

AFDELINGEN FOR
BÆRENDE KONSTRUKTIONER
DANMARKS TEKNISKE HØJSKOLE



STRUCTURAL RESEARCH LABORATORY
TECHNICAL UNIVERSITY OF DENMARK

J. Nielsen
SILOTRYK

RAPPORT NR. R 26 1972

Forord.

Denne afhandling er udarbejdet som led i betingelserne for erhvervelsen af den tekniske licentiatgrad.

Studiet er udført hos professor, dr.techn. Troels Brøndum-Nielsen ved Afdelingen for Bærende Konstruktioner, Danmarks tekniske Højskole. Lektor Vagn Askegaard har virket som vejleder.

I forbindelse med udarbejdelsen af afhandlingen har jeg herudover modtaget værdifuld bistand fra en lang række af afdelingens medarbejdere.

Tuborgfondet har ydet økonomisk støtte til gennemførelse af forsøgene og Kongens Bryghus har stillet silo til disposition. Kongens Bryghus har endvidere vist stor imødekommenhed under planlægning og udførelse af forsøgene.

To studierejser er indgået som et led i studiet. Én af 10 dages varighed hos professor, dr.ing. K. Pieper, Lehrstuhl für Hochbaustatik, Technische Universität, Braunschweig, og én af 14 dages varighed hos Soil Mechanic Group i Cambridge.

København i oktober 1971.

Jørgen Nielsen

Resumé.

Der er i det arbejde, som Afdelingen for Bærende Konstruktioner (sag 14/63) tidligere har udført, peget på nogle uafklarede problemer i forbindelse med måling af silotryk og fortolkning af resultaterne. Licentiatafhandlingen søger at kaste lys over sådanne problemer. Først behandles trykcellers opførsel ved måling i kornede medier, og der beskrives et kalibreringsudstyr, i hvilket de vigtigste målefejl kan undersøges. Dernæst gengives resultaterne af en silomåling. Det påvises, at der opstår væsentlige trykomlejringer som følge af forholdsvis små uregelmæssigheder i siloens indvendige geometri. Endelig diskuteres tre modellove for silomodeller, og det påvises, at kun modelmålinger i et forøget tyngdefelt har generel interesse. Til sidst diskuteses de tyske normer på grundlag af de øvrige kapitler og et litteraturstudium; herunder peges der på fremtidigt fortsat arbejde.

Indholdsfortegnelse.

Side

Forord	1
Resumé	2
Indholdsfortegnelse	3
1. Afhandlingens omfang	4
2. Udstyr til undersøgelse af trykceller med henblik på måling i kornede medier	7
3. Tøjningsmåling på Kongens Bryghus	34
4. Silomodeller	105
5. Dimensioneringsgrundlaget	117

Afhandlingens fire sidste kapitler kan stort set læses uafhængigt af hinanden. Derfor er en detaljeret indholdsfortegnelse, symboliste og litteraturliste anbragt i forbindelse med hvert af disse kapitler.

Inden for hvert afsnit mærkes figurer og ligninger i alfabetisk rækkefølge begyndende med a for figurer og r for ligninger. Endvidere forsynes de med afschnittets nummer.

1. Afhandlingens omfang.

Denne afhandling omhandler silotryk. Dette emne har gennem en årrække været gjort til genstand for intens forskning. Revnedannelse og endog brud i siloer har medført denne interesse, men de resultater, der er opnået, er ikke entydige således, at en vurdering af de påvirkninger en silo udsættes for stadig er behæftet med betydelig usikkerhed. Den store usikkerhed gælder specielt for tømningssituationen, der samtidig har vist sig ofte at være dimensionsgivende for silovæggen.

Afdelingen for Bærende Konstruktioner har også bidraget til denne forskning. Således har måling med trykceller i elastiske medier været gjort til genstand for en række teoretiske og eksperimentelle undersøgelser [1] og [2]. Undersøgelserne resulterede i udviklingen af en trykcelletype, der senere blev anvendt til trykmåling i en silo [3]. Ved denne silomåling undersøgtes også spændingerne i armeringsjernene i en revne i silovæggen. Af måleresultaterne fremgår, at trykket under tømning fluktuerer således, at der ofte forekommer "spidser" på de film, der viser tømningstrykket. Ved forsøgene opnåedes ikke overensstemmelse mellem tryk målt med trykcellerne og de tryk, der svarer til de målte spændinger i armeringen. Denne modstrid gav anledning til at følgende spørgsmål rejstes:

- I. Giver den indvendige siloflades små afvigelser fra den enkeltkrumme form anledning til systematiske trykforskelle?
- II. Giver anbringelsen af en trykcelle en systematisk trykændring på målestedet?
- III. Finder vi ved spændingsmålinger de karakteristiske "spidser", vi iagttog på de film, der viste tømningstrykket.

Spørgsmål II kan besvares bekræftende efter en undersøgelse foretaget som eksamensprojekt [4], og spørgsmålene I og III tages op i denne afhandlings kapitel III.

Licentiatarbejdet kan således betragtes som en fortsættelse af afdelingens arbejde med måling af silotryk. Hovedopgaven har været at undersøge silotrykket under tømning og specielt søge en afklaring på spørgsmålet om hvorfor tryk, som måles i én silo, ofte afviger fra det tryk, som måles i en tilsvarende silo. Det fremgår

af den følgende præsentation af de enkelte kapitler, at foruden undersøgelser vedrørende betydningen af ujævnheder i silovæggens form har arbejdet haft et fælles mål, nemlig at give en mere præcis fortolkning af trykmålinger i siloer.

Mange trykmålinger i siloer er foretaget ved hjælp af trykceller. Kapitel 2 omhandler de krav, der må stilles til en trykcelles stivhed og til kalibreringsudstyr for trykceller, for at målefejl kan undgås. Endvidere beskrives et kalibreringsudstyr, som gør det muligt at undersøge, om en given trykcelle opfylder de krav, som er en første betingelse for en pålidelig silotrykmåling.

Tredie kapitel beskriver en eksperimentel undersøgelse af en silovægs ekstrapåvirkninger som følge af en lille geometrisk unøjagtighed (bule) på silovæggen. Det vises, at der forekommer store spændingsomlejringer omkring hulen således, at en trykmåling vil give vildledende resultater, hvis den ikke sættes i forbindelse med den geometriske uregelmæssighed. De målte trykomlejringer er så store, at de endvidere kan få indflydelse på dimensioneringsgrundlaget.

I kapitel 4 behandles spørgsmålet om modellove for siloforsøg; et emne der er gjort bemærkelsesværdigt lidt ud af inden for siloforskningen. En betingelse for at måleresultater kan overføres til en silo af en anden størrelse er, at der eksisterer en modellov, hvis forudsætninger er opfyldt. Der beskrives tre muligheder for fremstilling af modeller, og deres forudsætninger diskuteres.

I afhandlingen sidste kapitel diskutes dimensioneringsgrundlaget med udgangspunkt i ovennævnte tre kapitler, de nyeste forskningsresultater samt de tyske normer.

For at afhandlingen ikke skulle blive for omfattende, er gengivelser fra litteraturstudiet søgt begrænset mest muligt. For nærmere studier af disse resultater henvises til de givne referencer, der er anbragt i forbindelse med hvert kapitel.

Litteratur.

- [1] V. Askegaard: "Measurement of pressure between a rigid wall and a compressible medium by means of pressure cells".
Acta Polytechnica Scandinavica, Ci 11, København 1961.
- [2] V. Askegaard: "Measurement of pressure in solids by means of pressure cells".
Acta Polytechnica Scandinavica, Ci 17, København 1963.
- [3] "Måling af silotryk (soyabønner og soyaskrå)".
Laboratoriet for Bygningsteknik, sag nr. 14/63, 1963.
- [4] M. Bergholdt og J. Nielsen. Eksamensprojekt.
Laboratoriet for Bærende Konstruktioner. 1967.

2. Udstyr til undersøgelse af trykceller med henblik på
måling i kornede medier.

	Indholdsfortegnelse.	Side
	Bogstavssymboler	8
2.1	Indledning	9
2.2	Målefejl ved anvendelse af trykceller	9
2.3	Kalibrering og afprøvning af trykceller	11
2.4	Sandkalibreringsudstyr	11
2.4.1	Beskrivelse af udstyret	12
2.4.2	Måling af side- og bundtryk	13
2.4.3	Kendt spændingstilstand	17
2.4.4	Elastisk tilstand	20
2.4.5	Uendeligt/halvuendeligt medium	25
2.4.6	Afprøvning af opstilling	30
2.5	Konklusion	32
	Litteratur	33

Bogstavssymboler.

<u>Symbol</u>	<u>Betydning</u>
a	Radius for trykcelle
b	Radius for trykføler
E	Elasticitetskoeficient
w, W	Nedbøjning
σ_{ij}	Spændingskomposanter
ϵ_{ij}	Tøjningskomposanter
Δ	Ændring af en størrelse ved overgang fra en tilstand til en anden
v	Poisson's forhold
φ	Frikitionsvinkel

Index:

av	middel
b	messing
m	medium
t	teflon

2.1 Indledning.

Når trykceller anvendes til måling i kornede medier forstyrres tryktilstanden i mediet således, at der opstår målefejl. I dette kapitel beskrives først hvorledes de vigtigste af disse målefejl fremkommer og hvilke krav, der må stillles til trykcellen for at undgå sådanne fejl. Senere beskrives hvorledes det undersøges om en given celle er egnet til måling i et givet medium (afsnit 2.3). Til sidst beskrives et udstyr, som er udviklet ved Afdelingen for Bærende Konstruktioner, og som kan anvendes til afprøving af trykceller (afsnit 2.4).

