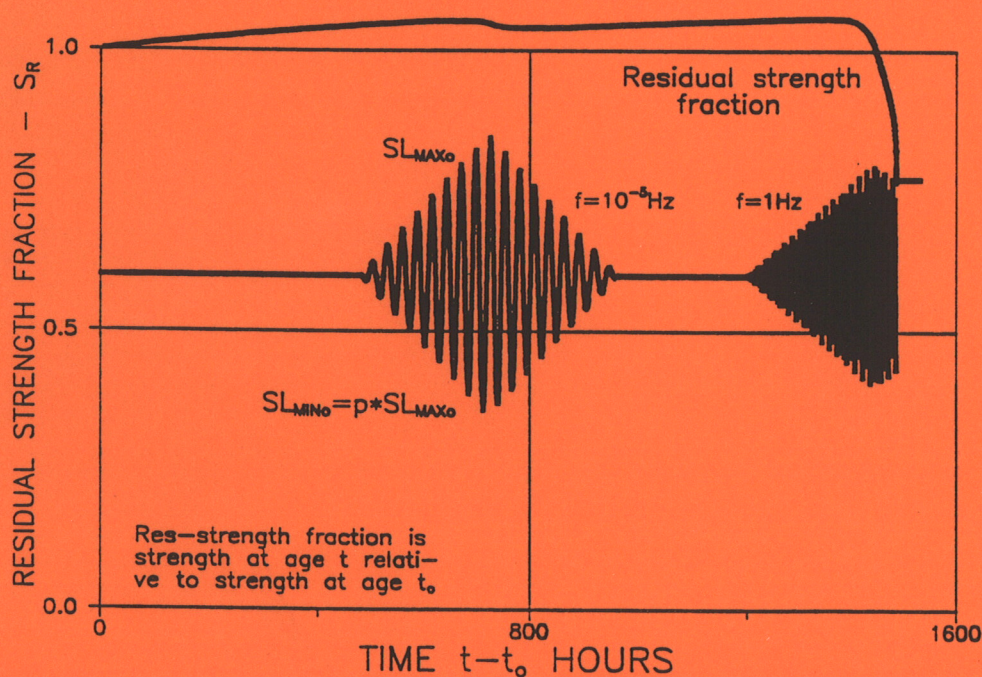


Træthed og reststyrke i beton og andre viskoelastiske materialer med ældning

Lauge Fuglsang Nielsen



Levetid og reststyrke af beton belastet som vist i en alder af $t_0 = 30$ døgn.

Træthed og reststyrke i beton

og andre viskoelastiske materialer med ældning

Teori med oplæg til eksperimentel forskning

LAUGE FUGLSANG NIELSEN

Report R-7-1996
DEPARTMENT OF STRUCTURAL ENGINEERING AND MATERIALS
TECHNICAL UNIVERSITY OF DENMARK - DK-2800 LYNGBY

**Træthed og reststyrke i beton og andre viskoelastiske materialer med
ældning**

Copyright © by Lauge Fuglsang Nielsen, 1996

Tryk:

LTT

Danmarks Tekniske Universitet

Lyngby

ISBN 87-7740-187-5

ISSN 1396-2167

Bogbinder:

H. Meyer, Bygning 101, DTU

Forord og sammenfatning

Rapporten er et oplæg til forskning i betons udmattelsesegenskaber, således at udmattelsespåvirkninger af betonkonstruktioner kan tilgodeses direkte og rationelt i normale designprocesser - og ikke gennem efterfølgende empiriske vurderinger.

Hidtidige teorier vedrørende fatigue (udmattelse) i materialer tilgodeser ikke de betragtede materials tidsafhængige egenskaber. Som et resultat heraf sætter normerne kun fatiguestyrken i relation til antal svingninger til brud. En sådan fremgangsmåde er ikke rigtig for viskoelastiske bygningsmaterialer som for eksempel træ. Levetiden for viskoelastiske materialer kan kun forudsiges under hensyn til materialets krybningsegenskaber, hvilket logisk medfører, at levetid skal være en funktion af lastfrekvens. Antallet af lastsvingninger til brud i træ, for eksempel, kan falde med mere end 100 gange ved at reducere lastfrekvensen fra 1 svingning per 10 sekunder til 1 svingning per 2 timer. Under sådanne omstændigheder er det indlysende, at accelererede udmattelsesforsøg er nytteløse. Resultater for praksis kan kun opnås ved inddragelse af teoretisk forskning på udmattelsesmekanismer. Alternativet, at udføre forsøg af reel levetidsvarighed, er naturligvis utænkelig.

Beton er i lighed med træ et viskoelastisk materiale. Der er ingen grund til at tro, at beton i fatiguemæssige sammenhænge skulle opføre sig principielt anderledes end træ for hvilket forfatteren tidligere har udviklet en veldokumenteret mekanismeorienteret teori til bestemmelse af levetid og reststyrke (genanvendelses- eller residualstyrke). I rapporten generaliseres (udvides) denne teori til også at gælde beton.

Det centrale i denne proces er at akceptere beton som det, den er, nemlig et *ældende viskoelastisk kompositmateriale*. Det vil sige, at den udvidede udmattelsesteori, udover belastningshistorie og frekvenser, inddrager forhold som for eksempel belastningsalder og blandingsforhold. En sådan teori er en nyskabelse i et område, hvor sammenhænge mellem udmattelse og de enkelte materialekarakteristika hidtil har været beskrevet ved empiriske relationer.

Den udvidede teori præsenteres i form af en computer-algoritme, der i første omgang formuleres til bestemmelse af betons udmattelse under harmonisk varierende lastpåvirkninger. Den generaliseres imidlertid videre til også at gælde for udmattelse under ikke-harmonisk varierende last. Den udviklede teori får herefter klare fordele i forhold til den velkendte Palmgren-Miner's metode, der normalt anvendes i fatigueanalyser af materialer under varierende last - men som helt ignorerer effekten af materials tidsafhængige egenskaber, og som derved giver meget usikre levetidsestimater.

Teorien dokumenteres i rapporten at kunne give en samlet udmattelsesbeskrivelse, der er konsistent med resultater fra forsøg, der med vidt forskellige empiriske målsætninger hidtil har været udført til belysning af betons adfærd under fatigue-last. *Først og fremmest skal det som det allervigtigste noteres, at teorien forbinder svingningsudmattelse med statisk udmattelse som dette fænomen er identificeret i de klassiske Rüschi-forsøg.* Teorien kvalificerer sig herved som et meget lovende grundlag for udmattelsesdesign af betonkonstruktioner. Design-grafer udvikles i rapporten til illustration heraf.

Det gentages, at teorien er udviklet med baggrund i en opfattelse af beton som et ældende viskoelastisk kompositmateriale. En sådan metodisk teoridannelse er ny indenfor forskningen i betons udmattelse. For eksempel foreligger der, på en enkelt undtagelse nær, ingen eksperimentelle resultater i litteraturen, hvor en egentlig materialemodel har været lagt til grund i forsøgsplanlægningen.

- Formålet med rapporten er at berede grundlaget for målrettede udmattelsesforsøg, der respekterer en realistisk materialemodel, således at den i rapporten udviklede generelle udmattelsesteori kan afprøves/justeres i detaljer, hvorefter
- Den opstillede algoritme bearbejdes til et effektivt "værktøj" i forbindelse med udmattelsesanalyser af betonkonstruktioner - herunder disses restholdbarhed som funktion af oplevet tid eller oplevet antal svingninger.

Den førnævnte positive overensstemmelse mellem teorien og eksisterende erfaringer indenfor udmattelsesforskningen retfærdiggør, at den udviklede algoritme kan anvendes som et effektivt instrument i forbindelse med planlægning af nye målrettede forsøg. Den kan identificere problemkomplekser, hvor eksperimentelle analyser vil afsløre særligt givende informationer med hensyn til finjustering af algoritmens opbygning.

Et eksempel på identifikation af problemer, der bør afprøves experimentelt er følgende: Teorien forudsiger, at velkendte empiriske metoder som JTKs (Jacobsen-Tepfers-Kutti) og Palmgren-Miner's metoder, ikke er særligt velegnede til bestemmelse af udmattelse i viskoelastiske materialer som for eksempel beton under lavfrekvent belastning ($f < 0.1-0.01$ Hz). Begge metoder ser bort fra krybningens accelererende indflydelse på udmattelse og kan derved medføre overestimeret levetid. Det fremgår i forlængelse heraf, at antal svingninger til brud er frekvensafhængig og dermed et meget dårligt designkriterium.

Et andet eksempel på problemidentifikation er følgende: Teorien forudsiger, at betons levetid, ved samme lastniveau, vokser med aftagende materialekvalitet. Dette interessante forhold har indenfor træforskningen i lang tid været kendt som et korrekt billede af virkeligheden. Det er meget sandsynligt, at beton og træ ud-

viser samme tilbøjelighed med hensyn til udmattelse. Det vil sige, voksende betonkvalitet afkorter betonens levetid.

Andre eksempler på problemidentifikationer indledes i rapporten ved analyser på sammenhængen mellem udmattelse og kombinationer af betonalde, lastniveauer og lastfrekvenser for en beton med fast proportionering. Eksemplerne kan fortsættes med andre betoner, hvor de mekaniske egenskaber som for eksempel ældnings og krybningsfunktioner bestemmes gennem selvstændige rheologiske og komposit-teoretiske analyser, hvortil der henvises i rapporten.

En sideeffekt af udmattelse i beton må ikke undervurderes. Udmattelse er forbundet med udbredelse og åbning af revner og andre defekter. Udmattelse kan derved meget vel være en hidtil overset primær årsag til nedbrydning af belastet beton. Dette er et helt andet materiale end den ubelastede beton, der normalt "dyrkes" i laboratoriemæssige undersøgelser. En belastet beton er mere åben for angreb af kemisk korrosion som forårsaget af kloridindtægning for eksempel. En vurdering af totallevetiden for en betonkonstruktion kan være meget forkert på den usikre side, såfremt der ikke tages hensyn til materialeudmattelse.

Det understreges, at rapporten er et forskningsoplæg. Den er ret kompakt formuleret - og forslag, meninger og formeludtryk indhentes lidt indforstået fra forfatterens tidligere arbejder i materialeudmattelse. Den fulde forståelse af oplæggets teoretiske grundlag kræver indsigt i forfatterens fatigue-analyse af træmaterialer som den senest er præsenteret i referencen anført i nedenstående fodnote^{*)}.

^{*)} Nielsen, L. Fuglsang: "Lifetime and residual strength of wood subjected to static and repeated load", Tech. Rep. R6(1996), Dept. Struct. Eng. and Materials, Tech. Univ. Denmark.

Indhold

Forord og sammenfatning	3
Indhold	6
1. Indledning	7
1.1 Projektunderlag	10
1.2 Symbolliste	10
1.3 Udmattelse af træ og lignende materialer	11
Krybning	11
Levetid	12
Krybnings- og træthedsparemetre samt styrkeklasse	13
2. Udmattelse af beton	14
2.1 Generalisering af analysen for træ	14
Styrke og last	14
Krybning	14
2.2 Udmattelsesanalyse af beton	15
Algoritme	15
Referenceegenskaber	15
Oversigtsanalyse - designgrafer	17
Konklusion	19
2.3 Eksempler	20
Levetid og reststyrke: $p, t_0, f = 0, 30$ døgn, 1-20 Hz.	20
Levetid: $p, t_0, f = 0-0.5, 180$ døgn, $5-10^{-5}$ Hz.	20
Reststyrke: $p, t_0, f = 0, 30$ døgn, 1-0.001 Hz.	21
2.4 Ikke-harmonisk belastningsvariation	23
Dødlast	24
3. Konklusion - forskning - forsøg	25
3.1 Teoriens muligheder	25
Supplerende undersøgelser	26
Specielle forsøgsmål	26
3.2 Teorien i forsøgsplanlægning	27
Appendix A - ældning	29
Styrke og last	29
Krybning	30
Litteratur	33

1. Indledning

Begrebet, fatigue (udmattelse, træthed), refererer i materiallæren til et materiales styrkemæssige adfærd under svingende belastning, inklusive statisk belastning med ekstremt langsomme svingninger.

