INSTITUTTET FOR HUSBYGNING

Rapport nr. **103**

BJARNE CHR. JENSEN

FORSØG MED STRIBEFORMEDE BELASTNINGER PÅ BETON

Den polytekniske Læreanstalt, Danmarks tekniske Højskole

Lyngby 1973

Forsøg med stribeformede belastninger på beton.

Bjarne Chr. Jensen.

Resumé.

I rapporten beskrives nogle forsøg med stribeformede belastninger på 20x20x30 cm betonprismer.

Forsøgsresultaterne sammenlignes med forskellige formler, og det vises, at et sæt formler fremsat af Wästlund giver bedst overensstemmelse.

Formlen i de eksisterende jernbetonnormer og i vejledningen til de kommende normer for betonkonstruktioner er på den sikre side.



INDHOLD

	Side
Indledning	1
Forsøg	2
Vurdering	9
Bauschinger og Wästlund	9
Kriz og Raths	14
Holmberg	15
Konklusion	18

INDLEDNING

I forårssemestret 1973 blev der på Instituttet for Husbygning udført forsøg med nogle elementer, til hvis fremstilling der anvendtes færdigblandet beton. Ved fremstillingen af elementerne blev der noget beton til rest, og det er med denne beton, de beskrevne forsøg er udført.

Formålet med forsøgene er at belyse prismatiske betonlegemers bæreevne ved koncentrerede stribeformede belastninger.

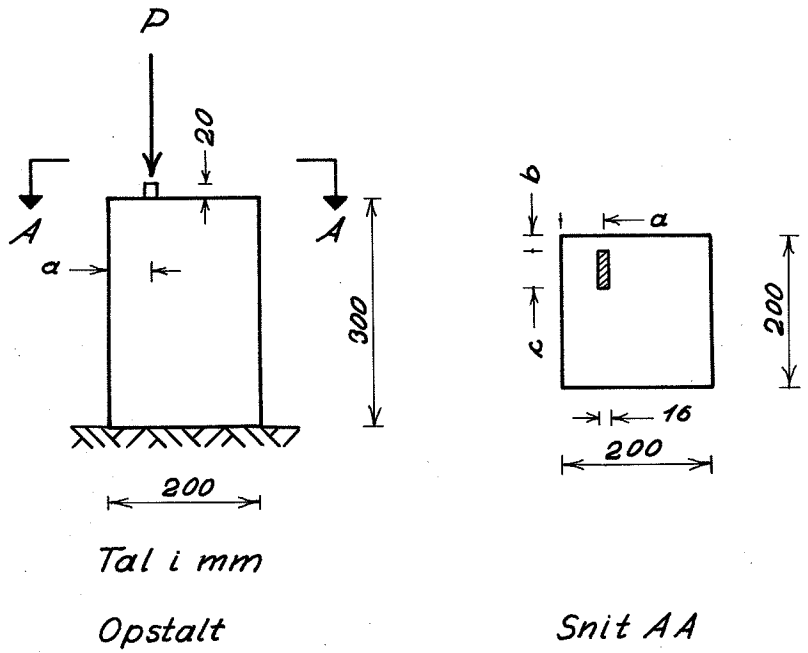
FORSØG

Der blev udført 3 forsøgsserier. Ved hver serie blev der udstøbt 6 stk. 15x30 cm prøvecylindre og henholdsvis 8, 12 og 12 prismer med dimensionerne 20x20x30 cm.

Prøvecylindrene afformedes eet døgn efter udstøbningen og lagredes i plastfolie med våde klude. Prismerne udstøbtes i 2 sæt forme af 12,5 mm krydsfiner, hvor en 20x30 cm side på prismet var opad og udækket. Prismerne afformedes efter to døgn og stod derefter i forsøgshallen indtil prøvningen. Den tredje forsøgsserie udstøbtes en fredag og afformning af såvel cylindre som prismer fandt, for denne serie, først sted den efterfølgende mandag, d.v.s. efter tre døgn.

Ved hver serie blev 3 prøvecylindre brugt til måling af betonens cylindertrykstyrke, og de 3 andre prøvecylindre blev brugt til måling af spaltetrækstyrken. Cylindrene blev afprøvet i Laboratoriet for Bygningsmaterialers 200 t Amsler presse. Ved prøvningen anvendtes belastningshastigheder som beskrevet i DS-forslag M20, blad 3 og blad 5, d.v.s. 5 kp/cm^2 pr. sek. ved trykstyrke og 0,5 kp/cm^2 pr. sek. ved spaltetrækstyrke.

Prismerne blev ligeledes afprøvet i Amsler pressen, ved at der foroven på prismet med gips var anbragt en stålklods med en bredde på 1,6 cm og en højde på 2 cm. Længde og placering af stålklodsen fremgår af figur 1 og tabel 1. Prismets underside stod direkte på pressens stålplade. På denne måde blev betonprismerne belastet på hele undersiden, og på oversiden belastedes prismet gennem stålklodsen.



Figur 1: Belastningsprincip.

Ved belastningen af prismerne anvendtes en mindre belastningshastighed end ved trykprøvningen, idet der ved trykprøvningen blev anvendt ca. 890 kp pr. sek., medens der ved stribebelastningerne blev anvendt ca. 260 kp pr. sek.

Ved den første forsøgsserie skete der et uheld med sideforskallingen ved støbningen af 6 prismer, således at der i den ene side kom en trekantet vulst på prismerne (se figur 2). Vinklerne forblev imidlertid 90° mellem de to endeflader og de tre øvrige sideflader, så vulsten er vurderet til ikke at have nogen betydning med den anvendte placering af stålklodserne. (Man kan f.eks. sammenligne forskellen på forsøg 1 og 2 med forskellen på forsøg 21 og 22.)

