         | 1,45            | 4,25           | 2,15          | 1,95            |

Vedrørende elementoplysninger og belastningsskitser, se bilag 1.

Figur 4.12

I tabellerne er også angivet de teoretiske værdier; for forsøg i samme serie er ved beregningen heraf anvendt gennemsnitsværdier for seriens elementmål. Endvidere er angivet forholdet mellem forsøgsværdi og teoretisk værdi.

De teoretiske værdier er beregnet af formlerne (28) - (30) og (32).

I serierne 250, 260 og 270 er elementerne og deres understøtning ens, bortset fra at 250-serien har vederlagsstænger (jævnfør bilag 1). Endvidere er yderlagernes E-modul mindre i serierne 260 og 270 end i 250.

290-serien adskiller sig fra de ovenfor nævnte, det væsentligste er nok, at mellemlaget er af den "bløde" type 60.

For udbøjningernes vedkommende ligger forholdet mellem forsøgsværdi og teoretisk værdi i 250-serien

i gennemsnit på ca. 1,0. I 260-serien ligger forholdet forsøg/teori i gennemsnit på ca. 1,3 og i 270-serien i gennemsnit på ca. 1,1. I 270-serien er de betragtede søjlelastværdier mindre end i 260-serien (søjlelasten kunne ikke bringes op på det niveau, der var valgt i 260-serien). I 290-serien ligger forholdet forsøg/teori i gennemsnit på ca. 2,0; denne store forskel mellem forsøg og teori skal nok for en del henføres til, at tværlasten i 290-serien er blevet bragt op på en værdi, der ligger i et område, hvor forudsætningen om lineær-elastiske materialer ikke er rimeligt opfyldt.

For momenterne i yderlagene ligger forholdet forsøg/teori i 250-serien i gennemsnit på ca. 1,2, i 260-serien i gennemsnit på ca. 1,4, i 270-serien i gennemsnit på ca. 0,9 og i 290-serien i gennemsnit på 1,7.

For forskydningskraften pr.længdeenhed i mellemlaget ligger forholdet forsøg/teori i 260-serien i gennemsnit på ca. 1,0, i 270-serien i gennemsnit på ca. 1,0 og i 290-serien i gennemsnit på ca. 2,0. Her skal det bemærkes, at i forsøg 262 afviger forsøgsresultatet meget fra den teoretiske værdi; søjlelasten alene skal ifølge teorien give en forskydningskraft pr.længdeenhed ved understøtning med negativt fortegn; der er da også i forsøget registreret negative endeforskydninger, men med numerisk for store værdier, og tværlastpåføringen har ikke tilsvarende givet for store endeforskydninger.

#### 4.4 Diskussion af resultaterne

I teorien er forudsat lineær-elastiske materialer. Denne forudsætning kan med en acceptabel tilnærmelse betragtes som opfyldt for de anvendte materialer for spændinger under halvdelen af deres brudspænding. De i resultatbehandlingen betragtede belastningsværdier giver efter beregninger efter teorien ikke spændingerne over halvdelen af materialernes brudspændinger.

Sandwichelementernes arbejdskurver for tværlast, der efter forudsætningen om lineær-elastiske materialer skulle være rette linier, udviser ikke større krumning for de betragtede lastværdier, end at forudsætningen kan antages for opfyldt.

De hovedlinier, der tegner sig på grundlag af resultaterne fra de foregående afsnit er:

For tværlast alene giver forsøgene mindre værdier for de undersøgte størrelser: Udbøjning på midten, krumning og moment på midten samt indbyrdes endeforskydning af yderlagene og forskydningskraft pr. længdeenhed i mellemlaget, - end teorien,

for søjlelast alene giver forsøgene større værdier end teorien,

for en tværlastøgning med konstant søjlelast giver forsøgene mindre værdier end teorien,

for kombineret søjlelast og tværlast afhænger det af, hvor stor tværlasten er i forhold til søjlelasten, om forsøgene giver større eller mindre værdier end teorien; forholdet forsøg/teori er større jo mere søjlelast, der er i forhold til tværlast (sammenlign f.eks. serierne 150, 270 og 260).

Ved indbyrdes sammenligning af gennemsnittet af forholdet forsøg/teori for de enkelte serier er der ikke forhold, der viser afgørende betydning for overensstemmelsen mellem forsøg og teori, idet der her må tages i betragtning, at spredningen på forsøgsresultaterne er forholdsvis stor.

Heller ikke vederlagsudformningen viser nogen afgørende betydning med hensyn til forsøgsresultaternes overensstemmelse med teorien.

### Usikkerheden på resultaterne

I det følgende skal vurderes resultaternes nøjagtighed. Der henvises i øvrigt til [9].

Først ses på forsøgene med tværbelastede elementer, hvor resultaterne er afsat i  $u^*-\alpha$ ,  $M^*-\alpha$  og  $t^*-\alpha$  diagrammer.