I betontechnologien har fatigue været et forskningsemne i det sidste halve århundrede. Men det er først i de seneste 10-20 år, at hensyntagen til fænomenets konsekvenser i praksis tages alvorligt, idet anvendelsen af højstyrkebeton i forbindelse med raffinerede beregningsmetoder har muliggjort slanke konstruktioner med et mindre forhold mellem egenvægt og bevægelige belastning. Nye konstruktionstyper som offshore-konstruktioner, udsat for vind- og bølgepåvirkninger, og vindmølleårer er oplagte eksempler, hvor hensyntagen til fatigue er af vital betydning.

En sideeffekt af udmattelse i beton må ikke undervurderes. Udmattelse er forbundet med udbredelse og åbning af revner og andre defekter. Udmattelse kan derved meget vel være en hidtil overset primær årsag til nedbrydning af belastet beton. Dette er et helt andet materiale end den ubelastede beton, der normalt "dyrkes" i laboratoriemæssige undersøgelser. En belastet beton er mere åben for angreb af kemisk korrosion som forårsaget af kloridindtængning for eksempel. En vurdering af totallevetiden for en betonkonstruktion kan være meget på den usikre side, såfremt der ikke tages hensyn til materialeudmattelse.

Vigtige resultater fra forskningen af fatigue i beton er sammenfattede i (1,2)**): Det fremgår her, at fatigueforskningen, bortset fra enkelte revmekaniske tiltag, i høj grad stadig er empirisk og fokuserer på relativt enkle udmattelsesbeskrivelser som for eksempel af formen

$$SL_{MAX} = SL_{MAX}(p, N_{CAT}) \quad (1)$$

hvor SL_{MAX} er harmoniske lastsvingningers maximum normeret med hensyn til korttidsstyrken. Svingningernes minimum er $p \cdot SL_{MAX}$, hvor p er lastbrøken. N_{CAT} er antal svingninger til brud. Udtrykket kan indeholde empiriske parametre, der f.eks. tilgodeser lastfrekvens. Det simplest eksempel på beskrivelse af eksperimentelt fundne fatiguestyrker under harmoniske lastsvingninger er følgende udtryk, foreslået af Aas-Jakobsen (3) samt Tepfers og Kutti (4) (JTKs udtryk)

$$SL_{MAX} = 1 - \rho (1 - p) \log_{10}(N_{CAT}) \quad ; \quad (\rho = 0.06-0.08) \quad (2)$$

***) Læseren forudsættes at være bekendt med indholdet i disse referencer. Kun overordnede indtryk fra referencerne gengives i denne rapport.

der danner udgangspunkt for en række modifikationer, der "afrunder" udtrykkets åbenlyse ulemper ved høje og lave lastniveauer. Det kan umiddelbart slutes, jævnfør (5), at udtrykket og beslægtede udtryk vil have besværligheder ved lave lastfrekvenser: En lastbrøk på $p = 1$ definerer en dødlast (uendelig lav lastfrekvens), der ifølge Rüsch (6) altid fremkalder brud i beton for en last større end cirka 70% af korttidsstyrken. JTKs udtryk giver kun én løsning, nemlig 100% af korttidsstyrken med $N_{CAT} = \infty$.

Fælles for de foreslåede matematiske modeller af typen i Ligning 1 er at de, jævnfør (2), alle er kurvefitningsudtryk uden angivelser af underliggende fejlmekanismer, og at de ikke kan tilgodese skiftende betingelser, men kun kan forventes at beskrive data, opnået under de samme betingelser som anvendt ved kalibrering af modellerne. Da de opstillede matematiske modeller formodentligt beskriver forfatterens bedste bud på en beskrivelse af deres forsøgsresultater betyder dette, at vi efterlades med en lang række spørgsmål vedrørende den dybereliggende sammenhæng mellem udmattelse og for eksempel: Betonsammensætning, betonalder og krybning (ældningsaspektet), belastningsbrøk og frekvens. Krybningsaspektet har haft en forbavsende ringe interesse i fatigueforskningen. Det samme gælder styrkens tidsmæssige ændring (genanvendelsesstyrken) som følge af fatigue.

De i (1,2), og senest i (7), omtalte revnemekaniske modeller til udmattelsesbeskrivelse forrykker ikke det forhold, at der for øjeblikket er en meget alvorlig mangel på viden angående sammenhængen mellem betonudmattelse og beton som et højest individuelt materiale med komposit-rheologiske "tilbøjeligheder". En række tendenser synes dog at kunne spores i resultater fra forsøg med harmonisk lastvariation på en "normal" beton (≈ 60 MPa), "normalt" belastet (> 30 døgn) i "normalt" klima (20°C , 60% RH) - hvis vi, på grund af de relativt få eksperimentelle data, reserverer os med hensyn til udsagnenes generelle gyldighed:

- Styrken ved brud under gentagne ens lastsvingninger nærmer sig startbelastningens max-værdi (1,2). For materialer med ældning er denne observation ikke så selvindlysende som den er for ikke-ældende materialer.
- Stigende styrker undervejs til brud (reststyrker) er observeret (1,2).
- For praktisk relevante lastsvingninger synes der ikke at kunne konstateres nogen frekvensafhængighed af udmattelse i området højere end 1-15 Hz (1,2)
- For høje lastniveauer ($SL_{MAX} > 0.75$) aftager levetiden med lavere frekvenser (1,2).
- Der er ikke påvist nogen fatigue-grænse (threshold) for svingningsmaximum, hvorunder levetiden er uendelig (1).
- Samme levetidsudtryk synes at kunne anvendes på såvel tryk-, træk- såvel som ensidigt bøjningspåvirket beton, når SL_{MAX} konsekvent relateres til de respektive korttidsstyrker (1).

- g. Samme levetidsudtryk synes at kunne anvendes uanset betonsammensætning og belastningsalder, såfremt SL_{MAX} konsekvent relateres til korttidsstyrken på belastningstidspunktet (1). (Betonsammensætninger og lastbrøker p utilstrækkelig oplyst, $p = 0$ er sandsynlig).

Er det muligt på teoretisk grundlag at opstille en metode, der forbinder betons udmattelse med dette materiales højst "personlige" karakter - og som forudsiger en fatigueadfærd, der er konsistent med de lige nævnte tendenser? I den foreliggende rapport argumenteres der for, at dette spørgsmål kan besvares så positivt, at emnet betonudmattelse fortjener at blive undersøgt udfra andre synsvinkler end de normalt anvendte empiriske vinkler.

Et fornyligt udført forskningsprojekt (2) understøtter, ved sammenligning med forsøgsresultater, forventningerne om, at det stillede spørgsmål vedrørende teoridannelse kan besvares positivt under anvendelse af den såkaldte DVM-teori (Damaged Viscolastic Material), som den er modificeret af forfatteren til anvendelse på ældende viskoelastiske materialer i (5). Siden denne positive konstatering er teorien i (5) blevet raffineret således, at den kan identificere problemkomplekser af vital betydning for betonudmattelse (herunder betonens reststyrke som funktion af oplevet tid eller oplevet antal svingninger) så rationelle og målrettede levetidsforsøg kan udføres i en opfølgning af det omtalte projekt (2).

I rapporten præsenteres den ovenfor nævnte "raffinerede" udmattelsesteori som grundlag for udmattelsesforskning på et nyt komposit-rheologisk grundlag. Det understreges, at rapporten er et *oplæg*. Den er ret kompakt formuleret - og forslag, meninger og formeludtryk indhentes lidt indforstået fra forfatterens tidligere arbejder i materialeudmattelse. Den fulde forståelse af det teoretiske grundlag kræver indsigt i forfatterens fatigue-analyse af træmaterialer som den senest er præsenteret i referencen (8) - og den efterfølgende symbolliste bør hyppigt konsulteres.

Overalt i rapportens eksempler forudsættes der normalt laboratorieklima, dvs en temperatur på $\approx 20^\circ\text{C}$ og en relativ omgivelsesfugtighed på $\approx 60\%$. Der forudsættes tillige omstændigheder, hvor den ved fatigue-processerne frigivne varme ikke ændrer de afprøvede emners rheologiske egenskaber i væsentlig grad. Til orientering er det for træ skønnet, at denne forudsætning for praksis er tilfredsstillende overholdt for lastfrekvenser $f < \approx 20$ Hz. Det understreges, at ovenstående klimatiske begrænsninger kun er indført for at simplificere analyserne. Teorien er "åben" for mere dynamiske klimaomstændigheder - såfremt de foreligger oplyst.

1.1 Projektunderlag

I det følgende redegøres der for denne rafinering. Udgangspunktet i teoriudviklingen er en metode (9,10), som forfatteren tidligere har opstillet til levetidsanalyse af defekte viskoelastiske materialer. Teorien har med held været anvendt til prediktion af træs levetid under konstant last (11,12) og til prediktion af træ og træbaserede materials fatiguelevetid og reststyrke (13,8).

En teori for betons udmattelsesadfærd udvikles ved at generalisere teorien i (8) til også at gælde for viskoelastiske materialer med ældning, som beton jo er et eksempel på. Generaliseringen præsenteres i form af en computer-algoritme, der direkte kan anvendes i den før omtalte identifikation af emner til eksperimentel belysning af udmattelsesfænomenet under harmonisk lastvariation. Algoritmens formåen illustreres i en række eksempler - og det vises i anlogi til (8), hvordan den på enkel måde kan modificeres til også at beskrive udmattelse af beton under ikke-harmonisk varierende last.

1.2 Symbolliste

De oftest anvendte symboler i rapporten er listet nedenfor. Dimensionsløs krybning er angivet relativ til korttidsfleksibilitet ($1/\text{Young's modulus}$). En del af de angivne symboler har en mening, der lettest forstås ved samtidig læsning af (8).