2.2 Målefejl ved anvendelse af trykceller.

Ved en trykcelle forstås i det følgende et legeme, der ved trykpåvirkning i en given retning deformeres og afgiver et entydigt signal kaldet visningen. I anvendelsesområdet gælder som regel en lineær sammenhæng mellem tryk og visning.

Det forudsættes, at det kornede medium kan opfattes som et kontinuum. Dette er opfyldt, når trykcellen er stor i forhold til diameteren af de enkelte korn i mediet. Endvidere forudsættes at mediet kan beskrives som et lineærelastisk-idealplastisk materiale, hvis flydegrænse er bestemt ved Coulombs brudhypotese.

Mediet siges at være i elastisk tilstand, når der intet sted i mediet forekommer brud, og i plastisk tilstand, hvis brudtilstanden er nået i mindst ét punkt i mediet.

Når en trykcelle anvendes, undgås målefejl kun hvis tryktilstanden i mediet ikke ændres ved trykcellens tilstedeværelse. Forstyrrelser fremkommer f.eks., hvis trykcellen kan deformeres, og den er anbragt som en del af en uendelig stiv væg, eller hvis trykcellen er anbragt midt i mediet og har andre fysiske egenskaber end dette..

Ved måling af tryk på en uendelig stiv væg kan trykcellen indbygges i væggen, og trykcellen skal da være ueftergivelig. Da man for at få et signal fra trykcellen almindeligvis konstruerer den således, at der opstår deformationer, kan der fremkomme målefejl. Under forudsætning af at mediet er lineærelastisk, og der hverken er friktion eller trækspændinger mellem medium og væg fås ifølge [1], at målefejlen, $\Delta\sigma$, er:

$$\Delta\sigma = k \frac{\frac{E_w}{w} \cdot a}{(1-v^2)a} \quad (2.2.1.r)$$

hvor w_{av} er middelnedbøjningen af cellens overflade, a dens radius og k er en konstant, som afhænger af trykcelleoverfladens stivhed, og hvis grænser er ca. 1 for en membran og ca. 2 for et stift stempel. Af dette udtryk fremgår, at fejlen vokser, hvis en given celle anvendes i et stivere medium. Hvis forudsætningen om elastisk medium ikke er opfyldt, giver ligning (2.2.1.r) et skøn over målefejlen på den sikre side, idet den plastiske tilstand er karakteriseret ved at en given flytning, w_{av} , fremkommer som følge af en mindre spændingsændring, $\Delta\sigma$, end i den elastiske tilstand. Den elastiske tilstand kan således, også hvis brud opstår, lægges til grund for et skøn over målefejlen.

Ved måling af tryk i det indre af et elastisk medium må trykcellens stivhed tilpasses mediets for at undgå målefejl. I [2] findes udtryk for målefejlen for et medium i elastisk tilstand. Af [2] fremgår også, at hvis trykcellen har en anden stivhed end mediet, bliver visningen afhængig af spændinger i andre retninger end den, hvori der måles. Trykcellen siges i så fald at være tværtryksfølsom. Ved måling i det indre af et medium, der under målingen gennemløber tilstande før og efter brud, kræves at trykcellens stivhed ændres som en funktion af tryktilstanden. Sådanne tilfælde omhandles ikke i dette kapitel.

Foruden de nævnte fejl, der skyldes trykcellens deformationer, kan der ved specielle anvendelser forekomme andre målefejl, som følge af at trykcellens fysiske egenskaber ikke er de samme som mediets. Som eksempler kan nævnes: 1) at cellens overflade kan virke forstyrrende på forskydningskræfterne, 2) forstyrrelse af porevandsstrømninger i mediet, samt 3) forstyrrelse af strømningsbilledet ved dynamiske forsøg. Selve anbringelsen af trykcellen kan også være skyld i målefejl, idet mediets poretal ændres i nærheden af cellen. Fejl af denne art kan i nogle tilfælde undersøges med det senere beskrevne udstyr, men ellers vil undersøgelse af målefejl af denne type ikke blive behandlet.

Målefejl er således stærkt afhængige af anvendelsen, og en trykcelle, som giver gode resultater ved én anvendelse, kan give vildledende resultater ved en anden. De fejl, der skyldes cellens deformationer, er dog de vigtigste, fordi disse fejl forekommer ved enhver anvendelse i kornede medier.

2.3 Kalibrering og afprøvning af trykceller.

Sammenhængen mellem trykket og trykcellens visning kan findes ved en luftkalibrering. Trykcellen anbringes i et trykkammer, og sammenhørende værdier af visning og tryk findes.

For at finde den fejl, der opstår som følge af trykcellens deformation i kornede medier, sammenlignes resultatet med en tilsvarende måling, kaldet sandkalibrering, hvor trykcellen anbringes i et kornet medium, som opfylder følgende tre krav:

- I. Spændingstilstanden er kendt, når trykcellen ikke er til stede.
- II. Mediet er i elastisk tilstand.
- III. Mediet har en sådan udstrækning, at det kan betragtes som uendeligt/halvuendeligt.

Hvis krav I er opfyldt, er det muligt ved sammenligning med luftkalibreringen at få et mål for den fejl, som skyldes trykcellens deformation.

Ved et givet tryk kan det kornede medium være i enten elastisk eller i plastisk tilstand alt efter hovedspændingernes indbyrdes størrelsesforhold. Som nævnt i afsnit 2.2 er målefejlen for et givet tryk størst, når mediet er elastisk. Når krav II er opfyldt fås således en øvre grænse for fejlen. Krav III er medtaget fordi cellen normalt anvendes under sådanne omstændigheder, hvor trykcellens forstyrrelser kan betragtes som lokale.

Hvis trykcellen skal anvendes til måling i det indre af mediet undersøges også størrelsen af den i afsnit 2.2 nævnte tværtryksfølsomhed. Under forudsætning af at der gælder en lineær sammenhæng mellem en trykcelles fejlvisning og forøgelsen af sidetrykket, kan tværfoelsomheden undersøges ved at foretage to kalibreringer med to forskellige forhold mellem tryk og sidetryk.

2.4 Sandkalibreringsudstyr.

I dette afsnit beskrives et sandkalibreringsudstyr, som er udviklet ved Afdelingen for Pærende Konstruktioner. I afsnit 2.4.1 vises den geometriske udformning, i 2.4.2 redegøres for måling af side- og bundtryk og i 2.4.3, 2.4.4 og 2.4.5 vises i hvor høj grad de i afsnit 2.3 nævnte krav til opstillingen er opfyldt. Endelig vises i afsnit 2.4.6, hvorledes opstillingen er afprøvet. Det er forsøgt at gøre beskrivelsen så generel, at resultatet af overve-

jelserne kan overføres til opstillinger med andre dimensioner eller med et andet medium.

2.4.1 Beskrivelse af udstyret.

I litteraturen findes flere forslag til udstyr af den her ønskede type. De vigtigste er stillet af Hadala [3], Trollope og Lee [4] og Plantema [5]. Hadalas opstilling er den enkleste at anvende, men den giver ikke mulighed for at måle sidetrykket, og det er ikke vist, at deformationerne i sideretningen er så små, at mediet er i elastisk tilstand. I Trollope og Lee's opstilling er der heller ikke mulighed for at måle sidetrykket, og opstillingen er desuden kompliceret at anvende. Plantemas opstilling er både kompliceret at konstruere og at anvende, men den giver mulighed for at variere og måle sidetrykket.

I forbindelse med det foreliggende arbejde valgtes det at videreudvikle en på Afdelingen for Bærende Konstruktioner tidligere anvendt [sag 14/63] opstilling, således at det nu er muligt at måle sidetrykket med små trykfølere. Der er lagt vægt på at undgå for store sidedeformationer og for store friktionskræfter langs mediets begrænsning. En skitse af opstillingen er vist på fig. 2.4.1.a. Opstillingen består af en jernring med radius R , en gummimembran og et låg. For at nedsætte friktionen er et teflon-fedtlag fastgjort til