Den relative usikkerhed på  $\alpha_{\text{forsøg}}$  bestemmes så godt som alene af den relative usikkerhed på  $\alpha$ .

Af fejlophobningsloven fås en relativ usikkerhed på  $\alpha$  på ca. 10% med de største bidrag fra  $G_M$ ,  $E$  og  $h_A(h_B)$ . (Størrelserne nævnes med den mest betydende først.)

Den relative usikkerhed på  $u^*_{\text{forsøg}}$  ligger omkring 20% med de største bidrag fra  $G_M$ ,  $p_l$  ( $u/p_l$ ) og  $h_A(h_B)$ . Efter forbedring af lastmålingen betyder bidraget fra  $p_l$  ikke så meget, og usikkerheden på  $u^*$  bliver lidt mindre.

Den relative usikkerhed på  $M^*_{\text{forsøg}}$  er på ca. 15% med omtrent lige store bidrag fra  $E$ ,  $p_l$ ,  $h_A(h_B)$  og  $u_k$ .

Den relative usikkerhed på  $t^*_{\text{forsøg}}$  ligger omkring 25% med det største bidrag fra  $G_M$ .

For forsøgene med elementer alene belastet med søjlelast er den relative usikkerhed på udbøjningen 30-60%. Fejlophobningsloven er her anvendt på beregningsformlen for  $u_m$ ; der er som eksempel valgt at se på et element af typen som i 250-, 260- og 270-serien med en middelbelastning.

Det er bidraget fra usikkerheden på (eventuel) tværlast og  $E$ , der er de største. Inden anden del af forsøgsrækken med forbedret udstyr til måling af lasten er det så godt som usikkerheden alene på tværlast, der bestemmer den samlede usikkerhed. Med forbedringen af målenøjagtighed på lasten falder den samlede usikkerhed fra de ca. 60% til ca. 30%.

For forsøgene med de samme elementer med kombineret søjlelast og tværlast er den relative usikkerhed på udbøjningen 15-20%.

Det er her usikkerheden på  $G_M$ ,  $p_l$ ,  $E$  og  $h_A(h_B)$ , der giver de største bidrag (af de nævnte er bidraget fra  $h_A(h_B)$  det mindste). Inden forbedringen af udstyret til lastmålingen var bidraget fra usikkerheden på tværlasten  $p_l$  det største.

Med de ovenfor anførte relative usikkerheder gælder for de rent tværbelastede elementer, at usikkerhedsområdet for punkterne i figur 4.2, 4.4 og 4.6, repræsenterende forsøgsværdierne for  $u^*$ ,  $M^*$  og  $t^*$ , for størstedelens vedkommende når ind over teoriens værdier.

For de rent søjlebelastede elementer er gabet mellem forsøgsværdier og teoriværdier i de allerfleste tilfælde større, end hvad usikkerheden kan dække.

For elementer med tværlast og søjlelast er det sådan, at gabet mellem forsøgsværdi og teoriværdi i visse tilfælde kan dækkes af usikkerheden og i andre tilfælde ikke, afhængig af den aktuelle kombination af tværlast og søjlelast.

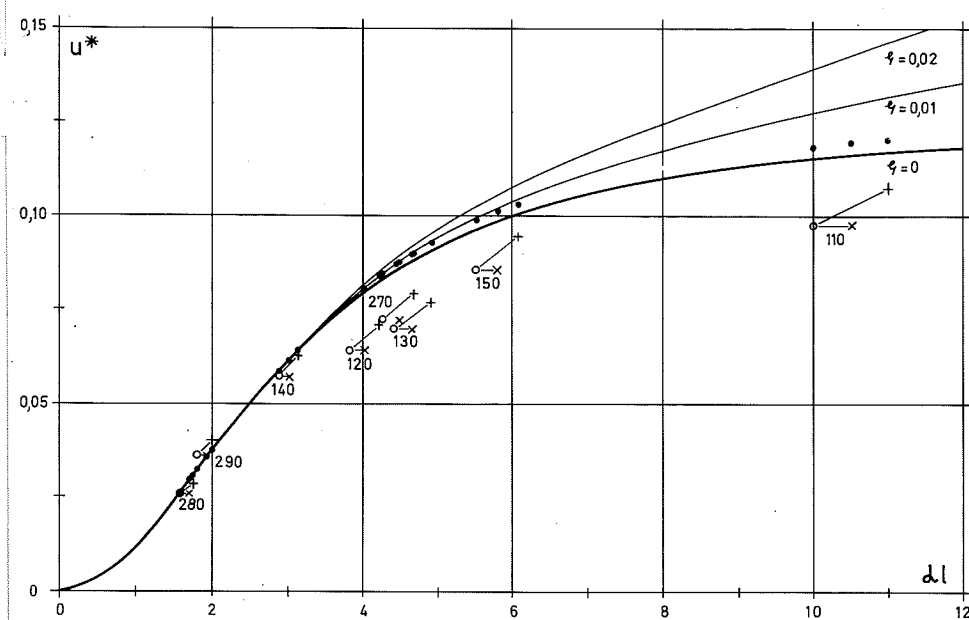
### Resultatbehandling med andre E- og $G_M$ -værdier