Last og styrke

Last, generelt	σ
Styrke	σ_{CR}
Teoretisk (fejlfri) styrke	σ_1
Styrheniveau (materialekvalitet)	$FL = \sigma_{CR}/\sigma_1 (< 0.5 \text{ i de fleste materialer})$
Lastniveau	$SL = \sigma/\sigma_{CR}$
Minimum last	σ_{MIN}
Minimum lastniveau	$SL_{MIN} = \sigma_{MIN}/\sigma_{CR}$
Maximum last	σ_{MAX}
Maximum lastniveau	$SL_{MAX} = \sigma_{MAX}/\sigma_{CR}$
Lastbrøk	$p = \sigma_{MIN}/\sigma_{MAX} = SL_{MIN}/SL_{MAX}$

Fejl

Fejlstørrelse	l
Oprindelig fejlstørrelse	l_o
Fejlbrøk (eller blot fejl)	$\kappa = l/l_o$
Revnfrontsåbning	δ
Kritisk frontåbning	δ_{CR}
Kritisk spændingsintensitets faktor	K_{CR}
Kritisk tøjningsenergi hastighed	Γ_{CR}

Udmattelsesegenskaber

Hastighedskonstant	C
Hastighedsexponent	M
Kontaktparameter	Z
Effektivitetsfaktor	U

Tid og krybning

Tid eller alder, generelt	t
Belastningsalder	θ
Ekspontialkrybningsfunktion	$C(t) = 1 + (t/\tau)^b$
Relaxationstid	τ
Krybningsexponent	b
Forskydningsparameter	$q = (0.5(1 + b)(2 + b))^{1/b}$
Krybningsfunktion for beton	$C(t, \theta) = 1 + \alpha + K \cdot \log_e t/\theta$
Reversible krybningsparameter	α
Irreversibel krybningsparameter	K

Tid, last og styrke

Svingningstid	T
Frekvens	$f = 1/T$
Antal lastsvingninger	$N = t/T = f \cdot t$
Ældningsfunktion	$f(t)$
Alder ved første belastning	t_0
Reststyrke	$\sigma_{CR}(t)$
Reststyrkebrøk	$S_R = \sigma_{CR}(t)/\sigma_{CR}(t_0)$

1.3 Udmattelse af træ og lignende materialer

Som nævnt danner forfatterens udmattelsesteori for træ grundlaget for den teori, der senere i rapporten vil blive udviklet for beton. I denne sammenhæng er nedenstående korte brugsorienterede sammendrag af teorien for træ, som den er udviklet i (8), fyldestgørende.

Krybning

Den i (8) udviklede revneteorien for viskoelastiske materials adfærd under fatigue-påvirkning gælder umiddelbart for materialer, hvor krybningen kan beskrives som angivet i Ligning 3 ved den såkaldte exponential-krybningsfunktion foreslået i (14).

$C(t) = 1 + \left(\frac{t}{\tau} \right)^b$	<i>Exponential krybning</i>	(3)
$q = \left(\frac{(1 + b)(2 + b)}{2} \right)^{1/b}$	<i>Forskydningsfaktor</i>	

Tiden er betegnet ved t . Konstanterne, τ og b , er materialets relaxationstid henholdsvis krybningsekspONENT. Den afledede forskydningsparameter q er af betydning i de efterfølgende analyser.

Levetid

Relationen mellem antal lastsvingninger (N), lastvariation, og fejludbredelseshastighed ($d\kappa/dN$) i et materiale med exponentialkrybning er udtrykt ved Ligning 4 hentet fra (8).

$$Y = A_1 X^b + A_2 X - A_3 = 0 \quad \text{med} \quad X = FL^2 \frac{dN}{d\kappa} \quad (4)$$

hvor materialekvaliteten FL (styrkeniveauet) er materialets reelle styrke i forhold til dets teoretiske styrke uden fejl. A_1 , A_2 , and A_3 er parametre, der bestemmes som angivet i Ligningerne 5 og 6. De tilgodeser *lastvariation*: Maximumlast, SL_{MAX} , lastbrøk p , frekvens f - materialets *krybningsegenskaber*: Relaxationstid τ , krybningsekspONENT b - og materialets *fatigueegenskaber*: Hastighedskonstant C , hastighedsekspONENT M samt kontaktparameter Z .

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \left(\frac{\Phi}{qf\tau} \right)^b \\ A_2 &= \Phi Z \end{aligned} \right\} \text{med } \Phi = \frac{\pi^2}{8} \kappa SL_{MAX}^2 \quad \text{og} \quad A_3 = \frac{1 - \kappa SL_{MAX}^2}{\kappa SL_{MAX}^2} \quad (5)$$

$$Z = \frac{C}{8} \left[\frac{1 - p^2}{2} \right]^M \left[\kappa SL_{MAX}^2 \right]^{M/2-2} ; \quad (p \geq 0) \quad (6)$$

Ligningerne 5 og 6 er på et par punkter simplificerede i forhold til de tilsvarende udtryk i (8): Originalversionen af A_1 i Ligning 5 tilgodeser også betydningen af den relative tid β ("fractional time under max load") i hvilken SL_{MAX} virker. Det er i (8) vist at β for lastfrekvenser $f > \approx 10^{-4}$ Hz er uden særlig indflydelse på levetiden, hvilket på den sikre side kan tilgodeses ved at sætte $\beta = 1$. Dette er gjort i Ligning 5. Originalversionen for Z i Ligning 6 tilgodeser også lastbrøker $p < 0$. En diskutabel threshold-værdi for SL_{MAX} er i Ligning 6 sat til 0 ved at en parameter D_{TH} , der optræder i (8) på den sikre side er sat til 0. "Diskutabel", fordi en threshold værdi for beton (og træ) langtfra er overbevisende påvist.

Levetiden (N_{CAT}) findes ved numerisk integration af udtrykket i Ligning 4 med fejlen stepvist gående fra $\kappa = 1$ til den kritiske fejl $\kappa = 1/SL_{MAX}^2$, hvor fejlhastig-

heden bliver uendelig. En algoritme til denne numeriske behandling er præsenteret i (8) tillige med en række anvendelseseksempler, herunder algoritmens anvendelse til bestemmelse af materialets reststyrke som funktion af oplevede lastcykler N .

$$S_R = \frac{\sigma_{CR}(K)}{\sigma_{CR}(1)} = \frac{1}{\sqrt{K(N)}} \quad (\text{Reststyrke}) \quad (7)$$

Bemærkning: Det skal bemærkes, at de præsenterede udtryk gælder uanset belastningsmåde (træk, tryk, ensidig bøjning), når blot styrkeniveau og belastningsniveau konsekvent relateres til de tilsvarende styrker (i træk, tryk, bøjning).

Krybnings- og træthedsparametre samt styrkeklasse

Ifølge (13,8) kan fatigueparametrene for træ i gennemsnit ansættes til $(C,M) \approx (3, 9)$, mens krybningsparametrene i gennemsnit kan ansættes til $(b,\tau) \approx (0.25, 2 \text{ døgn})$. Styrkeklassen for konstruktionstræ og knastfrit træ kan ansættes til $FL \approx 0.2$ henholdsvis $FL \approx 0.4$. Det bemærkes, at den relevante relaxationstid med hensyn til fatigueanalyser er den lokale, der gælder for forskydning og træk tæt på fejlmekanismerne, der bevæger sig i bløde zoner med mindst modstand mod defektudbredelse. Denne relaxationstid er ekstremt lille ($<1/1000$ for træ) i forhold til relaxationstiden for makroskop adfærd.

2. Udmattelse af beton

Den i forrige afsnit præsenterede metode til udmattelsesanalyse af viskoelastiske materialer med eksponentialkrybning kan, jævnfør (5), generaliseres til også at gælde for beton og andre viskoelastiske materialer med ældning. I dette kapitel gennemføres en sådan generalisering med henblik på specielt betons udmattelse under harmonisk varierende træk-, tryk- eller ensidig bøjningslast.

2.1 Generalisering af analysen for træ

Styrke og last

Vi antager at betonens teoretiske styrke og elasticitetsmodul udvikler sig i tiden efter en ældningsfunktion defineret som følger med *tiden målt i alder*.

$$\frac{\sigma_l(t)}{\sigma_l(\infty)} = \frac{E(t)}{E(\infty)} = f(t) \quad \text{med ældningsfunktion} \quad (8)$$
$$f(t) = 1 - 0.5 \left(\frac{3 \, d\phi gn}{t, \, d\phi gn} \right)^{0.4} \quad (\text{eksempel})$$

Den anvendte ældningsfunktion er inspireret af et lignende udtryk foreslået i (15,16) til beskrivelse af cementhydraterings udvikling. Det er i Appendix A vist, at levetidsanalyser for således ældende materialer (og konstant kritisk revnefrontsåbning δ_{CR}) kan foregå med metoden for ikke-ældende materialer, der er præsenteret i forrige afsnit. Den numeriske integration af udtrykket i Ligning 4, med stepvis forøgelse af fejlen κ , skal blot ske ved tilsvarende stepvis opdatering af FL og SL i henhold til følgende udtryk, hvor også reststyrkebrøken S_R er angivet. Indeks "o" refererer til betonens alder t_o ved første belastning.

$$SL_{MAX} \Rightarrow \frac{SL_{MAXo}}{f(t)/f(t_o)} ; \quad FL \Rightarrow FL_o ; \quad S_R = \frac{f(t)/f(t_o)}{\sqrt{\kappa}} \quad (9)$$
$$\text{hvor } SL_{MAXo} = \frac{\sigma_{MAX}}{\sigma_{CR}(t_o)} ; \quad FL_o = \frac{\sigma_{CR}(t_o)}{\sigma_l(t_o)} ; \quad (\kappa = 1)$$

Det bemærkes, at reststyrkebrøken bliver $S_R = SL_{MAXo}$ ved levetidsophør, hvor $\kappa_{CR} = 1/SL_{MAXo}^2$.

Krybning

Teorien for fatigue i materialer med exponentialkrybning kan også anvendes på beton, når følgende stepvise opdateringer af krybningsparametrene indføres i den numeriske integration af udtrykket i Ligning 4.

$$\tau = \left[\text{EXP} \left(\frac{1 - \alpha}{K} \right) - 1 \right] t \quad \text{med } t \text{ og } \tau \text{ i døgn}$$

(I fatigueanalyser sættes $\tau = \tau/100$)

$$b = \frac{\log_E[\alpha + K \log_E(1 + 1000 \text{ døgn}/t)]}{\log_E(1000 \text{ døgn}/\tau)} \quad \begin{cases} \alpha \approx 0.25 \text{ reversibel kryb} \\ K \approx 0.25 \text{ irreversibel kryb} \end{cases} \quad (10)$$

De to krybningsparametre α og K indgår i betonens makro-krybning som vist i Appendix A. De afhænger begge af betonsammensætningen. Som i træ må vi regne med, at krybningen forløber hurtigere ved brudmekanismerne end den gør i det makroskope materiale. I Ligning 10 er der foreslået at "revne- τ " = "makro- τ "/100.

2.2 Udmattelsesanalyse af beton

Algoritme

Den i (8) udviklede algoritme til bestemmelse af træs levetid og reststyrke er modificeret til anvendelse på beton som vist i Tabel 1. Hensyntagen til ældning i styrke og krybning efter Afsnit 2.1 foretages ved kald af subroutinen givet umiddelbart efter Tabel 1. Efter forfatterens mening er indførelsen af de, umiddelbart efter Ligningerne 5 og 6, indførte simplifikationer meget relevante i starten af en mekanismeorienteret udforskning af betons udmattelse. En sideløbende eksperimentel forskning vil vise, om en yderligere raffinering af algoritmen, ved hjælp af originalen i (8), er påkrævet. Det forklares senere i Afsnit 2.4 hvordan algoritmen let kan modificeres til også at gælde for ikke-harmonisk varierende last.

Referenceegenskaber

JTKs udtryk i Ligning 2 med $SL_{\text{MAX}} = 1 - 0.07(1 - p)\text{LOG}_{10}(N_{\text{CAT}})$ anvendes som reference med antaget $(p, f) = (0, 1 \text{ Hz})$ og $t_0 = 30 \text{ døgn}$. Jævnfør Figur 13 i det senere Afsnit 2.3 er der en rimelig god overensstemmelse mellem resultater fra den i rapporten udviklede prediktionsmetode og referencen, når $(FL_0, C, M) = (0.25, 25, 11)$ og $(t_0, \alpha, K) = (30 \text{ døgn}, 0.25, 0.25)$ med $\tau_{\text{REVNE}} = \tau_{\text{MAKRO}}/100$.