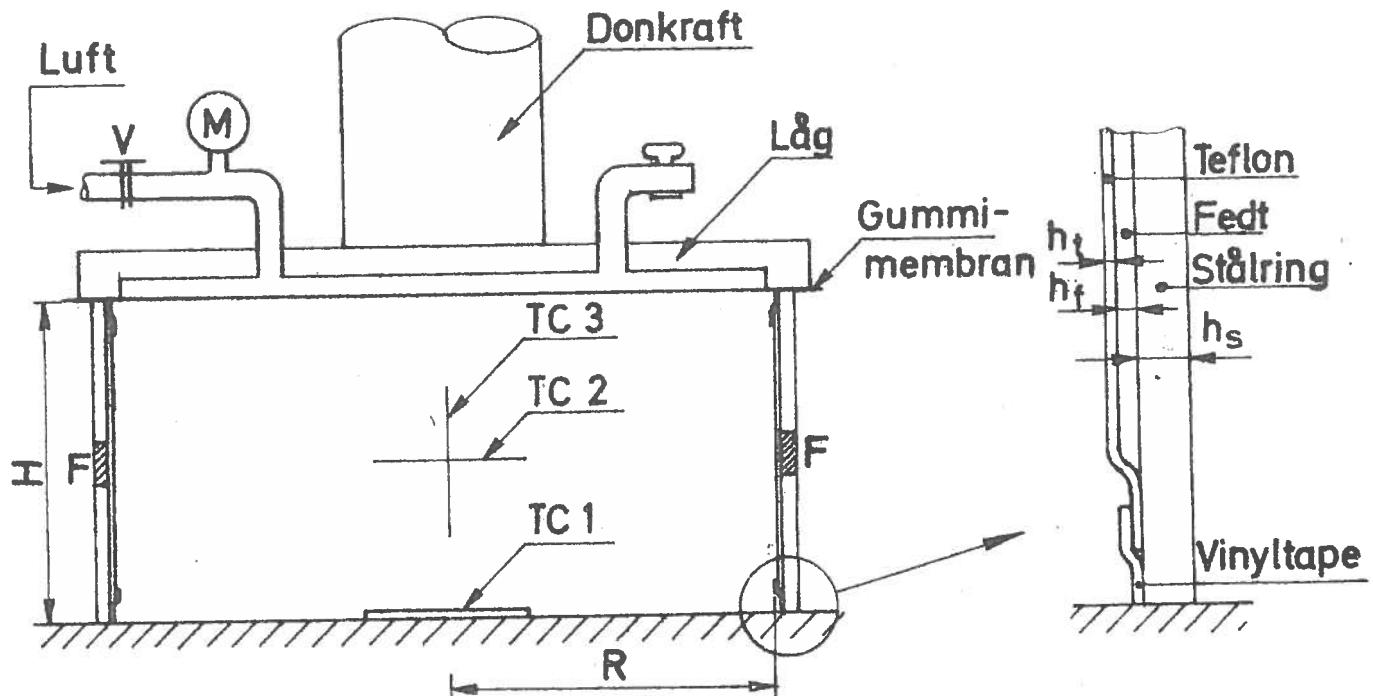


Fig. 2.4.1.a

Jernringen ved hjælp af vinyltape (se fig. 2.4.1.a). Luft fra en trykluftflaske ledes ind mellem låg og gummimembran, medens der etableres et modhold ved hjælp af en donkraft. Ved hjælp af en reduktionsventil, V, kan man opnå et givet tryk, der kan aflæses på manometret, M. Trykcellen kan anbringes i mediet på en af de tre måder, som er symboliseret med TC1, TC2 og TC3. I de to sidstnævnte tilfælde er også kammerets bund dækket med et teflon-fedtlag, og bundtrykket kontrolleres.

Den på laboratoriet eksisterende opstilling er udført i følgende dimensioner

$$R = 31,5 \text{ cm}$$

$$H = 25 \text{ cm}$$

$$h_s = 0,7 \text{ cm}$$

$$h_f = 0,1 \text{ cm}$$

$$h_t = 0,02 \text{ cm}$$

For de forskellige materialer, som indgår, regnes med følgende værdier af E og ν , idet mediet er sand og ringen er af stål.

$$\text{mediet: } E_m = 1000 \text{ kp/cm}^2 \text{ og } \nu_m = 0,33$$

$$\text{stål : } E_s = 2,1 \cdot 10^6 \text{ kp/cm}^2 \text{ og } \nu_s = 0,30$$

$$\text{teflon: } E_t = 3500 \text{ kp/cm}^2 \text{ og } \nu_t = 0,5.$$

2.4.2 Måling af side- og bundtryk.

Side- og bundtryk måles med små trykfølere, F, anbragt i opstillingen som det fremgår af fig. 2.4.2.a og fig. 2.4.1.a. Deres udformning fremgår af fig. 2.4.2.b.

Af fig. 2.4.2.b fremgår også, hvorledes der på trykfølerne er anbragt to strain gages, G1 og G2. Den ene af disse gages får positive tøjninger den anden negative, og anbragt i en halvbro giver de et temperaturkompensered signal, som afhænger af trykket på trykføleren.

I laboratoriets opstilling er trykfølerne udført i messing med $E_b = 10^6 \text{ kp/cm}^2$ og $\nu_b = 0,3$, og dimensionerne er givet ved $b = 1 \text{ cm}$ og $t = 0,04 \text{ cm}$ for trykfølere til måling af sidetryk og $t = 0,06 \text{ cm}$ for trykfølere til måling af bundtryk.

Ved anvendelse til måling direkte mod mediet får disse trykfølere så stor nedbøjning i forhold til diameteren, at den frem-

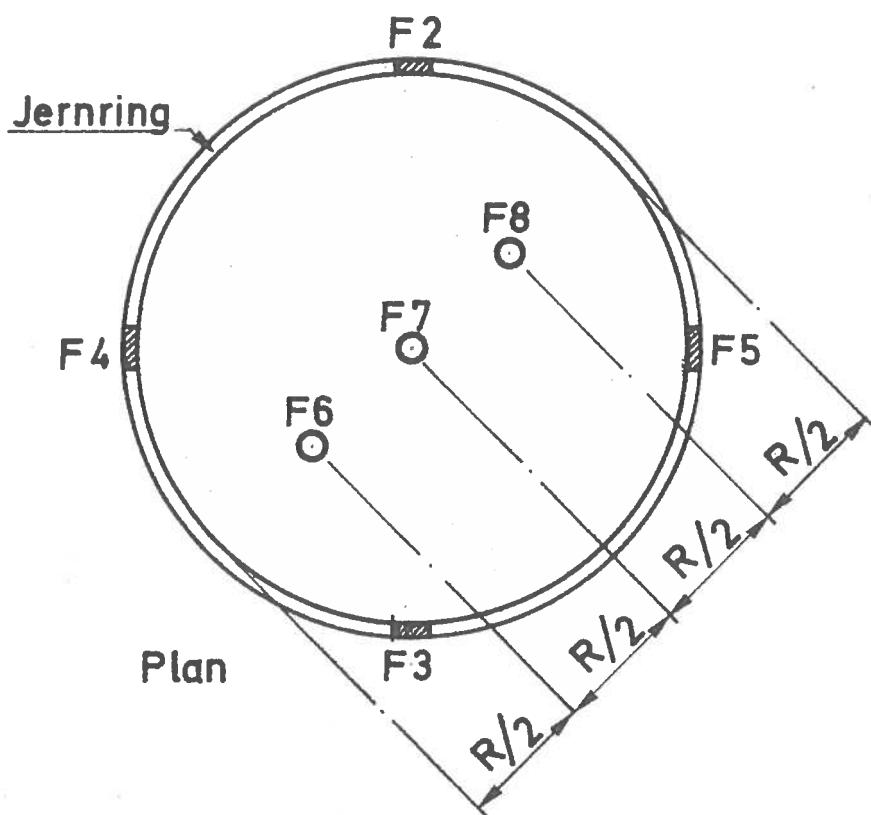


Fig. 2.4.2.a.

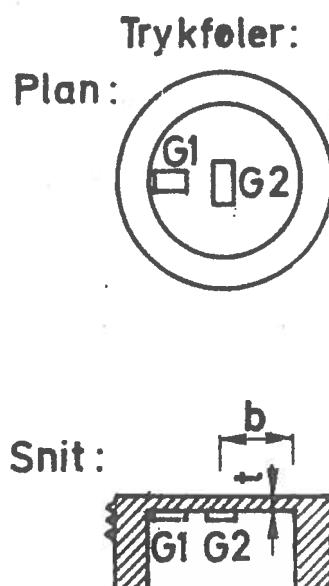


Fig. 2.4.2.b.

komne målefejl, som kan skønnes ved hjælp af ligning (2.2.1.r) bliver helt uacceptabel. En tilfredsstillende registrering kan derimod opnås, hvis virkningen af den lokale nedbøjning af trykføleren ved hjælp af fedtlaget fordeles til et stort cirkulært område med radius B. Når trykføleren således får en maksimalnedbøjning, w, fremkommer der i mediet en maksimal nedbøjning, W, som er meget mindre end w (se fig. 2.4.2.c). Trykføler, fedttag og teflonfolie påvirker således tilnærmelsesvis mediet på samme måde som en trykcelle med radius B og nedbøjning W (se fig. 2.4.2.c). En skitse, der antyder trykfordelingen i fedttaget er vist i fig. 2.4.2.d. B afhænger af fedttagets viskositet således, at B vokser og målefejlen mindskes jo mere tyndtflydende fedt, der anvendes. Til en given acceptabel målefejl, $\Delta\sigma$, svarer en bestemt radius B, som kan findes af ligning (2.2.1.r). En tynd olie ville medføre en forsvindende målefejl. Når en sådan ikke anvendes, er det fordi problemerne med at holde fedttaget på plads bliver større jo mere flydende fedttypen er.

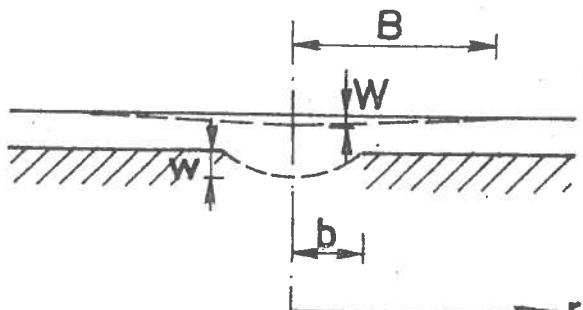


Fig. 2.4.2.c.