I resultatbehandlingen i de foregående afsnit er i formlerne benyttet den E-modul-værdi, der fås på grundlag af trykforsøg med betoncylindre. Det ville måske være mere korrekt at benytte en mindre E-værdi, jfr. de i afsnit 3.1 omtalte bøjningsforsøg med beton"planker". I forsøg med stor søjlelast ville det måske også være mere korrekt at benytte en mindre E-værdi specielt for det søjlebelastede lag, når store normalspændinger optræder.

I de foregående afsnit er i formlerne benyttet den  $G_M$ -modul-værdi, der fås på grundlag af de omtalte forskydningsforsøg. Det ville måske her være mere korrekt at benytte en større værdi for  $G_M$ , da mellemlaget i sandwichelementerne er opbygget med mineraluldstykker, der er længere end forskydningsprøvningens mineraluldstykker, nemlig ca. halvdelen af elementlængden plus henholdsvis minus ca. 20 cm, jfr. tegning i [9].

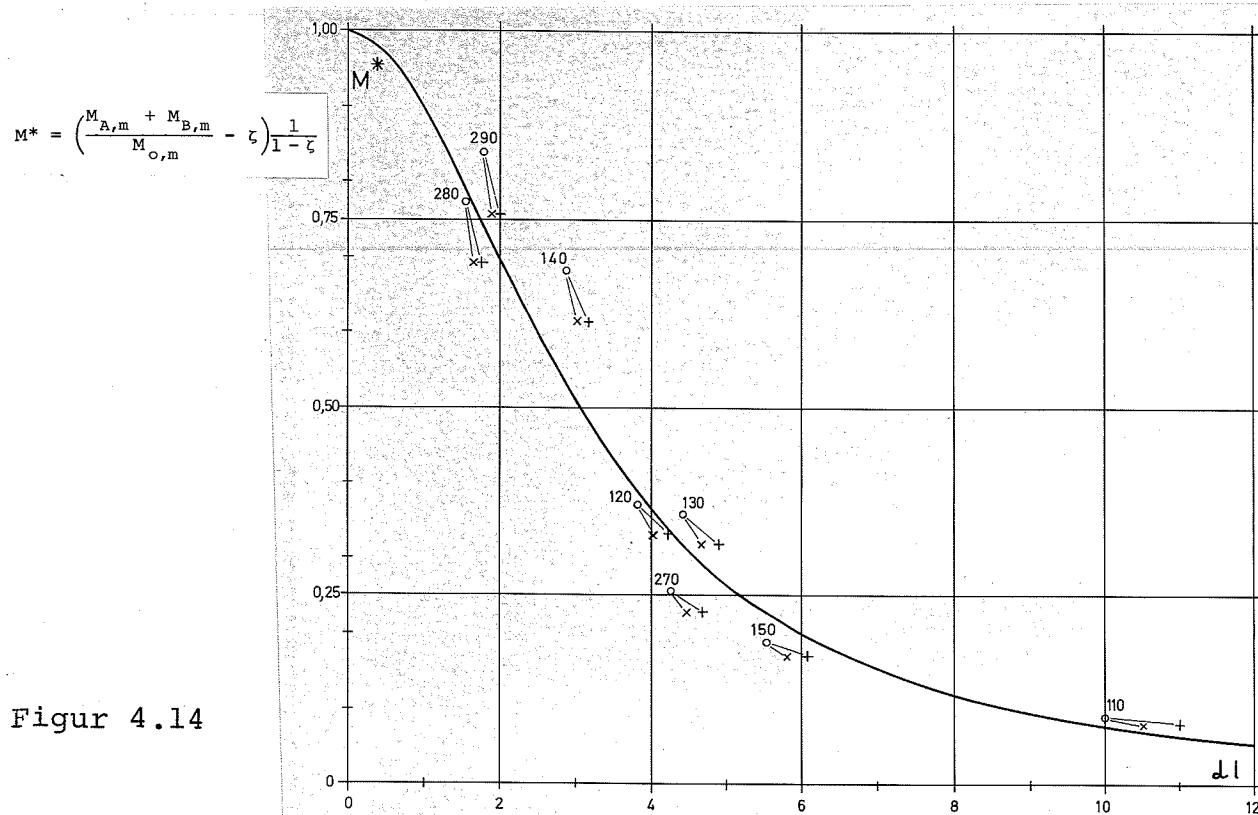
Mellemlaget må være stivere, end hvis det havde været opbygget af korte stykker med stødfuger, hvorover forskydningsspændinger ikke kan overføres.