Med mindre andet angives er styrkeklassen $FL_0 = 0.25$, træthedsparametrene $(C, M) = (25, 11)$ og krybningsparametrene $(\alpha, K) = (0.25, 0.25)$ med $\tau_{\text{REVNE}} = \tau_{\text{MAKRO}}/100$, samt JTKs konstant $p = 0.07$ beholdt som referenceværdier i alle de følgende eksempler. Den i Ligning 8 anførte ældningsfunktion $f(t)$ anvendes generelt. Jævnfør Afsnit 1.3 svarer $FL_0 = 0.25$ til konstruktionstræ. Både C og M er for beton større end for træ.

TABEL 1. Levetid og reststyrke for beton: Harmonisk varierende last

<i>MATERIAL:</i> α, K , and FL_o, C, M
<i>LOAD:</i> $t_o, SL_{MAXo}, p, f > 0$
κ - <i>STEPS:</i> $\Delta\kappa = (1/SL_{MAXo}^2 - 1)/1000$
<i>START:</i> $(t, \kappa, N) = (t_o, 1, 0)$
■■■■ <i>CALL CONVERT</i> ($\alpha, K, t, t_o, \tau, b, q, F$)
$SL_{MAX} = SL_{MAXo}/F$; $FL = FL_o$
Calculate: Z, A_1, A_2, A_3 (by Equations 5 and 6)
If $\kappa = 1$: $X = f\tau \frac{(SL_{MAX}^{-2} - 1)^{1/b}}{SL_{MAX}^2}$
■ $Y = A_1 X^b + A_2 X - A_3$; $dY/dX = bA_1 X^{b-1} + A_2$
$X_{NEW} = X - \frac{Y}{dY/dX}$ (Newton iteration)
If $ \frac{X_{NEW}}{X} - 1 < 0.00001$ go to ■■
$X = X_{NEW}$
goto ■
■■ $X = X_{NEW}$
$\Delta N = \frac{X\Delta\kappa}{FL^2}$; $\Delta t = \frac{\Delta N}{f}$
$\kappa = \kappa + \Delta\kappa$; $t = t + \Delta t$; $N = N + \Delta N$
$S_R = F/\sqrt{\kappa}$
<i>WRITE RESIDUAL STRENGTH:</i> t, N, S_R
If $\kappa > \kappa_{CR} = 1/SL_{MAX}^2$ goto ■■■■
goto ■■■■
■■■ $t_{CAT} = t, N_{CAT} = N$
<i>WRITE LIFETIME:</i> t_{CAT}, N_{CAT}

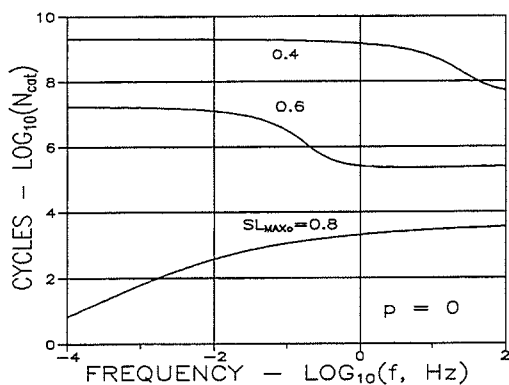
<i>SUBROUTINE CONVERT</i> ($\alpha, K, t, t_o, \tau, b, q, F$)
$\tau = \left[\text{EXP}\left(\frac{1 - \alpha}{K}\right) - 1 \right] t$; $b = \frac{\log_E[\alpha + K \log_E(1 + 1000(\text{days})/t)]}{\log_E(1000(\text{days})/\tau)}$
$q = \left(\frac{(1 + b)(2 + b)}{2} \right)^{1/b}$; $\tau = 0.01 * \tau$ (transfer to algorithm)
$F = \frac{f(t)}{f(t_o)}$ where $f(t) = 1 - 0.5 \left(\frac{3(\text{days})}{t} \right)^{0.4}$ (for example)

Det skal bemærkes, at pålideligheden af de deducerede træthedsparametre afhænger af, om referencebetonens krybning er som skønnet. Vi ved ikke meget om dette. Antallet af rapporterede fatigueforsøg med parallelle krybningsforsøg er *desværre* meget lille. Konsultation med metoder til krybningsestimering i (15, 16) antyder imidlertid, at størrelserne $(\alpha, K) = (0.25, 0.25)$ repræsenterer et rimeligt godt gennemsnit for den betragtede referencebetons krybning. Fremtidige udmattelsesforsøg bør ikke udføres uden samtidige krybningsforsøg.

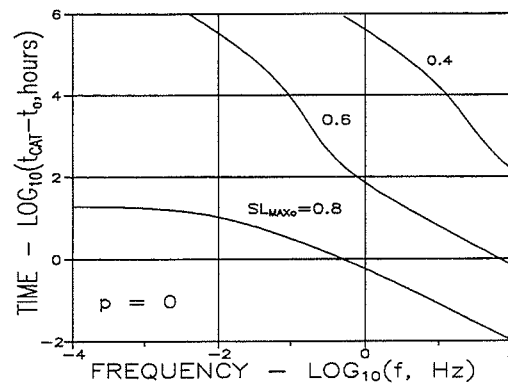
Oversigtsanalyse - designgrafer

For at få et overblik over, hvordan belastningsalder, lastfrekvens og lastbrøk påvirker betonens predikterede levetid er teorien efterfølgende anvendt til optegning af en række "designgrafer". Kaldet således, fordi en sådan fremstilling af teoretiske resultater kan blive et nyttigt redskab for overslag i forbindelse med dimensionering af betonkonstruktioner, hvor hensyn til udmattelse er en nødvendighed. Figureerne er kommenteret nærmere i det efterfølgende konklusionsafsnit.

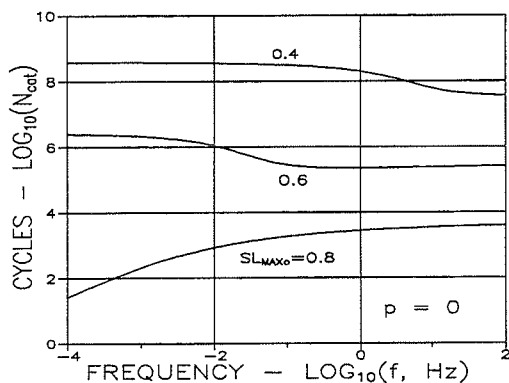
Lastbrøk $p = 0$



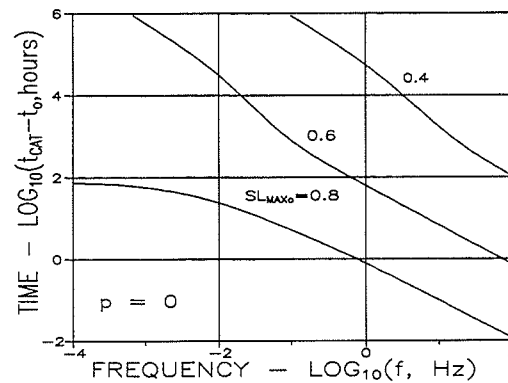
Figur 1. $t_0 = 10$ døgn, $p = 0$.



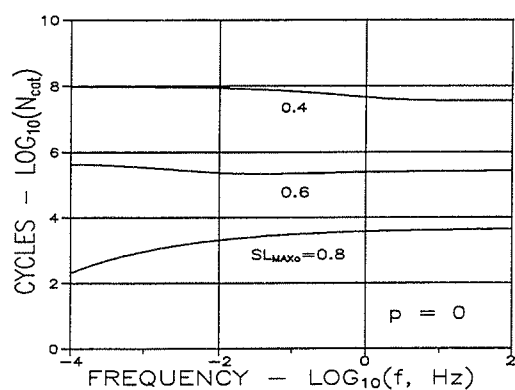
Figur 2. $t_0 = 10$ døgn, $p = 0$.



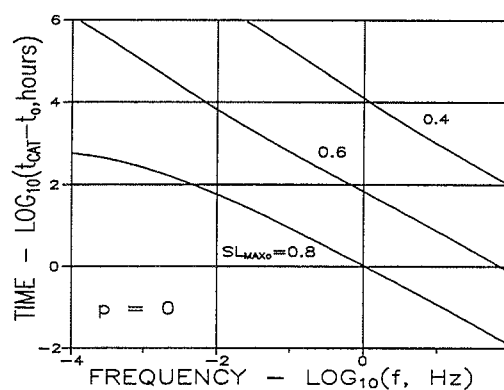
Figur 3. $t_0 = 30$ døgn, $p = 0$.



Figur 4. $t_0 = 30$ døgn, $p = 0$.

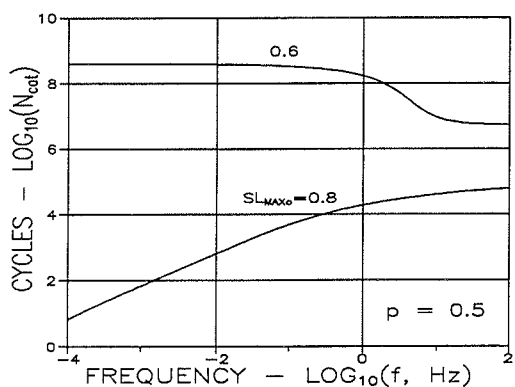


Figur 5. $t_0 = 180$ døgn, $p = 0$.

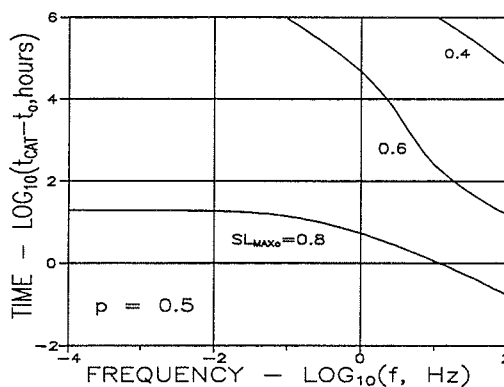


Figur 6. $t_0 = 180$ døgn, $p = 0$.

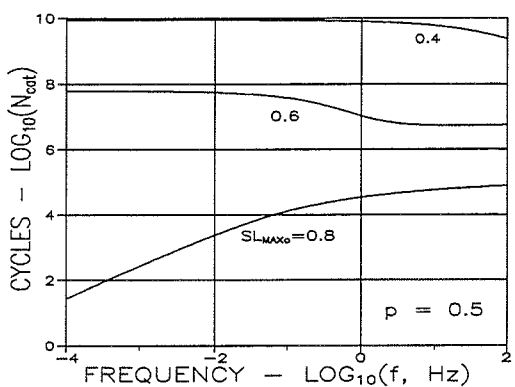
Lastbrøk $p = 0.5$



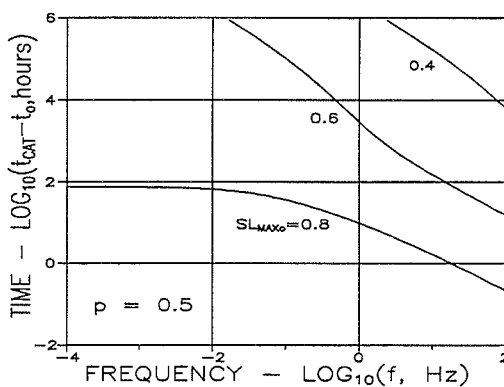
Figur 7. $t_0 = 10$ døgn, $p = 0.5$



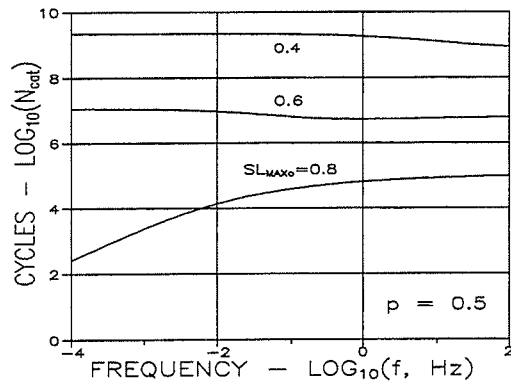
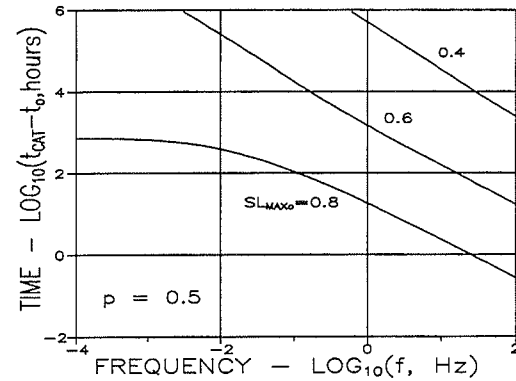
Figur 8. $t_0 = 10$ døgn, $p = 0.5$.