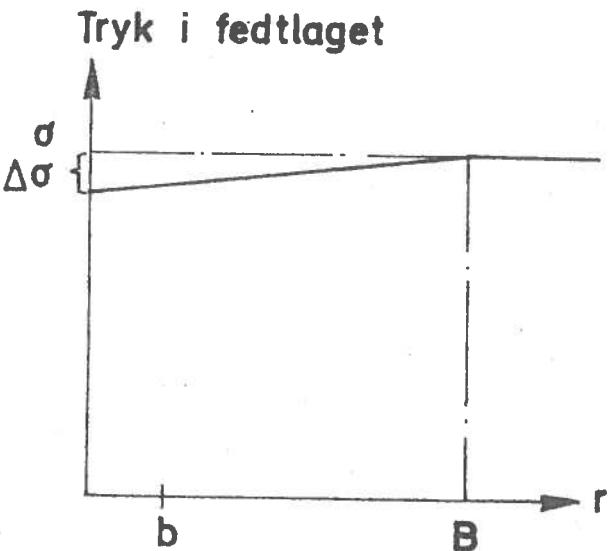


Fig. 2.4.2.d.

Hvorvidt en given fedt har den konsistens, der er forudsat, kan undersøges i en opstilling, som den i fig. 2.4.2.e skitserede. Opstillingen består af et trykkammer, i hvis bund, der er anbragt en trykføler. Over denne findes et lag fedt af den type, der skal undersøges. Over fedtlaget anbringes en tyk stålplade med radius B. Stålpladen forudsættes uendelig stiv. Ved små afstandsklodser sikres, at fedtlaget har en tykkelse, der svarer til den, der findes i kalibreringsudstyret.

Således forventes i fedtlaget en tilstand svarende til den på fig. 2.4.2.d. skitserede. Hvis denne tilstand opnås er $\Delta\sigma$ i trykkammeret større end $\Delta\sigma$ i sandkalibreringsopstillingen, idet stålpladen regnes ueftergivelig. Hvis den prøvede fedt er tyndere end forudsat, presses olie ind langs randen, og der måles lavere $\Delta\sigma$. Dette betyder, at hvis denne fedt anvendes, opnås større B end forudsat og dermed mindre fejl end beregnet. Den beregnede fejl vil da være en øvre grænse for fejlen. Hvis der anvendes en mindre flydende fedttype end forudsat ved beregningen, bliver den målte fejl større end den beregnede. Den målte fejl vil da være en øvre grænse for målefejlen i opstillingen.

Den nødvendige radius, B, findes som nævnt ved hjælp af ligning (2.2.1.r). Med $k = 1$ fås:

$$\Delta\sigma = \frac{E_m}{1 - v_m^2} \frac{w_{av}}{B}$$

eller

$$B = \frac{E_m}{1 - v_m^2} \frac{w_{av}}{\Delta\sigma} \quad (2.4.2.r)$$

Det skønnes at

$$w_{av} = \left(\frac{b}{B}\right)^2 w$$

samt at

$$w_{av} = \frac{1}{3} w$$

w beregnes som for en jævnt belastet, indspændt, cirkulær plade.

Fra [8] fås:

$$w = \frac{3}{16} \frac{(1 - v_b^2)}{E_b} \frac{b^4}{t^3} \sigma$$

Ovennævnte udtryk indsættes i 2.4.2.r. Herved fås

$$B = \frac{b^2}{2 t} \sqrt[3]{\frac{E_m (1 - v_b^2) \sigma}{2 E_b (1 - v_m^2) \Delta\sigma}} \quad (2.4.2.s)$$

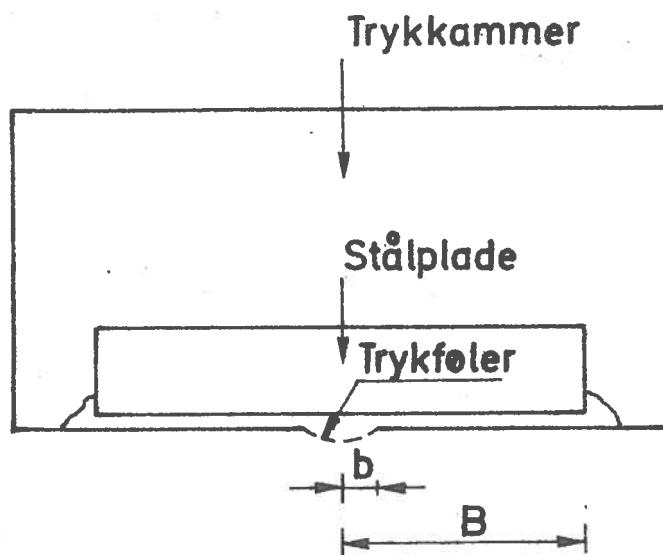


Fig. 2.4.2.e.

For at finde en egned fedttype til laboratoriets sandkalibreringsudstyr benyttedes i opstillingen fig. 2.4.2.e en stiv stålplade med radius $B = 7,5$ cm. Af ligning 2.4.2.s fremgår, at den beregnede målefejl da er mindre end 1%. I opstillingen undersøgtes forskellige fedttyper. Målingerne viste, at en blanding af lige dele Shell Retinax G og svær fuelolie gav en målefejl på ca. 3%. Endvidere viste det sig, at denne blanding kunne holdes på plads i udstyret. Ved anvendelse af denne fedttype antages det, at måling af sidetrykket i sandkalibreringsudstyret kan foretages med en nøjagtighed bedre end 3%.

2.4.3 Kendt spændingstilstand.

Kendt spændingstilstand opnås ved at etablere en homogen spændingstilstand i mediet og måle spændingerne ved mediets begrænsning. Den homogene tilstand opnås, hvis følgende tre krav er opfyldt:

- I. Homogen lejring af mediet.
- II. Ingen friktionskræfter ved jernringen.
- III. Ingen armerende virkning på grund af teflonlaget.

ad I.

Den homogene lejring tilstræbes ved omhyggeligt at sigte mediet gennem en si og sørge for at overfladen altid er vandret.

ad II.

På grund af fedttaget kan friktionskræfterne ved ringen regnes at være forsvindende.

ad III.

Teflonfoliens armerende virkning beregnes under forudsætning af, at mediet er i elastisk tilstand, og at væggen er stiv således, at der bortset fra forstyrrelser på grund af teflonfolien findes enakset tøjningstilstand i mediet. På grund af friktion mellem medium og teflon antages, at teflonfolien får samme lodrette tøjning som mediet. Den spænding, der er nødvendig for at opnå denne tilstand, regnes overført nær ved mediets hjørner således, at forstyrrelsen i mediet med god tilnærmelse kan beregnes ved at anbringe en lodret linielast på mediets hjørner (se fig. 2.4.3.a). Spændingsfordelingen i mediet hidrørerende fra denne last overlejrer ovennævnte enaksede tøjningstilstand og kan betragtes som en forstyrrelse i

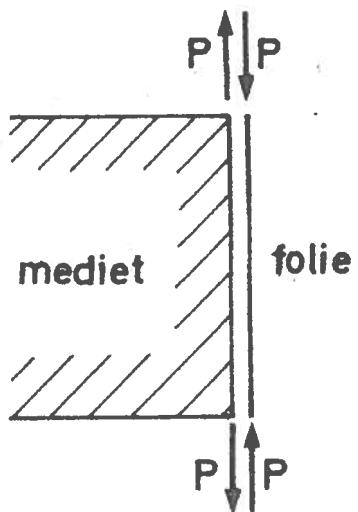


Fig. 2.4.3.a.

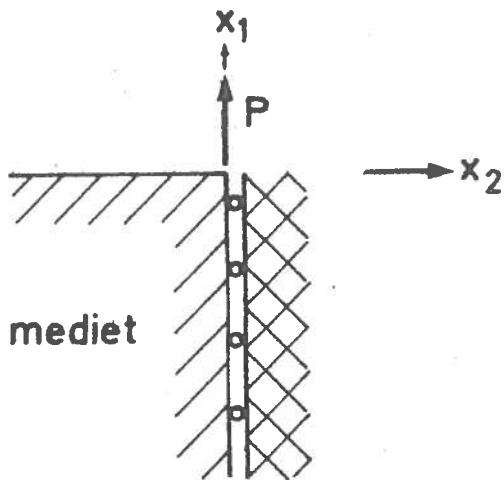


Fig. 2.4.3.b.