For elementer påvirket med tværlast alene er i figur 4.13 indtegnet gennemsnit pr.serie for  $u_{\text{forsøg}}^*$ . "o" angiver  $u_{\text{forsøg}}^*$  beregnet som i afsnit 4.1. Endvidere med "x" angivet  $u_{\text{forsøg}}^*$  beregnet med en 10% lavere E-modul, og endelig med "+"  $u_{\text{forsøg}}^*$  med 10% lavere E-modul samtidig med en 10% højere  $G_M$ -modul.



Figur 4.13

I figur 4.14 og figur 4.15 er indtegnet værdier for  $M^*_{\text{forsøg}}$  og  $t^*_{\text{forsøg}}$  beregnet i de samme tilfælde som for  $u^*_{\text{forsøg}}$ .

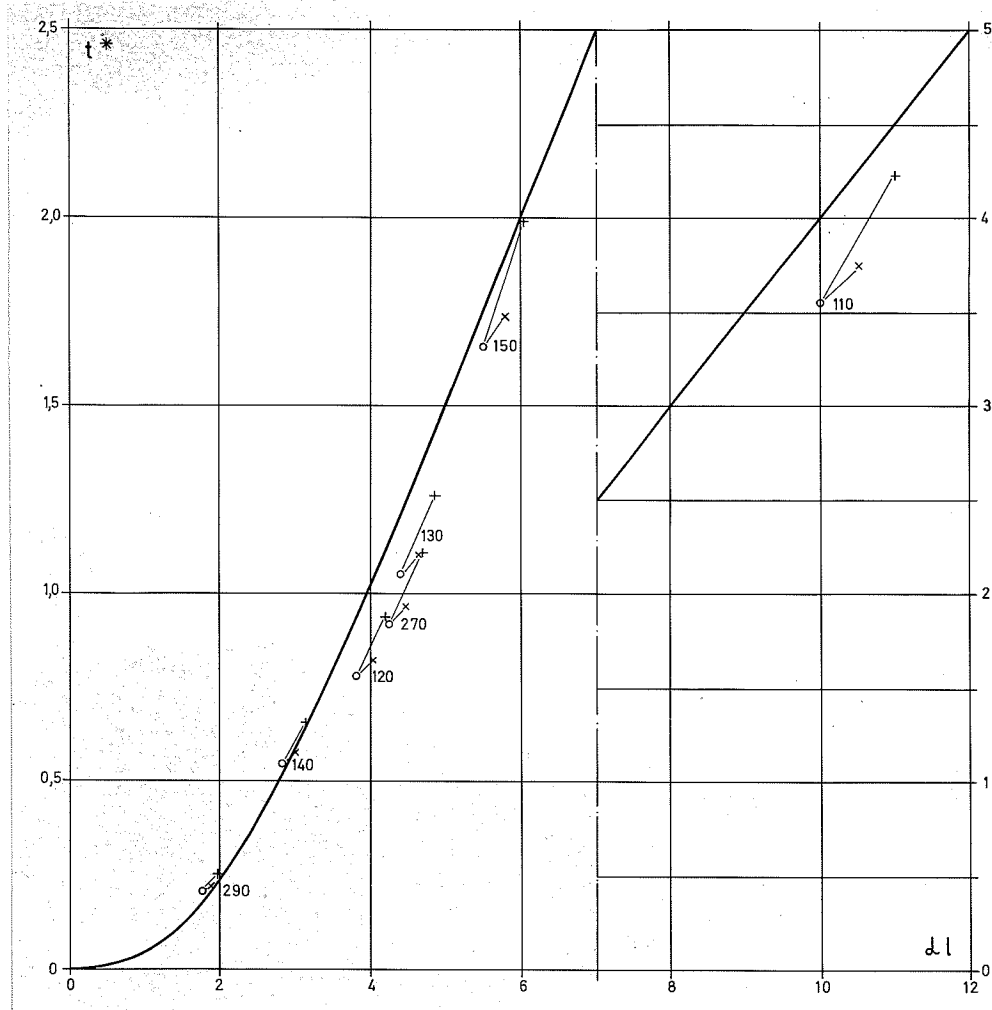


Figur 4.14

Note til figur 4.13, 4.14 og 4.15:

- o forsøgsresultater med anvendelse af E cylinder og  $G_{M, \text{forskydn. prøvn.}}$
- x forsøgsresultater med 10% lavere E
- + forsøgsresultater med 10% lavere E samt 10% højere  $G_M$

$$t^* = t_e \frac{1}{p} \alpha h_1 \frac{1}{1-\zeta}$$



Figur 4.15

Det ses, at for  $M^*$  er der ikke nogen videre forskel på de tre tilfælde mærket "o", "x" og "+", med hensyn til overensstemmelse mellem forsøg og teori. For  $u^*$  og for  $t^*$  fås den bedste overensstemmelse mellem forsøg og teori i tilfældet mærket "+", d.v.s. for 10% lavere E-modul samtidig med 10% højere  $G_M$ -modul, selvom forsøgsresultaterne i det store og hele stadigvæk ligger under teorikurverne.