Figur 9. $t_0 = 30$ døgn, $p = 0.5$.



Figur 10. $t_0 = 30$ døgn, $p = 0.5$.

Figur 11. $t_0 = 180$ døgner, $p = 0.5$.Figur 12. $t_0 = 180$ døgner, $p = 0.5$.

Konklusion

Ved første inspektion af Figurerne 1-12 synes betons levetid som funktion af belastningsalder, lastfrekvens, lastniveau, og lastbrøk at være ret kaotisk. Ved nærmere eftersyn synes det dog alligevel muligt at gøre nogle konklussioner vedrørende fælles tendenser for lastfrekvenser gående mod 0 henholdsvis uendelig:

$f \rightarrow \infty$: Med fast lastbrøk p stabiliserer N_{CAT} sig, for alle SL_{MAX0} , på et niveau, der er uafhængig af belastningsalder. Niveautet stiger med voksende lastbrøk. - Det nævnte niveau svarer til det, der bestemmes i en ren elastisk fatigue-analyse (uden hensyntagen til krybning).

$f \rightarrow 0$: Alle $SL_{MAX0} < \approx 0.75$: Med fast lastbrøk p stabiliserer N_{CAT} sig på et niveau, der er højere end for $f \rightarrow \infty$. Niveautet falder med voksende belastningsalder, og stiger med voksende lastbrøk. - Revneudbredelsen modarbejdes i stigende grad ($p \rightarrow 1$) af betonens naturlige styrkeudvikling. Reststyrkebrøker $S_R > 1$ vil forekomme. For $p = 1$ besværliggøres revneudbredelsen i en sådan grad, at levetiden bliver uendelig.

Alle $SL_{MAX0} > \approx 0.75$: Uanset lastbrøk p reduceres N_{CAT} i forhold til niveauet for $f \rightarrow \infty$ således, at $t_{CAT} \rightarrow$ dødlast-levetiden for $SL_0 = SL_{MAX0}$ bestemt for et viskoelastisk materiale uden svingningspåvirkning. Dødlast-levetiden vokser med stigende belastningsalder.

For praksis kan ovennævnte konklusioner læses således, at $f \rightarrow \infty$ svarer til $f > 1-10$ Hz og, at $f \rightarrow 0$ svarer til $f < 0.1-0.01$ Hz.

Det bemærkes, at simple levetidsudtryk, uafhængige af alder og lastfrekvens (Ligningerne 1 og 2) kun kan regnes dækkende for aldre og frekvenser større end visse mindste værdier. For $p = 0$ fex: $t_0 > 10$ døgner og $f > 1$ Hz. For $p = 0.5$: $t_0 > 30$ døgner og $f > 10$ Hz.

Det bemærkes iøvrigt, at der åbenbart er et lastniveau, hvor der er et afbalanceret forhold mellem indflydelse på levetid af krybning alene og svingninger alene. Det er nærliggende at antage, at dette lastniveau svarer til Rüsches statiske lastniveau under hvilket levetiden er uendelig stor. Dette kan udtrykkes i følgende relation, hvor konstanten afhænger af lastbrøken.

$$N_{CAT} \rightarrow \text{konstant eller } t_{CAT} - t_o \rightarrow \frac{\text{konstant}}{f} \text{ når } SL_{MAX0} \rightarrow SL_{RÜSCH} \quad (11)$$

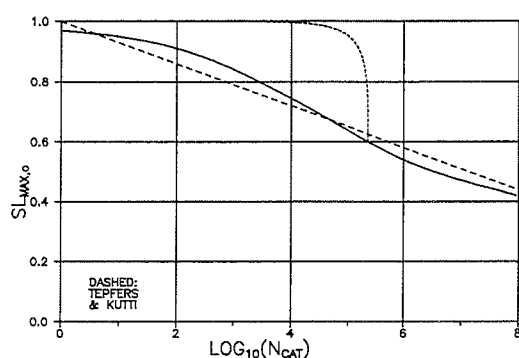
hvor $SL_{RÜSCH}$ er statisk lastniveau under hvilket levetiden er uendelig

2.3 Eksempler

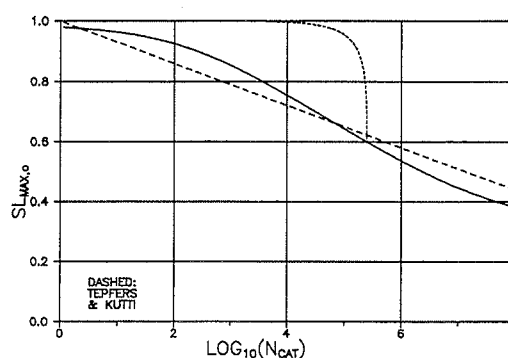
De netop dragne konklusioner belyses nærmere i dette afsnit gennem et par eksempler. Der tilføjes ikke noget nyt, hvorfor eksemplerne kun er meget nødtørftigt kommenterede. Hensigten med eksemplerne er at illustrere algoritmens øjeblikkelige formåen og inspirere til eksperimentelle indfaldsvinkler i forbindelse med eventuelle justeringer af algoritmen.

Levetid og reststyrke: $p, t_o, f = 0, 30 \text{ døgn}, 1\text{-}20 \text{ Hz}$.

I dette eksempel, Figurerne 13 og 14, illustreres lastfrekvensens indflydelse på levetid og reststyrke (for $SL_{MAX0} = 0.6$) af en beton, der belastes i en alder af 30 døgn. Lastbrøken er $p = 0$.



Figur 13. $(p, t_o, f) = (0, 30 \text{ døgn}, 1 \text{ Hz})$.

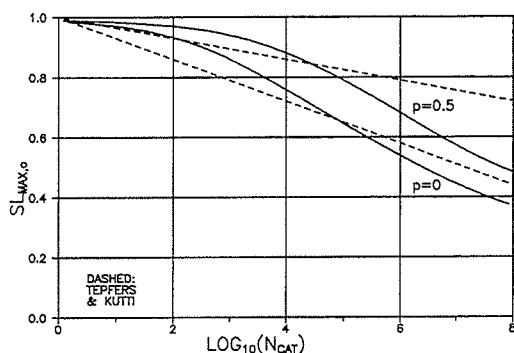


Figur 14. $(p, t_o, f) = (0, 30 \text{ døgn}, 20 \text{ Hz})$.

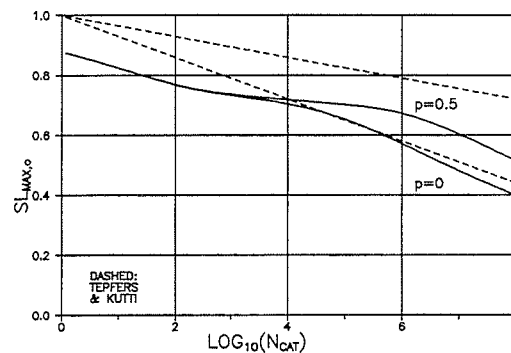
Levetid: $p, t_o, f = 0\text{-}0.5, 180 \text{ døgn}, 5\text{-}10^{-5} \text{ Hz}$.

Eksempler på levetid for en beton belastet i en sen alder ved forskellige lastbrøker er vist i Figurerne 15 og 16. I den første figur er lastfrekvensen moderat, mens den er lav i sidstnævnte figur. Det noteres, at JTKs beskrivelse af levetid kun er

nogenlunde god i eksemplet med moderat frekvens og lastbrøk $p = 0$. Jævnfør teksten umiddelbart efter Ligning 2 bekræftes en anelse om at JTKs udtryk kun gælder for lastbrøker $p \ll 0.5$.



Figur 15. $(t_o, f) = (180 \text{ døggn}, 5 \text{ Hz})$.

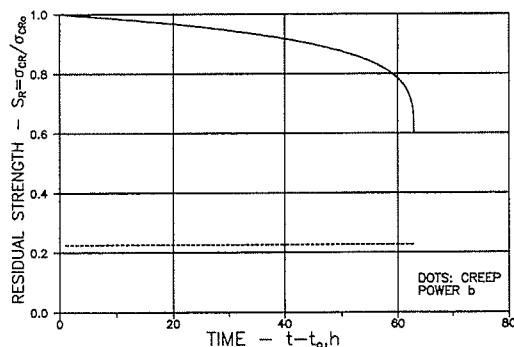


Figur 16. $(t_o, f) = (180 \text{ døggn}, 10^{-5} \text{ Hz})$.

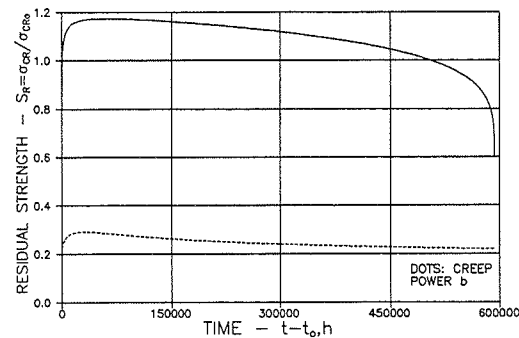
At levetiden afkortes ved høj last og faldende lastfrekvenser er som før nævnt, og yderligere bekræftet i (17,18), i overensstemmelse med resultater fra eksperimentelle fatigueundersøgelser.

Reststyrke: $p, t_o, f = 0, 30 \text{ døggn}, 1-0.001 \text{ Hz}$.

Eksempler på levetids- og reststyrkebestemmelse for $SL_{MAX,0} = 0.6$ ved moderat lastfrekvens og lav frekvenser er vist i Figurene 17 og 18. I førstnævnte eksempel bemærkes det, at styrketabet begynder at blive mærkbart, når halvdelen af levetiden er forløbet. I det andet eksempel bemærkes, at styrken indenfor de første ca. 75000 timer (10 år) efter lastpåførsel vokser med ca 20%, og at en reel styrkereduktion først indtræder efter ca. 500000 timer (60 år). Dette er en konsekvens af betonens ældning. Den styrkenedbrydende effekt af fatiguemekanismer "kvæles" af betonens naturlige styrketilvækst.



Figur 17. $(t_o, f, p) = (30 \text{ døggn}, 1 \text{ Hz}, p = 0)$.