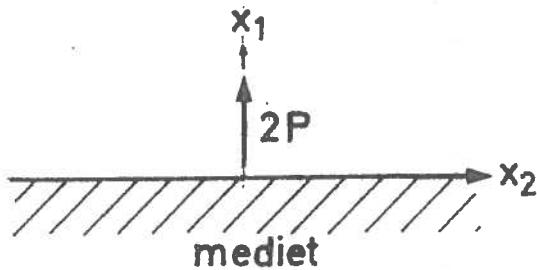


Fig. 2.4.3.c.

den ønskede tilstand. Denne forstyrrelse beregnes ved at antage, at spændingsændringen er af lokal karakter således, at der med god tilnærmelse kan regnes med plan deformationstilstand for en linielast angribende på et hjørne, hvor den vandrette flade er fri, mens den lodrette flade er understøttet således, at der ikke tillades flytninger i vandret retning (se fig. 2.4.3.b). Af symmetrigrunde er løsningen for dette problem identisk med løsningen for en linielast $2p$ stående på et halvuendeligt medium (se fig. 2.4.3.c). Løsningen er [6, p. 85]:

$$\sigma_{11} = -\frac{4p x_1^3}{\pi(x_1^2 + x_2^2)^2} \quad (2.4.3.r)$$

$$\sigma_{22} = -\frac{4p x_2^2 x_1}{\pi(x_1^2 + x_2^2)^2}$$

Linielasten, p , beregnes ved at betragte den midterste, uforstyrrede del af mediet. Her regnes mediet at være i den tidligere omtalte enaksede tøjningstilstand og teflonfolien har samme lodrette tøjninger som mediet. Det gælder således, at $\epsilon_{22}^m = \epsilon_{33}^m = 0$, σ_{22}^m og $\epsilon_{11}^m = \epsilon_{11}^t$. Endvidere er $\sigma_{22}^t = \sigma_{22}^m$ og $\epsilon_{33}^t = 0$. Opstilling af Hookes lov for medium og teflon giver, idet ovennævnte størrelser indsættes

$$\text{eller } \epsilon_{11}^m = \frac{1}{E_m} \left[\sigma_{11}^m - \nu_m (\sigma_{22}^m + \sigma_{33}^m) \right]$$

$$\text{samtidig } 0 = \sigma_{22}^m - \nu_m (\sigma_{11}^m + \sigma_{22}^m)$$

samt

$$\text{eller } \epsilon_{11}^t = \frac{1}{E_t} \left[\sigma_{11}^t - \nu_t (\sigma_{22}^t + \sigma_{33}^t) \right]$$

$$\text{samtidig } 0 = \sigma_{33}^t - \nu_t (\sigma_{11}^t + \sigma_{22}^t)$$

Løsning af ligningerne giver:

$$\sigma_{11}^t = \left[\frac{2E_t}{3E_m(1-\nu_t^2)} + \frac{\nu_t \nu_m}{(1-\nu_m)(1-\nu_t)} \right] \sigma_{11}^m \quad (2.4.3.s)$$

Idet $p = -\sigma_{11}^t \cdot h_t$ fås ved at indsætte ovenstående udtryk i ligning (2.4.3.r), at teflonfoliens armerende virkning kan udtrykkes på følgende måde:

$$\frac{\sigma_{11}}{\sigma_{11}^m} = \frac{4x_1^3}{\pi(x_1^2+x_2^2)^2} \left[\frac{2E_t}{3E_m(1-\nu_t^2)} + \frac{\nu_t \nu_m}{(1-\nu_m)(1-\nu_t)} \right] h_t \quad (2.4.3.t)$$

$$\frac{\sigma_{22}}{\sigma_{22}^m} = \frac{4x_1 x_2^2}{\pi(x_1^2+x_2^2)^2} \left[\frac{2E_t}{3E_m(1-\nu_t^2)} + \frac{\nu_t \nu_m}{(1-\nu_m)(1-\nu_t)} \right] \frac{\sigma_{11}^m}{\sigma_{22}^m} h_t$$

Indsættes talværdier for laboratoriets opstilling i (2.4.3.t) fås, idet $\frac{\sigma_{11}^m}{\sigma_{22}^m}$ skønnes at være ca. 2

$$\frac{\sigma_{11}}{\sigma_{11}^m} = 0,092 \frac{x_1^3}{(x_1^2+x_2^2)^2} \quad \left. \right\} \quad (2.4.3.u)$$

$$\frac{\sigma_{22}}{\sigma_{22}^m} = 0,18 \frac{x_1 x_2^2}{(x_1^2+x_2^2)^2} \quad \left. \right\} \quad x_1 \text{ og } x_2 \text{ i cm} \quad (2.4.3.v)$$

For fastholdt x_1 har udtrykket i ligning (2.4.3.u) en størsteværdi for $x_2 = 0$. Den max. afvigelse er således $\frac{\sigma_{11}}{\sigma_{11}^m} \approx 0,09 \frac{1}{x_1}$, eller mindre end 3% for $|x_1|$ større end 3 cm.

Udtrykket i (2.4.3.v) har for fastholdt x_1 størsteværdi for $x_1 = x_2$. Da er $\frac{\sigma_{22}}{\sigma_{22}^m} = 0,18 \frac{1}{4x_1}$, eller mindre end 3% for $|x_1|$ større end 2 cm.

Det bemærkes, at forstyrrelserne kan betragtes som lokale, og at der bortset fra områderne nær hjørnerne med god tilnærmelse kan antages homogen spændingstilstand i mediet

2.4.4 Elastisk tilstand.

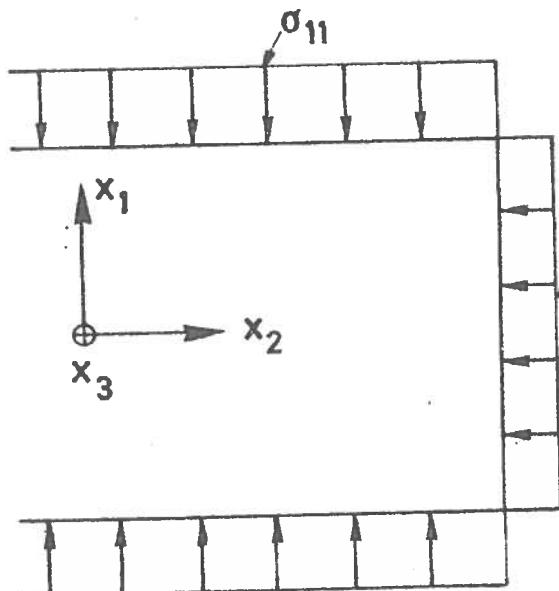


Fig. 2.4.4.a.

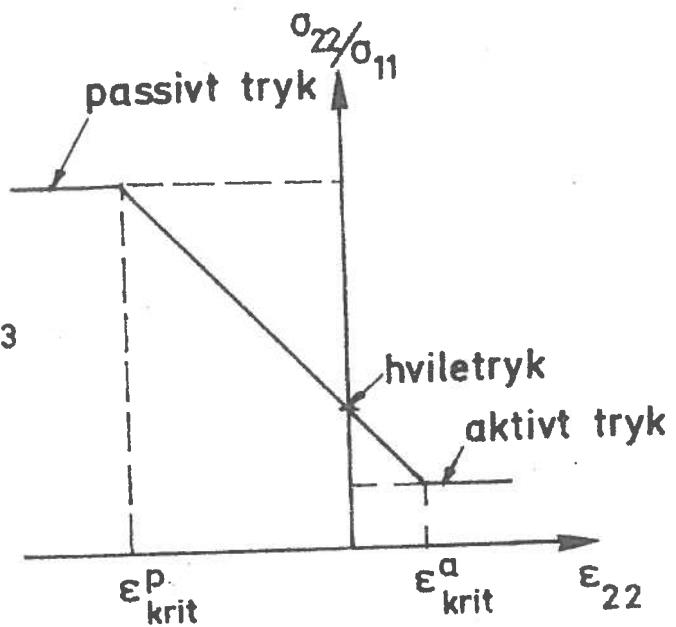


Fig. 2.4.4.b.

I afsnit 2.3 fremsattes det krav, at mediet i opstillingen skulle være i elastisk tilstand under målingen. I dette afsnit undersøges om dette kan opfylles. Betragtningerne hører hjemme på dimensioneringsstadiet, idet man i den færdige opstilling ved hjælp af trykfølerne kan kontrollere om σ_{22}/σ_{11} har en så høj værdi, at det svarer til elastisk tilstand.

Der gøres følgende forudsætninger: σ_{11} , σ_{22} og σ_{33} regnes at være hovedspændinger i overensstemmelse med forrige afsnit. Mediet

forudsættes at være lineærelastisk-idealplastisk med Coulombs brudhypotese. Koordinatsystem og randspændinger er vist i fig. 2.4.4.a.

Når $\epsilon_{22} = \epsilon_{33}$ ændres, vil σ_{22}/σ_{11} ændres som vist på fig.

2.4.4.b. Den elastiske tilstand vil med god tilnærmede findes, når $\epsilon_{krit}^p < \epsilon_{22} = \epsilon_{33} < \epsilon_{krit}^a$, hvor ϵ_{krit}^p og ϵ_{krit}^a betegner overgangene mellem elastisk og plastiske tilstande, som vist på fig. 2.4.4.b.

Da de vandrette tøjninger fremkommer ved at ringen deformeres som følge af mediets tryk, består dette afsnits undersøgelse i at sammenligne ϵ_{krit}^a og den virkeligt forekommende vandrette tøjning.