Resultaterne af forsøgene fremgår af tabel 1. Den sidste kolonne i tabellen er brudkraften

delt med arealet af stålklodsen svarende til en ensformig fordelt spænding umiddelbart under stålklodsen.

Serie	For-søg nr.	a mm	b mm	c mm	BETON trykstyrke σ'_b MN/m^2	BETON Spalte trækstyrke σ_b MN/m^2	Bæreevne P kN	Spænding σ'_{ff} MN/m^2
	01		0	200			250	78,2
	02		0	200			234	73,2
	03		0	80			128	99,9
1	04	61	10	80	32,1	3,00	120	93,6
	05		25	80			144	112
	06		40	80			157	123
	07		50	80			144	112
	08		60	80			186	146
	09		0	200			226	70,7
	10		0	200			195	60,8
	11		0	80			116	90,4
	12		0	80			108	84,2
	13		15	80			130	102
2	14	32	15	80	35,9	2,68	112	87,3
	15		30	80			153	119
	16		30	80			150	117
	17		45	80			142	111
	18		45	80			130	102
	19		60	80			143	112
	20		60	80			155	121
	21		0	200			283	88,4
	22		0	200			312	97,4
	23		0	100			228	142
	24		0	100			195	122
	25		10	100			243	152
3	26	61	10	100	32,5	2,98	197	123
	27		25	100			234	146
	28		25	100			226	141
	29		40	100			245	153
	30		40	100			274	171
	31		50	100			239	150
	32		50	100			213	133

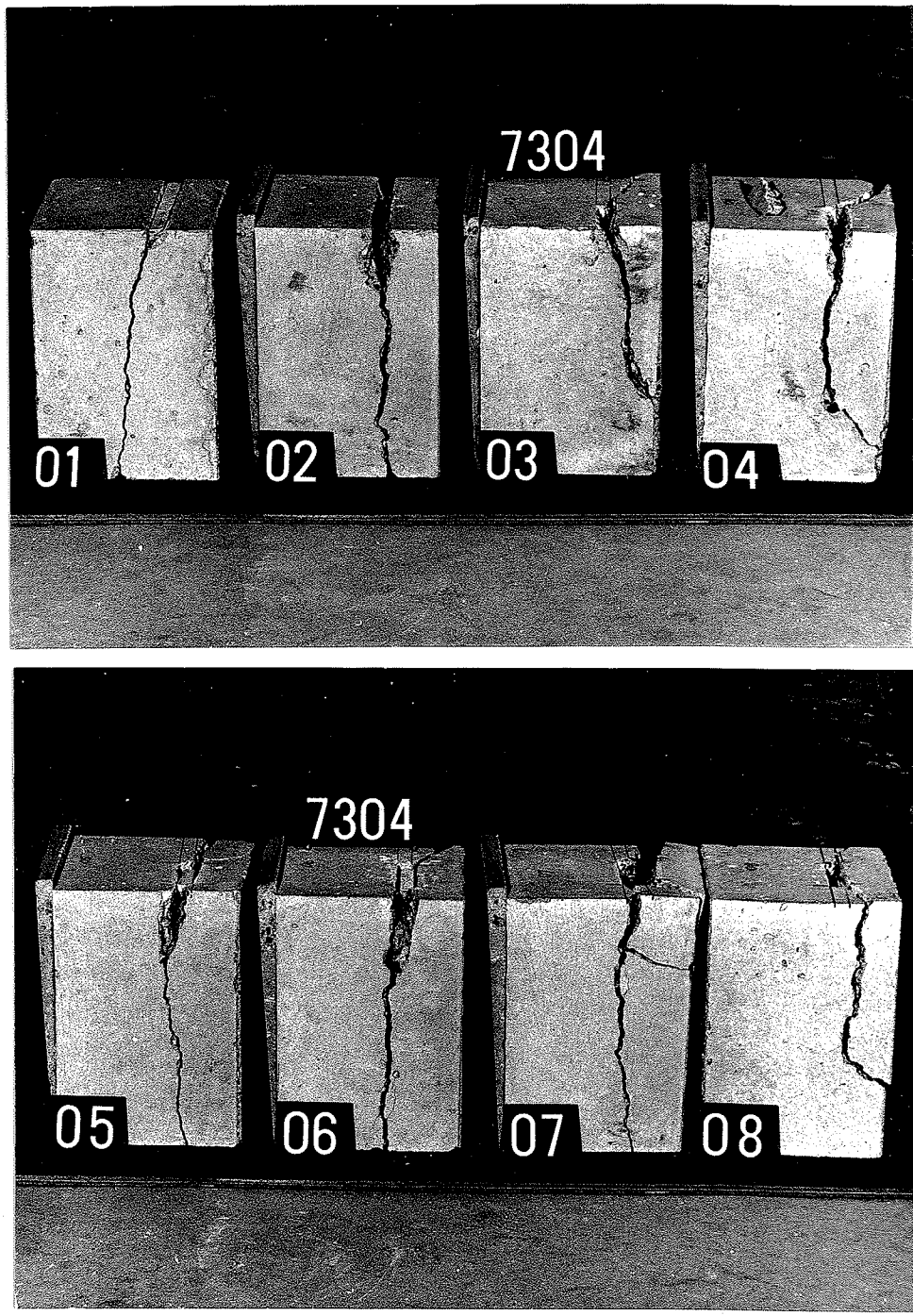
Tabel 1: Forsøgsresultater.