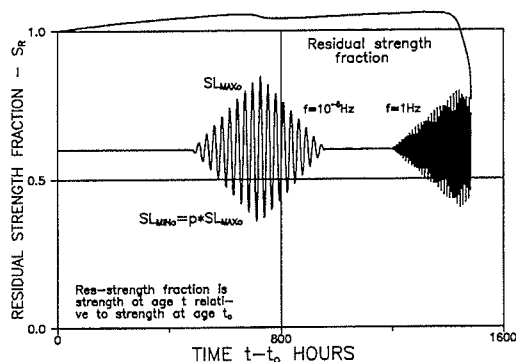
Figur 18. $(t_o, f, p) = (30 \text{ døggn}, 0.001 \text{ Hz}, p = 0)$.

TABEL 2. Levetid og reststyrke for beton: Ikke-harmonisk varierende last

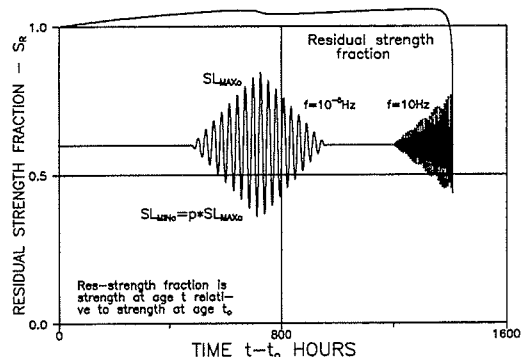
<p>GIVEN: Material: t_o, α, K, and FL_o, C, M</p> <p>Terminate at t_{TERM}</p> <p>TIME STEPS: Δt (Typical in minutes)</p> <p>START: $(t, \kappa) = (t_o, 1)$</p> <p>■■■■ CALL LOAD($t, SL_{MAXo}, f > 0, p$)</p> <p>CALL CONVERT($\alpha, K, t, t_o, \tau, b, q, F$)</p> <p>$SL_{MAX} = SL_{MAXo}/F$; $FL = FL_o$</p> <p>Calculate: Z, A_1, A_2, A_3 (Equations 5 and 6)</p> <p>If $\kappa = 1$: $X = f\tau \frac{(SL_{MAX}^{-2} - 1)^{1/b}}{SL_{MAX}^2}$</p> <p>■ $Y = A_1 X^b + A_2 X - A_3$; $dY/dX = bA_1 X^{b-1} + A_2$</p> <p>$X_{NEW} = X - \frac{Y}{dY/dX}$ (Newton iteration)</p> <p>If $\frac{X_{NEW}}{X} - 1 < 0.00001$ go to ■■</p> <p>$X = X_{NEW}$</p> <p>goto ■</p> <p>■■ $X = X_{NEW}$</p> <p>$\Delta\kappa = \frac{fFL^2}{X} \Delta t$</p> <p>$\kappa = \kappa + \Delta\kappa$; $t = t + \Delta t$</p> <p>$S_R = F/\sqrt{\kappa}$</p> <p>WRITE RESIDUAL STRENGTH: t, S_R</p> <p>If $\kappa > \kappa_{CR} = 1/SL_{MAX}^2$ goto ■■■■</p> <p>If $t > t_{TERM}$ goto ■■■■</p> <p>goto ■■■■</p> <p>■■■ $t_{CAT} = t$ or $t_{TERM} = t$</p> <p>WRITE TIME: t_{CAT} or t_{TERM}</p>	<p>SUBROUTINE LOAD($t, SL_{MAXo}, f > 0, p$)</p> <p>$SL_o = SL_o(t)$; $f = f(t) > 0$; $p = p(t)$</p> <p>SUBROUTINE CONVERT($\alpha, K, t, t_o, \tau, b, q, F$)</p> <p>$\tau = \left[\exp\left(\frac{1 - \alpha}{K}\right) - 1 \right] t$; $b = \frac{\log_E[\alpha + K \log_E(1 + 1000(days)/t)]}{\log_E(1000(days)/\tau)}$</p> <p>$q = \left(\frac{(1 + b)(2 + b)}{2} \right)^{1/b}$; $\tau = 0.01 * \tau$ (to algorithm)</p> <p>$F = \frac{f(t)}{f(t_o)}$ where $f(t) = 1 - 0.5 \left(\frac{3(days)}{t} \right)^{0.4}$ (for example)</p>
---	--

2.4 Ikke-harmonisk belastningsvariation

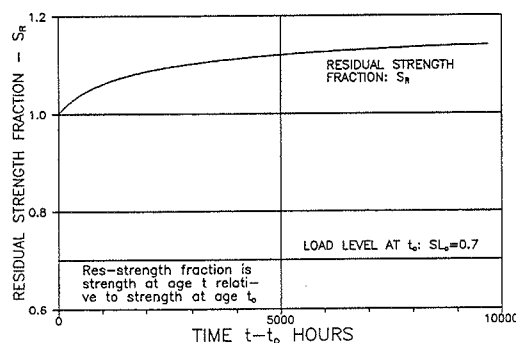
Umiddelbart gælder algoritmen i Tabel 1 for beton under harmonisk varierende lastpåvirkning. Som tidligere antydnet kan algoritmen imidlertid på enkel måde generaliseres til også at gælde for beton under ikke-harmonisk belastningsvariation. Algoritmen skal blot, jævnfør (8), i sin start forsynes med en subroutine, der beskriver (SL_{MAX0}, p, f) som funktion af betonalder t . I ikke svingende perioder af lasthistorien forudsættes det, at lasten er stigende eller konstant (under visse omstændigheder begrænset faldende, se (8)). For sådanne belastninger præsenteres der hermed et alternativ til den normalt anvendte Palmgren-Miner's metode (19, 20), der ikke på nogen måde kan tilgodese krybningens indflydelse på udmattelse - og som grundlæggende, ifølge (1), kun anvendes i udmattelsesanalyser af beton på grund af manglende alternativer. Den modificerede algoritme er vist i Tabel 2. Et par simple eksempler på dens anvendelse til prediktion af betons levetid og reststyrke under ikke-harmonisk lastvariation er vist i Figurerne 19 og 20.



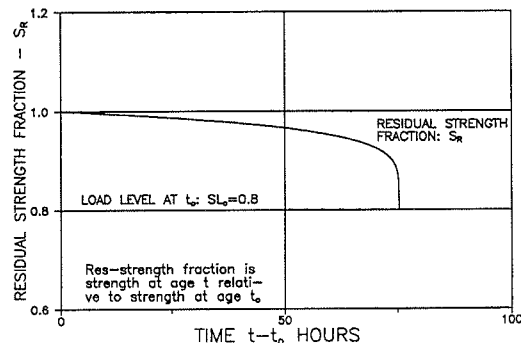
Figur 19. Reststyrke og levetid af beton belastet i en alder af $t_0 = 30$ døgn med last som vist.



Figur 20. Reststyrke og levetid af beton belastet i en alder af $t_0 = 30$ døgn. Samme SL_{MAX0} - SL_{MIN0} -historie som i Figur 19.



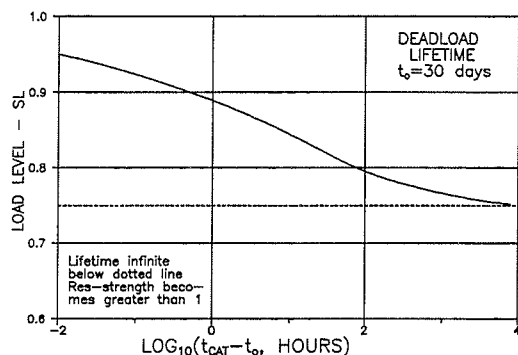
Figur 21. Levetid og reststyrke af beton under dødlast. Belastningsalder $t_0 = 30$ dage. Lastniveau $SL_0 = 0.7$



Figur 22. Levetid og reststyrke af beton under dødlast. Belastningsalder $t_0 = 30$ dage. Lastniveau $SL_0 = 0.8$.

Dødlast

Levetid og resstyrke under dødlast kan betragtes som et særligt tilfælde af ikke-harmonisk lastpåvirkning med $SL_{MAX0} \equiv SL_{MIN0}$ (eller af harmonisk varierende last med $p = 1$). I Figurerne 21 og 22 vises eksempler på dødlastanalyser ved Tabel



Figur 23. Dødlast-levetid. For $SL_0 < 0.75$ er $t_{CAT} = \infty$: Fejludbredelsen "lammes" af betonens naturlige styrkeudvikling.

2. Det bemærkes, at lastniveauet i det førstnævnte eksempel ikke fører til brud. Revneudviklingen modarbejdes effektivt af den naturlige styrkeudvikling i betonen (ældningen). I Figur 23 illustreres det, at levetiden er uendelig for belastningsniveauer $SL_0 < \approx 0.75$, hvilket er i udmærket principiel overensstemmelse med den tidligere nævnte observation af Rüschi (6) vedrørende statisk levetid.

3. Konklusion - forskning - forsøg

Ved vurderingen af resultaterne i Figurerne 1 - 23 må det erindres, at lastniveauerne er angivet i forhold til betonstyrken på belastningstidspunktet, t_0 . Et $SL_{MAX0} = 0.6$ ved $t_0 = 180$ døgn repræsenterer således for eksempel en større last end $SL_{MAX0} = 0.6$ ved $t_0 = 30$ døgn. For større t aftager lastniveauet, hvilket forlænger levetiden. Herimod virker betonens krybning og fatiguemekanismer iøvrigt, der afkorter levetiden. Der er altså tale om en form for konkurrence mellem effekterne af styrkestigning og udmattelsesmekanismer - en konkurrence, hvor resultatet ikke er umiddelbart overskueligt.

Som vist i konklusionen til Afsnit 2.2 kan nogle vigtige tendenser dog iagttages fra de teoretiske analyser. Sammenlignes disse teoretiske tendenser med de tilsvarende, i Kapitel 1 sammenfattede, eksperimentelt erfarede tendenser a-f, konstateres en ret god overensstemmelse:

- a. Alle teoretiske eksempler beskriver at styrken ved brud er lig maximum last på belastningstidspunkt.
- b. Reststyrke større end originalstyrke kan beskrives teoretisk, se Figur 18.
- c. Nogen nævneværdig levetidsforskel forudsiges ikke for lastfrekvenser $f > 1-10$ Hz, se konklusionen i Afsnit 2.2 og Figurerne 13 og 14.
- d. For lastniveauer $SL^{MAX} > \approx 0.75$ forudsiger teorien aftagende levetider for aftagende lastfrekvenser, se konklusionen i Afsnit 2.2 og Figur 16.
- e. Som præsenteret beskriver teorien ingen udmattelsesgrænse. Den kan imidlertid "indstilles til" at gøre det såfremt nye observationer påviser sådanne grænser, se Afsnit 2.2.
- f. Som præsenteret gælder teorien for tryk-, træk- såvel som ensidig bøjningspåvirkning ($p \geq 0$). Jævnfør "Bemærkning" i Afsnit 1.3 kan teorien rafineres til at gælde for negative lastbrøker.
- g. For lastbrøk $p = 0$ og belastningsalder > 30 døgn synes beskrivelsen af udmattelseslevetid for høje og lave lastfrekvenser at være praktisk taget uafhængig af belastningsalderens vedkommende. For $p = 0.5$ skal mindste belastningsalder forøges betydeligt, se Figurerne 1-12. Betonsammensætningens indflydelse på udmattelse kan ikke kontrolleres på grund af utilstrækkelige experimentelle oplysninger.