Først søges værdien af ϵ_{krit}^a . Af [7, p. 182 og p. 47] fås, idet φ er mediets friktionsvinkel:

$$\text{for } \epsilon_{22} = \epsilon_{33} = 0 : \sigma_{22}/\sigma_{11} = 1 - \sin \varphi \quad (\text{hviletryk}) \quad (2.4.4.r)$$

$$\text{for } \epsilon_{22} = \epsilon_{33} \rightarrow \infty : \sigma_{22}/\sigma_{11} = \tan^2(45^\circ - \frac{\varphi}{2}) \quad (\text{aktivt brud})$$

Elasticitetsteorien giver følgende udtryk for ændringen fra hviletilstanden til den tilstand, hvor man under konstant σ_{11} tænker sig væggen deformert indtil ϵ_{krit}^a nås: $\Delta\epsilon_{22} = \frac{1}{E} [\Delta\sigma_{22} - \nu(\Delta\sigma_{11} + \Delta\sigma_{33})]$, hvoraf fås, idet $\Delta\sigma_{11} = 0$ og $\Delta\sigma_{22} = \Delta\sigma_{33}$:

$$\epsilon_{krit}^a = \Delta\epsilon_{22} = \frac{1-\nu}{E} \Delta\sigma_{22} \quad (2.4.4.s)$$

$\Delta\sigma_{22}$ er differensen mellem hviletryk og aktivt tryk og er ifølge ligning (2.4.4.r):

$$\Delta\sigma_{22} = \sigma_{11} [1 - \sin \varphi - \tan^2(45^\circ - \frac{\varphi}{2})] \quad (2.4.4.t)$$

For at finde en værdi, c , der kan indsættes for ν i ligning (2.4.4.s) beregnes den værdi af ν , der fremkommer, når hviletrykket betragtes som en elastisk tilstand. For hviletrykket gælder at $\epsilon_{22} = \epsilon_{33} = 0$ og $\sigma_{22} = \sigma_{33}$. Elasticitetsteorien giver da, at c beregnes af ligningen $\frac{\sigma_{22}}{\sigma_{11}} = \frac{c}{1-c}$ som sammenholdt med ligningen for hviletrykket i (2.4.4.r) giver følgende udtryk for c :

$$c = \frac{1 - \sin \varphi}{2 - \sin \varphi} \quad (2.4.4.u)$$

For andre belastningshistorier kan dette udtryk for ν ikke altid forventes at være nogen god tilnærmelse. Både en forøgelse af σ_{11} og en eftergiven af ringen vil dog have tendens til dannelsse af samme brudfigur således, at c kan forventes at være en god tilnærmelse for ν i ligning (2.4.4.s). Idet også ligning (2.4.4.t) indsættes i denne ligning fås følgende udtryk for ϵ_{krit}^a :

$$\frac{\epsilon_{krit}^a}{\sigma_{11}} = \frac{\sin \varphi (1 - \sin \varphi)}{E(2 - \sin \varphi)(1 + \sin \varphi)} \quad (2.4.4.v)$$

Da tøjningerne $\epsilon_{22} = \epsilon_{33}$ fremkommer på grund af deformations ved randen omregnes til ændring i mediets radius, ΔR :

$$\frac{\Delta R_{krit}}{\sigma_{11}} = \frac{R \sin \varphi (1 - \sin \varphi)}{E(2 - \sin \varphi)(1 + \sin \varphi)} \quad (2.4.4.w)$$

De flytninger, der fremkommer i mediet, tænkes sammensat af følgende bidrag:

- I. Ringens elastiske deformation.
- II. Kornenes nedsynkning i teflonpladen.
- III. Teflonpladens nedsynkning i fedtlaget.

I det følgende betragtes hvert af disse bidrag.

ad I. Ringens elastiske deformation (se bogstavssymboler fig. 2.4.1.a). Der ses bort fra, at ringen er delvis fastholdt i bund og top. Spændingen i ringretningen er da $\sigma_{ring} = \sigma_{22} \cdot R/h_s$. Idet $\Delta R = R \cdot \epsilon_{ring}$ og elasticitetsmodulen for stål kaldes E_s fås heraf:

$$\frac{\Delta R}{\sigma_{11}} = \frac{R^2 \sigma_{22}}{E_s h_s \sigma_{11}} \quad (2.4.4.x)$$

ad II. Kornenes nedsynkning i teflonlaget. Mediets korn regnes at berøre teflonfolien i n punkter pr. fladeenhed. Et korns krumningsradius i berøringspunktet kaldes r_m . Når berøringspunkterne regnes jævnt fordelt fås pr. korn et tryk $P = \sigma_{22}/n$. Kornene regnes uendelig stive i forhold til teflon.

Idet der ses bort fra andre korn, beregnes nedsynkningen af et korn. Det forudsættes at teflonpladens sammentrykning kan beregnes som sammentrykningen af det øverste lag af et halvuendeligt medium påvirket af det samme korn som teflonpladen. Under denne forudsætning fås nedsynkninger som en differens mellem to udtryk. Det

første, β , beregnes ved hjælp af teorien om to kugler i kontakt og forudsætter, at teflonlaget er uendelig tykt, altså at radius er uendelig stor. Af [6, p. 343] fås:

$$\beta = \sqrt[3]{\frac{9\pi^2}{16} \frac{P^2 (k_1 + k_2)^2 (r_1 + r_2)}{r_1 r_2}}$$

hvor $k = \frac{1-v^2}{\pi E}$ og r_1 og r_2 er de to fladers krumningsradier.

Med index 1 svarende til teflon er: $r_1 \rightarrow \infty$ og $k_1 = \frac{1-v_t^2}{\pi E_t}$ og index 2 svarende til sand er: $r_2 = r_m$ og $k_2 \rightarrow 0$.

Heraf fås:

$$\beta = \sqrt[3]{\frac{9}{16} \frac{P^2}{r_m} \left(\frac{1-v_t^2}{E_t}\right)^2}, \quad P = \sigma_{22}/n \quad (2.4.4.y)$$

Da teflonlaget ikke er uendelig tykt, giver dette udtryk for stor nedsynkning. Forudsat at diameteren af berøringsfladen er lille i forhold til h_t kan den del af nedsynkningen, der skyldes tøjninger for $z > h_t$ beregnes som for en enkeltkraft på et halvuendeligt medium. I henhold til [6, p. 332] fås følgende flytningsbillede for kraften P angribende i $(z, r, \theta) = (0, 0, 0)$ og gående i z -akvens retning (se fig. 2.4.4.c):

$$\gamma(z, r, \theta) = \frac{P}{2\pi E_t} \left[(1+v_t) z^2 (r^2 + z^2)^{-3/2} + 2(1-v_t^2) (r^2 + z^2)^{-1/2} \right]$$

For $r = 0$ og $z = h_t$ fås den del af nedsynkningen, som skyldes tøjninger i den del af teflonlaget hvor $z > h_t$:

$$\gamma = \frac{P(1+v_t)(3-2v_t)}{2\pi E_t h_t}, \quad P = \sigma_{22}/n \quad (2.4.4.z)$$

Bidraget for kornenes nedsynkning i teflonlaget bliver således:

$$\frac{\Delta R}{\sigma_{11}} = \frac{1}{\sigma_{11}} (\beta - \gamma) \quad (2.4.4.\alpha)$$

hvor β beregnes ved hjælp af ligning (2.4.4.y) og γ af ligning (2.4.4.z)

ad III. Teflonpladens nedsynkning i fedtlaget. For at få et skøn over middelnedbøjningen, gøres yderligere den forudsætning, at kornenes berøringspunkter er fordelt efter et kvadratisk mønster. Den indbyrdes afstand, l , mellem kornene (se fig. 2.4.4.d) bliver da: $l = \sqrt{1/n}$.

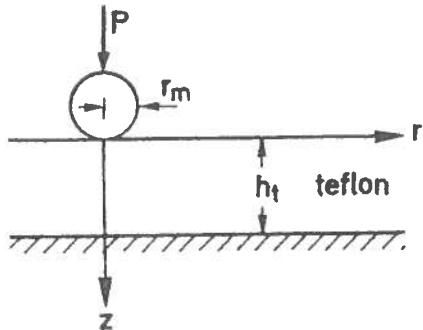


Fig. 2.4.4.c.

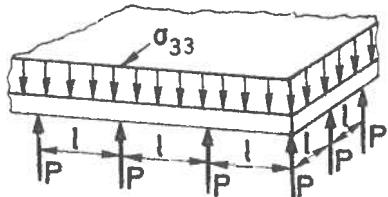


Fig. 2.4.4.d.

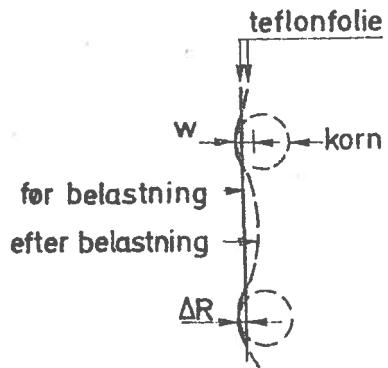


Fig. 2.4.4.e.

Maksimalnedbøjningen fås ifølge [8, p. 249] til

$$w = 0,00581 \frac{\sigma_{33}^{1/4}}{D}, \quad \text{hvor } D = \frac{E_t h_t^3}{12(1-\nu_t^2)}$$

Da fedtmængden kan regnes usammentrykkelig, kan man med rimelig tilnærmede sætte $\Delta R \approx w/2$ (se fig. 2.4.4.e). Heraf fås:

$$\frac{\Delta R}{\sigma_{11}} = \frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{n^2 D} \frac{\sigma_{22}}{\sigma_{11}}, \quad \text{hvor } D = \frac{E_t h_t^3}{12(1-\nu_t^2)} \quad (2.4.4.\phi)$$

Dette afsnit kan sammenfattes i følgende ulighed, der er opfyldt når mediet er i elastisk tilstand:

$$\frac{\Delta R_{krit}}{\sigma_{11}} = \frac{R \sin\varphi(1-\sin\varphi)}{E(2-\sin\varphi)(1+\sin\varphi)} > \frac{\Delta R}{\sigma_{11}} = \frac{R^2 \sigma_{22}}{E_s h_s \sigma_{11}} + \frac{1}{\sigma_{11}} (\beta - \gamma) + \frac{2,9 \cdot 10^{-3} \sigma_{22}}{n^2 D \sigma_{11}} \quad (2.4.4.\alpha)$$

β , γ og D beregnes ved hjælp af ligningerne (2.4.4.y, z og ϕ),
 $P = \sigma_{22}/n$ og $\sigma_{22}/\sigma_{11} = 1 - \sin\varphi$.