For elementer påvirket med søjlelast alene er i omstående tabel i figur 4.16 angivet gennemsnitsværdier pr.serie for  $u_{m,\text{forsøg}}$  for udvalgte søjlelastværdier.

Endvidere er angivet  $u_{m,\text{teori}}^{o)}$  beregnet som i afsnit 4.2.

Endelig er angivet  $u_{m,\text{teori}}^{a)}$ , som er udregnet med 20% lavere E-modul for det søjlelastangrebne lag A som eneste ændring.

| Serie | Søjlelast $P_A$<br>kN | $u_{m,\text{forsøg}}$<br>mm | o) $u_{m,\text{teori}}$ | a) $u_{m,\text{teori}}$ |
|-------|-----------------------|-----------------------------|-------------------------|-------------------------|
|       |                       |                             | mm                      | mm                      |
| 210   | 50                    | 0,9                         | 0,22                    | 0,32                    |
| 210   | 100                   | 4,0                         | 0,71                    | 1,21                    |
| 220   | 50                    | 0,3                         | 0,28                    | 0,37                    |
| 220   | 100                   | 1,3                         | 0,73                    | 0,98                    |
| 240   | 50                    | 0,8                         | 0,18                    | 0,24                    |
| 240   | 100                   | 1,9                         | 0,52                    | 0,72                    |
| 250   | 100                   | 0,5                         | 0,27                    | 0,36                    |
| 250   | 160                   | 1,0                         | 0,48                    | 0,66                    |
| 260   | 100                   | 0,7                         | 0,44                    | 0,58                    |
| 260   | 160                   | 1,8                         | 0,80                    | 1,07                    |

Figur 4.16

En forøgelse af  $G_M$ -modulen på 10% giver ikke nogen væsentlig ændring af de teoretiske udbøjninger.

Det ses, at med ændringen a) fås værdier, der giver bedre overensstemmelse mellem forsøg og teori; men de beregnede udbøjningsværdier er stadigvæk en del mindre end de ved forsøgene fundne.

Trods den store forskel på  $u_{m,\text{forsøg}}$  og  $u_{m,\text{teori}}$  er der i 210-serien helt god overensstemmelse mellem elementernes bæreevne, der varierer mellem 131 kN og 145 kN, og den kritiske søjlelast, som er 176 kN. I 220-serien varierer elementernes bæreevne mellem 156 kN og 192 kN; her er den kritiske søjlelast 274 kN. I 240-serien er elementernes bæreevne større end ca. 140 kN og den kritiske søjlelast 211 kN. Den kritiske søjlelast er her beregnet med E-modul-værdi som benyttet i de foregående afsnit, hvad der, som nævnt i afsnit 2.2, ikke er korrekt. Med en mere korrekt E-modul-værdi, f.eks. 20% lavere, fås ca. 20% lavere værdier for den kritiske søjlelast.

En mulig årsag til den store forskel mellem  $u_{m,\text{forsøg}}$  og  $u_{m,\text{teori}}$  kan være, at elementet er excentrisk påvirket af søjlelasten, eller, hvad der er mere sandsynligt, at elementet udover søjlelasten også er påvirket med en tværlast, eller at der i teorien er set bort fra udbøjningsbidragene fra forskydnings-spændingerne i yderlagene.

For elementer påvirket med søjlelast og tværlast samtidig er i tabellen i figur 4.17 angivet gennemsnitsværdier pr. serie for  $(\Delta u_m / \Delta p l)$  for serie 250 og 260.

| Serie | Søjle-<br>last<br>$P_A$<br>kN | $(\Delta u_m / \Delta p l)_{\text{forsøg}}$<br>mm/kN | $(\Delta u_m / \Delta p l)_{\text{teori}}$<br>mm/kN |      |      |
|-------|-------------------------------|------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|------|------|
|       |                               |                                                      | o)                                                  | a)   | +) ) |
| 250   | 185                           | 0,51                                                 | 0,72                                                | 0,81 | 0,72 |
| 260   | 185                           | 0,63                                                 | 0,79                                                | 0,85 | 0,76 |

Figur 4.17

Endvidere er angivet  $(\Delta u_m / \Delta p l)_{\text{teori}}$ . Mærket o) er værdierne beregnet som i afsnit 4.3. Mærket a) er værdier udregnet med 20% lavere E-modul for det søjlelastangrebne lag A som eneste ændring. Mærket +) er værdier med 10% lavere E-modul i begge lagene samtidig med en 10% højere  $G_M$ -modul.

Det ses, at ændringen a) giver en dårligere overensstemmelse mellem forsøg og teori. Ændringen +) giver uændret eller lidt bedre overensstemmelse mellem forsøg og teori.