Prøvningen af de enkelte serier fandt sted således, at serie 1 blev prøvet 14 døgn efter udstøbningen, serie 2 15 døgn efter og serie 3 17 døgn efter.

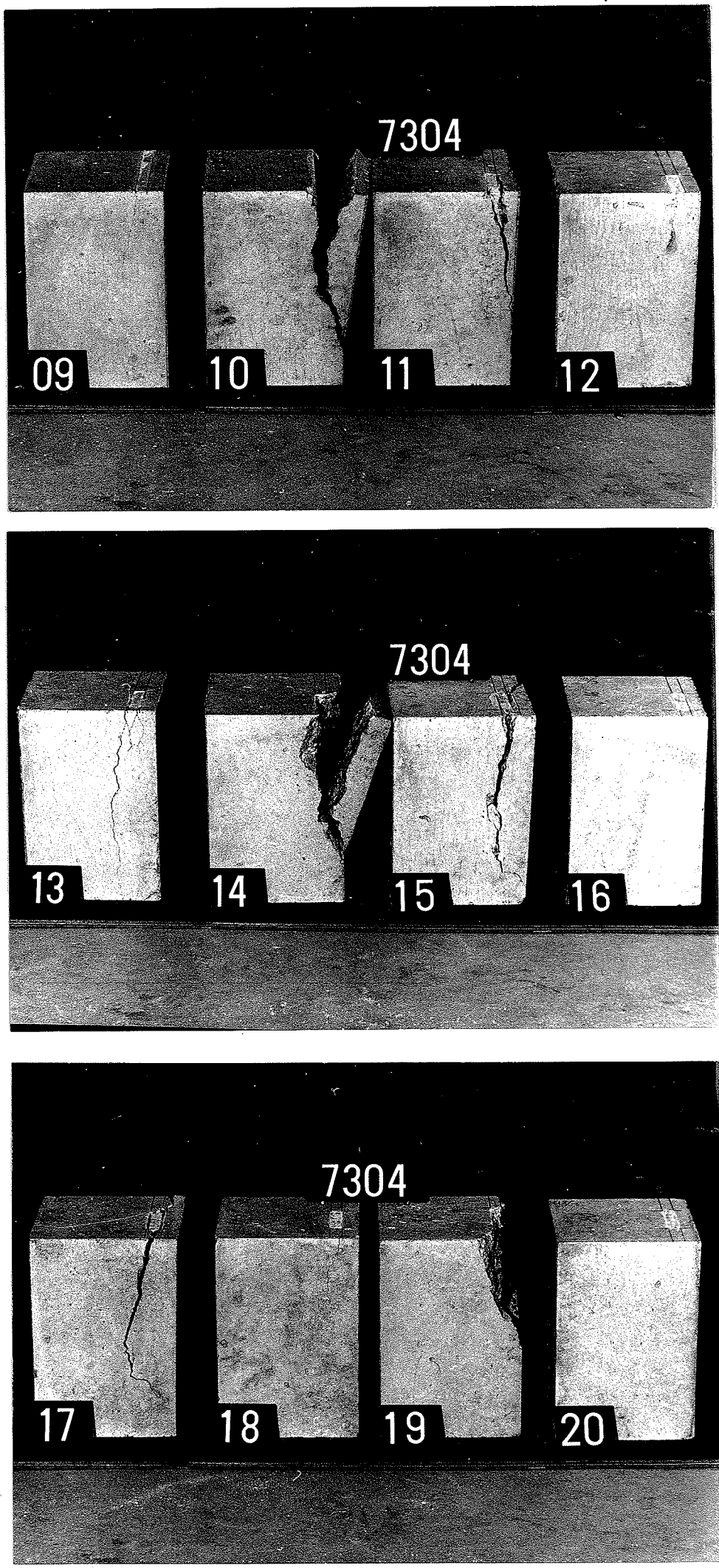
Forsøgene forløb stort set ens, idet prismerne belastedes med konstant belastningshastighed indtil en maksimalværdi. Denne kraft blev holdt et kort stykke tid, derefter faldt lasten lidt, og bruddet indtrådte. Enkelte forsøg blev standset, idet lasten begyndte at falde, således at prismet i enkelte tilfælde ikke har synlige revner (f.eks. forsøg 16 på figur 3).

Som det fremgår af figur 2, 3 og 4, var alle bruddene spaltningsbrud. Umiddelbart under stålpladen dannedes en kile med en højde på 4-5 cm, og denne kiles indtrængen har formodentlig givet spaltningsbruddet.