For den sandtype, der anvendes som medium i laboratoriets opstilling, skønnes følgende størrelser: $\varphi = 30^\circ$, $n = 600 \text{ cm}^{-2}$ og $r_m = 0,005 \text{ cm}$. For denne opstilling giver ligning (2.4.4.α) med øvrige talværdier som i afsnit 2.4.1:

$$\frac{\Delta R_{krit}}{\sigma_{11}} = 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^3/\text{kp}$$

som skal være større end:

$$\frac{\Delta R}{\sigma_{11}} = (3,5 + \frac{1,5}{\sqrt[3]{\sigma_{11}}}) \cdot 10^{-4} \text{ cm}^3/\text{kp}$$

Resultatet er vist grafisk fig. 2.4.4.f. Det fremgår af figuren, at tilstanden er elastisk, når blot σ_{11} er større end en vis størrelse, der er mindre end $0,05 \text{ kp/cm}^2$.

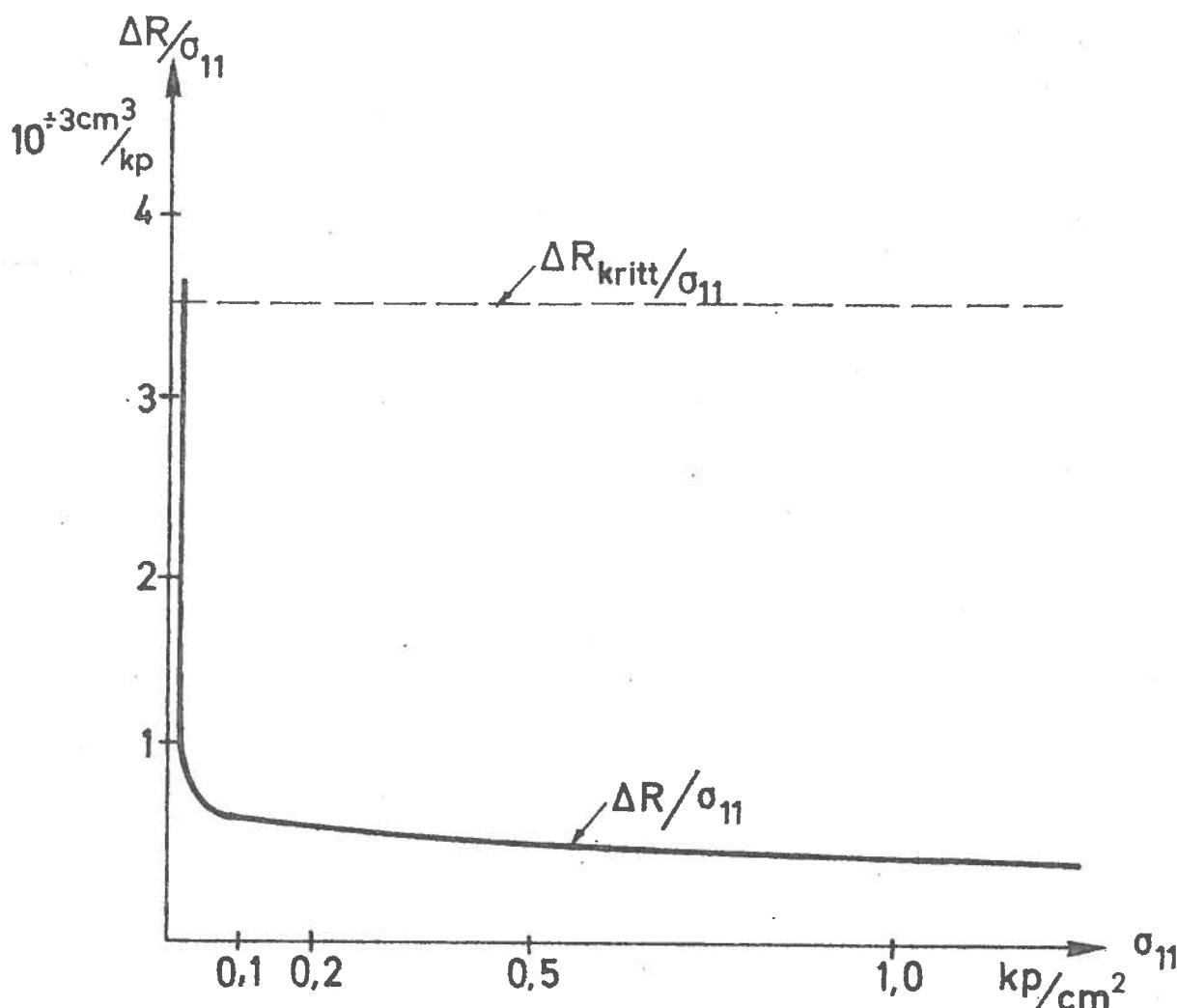


Fig. 2.4.4.f.

2.4.5 Uendeligt/halvuendeligt medium.

Det sidste af de i afsnit 2.3 opstillede krav til opstillingen var, at mediet kunne betragtes som uendeligt/halvuendeligt således, at spændingsændringer som følge af trykcellens deformations kan betragtes som lokale. I dette afsnit vises, hvornår dette

kan regnes opfyldt i den givne opstilling.

Der betragtes et halvuendeligt medium begrænset af en stiv væg. Heri indlægges et polært koordinatsystem med Z-aksen pegende ind i mediet og med $z = 0$ -planen i mediets begrænsning. Et snit i mediet er skitseret i fig. 2.4.5.a.

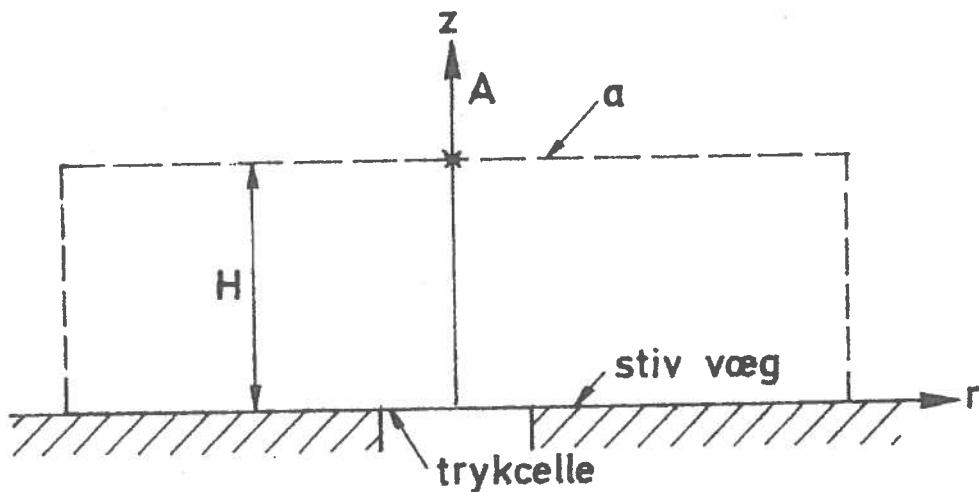


Fig. 2.4.5.a.

Trykcellens deformationer som følge af en homogen spændingsfordeling, $\sigma_{zz}(z, r, \theta)$ i mediet medfører, at der fremkommer en ny spændingsfordeling i mediet. Differensen mellem disse spændingsfordelinger kaldes $\Delta\sigma_{zz}^1(z, r, \theta)$. Specielt betragtes ændringen langs et tænkt snit a, der repræsenterer mediets begrænsning i det tidligere beskrevne udstyr. Kun normalspændingerne i planerne $z = 0$, $\sigma_{zz}(0, r, \theta)$, og $z = H$, $\sigma_{zz}(H, r, \theta)$, tænkes at have interesse for de følgende beregninger. Tilstanden i det halvuendelige medium og tilstanden i kalibreringsudstyret er identiske, hvis $\Delta\sigma_{zz}^1(H, r, \theta)$ ændres til nul. En sådan ændring vil forandre spændingstilstanden i hele mediet således, at differensen mellem den oprindelige jævne fordeling og den sidst nævnte bliver en ny størrelse, som kaldes $\Delta\sigma_{zz}^2(z, r, \theta)$. Den størrelse, der ønskes målt ved forsøg er $\Delta\sigma_{zz}^1$ i $(0, 0, 0)$ og opstillingen giver $\Delta\sigma_{zz}^2(0, 0, 0)$. Det vil nu ved overslagsregning blive vist under hvilke omstændigheder $\Delta\sigma_{zz}^2(0, 0, 0)$ er en god tilnærming til $\Delta\sigma_{zz}^1(0, 0, 0)$. Der gøres følgende forudsætninger.

- 1) Mediet er idealelastisk.
- 2) Normalspændingsfordelingen, $\sigma_{zz}^1(0, r, \theta)$, er den på fig. 2.4.5.b viste.