3.1 Teoriens muligheder

Der synes således at være god grund til at anvende den i rapporten udviklede teori som et nyttigt redskab i planlægningen af udmattelsesforsøg. Hertil kommer som den måske allervigtigste grund til at kunne bruge teorien som et planlægningsværktøj: Teorien beskriver overgangen mellem svingningsudmattelse og dødlastudmattelse i principiel overensstemmelse med de tidligere omtalte dødlastforsøg af Rüsch (6), se Figur 23. Denne sidste iagttagelse er samtidigt det væsentligste

argument for at antage, at den præsenterede teori i sig selv har væsentlige potentialer til at blive et nyttigt værktøj i udmattelsesdesign af beton og betonkonstruktioner.

Supplerende undersøgelser

Vi har i rapporten "lånt os frem" fra udmattelsesforskningen i træ med hensyn til ansættelse af materialekvalitet (FL) og revnekrybning (τ_{REVNE}). For at fremme teoriens operationalitet indenfor betonområdet må disse ansættelser naturligvis i fremtiden kunne baseres på selvstændige betonspecifikke undersøgelser. Hertil følgende bemærkninger:

Krybning - lagringsbetingelser: Det er i Afsnit 2.2 nævnt at fremtidige udmattelsesforsøg ikke bør udføres uden samtidige krybningsforsøg. Dette forhold kan ikke understreges for meget. I denne forbindelse er aspektet, lokalkrybning ved defekter i relation til makrokrybning af større materialeenheder, af særlig interesse. Som for træ styres klimaets indflydelse på udmattelse i høj grad af denne relation. Det skal i den forbindelse nævnes, at klimaets indflydelse på udmattelse via ældning og belastningstidspunkt for en stor dels vedkommende kan tilgodeses i den præsenterede teori under anvendelse af modenhedskonceptet (21,22). Klimaets indflydelse er dog ikke fuldt tilgodeset på denne måde. Fatigueparametrenes klimaafhængighed må studeres separat, specielt hastighedskonstanten C og hastighedsekspONENTEN M.

Styrkeniveau: Betonkvalitet eller styrkeniveauet FL (aktuel styrke/teoretisk styrke) kan for træ (8) skønnes ved $FL \approx (d/l_0)^{0.5}$, hvor $d \approx 0.3$ mm er en typisk mikrostrukturel dimension og l_0 er typisk aktuel fejlstørrelse (1.5-4 mm for knastfrit træ og > 4 mm for konstruktionstræ). Et lignende skøn kan formodentlig opstilles med hensyn til bestemmelse af styrkeniveauet for beton. Indtil det foreligger kan det antages, at skøre betoner (fx højstyrkebeton) har større FL (måske 0.4) end sejere normalbetoner for hvilke vi i rapporten har sat $FL \approx 0.25$.

Specielle forsøgsmål

Levetid versus betonkvalitet: Det fremgår implicit af grundligningen 4, at teoretisk predikterede levetider, ved samme lastniveau (SL), vokser med aftagende materialekvalitet i anden (FL^2). Som tidligere nævnt har dette interessante forhold indenfor træforskningen været kendt i lang tid som et korrekt billede af virkeligheden. Det er meget sandsynligt, at beton og træ udviser samme tilbøjelighed med hensyn til udmattelse. Det vil sige, at voksende betonkvalitet afkorter betonens levetid. Dette udsagn bør i høj grad afprøves eksperimentelt.

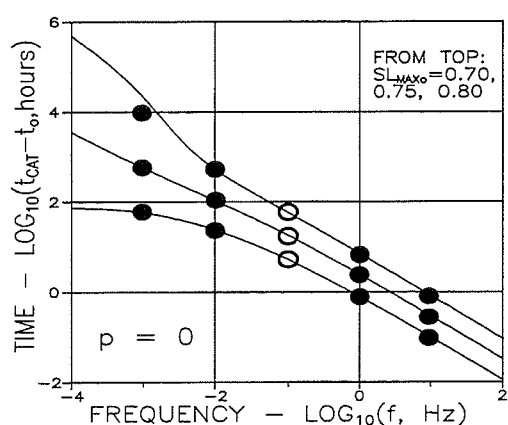
Levetid versus betonsammensætning: Betonsammensætning indflydelse på betonudmattelse bør også undersøges eksperimentelt. Teoretiske prediktioner bestemmes ved den fremlagte teori under indførelse af ældnings- og krybningsfunktioner bestemt i (23).

Specielle lastfrekvenser: Det vil være fremgået i rapporten, at belastningsfrekvenser i området $0.01 \text{ Hz} < f < 10 \text{ Hz}$ er af særlig interesse. Her ændres udmattelseslevetiden fra, hovedsageligt at være styret af materialeældning og energitab forårsaget af krybning til hovedsageligt at være styret af energitab forårsaget af elastiske bevægelser. Specielle undersøgelser bør også udføres for $SL_{MAX0} \leq 0.75$ og $f < 0.01 \text{ Hz}$, hvor reststyrken kan stige og hvor N_{CAT} kan blive uendelig.

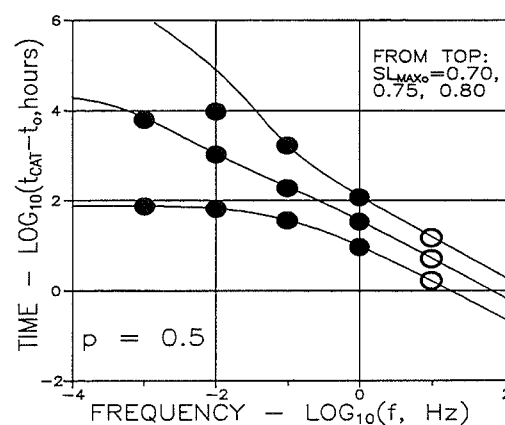
Ikke-harmonisk varierende last: Det understreges, at de eksperimentelle mål ikke nødvendigvis skal udvælges således, at kun harmonisk varierende lastpåvirkning indgår. Forsøg med tilfældig lastvariation bør i høj grad også foretages. Det teoretiske underlag for sådanne forsøg er givet i Afsnit 2.4, hvor udmattelse af beton under ikke-harmonisk varierende last er behandlet.

3.2 Teorien i forsøgsplanlægning

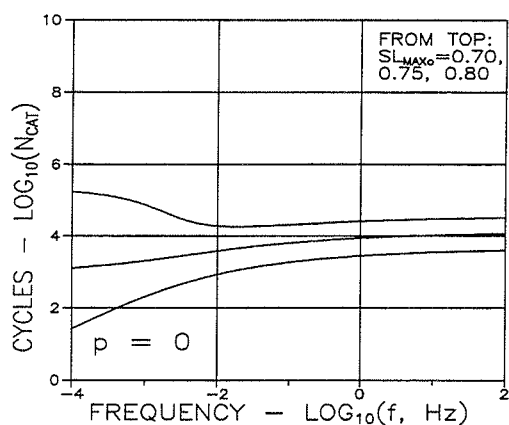
Konstateringen af sammenhængen mellem Rüsches grænse for statisk udmattelse og udmattelse under varierende last er central i forsøgsplanlægningen. Det vil sige, at særligt vigtige (erkendelsesudvidende) materialemæssige informationer vil kunne opnås ved at tilrettelægge forsøg med udgangspunkt i Ligning 11. Eksemplerne i Figurene 24-27 antyder, hvordan teorien kan anvendes til at identificere særligt givende forsøg.



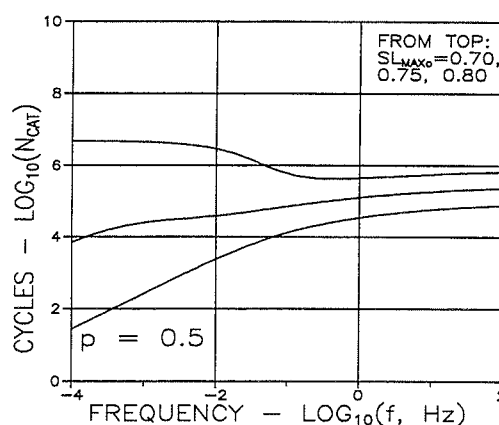
Figur 24. Forsøg med belastningsalder $t_0 = 30$ døgn og lastbrøk $p \approx 0$. Tom cirkel betyder eventuelt.



Figur 25. Forsøg med belastningsalder $t_0 = 30$ døgn og lastbrøk $p = 0.5$. Tom cirkel betyder eventuelt.



Figur 26. Forsøg med belastningsalder $t_0 = 30$ døgn og lastbrøk $p \approx 0$.



Figur 27. Forsøg med belastningsalder $t_0 = 30$ døgn og lastbrøk $p \approx 0.5$.

Teorien kan generelt anvendes i tilrettelæggelsen af eksperimentelle nærstudier af udmattelsesfænomener som for eksempel de, der omtales i forrige afsnit eller i Afsnit 2.3.

Slutbemærkning: Til slut skal nævnes, at principperne i den præsenterede udmattelsesteori uden videre kan anvendes i forbindelse med udmattelsesanalyser, herunder eksperimentelle, af andre ældende viskoelastiske materialer end beton.

Appendix A - ældning

Algoritmen i Tabel 1 er grundlæggende udviklet til udmattelsesanalyser af ikke-ældende viskoelastiske materialer som for eksempel træ. Som tidligere anført kan den imidlertid også anvendes på ældende viskoelastiske materialer som for eksempel beton, når in-put med hensyn til styrker og krybningsfunktioner modificeres som anført i rapportens hovedtekst. Den teoretiske baggrund for modifikationerne fremlægges nedenfor. Fremstillingen er meget koncentreret, men skulle med nogen tålmodighed kunne forstås ved samtidig læsning af (8).

Styrke og last

I nedenstående er alder generelt betegnet ved t , mens alder ved belastning angives som t_o . For symboler iøvrigt henvises til listen i Afsnit 1.2.

Materialeegenskaber med ældningsfunktion

$$f(t) = 1 - 0.5 \left(\frac{3 \text{ døgns}}{t, \text{ døgns}} \right)^{0.4} \quad (\text{f.ex.}) \quad \text{sampt}$$

$$\frac{\sigma_l}{\sigma_{l\infty}} = \frac{E}{E_{\infty}} = f(t) \quad \text{og konstant } \delta_{CR} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{\Gamma_{CR}}{\Gamma_{CR\infty}} = \frac{\sigma_l \delta_{CR}}{\sigma_{l\infty} \delta_{CR}} = f(t) \quad ; \quad \frac{K_{CR}}{K_{CR\infty}} = \frac{\sqrt{E \sigma_l \delta_{CR}}}{\sqrt{E_{\infty} \sigma_{l\infty} \delta_{CR}}} = f(t) \quad (A1)$$

$$\frac{\sigma_l}{\sigma_{l_o}} = \frac{E}{E_o} = \frac{\Gamma_{CR}}{\Gamma_{CR_o}} = \frac{K_{CR}}{K_{CR_o}} = \frac{f(t)}{f(t_o)}$$

$$FL = \frac{\sigma_{CR}}{\sigma_l} = \frac{K_{CR}}{\sigma_l \sqrt{l_o}} = \frac{K_{CR_o}}{\sigma_{l_o} \sqrt{l_o}} = FL_o$$