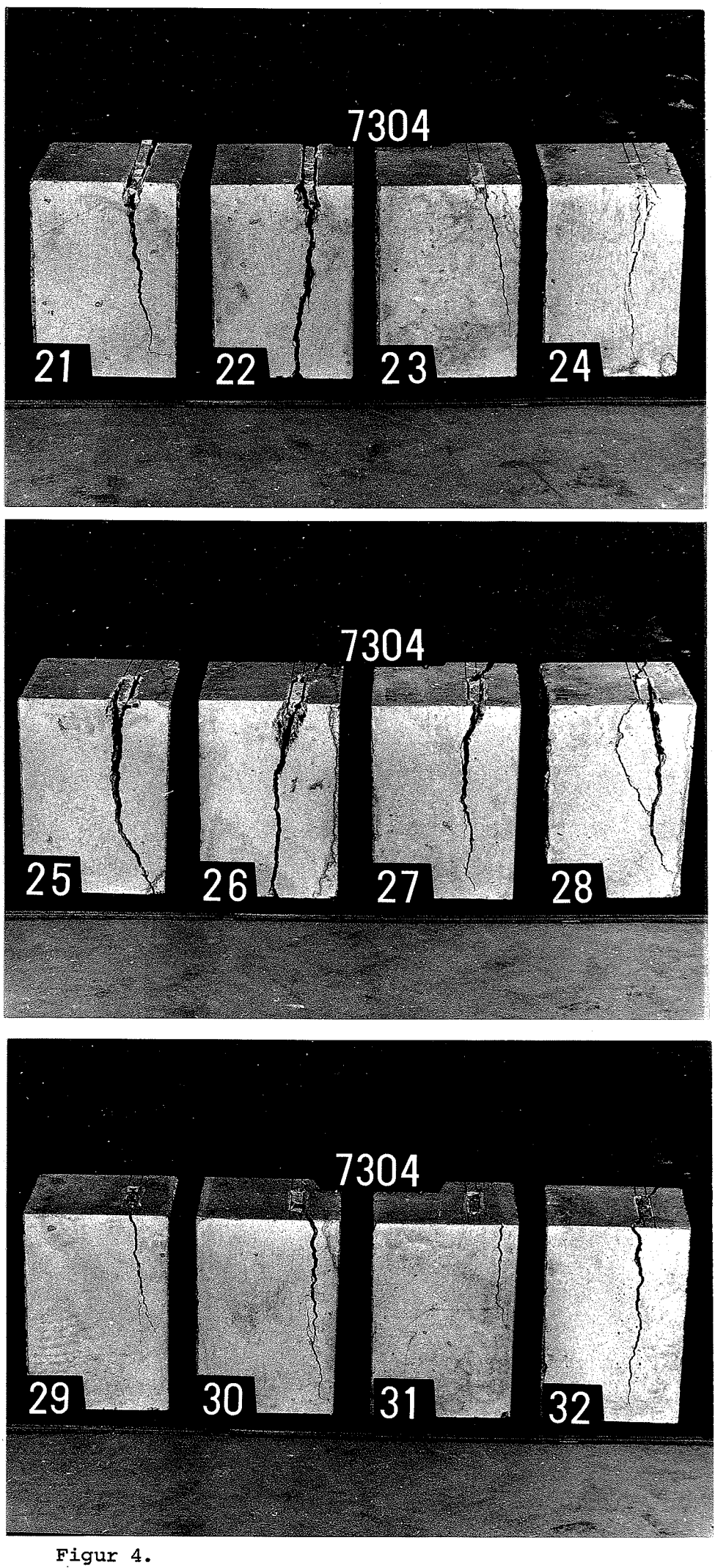
Spaltningsbrudrevnernes forløb er forskelligt afhængig af stålklodsernes placering og længde, hvilket fremgår af figur 2, 3 og 4.



Figur 2.



Figur 3.



Figur 4.

VURDERING

En sammenligning af forsøg 01 og 02 med forsøg 21 og 22 viser, at den sidste forsøgsserie har en større bæreevne end den første. Da man med prøvecylindrene har fået næsten den samme styrke, må afvigelsen skyldes forskelle ved prismerne. En nærliggende antagelse er, at afvigelserne skyldes forskellen i prøvelegemernes alder på prøvetidspunktet. Alle bruddene var spaltningsbrud, d.v.s. at betonens trækstyrke formodentlig har været den afgørende. Efter ca. 2 døgn vokser betons trækstyrke med udtørringen, d.v.s. at serie 3's trækstyrke har været større end trækstyrken ved serie 1, da alle prismerne har været tørlagret, hvorimod prøvecylindrene har været vådlagret. Denne tidsforskel i afprøvningen kan næppe dække en forskel på ca. 20%; men det anslås, at omkring halvdelen af forskellen skyldes prøvetidspunktet.

I det følgende er foretaget en sammenligning af resultaterne med forskellige teorier.

Bauschinger og Wästlund.

Når et prisme af beton belastes til brud, ved at belastningen på den ene flade påføres på en del af fladen (f), vil den have en bæreevne, der i forhold til en belastning på hele fladen (F), er:

$$P_f = P_F \sqrt[3]{\frac{f^2}{F^2}}$$

hvor

P_f = Bæreevne ved belastning af fladen f.

P_F = Bæreevne ved belastning af hele fladen F.

Indføres $P_f = \sigma'_f \cdot f$ og $P_F = \sigma'_F \cdot F$ findes brudspændingen for den lille flade f til:

$$\sigma'_f = \sigma'_F \sqrt[3]{\frac{F}{f}}$$

hvor σ'_F er brudspændingen, når begge endeflader på prismet er helt belastet. Er der tale om ter-

ninger, er σ'_F netop lig med terningsstyrken.

Denne empiriske formel fremsattes for sandstensprismer i 1876 af J. Bauschinger [1], og er bekræftet (1887) af C. Bach [2], ligeledes for sandstensprismer. O. Graf [3] udførte i 1919 nogle forsøg med betonprismer, der viste, at formlen også gælder for beton.

I sin afhandling fra 1934 har Wästlund [4] eftervist formlens gyldighed, når arealforholdet $\frac{f}{F} \geq 0{,}20$, medens man for mindre arealforhold får en forøgelse af brudspændingen, således at man efter Wästlund bør regne med

$$\sigma'_f = \sigma'_F \sqrt[3]{\frac{F}{f}} \qquad \text{for } \frac{f}{F} \geq 0{,}20$$

$$\sigma'_f = 0{,}765\, \sigma'_F \sqrt{\frac{F}{f}} \qquad \text{for } \frac{f}{F} < 0{,}20$$

Bach, Graf og Wästlund beskæftiger sig kun med en central placering af arealet f; men Bauschinger anfører, at formlen også gælder ved ekscentrisk placering af f, hvis man til F medregner det areal, der bliver tilbage, når man ser bort fra så meget at prismet, at resten bliver centralt belastet.