De ændringer af E- og  $G_M$ -modul-værdier, der er omtalt her i dette afsnit, vil for de udvalgte, kombinerede søjle- og tværbelastninger på elementserierne i tabellerne i figur 4.11 og 4.12, medføre ændringer på indtil ca. 10% på forholdet forsøg/teori.

Mellemlagets usammentrykkelighed. Vederlagsudformning.

Den opstillede teori opererer med en forudsætning om usammentrykkeligt mellemlag.

Det fremgår af forsøgene, at der sker en vis sammentrykning af mellemlaget, hvilket også var at forvente.

I 290-serien, der er understøttet på det modsatte af det lag, tværlasten virker (trykker) ind på, som vist på bilag 1, finder vi eksempelvis for en samlet tværlast på henholdsvis 2 kN og 4 kN en gennemsnitsudbøjning på midten på 1,55 mm og 3,05 mm, og en sammentrykning ved enderne på 0,25 mm og 1,00 mm. Elementerne i denne serie har mellemlag af den bløde type 60.

I 150-serien og 270-serien, der er understøttet på samme lag, som tværlasten virker ind på, som vist på bilag 1, finder vi eksempelvis for en samlet tværlast på 4 kN en gennemsnitsudbøjning på midten på henholdsvis 1,60 mm og 1,85 mm, og en sammentrykning ved enderne på henholdsvis -0,35 mm og -0,25 mm, d.v.s. en strækning. Elementerne i disse serier har mellemlag af type 100.

I 140-serien med vederlagsstænger er ændringerne i mellemlagets tykkelse ved enderne meget små. Elementerne i denne serie har også mellemlag af type 100.

På midten af elementerne er ændringerne i mellemlagets tykkelse i alle forsøgsserierne meget små.

Der kan ikke ved sammenligning af resultaterne fra forsøgene med forskellig vederlagsudformning findes tydelige forskelle med hensyn til overensstemmelse mellem forsøg og teori, når gennemsnitstal for A- og B-side mål betragtes.

En sammentrykning af den her fundne størrelsesorden findes således ikke af afgørende betydning for forsøgsresultaternes overensstemmelse med teorien.

Forudsætningen om usammentrykkeligt mellemlag kan da regnes at være opfyldt i rimelig grad til trods for de fundne sammentrykninger.

Dog ligger mineraluld af den bløde type 60 nok på grænsen af, hvad der er velegnet til brug i sandwichelementer af denne type.

### Tværbelastningen

Summen af forsøgsopstillingens 4 enkeltkræfter, som udgør tværlasten i forsøgene, divideret med spændvidden, er, som nævnt, benyttet som den jævnt fordelte tværlast, der er regnet med i teorien i kapitel 2.

De to belastninger giver samme moment på midten; men arealet under momentkurven for de 4 enkeltkræfter er et par procent større end for den samme belastning jævnt fordelt.

De 4 enkeltkræfters (trappeformede) forskydningskraftkurve er, når den udjævnes, den samme som den jævnt fordelte belastnings (rette) forskydningskraftkurve.

Den benyttede ækvivalens mellem de 4 enkeltkræfter og en jævnt fordelt tværlast må da anses for en acceptabel tilnærmelse.

## 5. KONKLUSION

Teorien forudsætter lineær-elastiske materialer, og denne forudsætning kan med rimelig tilnærmelse betragtes som opfyldt, så længe belastningen er under halvdelen af elementets bæreevne.

Mellemlaget er forudsat usammentrykkeligt i retningen vinkelret på lagdelingen i sandwichelementet.

Den sammentrykning, henholdsvis strækning, der er konstateret, er ikke i afgørende uoverensstemmelse med forudsætningen, idet en gennemsnitsværdi for udbøjningsmål, taget på hver sin side af elementet, giver brugbare resultater.

Men stivheden for den benyttede bløde mineraluld, type 60, ligger nok nær den nedre grænse for, hvad der falder ind under forudsætningerne for mellem-lagsmaterialet i disse sandwichelementer.

Hvad angår vederlagsforholdene, er der ikke for de forskellige afprøvede vederlagsudformninger konstateret nogen klar forskel på forsøgsresultaternes overensstemmelse med teorien, idet en gennemsnitsværdi for udbøjningsmål taget på hver sin side af elementet stort set giver samme resultater for de forskellige vederlagsudformninger.

Det skal her bemærkes, at en eller anden form for forbindelsesstænger imellem yderlagene ved understøtningerne vil være en god foranstaltning til hindring af pludseligt sammenbrud som følge af træk- eller forskydningsbrud i mellemlaget.

Om resultaterne fra forsøgene, nemlig de i det elastiske stadium fundne udbøjninger, krumninger og momenter i yderlagene samt forskydning i mellemlaget, gælder:

Resultaterne fra forsøgene med elementer med tværlast alene ligger i gennemsnit 5-10% under de teoretiske værdier.