To størrelser er betydende i revneanalyse:

$$\frac{\delta}{l} = \frac{\pi \sigma^2}{E \sigma_l} \quad \text{og} \quad \frac{\sigma}{\sigma_l} = \frac{\sigma}{\sigma_{CR}} \frac{\sigma_{CR}}{\sigma_l} = SL * FL$$

med vilkårligt valgt referencestyrke σ_{CR}

Vi vælger som referencestyrke styrken σ_{CR_o} til $t = t_o$, hvor $l = l_o$

Lad os se på de to ovennævnte størrelser i relation til referencetilstanden

$$\frac{\sigma}{\sigma_l} = \frac{\sigma}{\sigma_{l_o} f(t)/f(t_o)} = \frac{\sigma}{\sigma_{CR_o} f(t)/f(t_o)} \frac{\sigma_{CR_o}}{\sigma_{l_o}} = \frac{SL_o}{f(t)/f(t_o)} FL_o \quad (A3)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\delta}{l} &= \frac{\pi\sigma^2}{E\sigma_l} = \frac{\pi\sigma^2}{E_\infty\sigma_{l_\infty}f(t)^2} ; \quad \frac{\delta_{CR}}{l_o} = \frac{\pi\sigma_{CRo}^2}{E_o\sigma_{lo}} = \frac{\pi\sigma^2}{E_\infty\sigma_{l_\infty}f(t)^2} \\
\frac{\delta}{\delta_{CR}} &= \kappa \left(\frac{\sigma}{\sigma_{CRo}} \right)^2 \frac{\sigma_{lo}}{\sigma_l} \frac{E_o}{E} = \kappa \left(\frac{\sigma}{\sigma_{CRo}} \right)^2 \left(\frac{f(t_o)}{f(t)} \right)^2 \\
\frac{\delta}{\delta_{CR}} &= \kappa \left(\frac{SL_o}{f(t)/f(t_o)} \right)^2 \quad \text{med} \quad SL_o = \frac{\sigma}{\sigma_{CRo}}
\end{aligned} \tag{A4}$$

Konklusion:

Vi kan regne på ældende materialer blot ved i teorien for ikke ældende materialer ($f(t)/f(t_o) \equiv 1$) at sætte

$$SL = \frac{SL_o}{f(t)/f(t_o)} \quad \text{og} \quad FL = FL_o$$

i hvert κ -step ($\Delta\kappa$) i den numeriske integration

(A5)

For eksempel bliver reststyrken

Residualstyrke:

$$\sigma_{CR}(l) = \frac{K_{CR}(t)}{\sqrt{\pi l}} ; \quad \sigma_{CR}(l_o) = \frac{K_{CR}(t_o)}{\sqrt{\pi l_o}} \Rightarrow S_R = \frac{\sigma_{CR}(l)}{\sigma_{CR}(l_o)} = \frac{f(t)/f(t_o)}{\sqrt{\kappa}} \tag{A6}$$

Note: Det skal bemærkes, at andre ældningsfunktioner $f(t)$ end den i Ligning A1 angivne uden videre kan indføres i ovenstående udtryk, for eksempel som foreslået i (21,22).

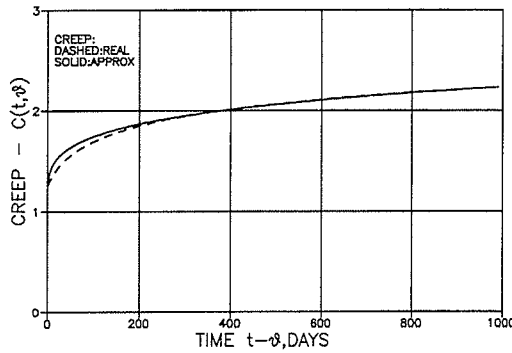
Krybning

I simplificeret form kan betons krybning efter (15,16,23) udtrykkes ved det første udtryk i Ligning A7 med *tiden målt i alder*,

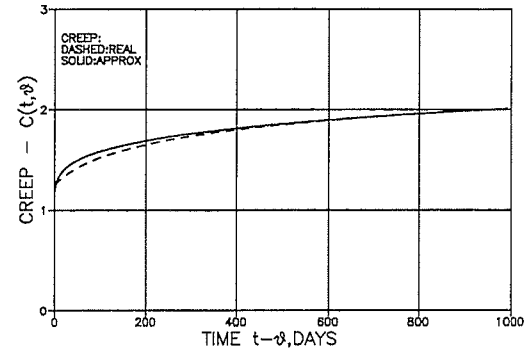
$$\begin{aligned}
C(t, \theta) &= 1 + \alpha + K \cdot \log_E \left(\frac{t}{\theta} \right) && \text{"Reel" krybningsfunktion} \\
C(t, \theta) &= 1 + \left(\frac{t - \theta}{\tau} \right)^b && \text{Eksponentialkrybnings approx.}
\end{aligned} \tag{A7}$$

Belastningsalderen er betegnet ved θ . Krybningsparametrene α og K afhænger af betonsammensætning og klima. For en "normallagret normalbeton" kan vi sætte $\alpha \approx K \approx 0.25$.

Vi kan til det foreliggende formål tilnærme ovenstående krybningsfunktion til et exponentialkrybnings-lignende udtryk (andet udtryk i Ligning A7) ved at antage, at krybningsfunktionen skal have fordoblet sin værdi i tiden τ efter belastningstidspunktet - og at krybningen 1000 døgn efter dette tidspunkt skal være den samme, hvadenten den udtrykkes ved det ene eller det andet krybningsudtryk. Disse betingelser kan (stadig med tiden i betonalderdøgn) formuleres som angivet i Ligning A8, hvorfra relaxationstid τ og krybningsekspONENT b kan afledes som udtrykt i Ligning A9.



Figur A1. $(\alpha, K) = (0.25, 0.25)$. $\theta = 20$ døgn.



Figur A2. $(\alpha, K) = (0.25, 0.25)$. $\theta = 50$ døgn.

$$\alpha + K \log_E \left(\frac{\theta + \tau}{\theta} \right) = 1 \quad ; \quad \alpha + K \log_E \left(\frac{\theta + 1000}{\theta} \right) = \left(\frac{1000}{\tau} \right)^b \quad (A8)$$

$$\tau = \left[\exp \left(\frac{1 - \alpha}{K} \right) - 1 \right] \theta \quad ; \quad b = \frac{\log_E [\alpha + K \log_E (1 + 1000/\theta)]}{\log_E (1000/\tau)} \quad (A9)$$

Eksempler på konvertering af betonkrybning til eksponentialkrybning er vist i Figureerne A1 og A2. Det noteres, at det konverterede udtryk for t umiddelbart efter θ giver en mere plausibel krybningsbeskrivelse end originaludtrykket i Ligning A7, hvor krybningen stiger diskontinuert i belastningstidspunktet. For større tider er originaludtrykket imidlertid at foretrække.

Det skal bemærkes, at det beskrevne princip for konvertering af beton-krybning til diskret exponentialkrybning også kan anvendes på andre ældende materialer med andre krybningsfunktioner.

Litteratur

1. "Long term random dynamic loading of concrete structures". Report by RILEM Committee 36-RDL, Materials and Structures, (97)1984, 1-28.
2. Sørensen, N. Bo.: "Fatigue of high strength concrete in compression", Ph.D.-thesis, Summary report 6.11 on research project: "High performance concretes in the 90'es", Inst. Building Technic, Ålborg University, Denmark, 1993. - Other parts of thesis are reports 6.1(1990) - 6.8(1993), referred to in summary report.
3. Aas-Jakobsen, K.: "Fatigue of concrete beams and columns", Bulletin 70-1(1970), Norges tekniske Høgskole, Trondheim.
4. Tepfers, R. and Kutti, T.: "Fatigue strength of plain concrete". J. Am. Concr. Inst., Proc. 76(1979), 635-652.
5. Nielsen, L. Fuglsang: "Fatigue-styrken af beton og lignende viskoelastiske systemer med ældning", (in danish, Fatigue strength of concrete and similar viscoelastic systems with aging), Tech. rep. 196(1989), Build. Mat. Lab., Tech. Univ. Denmark.
6. Rüsch, H.: "Physikalische Fragen der Betonprüfung". Zement-Kalk-Gips 12 (1954), 27-39.
7. Slowik, V., Plizzari, G.A. and Saouma, V.E.: "Fracture of concrete under variable amplitude fatigue loading", ACI Materials Journ., may/june(1996), 272-283.
8. Nielsen, L. Fuglsang: "Lifetime and residual strength of wood subjected to static and variable load", Tech. Rep. R6(1996), Dept. Struct. Eng. and Materials, Tech. Univ. Denmark.
9. *Idem*: "Crack Propagation in Linear-Viscoelastic Materials", Bygningssstatistiske Meddelelser, 49 (1978), 1.
10. *Idem*: "Crack Failure of Dead-, Ramp-, and Combined Loaded Viscoelastic Materials", First Int. Conf. on Wood Fracture, Banff, Alberta, Canada 1978. Proc., 187, Western Forest Products Lab., Univ. Brit. Columbia, Vancouver, B.C., Canada 1979.
11. Madsen B. and Johns, K.: "Duration of Load Effects in Lumber:, Part I: A Fracture Mechanics Approach, Part II: Experimental Data, and Part III: Code Considerations", Can. J. Civ. Eng., 9(1982), 502-536.
12. Borg Madsen: "Structural Behavior of Timber", Timber Engineering Ltd., North Vancouver, B.C., Canada 1992. Appendix A by L. Fuglsang Nielsen: "The theory of Wood as a Cracked Viscoelastic Material".
13. Nielsen, L. Fuglsang: "Lifetime and Fatigue of Wood and other Building Materials", Conference of Int. Union of Forestry Research Organizations (IUFRO), Saint John, New Brunswick, Fredericton, N.B., Canada, July 30 to August 3, 1990. Proc., Build. Mat. Lab., Techn. Univ. Denmark 1991, 448-482.
14. *Idem*: "Power Law Creep as Related to Relaxation, Elasticity, Damping, Rheological Spectra and Creep Recovery - With Special Reference to Wood", Conference of Int. Union of Forestry Research Organizations (IUFRO), Xalapa, Mexico, December 1984. Proc., IUFRO S5.02, 181 - 204, Build. Mat. Lab., Techn. Univ. Denmark, 1985.
15. *Idem*: "On the Prediction of Rheological Parameters for Concrete". Proc. from "No-

rdic Seminar on Deformations in Concrete Structures", Copenhagen, march 1980. DIALOG 1-80(1980), 81-118.

16. *Idem*: "On the prediction of creep functions for concrete" i "Fundamental Research on Creep and Shrinkage of Concrete" (ed. F. Wittmann), Martinus Nijhoff Publishers, The Hague 1982.

17. Graf, O. and Brenner, E.: "Versuche zur Ermittlung der Widerstandsfähigkeit von Beton gegen oftmals wiederholte Belastung". Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 76(1934) u. 83(1936).

18. McCall, J. T.: "Probability of fatigue failure in plain concrete". J. Am. Concr. Inst., Vol. 55(1958), 233.

19. Palmgren, A.: "Die Lebensdauer von Kugellagern, VDI, Zeitschrift Verein Deutscher Ingenieur, 68(1924), 339-341.

20. Miner, M.A.: "Cumulative damage in fatigue", Trans. ASTM, 67(1945), pp. A159-A164.

21. Hansen, P. Freiesleben: "Hærdeteknologi-1, Portland cement" og "Hærdeteknologi-2, Dekrementmetoden", Bkf-centralen, 1978.

22. Hansen, P. Freiesleben og Pedersen, E.J.: "Vinterstøbning af beton", Statens Byggeforskningsinstitut, SBI-anvisning 125(1982).

23. Nielsen, L. Fuglsang: "Creep and Stiffness of Concrete - a rational prediction method", (in danish with eng. summary). Dansk Beton 4(1992).