Det i formlerne indgående σ'_F svarer, som tidligere nævnt, til brudspændingen, når begge prismets endeflader belastes helt. Er der tale om en terning, bliver σ'_F således terningsstyrken. Ved forøget prøvelegemehøjde aftager σ'_F i forhold til terningsstyrken, og ved formindsket højde stiger σ'_F.

Wästlund har angivet en formel for denne sammenhæng

$$\sigma'_F = \sigma'_T \left(0{,}7+0{,}3\, \frac{\sqrt{F}}{h}\right)$$

Denne formel er noget konservativ ved vurderingen af σ'_F.

Efter Graf [5] kan prismestyrken, ved prismer af den her anvendte størrelse, forventes at være stort set det samme som terningsstyrken. Ved den følgende behandling af forsøgsresultaterne vil σ'_F derfor være sat lig med σ'_T.

Den af Bauschinger angivne formel er medtaget i de danske jernbetonnormer fra 1930, hvor den angives for centralt belastede betonkvadere.

I jernbetonnormerne fra 1949 er formlen uændret medtaget, bortset fra en trykfejl, hvorved forøgelsen af de tilladelige spændinger er henført til arealet F. I de kommende normer for betonkonstruktioner findes formlen igen; men nu også for ekscentrisk belastning. Forøgelsen af den tilladelige spænding under f er i begge tilfælde sat til maksimalt det dobbelte af den tilladelige spænding for betonen i øvrigt.

I tabel 2 er forsøgsresultaterne sammenlignet med såvel Bauschingers som Wästlunds formel.

Ved forsøgene er betonens cylindertrykstyrke målt, hvilket der er taget hensyn til, idet cylindertrykstyrken er sat til 0,8 x terningtrykstyrken. De teoretiske værdier er derfor fundet af formlerne:

$$\sigma'_{fB} = 1{,}25 \cdot \sigma'_b \sqrt[3]{\frac{F}{f}} \qquad \text{(Bauschinger)}$$

$$\sigma'_{fW} = 1{,}25 \cdot \sigma'_b \sqrt[3]{\frac{F}{f}} \quad \text{for } \frac{f}{F} - 0{,}2$$

$$\sigma'_{fW} = 0{,}956 \cdot \sigma'_b \sqrt{\frac{F}{f}} \quad \text{for } \frac{f}{F} \quad 0{,}2 \qquad \text{(Wästlund)}$$

I formlerne er σ'_b betonens cylindertrykstyrke fra tabel 1.

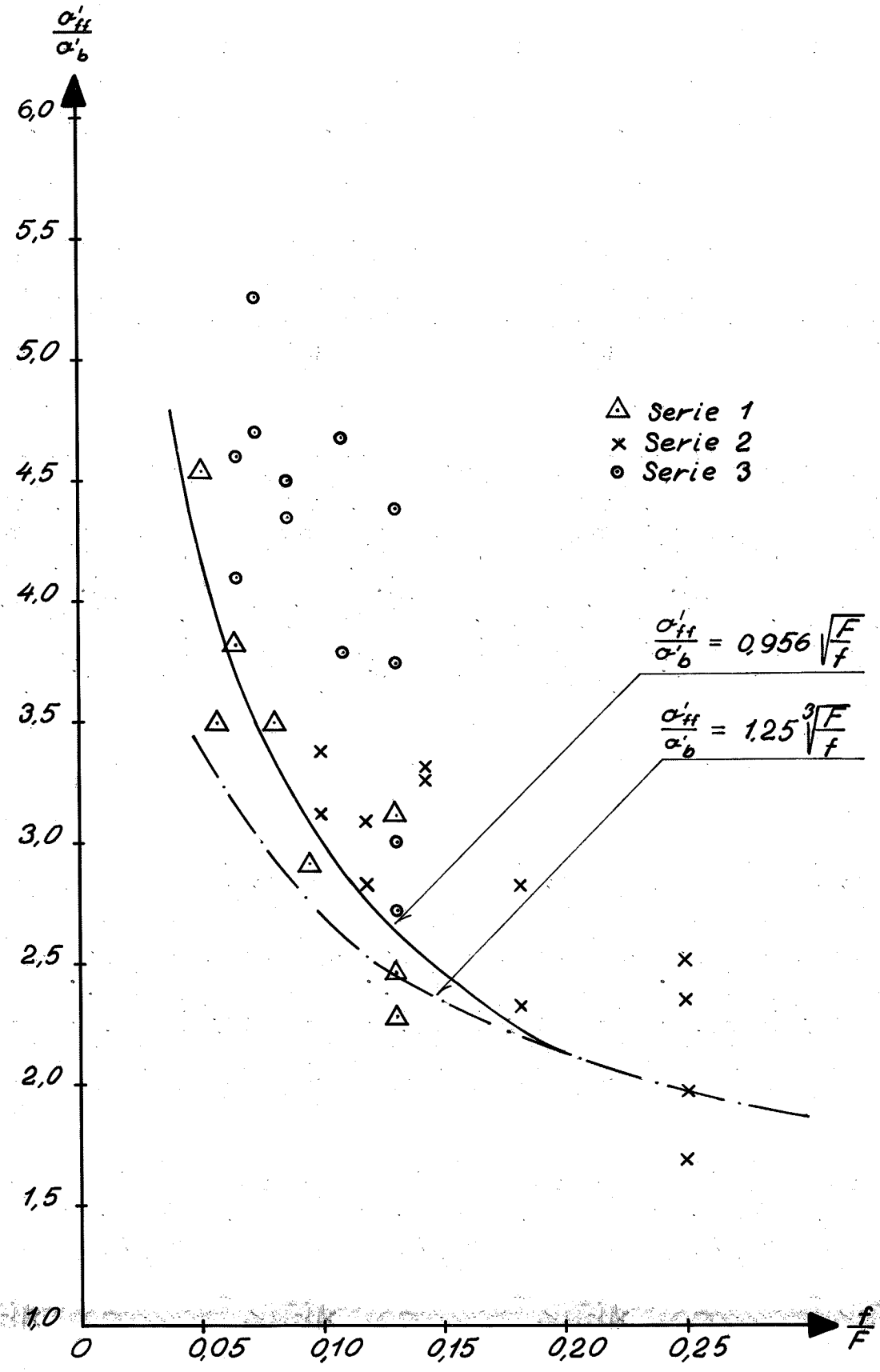
I tabellen er også medtaget forholdet mellem den teoretiske brudspænding efter formlerne ovenfor og brudspændingen fundet ved forsøgene. Gennemsnittet af disse forhold er udregnet for de enkelte serier og for alle forsøgene. Såvel dette som figur 5 viser, at Wästlunds formel passer bedst