Resultaterne fra forsøgene med elementer med søjlelast (aksiallast) alene er ca. 2-3 gange så store som de teoretiske værdier. Det skal her bemærkes, at udbøjninger for søjlelast alene er små, sammenlignet med udbøjninger for tværlast.

Resultaterne fra forsøgene med elementer med både tværlast og søjlelast ligger hovedsagelig over de teoretiske værdier. For disse kombinerede belastninger er det sådan, at forsøg med små søjlebelastninger giver værdier lidt under eller lige omkring de teoretiske, og at forholdet imellem forsøgsværdi og teoretisk værdi er større, jo større søjlelasten er, og jo mindre tværlasten er. Som gennemsnitstal for de betragtede tilfælde kan angives forsøgsværdier omkring 20-30% over de teoretiske værdier.

Med hensyn til de materialeværdier, der er benyttet i resultatbehandlingen, gælder, at for betonen er benyttet den E-modul, der findes ved trykprøvning af betoncylindre med diameter 150 mm og højde 300 mm.

For mineralulden (Rockwool) er benyttet den  $G_M$ -modul, der findes ved forskydningsprøvning af mineraluldprøvelegemer med højde 200 mm og længde 800 mm indstøbt imellem 2 betonflanger. Prøvningen svarer således til, at det er et udsnit af en sandwichkonstruktion, der udføres forskydningsprøvning på.

Det ville nok være mere korrekt at benytte en E-modul for betonen i lagene i sandwichkonstruktionen, der er mindre end den, der findes ved trykprøvning af betoncylindre.

Det ville nok også være mere korrekt at benytte en  $G_M$ -modul for mellemlaget, der er større end den ved forskydningsprøvningen fundne.

Materialeleværdier, der er ændrede efter ovenstående retningslinier, vil bringe forsøgsresultaterne bedre i overensstemmelse med teorien.

De i sandwichelementerne indgående materialer har vist sig at have stor spredning på E-modul (beton) og  $G_M$ -modul (Rockwool) og i øvrigt også på materialestyrkerne.

Dette kan forklare de meget forskellige resultater, forsøgene har givet.

Det er også medvirkende til, at usikkerheden på resultaterne er stor.

For forsøg med søjlelast alene er usikkerheden på resultaterne blevet meget stor som følge af forsøgsopstillingen.

På grundlag af den gennemførte forsøgsrække skal det her konkluderes, at beregning af simpelt understøttede sandwichelementer for de betragtede belastningstilfælde, materialer og dimensioner kan foretages med rimeligt resultat efter teorien i kapitel 2.

Der må dog tages et vist forbehold for belastningstilfældet søjlelast alene, som bør tages op til nøjere undersøgelse. I denne forbindelse skal bemærkes, at det dimensionerede belastningstilfælde i praksis vil være søjlelast samtidig med tværlast for elementer anvendt som bærende facade.

Forsøg med sandwichelementer med materialer med E-modul og  $G_M$ -modul, der kan bestemmes med større sikkerhed, kunne give større sikkerhed på forsøgsresultaterne. Hermed fås bedre mulighed for fastsættelse af den E-modul og  $G_M$ -modul, som det vil være mest korrekt at indsætte i beregningsformlerne, idet der her tænkes på korrektionsfaktorer på størrelserne, afhængig af materialeprøvningsmetoden.

Den opstillede teori, der bygger på en konstruktionsmodel bestående af to delkonstruktioner (yderlagene) forbundet med hinanden med det mellemliggende lag, og som baserer sig på elasticitetsteorien, opererer ikke med normalspændinger i mellemlaget, hverken i elementets længderetning eller i tværretningen (vinkelret på lagene), og heller ikke med udbøjningsbidraget fra forskydningsspændingerne i yderlagene.

Det er endvidere forudsat, at reaktionen fra tværbelastning fordeles over tværsnittet "i fornødent omfang" via mellemlaget og eventuelle forstærkninger ved vederlaget, - hvilket kun delvis er opfyldt.

En nærmere undersøgelse af ovenstående vil måske kunne føre frem til formler, der giver en mere korrekt beregning af disse sandwichelementer, hvilket i særlig grad er påkrævet for belastningstilfældet søjlelast (aksiallast) alene. I denne forbindelse skal dog bemærkes, at det dimensionerende belastningstilfælde i praksis vil være søjlelast plus tværlast for elementer anvendt som bærende facade.