med forsøgsresultaterne.

Serie	Forsøg nr.	f cm^2	F cm^2	$\frac{F}{f}$	$\frac{\sigma'_{ff}}{\sigma'_b}$	Bauschinger		Wästlund	
						σ'_{fB} MN/m^2	$\frac{\sigma'_{ff}}{\sigma'_{fB}}$	σ'_{fW} MN/m^2	$\frac{\sigma'_{ff}}{\sigma'_{fW}}$
1	01	32	244	7,625	2,45	63,3	1,23	84,7	0,93
	02	32	244	7,625	2,28	63,3	1,16	84,7	0,86
	03	12,8	97,6	7,625	3,11	63,3	1,58	84,7	1,18
	04	12,8	122	9,53	2,92	68,1	1,37	94,9	0,99
	05	12,8	158,6	12,39	3,50	74,4	1,51	108	1,04
	06	12,8	195,2	15,25	3,82	79,7	1,54	120	1,02
	07	12,8	219,6	17,16	3,50	82,8	1,37	127	0,88
	08	12,8	244	19,06	4,54	85,7	1,70	134	1,09
2	09	32	128	4,00	1,97	71,2	0,99	71,2	0,99
	10	32	128	4,00	1,69	71,2	0,85	71,2	0,85
	11	12,8	51,2	4,00	2,52	71,2	1,27	71,2	1,27
	12	12,8	51,2	4,00	2,35	71,2	1,18	71,2	1,18
	13	12,8	70,4	5,50	2,83	79,2	1,28	80,7	1,26
	14	12,8	70,4	5,50	2,43	79,2	1,10	80,7	1,08
	15	12,8	89,6	7,00	3,32	85,8	1,39	91,0	1,31
	16	12,8	89,6	7,00	3,26	85,8	1,36	91,0	1,29
	17	12,8	108,8	8,50	3,09	91,6	1,21	100	1,11
	18	12,8	108,8	8,50	2,83	91,6	1,11	100	1,02
	19	12,8	128	10,00	3,12	96,7	1,16	108	1,04
	20	12,8	128	10,00	3,38	96,7	1,25	108	1,12
3	21	32	244	7,625	2,72	80,0	1,11	85,8	1,03
	22	32	244	7,625	3,00	80,0	1,22	85,8	1,14
	23	16	122	7,625	4,38	80,0	1,78	85,8	1,66
	24	16	122	7,625	3,74	80,0	1,52	85,8	1,42
	25	16	146,4	9,15	4,68	85,0	1,79	93,9	1,62
	26	16	146,4	9,15	3,79	85,0	1,45	93,9	1,31
	27	16	183	11,44	4,50	91,5	1,60	105	1,39
	28	16	183	11,44	4,35	91,5	1,54	105	1,35
	29	16	219,6	13,73	4,70	97,3	1,57	115	1,33
	30	16	219,6	13,73	5,26	97,3	1,76	115	1,49
	31	16	244	15,25	4,60	101	1,48	121	1,24
	32	16	244	15,25	4,10	101	1,32	121	1,10

Serie 1	Middel:	$\frac{\sigma'_{ff}}{\sigma'_{fB}} = 1,43$	$\frac{\sigma'_{ff}}{\sigma'_{fW}} = 1,00$
Serie 2	Middel:	$\frac{\sigma'_{ff}}{\sigma'_{fB}} = 1,18$	$\frac{\sigma'_{ff}}{\sigma'_{fW}} = 1,13$
Serie 3	Middel:	$\frac{\sigma'_{ff}}{\sigma'_{fB}} = 1,51$	$\frac{\sigma'_{ff}}{\sigma'_{fW}} = 1,34$
Serie 1+2+3	Middel:	$\frac{\sigma'_{ff}}{\sigma'_{fB}} = 1,37$	$\frac{\sigma'_{ff}}{\sigma'_{fW}} = 1,18$

Tabel 2: Forsøgsresultater sammenlignet med Bauschingers og Wästlunds formler.



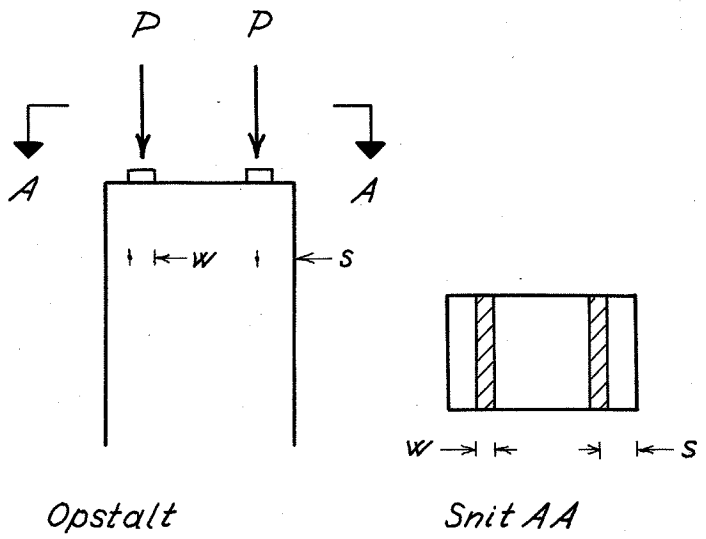
Figur 5. Forsøgsresultater sammenlignet med Bauschingers og Wästlunds formler.

Kriz og Raths.

På grundlag af en forsøgsserie, hvor et betonlegeme blev belastet som vist på figur 6, har Kriz og Raths [6] opstillet en formel for brudspændingen under den belastede flade

$$\sigma'_{fKR} = 5{,}73 \sqrt{\sigma'_b} \sqrt[3]{\frac{s}{w}} \qquad [MN/m^2]$$

Betydningen af s og w fremgår af figur 6.



Figur 6: Forsøg af Kriz og Raths.

Ved de forsøg, der ligger til grund for formlen, var der 2 symmetrisk anbragte ens plader. De mindste plader havde en bredde (w) på 2,5 cm. Forsøgene adskiller sig således en del fra de her gennemførte, og tabel 3 viser da også, at Kriz og Raths' formel giver for små værdier. I tabel 3 er kun medtaget de forsøg, hvor den belastede plade havde hele prismets bredde.

Det interessante ved formlen er imidlertid, at den har en tredjerodsafhængighed af arealerne på samme måde som Bauschinger. Derimod er der i formlen brugt $\sqrt{\sigma'_b}$, altså en afhængighed af trækstyrken, hvilket også må være mere rigtigt, da der er tale om spaltning af prøvelegemerne.

Forsøg nr.	s cm	w cm	σ'_b MN/m²	σ'_{fKR} MN/m²	$\frac{\sigma'_{ff}}{\sigma'_{fKR}}$
01	6,1	1,6	32,1	50,7	1,54
02	6,1	1,6	32,1	50,7	1,44
09	3,2	1,6	35,9	43,3	1,63
10	3,2	1,6	35,9	43,3	1,41
21	6,1	1,6	32,4	50,9	1,71
22	6,1	1,6	32,4	50,9	1,91

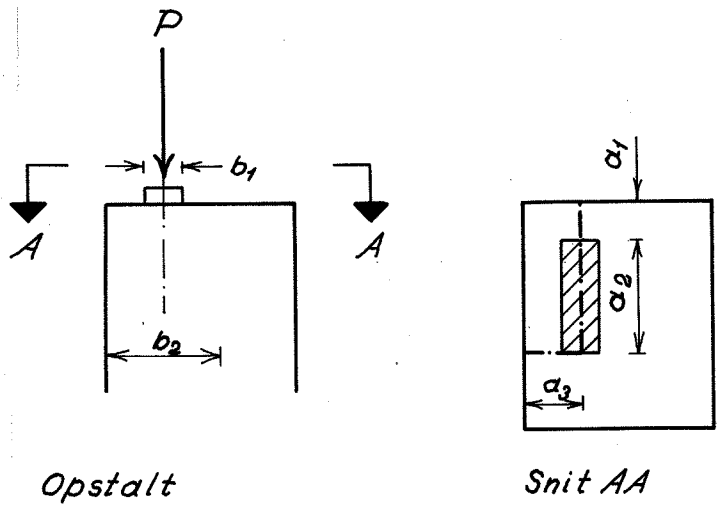
Middel: $\frac{\sigma'_{ff}}{\sigma'_{fKR}} = 1,61$

Tabel 3. Forsøgsresultaterne sammenlignet med Kriz og Raths' formel.

En erstatning af σ'_b med $\sqrt{\sigma'_b}$ i Bauschingers og Wåstlunds formel tjener intet formål med de værdier, der er anvendt ved de heri beskrevne forsøg, da der næsten ingen variation er i σ'_b.

Holmberg.

En brudhypotese fremsat af Åke Holmberg [7] fremgår af figur 7



$a = a_1 + a_2 + a_3$ $\quad b_2 = 2a_3$

$\sigma' = \frac{P}{ab_1}$

$\frac{b_1}{b_2} < 0,10$ $\quad \sigma'_H = \beta_1 \frac{b_2}{b_1} \cdot \sigma'_b$

$\frac{b_1}{b_2} > 0,25$ $\quad \sigma'_H = \beta_2 \cdot \sigma'_b$

Figur 7: Holmbergs hypotese.

I hypotesen er

a_2 længden af stribelasten.

a_1, a_3 længden af de nærmeste linier til en betonkant.

Konstanterne β_1 og β_2 finder Holmberg på grundlag af forsøg til 0,12 og 0,88.