## 6. LITTERATURFORTEGNELSE

- [1] A.F. Andersen, H. Bohr, Richard Petersen:  
Matematisk Analyse II.  
København 1960.
- [2] Owe Eriksson:  
Statisk beregning af vindafstivende vægge  
i højhuse.  
Ingeniøren. 70. årgang. 1961 p. 453-462.
- [3] Riko Rosman:  
Die Statische Berechnung von Hochhauswänden  
mit Öffnungsreihen.  
Bauingenieur-Praxis, 65.  
Berlin 1965.
- [4] Klaus Stamm, Horst Witte:  
Sandwichkonstruktionen, Berechnung, Fertigung,  
Ausführung.  
Ingenieurbauten 3.  
Wien - New York 1974.
- [5] Egil Borchersen:  
Skivebygningers statik.  
Forelæsningsnotat nr. 42.  
Instituttet for Husbygning.  
Lyngby 1976.
- [6] Egil Borchersen, Lauritz Rasmussen:  
Bæreevnepforsøg med sandwichelementer med  
mineraluldskerne og krydsfinersflanger.  
Rapport nr. 112.  
Instituttet for Husbygning.  
Lyngby 1976.
- [7] Henning Larsen:  
Forsøg med tværbelastede betonsandwichkon-  
struktioner.  
Planlægningsrapport.  
Internt notat nr. 11.  
Instituttet for Husbygning.  
Lyngby 1976.
- [8] Henning Larsen:  
Forsøg med normalkraftbelastede betonsandwich-  
konstruktioner.  
Planlægningsrapport.  
Internt notat nr. 12.  
Instituttet for Husbygning.  
Lyngby 1976.
- [9] Henning Larsen:  
Sandwichelementer af beton og mineraluld.  
Forsøgsrapport. Supplement til Rapport nr. 125.  
Internt notat nr. 14.  
Instituttet for Husbygning.  
Lyngby 1978.

## Oversigt over forsøgselementer

| Element nr.       | Tværsnit, nominelt<br>$h_A$ - $m$ - $h_B$<br>cm | længde<br>$l$<br>m | Mineraluld<br>type $G_M$<br>$MN/m^2$ | Beton<br>$E$<br>$10^3 MN/m^2$ | $\alpha l$             | $\zeta$                 | Belastning<br>og<br>understøtning |
|-------------------|-------------------------------------------------|--------------------|--------------------------------------|-------------------------------|------------------------|-------------------------|-----------------------------------|
| 111<br>112<br>113 | 3-30-3<br>50                                    | 4,00               | 100/1 2,75                           | 33,8                          | 9,73<br>10,15<br>10,15 | 0,003<br>0,003<br>0,003 |                                   |
| 121<br>122<br>123 | 5-20-5<br>50                                    | 4,00               | 100/1 2,75                           | 45,4                          | 3,83<br>3,83<br>3,83   | 0,013<br>0,013<br>0,013 |                                   |
| 131<br>132<br>133 | 5-20-5<br>50                                    | 4,00               | 100/1 2,75                           | 31,9                          | 4,29<br>4,45<br>4,46   | 0,014<br>0,013<br>0,013 |                                   |
| 141<br>142<br>143 | 5-20-3<br>50                                    | 2,67               | 100/1 2,75                           | 45,2                          | 2,87<br>2,81<br>2,82   | 0,012<br>0,012<br>0,012 |                                   |
| 151<br>152<br>153 | 5-20-3<br>50                                    | 2,67               | 100/2 3,90                           | * 21,6                        | 5,31<br>5,57<br>5,57   | 0,011<br>0,010<br>0,010 |                                   |
| 211<br>212<br>213 | 5-15-3<br>30                                    | 2,67               | 60/2 0,65                            | * 24,4                        | 1,82<br>1,82<br>1,80   | 0,017<br>0,017<br>0,017 |                                   |
| 221<br>222<br>223 | 3-15-3<br>50                                    | 2,67               | 60/3 1,55                            | 33,8                          | 3,44<br>3,38<br>3,32   | 0,010<br>0,010<br>0,010 |                                   |
| 241<br>242<br>243 | 3-15-3<br>50                                    | 2,67               | 60/1 0,75                            | 37,2                          | 2,25<br>2,25<br>2,25   | 0,010<br>0,010<br>0,010 |                                   |
| 251<br>252<br>253 | 5-20-3<br>50                                    | 2,67               | 100/1 2,75                           | 32,4                          | 3,31<br>3,09<br>3,45   | 0,012<br>0,013<br>0,011 |                                   |
| 261<br>262<br>263 | 5-20-3<br>50                                    | 2,67               | 100/1 2,75                           | * 25,3                        | 4,24<br>4,15<br>4,26   | 0,011<br>0,011<br>0,011 |                                   |
| 271<br>272<br>273 | 5-20-3<br>50                                    | 2,67               | 100/1 2,75                           | * 24,4                        | 4,19<br>4,32<br>4,20   | 0,011<br>0,011<br>0,011 |                                   |
| 281<br>282<br>283 | 5-15-3<br>30                                    | 2,67               | 60/2 0,65                            | * 24,9                        | 1,61<br>1,61<br>1,57   | 0,017<br>0,017<br>0,018 |                                   |
| 291<br>292<br>293 | 5-20-5<br>50                                    | 2,67               | 60/1 0,75                            | * 23,9                        | 1,84<br>1,79<br>1,82   | 0,013<br>0,013<br>0,013 |                                   |

Se bemærkninger i afsnit 3.1.