For $\frac{b_1}{b_2} < 0{,}10$ angiver Holmberg, at det er trækstyrken, der er afgørende. Værdien 0,12 for β_1 er fundet for forsøg, hvor cylinderstyrkerne er omregnet til 25 MN/m^2. Ændres formlen således at trækspændingen (proportional med $\sigma_b'^{2/3}$) indgår, og således at overensstemmelse opnås ved $\sigma_b' = 25$ MN/m^2, bliver formlen

$$\sigma_H' = 0{,}35 \frac{b_2}{b_1} (\sigma_b')^{2/3}$$

En sammenligning mellem Holmbergs hypotese og disse forsøg er vist i tabel 4.

Ved forsøgsserie 1 og 3 er $\frac{b_1}{b_2} = 0{,}131$, altså i et interval, hvor Holmbergs hypotese ingen værdi angiver. På grundlag af figur 1 i [7] skønnes σ_H' til 32 MN/m^2 ved disse serier. Ved forsøgsserie 2 er $\frac{b_1}{b_2} = 0{,}25$. σ_H' bliver ved denne serie således 31,6 MN/m^2.

Som det fremgår af tabellen giver Holmbergs hypotese for små værdier.

Brudspændingen (σ_{ff}') under en stålklods, der ikke er så lang som prismet er bredt, men som ligger ud til prismets ene kant (f.eks. forsøg 11 og 12), er højere end ved en plade der har en længde som er hele prismets bredde (f.eks. forsøg 09 og 10). (Se tabel 1). Efter Bauschinger og Wästlund skulle disse spændinger være ens (tabel 2), hvorimod Holmberg får denne forøgelse med, hvilket fremgår af at forholdet $\frac{\sigma_{fH}}{\sigma_H'}$ er næsten ens ved forsøgene 09 - 12.

Serie	Forsøg	a cm	$\sigma'_{fH} = \frac{P}{a \cdot b_1}$ MN/m²	$\frac{\sigma'_{fH}}{\sigma'_H}$	Middel $\frac{\sigma'_{fH}}{\sigma'_H}$
1	01	20	78,2	2,45	1,84
	02	20	73,2	2,29	
	03	14,1	56,7	1,77	
	04	15,1	49,6	1,55	
	05	16,6	54,1	1,69	
	06	18,1	52,3	1,70	
	07	19,1	47,1	1,47	
	08	20	58,1	1,82	
2	09	20	70,7	2,24	2,00
	10	20	60,8	1,92	
	11	11,2	64,6	2,04	
	12	11,2	60,2	1,90	
	13	12,7	64,1	2,03	
	14	12,7	55,0	1,74	
	15	14,2	67,1	2,12	
	16	14,2	66,0	2,09	
	17	14,4	62,5	1,98	
	18	14,4	57,3	1,81	
	19	14,4	63,1	2,00	
	20	14,4	68,3	2,16	
3	21	20	88,4	2,76	2,52
	22	20	97,4	3,04	
	23	16,1	88,3	2,76	
	24	16,1	75,6	2,36	
	25	17,1	88,9	2,78	
	26	17,1	72,1	2,25	
	27	18,6	78,7	2,46	
	28	18,6	76,0	2,38	
	29	20	76,4	2,39	
	30	20	85,5	2,67	
	31	20	74,8	2,34	
	32	20	66,6	2,08	

Tabel 4: Forsøgsresultater sammenlignet med Holmbergs hypotese.

Ud over at Holmbergs hypotese, med de valgte konstanter, giver for små værdier, har hypotesen den fejl, at den kun delvis tager hensyn til stribelastens længde (a_2 på figur 7). Efter hypotesen skal totalbæreevnen ved forsøg 29-32 således være den samme som ved forsøg 21 og 22, hvilket ikke er tilfældet.

KONKLUSION

Forsøgsresultaterne er sammenlignet med forskellige formler, der alle giver for små værdier af bæreevnen i forhold til de fundne.

Af de afprøvede formler, er det dem, der er fremsat af Wästlund, der giver bedst overensstemmelse.

Den formel, der er i de eksisterende jernbetonnormer, og som er medtaget i vejledningen til de foreslåede nye normer for betonkonstruktioner, er således på den sikre side. Vejledningens maksimale forøgelse af spændingen under belastningsfladen på 2 i forhold til trykstyrken er meget konservativ, og den heri beskrevne forsøgsserie viser, at den kan øges.

LITTERATUR

[1] J. Bauschinger: Mittheilungen aus dem Mechanisch-Technischen Laboratorium der Köngl. Polytechn. Schule in München. 6. Heft, 1876.

[2] C. Bach: Elastizität und Festigkeit, 8. udgave, Springer Verlag, Berlin, 1920.

[3] O. Graf: Versuche mit Beton- und Eisenbetonquadern zu Brückengelenken und Auflagern. Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, Heft 232, Berlin 1921.

[4] G. Wästlund: Untersuchungen über die Festigkeit von Beton, Stockholm 1934.

[5] Graf, Albrecht og Schäffler: Die Eigenschaften des Betons, 2. udgave, Springer Verlag. Berlin, Göttingen, Heidelberg, 1960.

[6] L.B. Kriz og C.H. Raths: Connections in Precast Concrete Structures - Bearing Strength of Column Heads. Journal of the Prestressed Concrete Institute, Vol. 8, No. 6, Dec. 1963.

[7] Å. Holmberg: Hållfastheten hos Betongkroppar med stämpelbelastade ytor. Nordisk Betong, nr. 1, 1972.