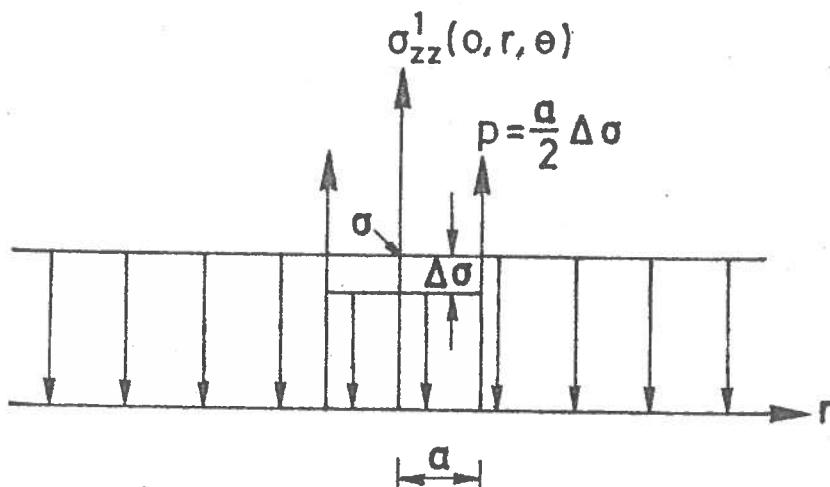


Fig. 2.4.5.b.

ad 1). Det er muligt, at der opstår lokale brud tæt ved trykcellen, men afvigelsen mellem $\Delta\sigma_{zz}^1(0,0,0)$ og $\Delta\sigma_{zz}^2(0,0,0)$ regnes ikke påvirket heraf.

ad 2). Når $\Delta\sigma_{zz}^1(0,r,\theta) = \Delta\sigma$ altså konstant for $r < a$ giver [9] følgende udtryk for spændingsfordelingen ved den øvrige del af mediets begrænsning

$$\Delta\sigma_{zz}^1(0,r,\theta) = -\frac{2}{\pi} A \Delta\sigma, \quad \text{for } r > a \quad (2.4.5.r)$$

hvor

$$A = \frac{1}{\sqrt{(\frac{r}{a})^2 - 1}} - \operatorname{Arctg} \left[\frac{1}{\sqrt{(\frac{r}{a})^2 - 1}} \right]$$

Dette udtryk giver følgende værdier:

r/a	1,0	1,1	1,2	1,5	2,0	3,0
$\Delta\sigma_{zz}^1(0,r,\theta) \frac{1}{\Delta\sigma}$	$-\infty$	-2,17	-0,70	-0,08	-0,008	-0,001

Resultatet er afbilledet på fig. 2.4.5.c., der skal sammenlignes med fig. 2.4.5.b, som ses at være en god tilnærrelse.

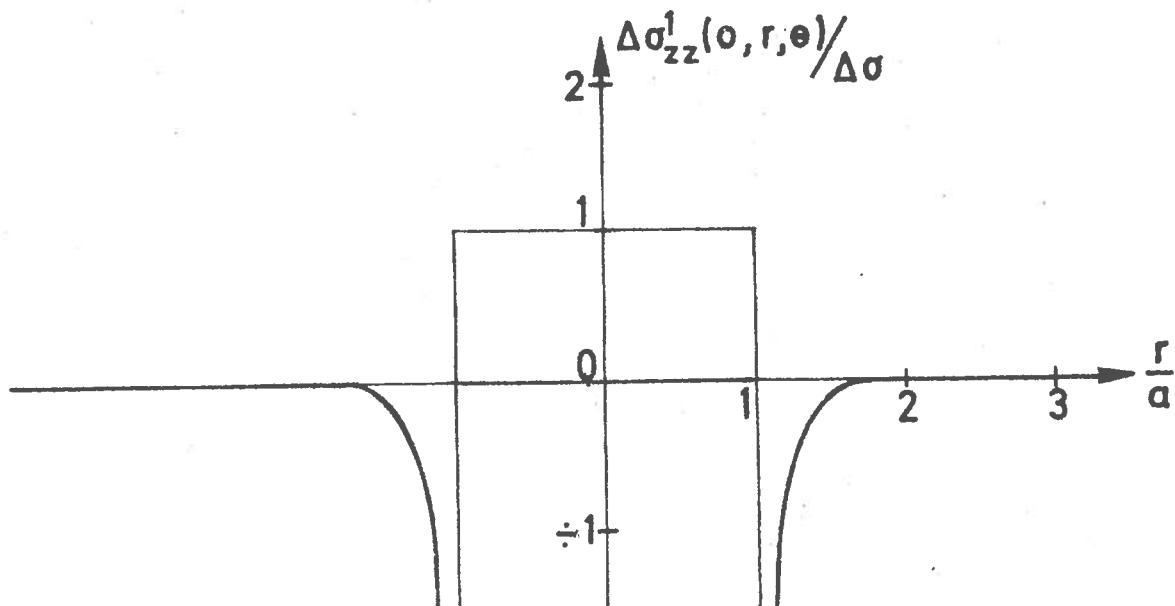


Fig. 2.4.5.c.

Ved hjælp af ovennævnte forudsætninger beregnes $\Delta\sigma_{zz}^1(H, 0, 0)$ for at få et skøn over spændingsændringerne $\Delta\sigma_{zz}^1(H, r, \theta)$. Regningerne gennemføres i henhold til Boussinesq [10]. I det tidligere definerede koordinatsystem fås følgende udtryk for normalspændingen i Z-aksens retning hidrørende fra en enkeltkraft, P, angribende i $(0, 0, 0)$ og pegende i Z-aksens retning:

$$\sigma_{zz}(z, r, \theta) = -\frac{3P}{2\pi} \frac{z^3}{(\sqrt{z^2 + r^2})^5} \quad (2.4.5.s)$$

Ved integration af denne ligning fås:

$$\Delta\sigma_{zz}^1(H, 0, 0) = -\int_0^{2\pi} \frac{3p}{2\pi} \frac{H^3}{(H^2 + a^2)^{5/2}} a d\theta + \int_0^a \int_0^{2\pi} \frac{3\Delta\sigma}{2\pi} \frac{H^3}{(H^2 + r^2)^{5/2}} r d\theta dr$$

Idet $p = \frac{a}{2} \Delta\sigma$, fås ved udregning af dette udtryk:

$$\Delta\sigma_{zz}^1(H, 0, 0) = \Delta\sigma(1-f) \quad (2.4.5.t)$$

hvor

$$f = \frac{(H/a)^3}{((H/a)^2 + 1)^{3/2}} \frac{2(H/a)^2 + 5}{2((H/a)^2 + 1)}$$

For forskellige værdier af H/R er værdien af $(+1-f)$ vist på fig. 2.4.5.d.

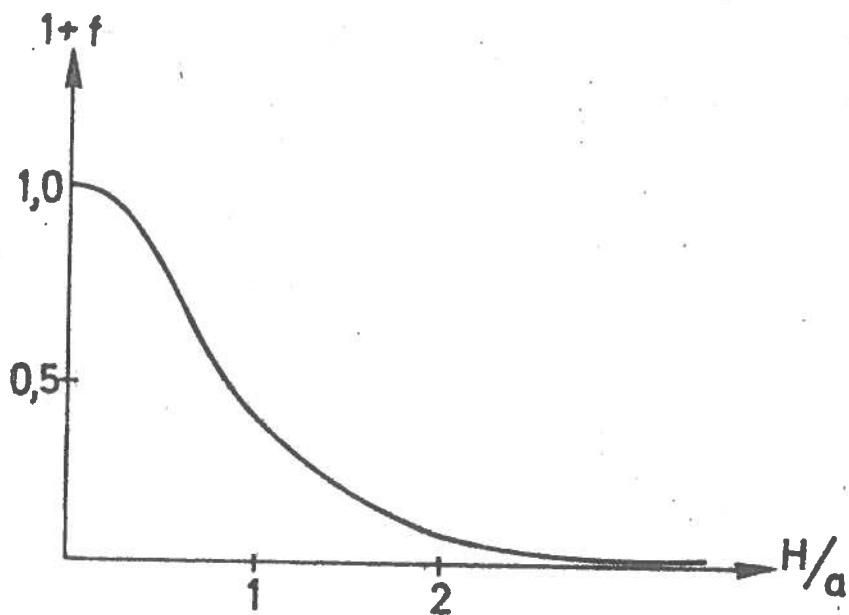


Fig. 2.4.5.d.

Ved sådanne dimensioner på udstyr, som kan tænkes anvendt, vil det være rimeligt at antage, at $\Delta\sigma_{zz}^1(H, 0, 0)$ er en øvre grænse for den numeriske værdi af $\Delta\sigma_{zz}^1(H, r, \theta)$ og at ændringen fra $\Delta\sigma_{zz}^1(0, 0, 0)$ til $\Delta\sigma_{zz}^2(0, 0, 0)$ vil være mindre end $\Delta\sigma_{zz}^1(H, 0, 0)$. Der gælder således følgende ulighed:

$$\Delta\sigma_{zz}^1(0, 0, 0) - \Delta\sigma_{zz}^2(0, 0, 0) < \Delta\sigma(1-f)$$

hvoraf fås, idet $\Delta\sigma = \Delta\sigma_{zz}^1(0, 0, 0)$

$$\frac{\Delta\sigma_{zz}^1(0, 0, 0) - \Delta\sigma_{zz}^2(0, 0, 0)}{\Delta\sigma_{zz}^1(0, 0, 0)} < (1-f) \quad (2.4.5.u)$$

Kurven fig. 2.4.5.d kan således anvendes til at afgøre, hvor godt $\Delta\sigma$ er bestemt i en given opstilling med givne celler. Hvis $\Delta\sigma$ ønskes bestemt med 10% nøjagtighed fås fra kurven, at H/a skal være større end ca. 1,8.

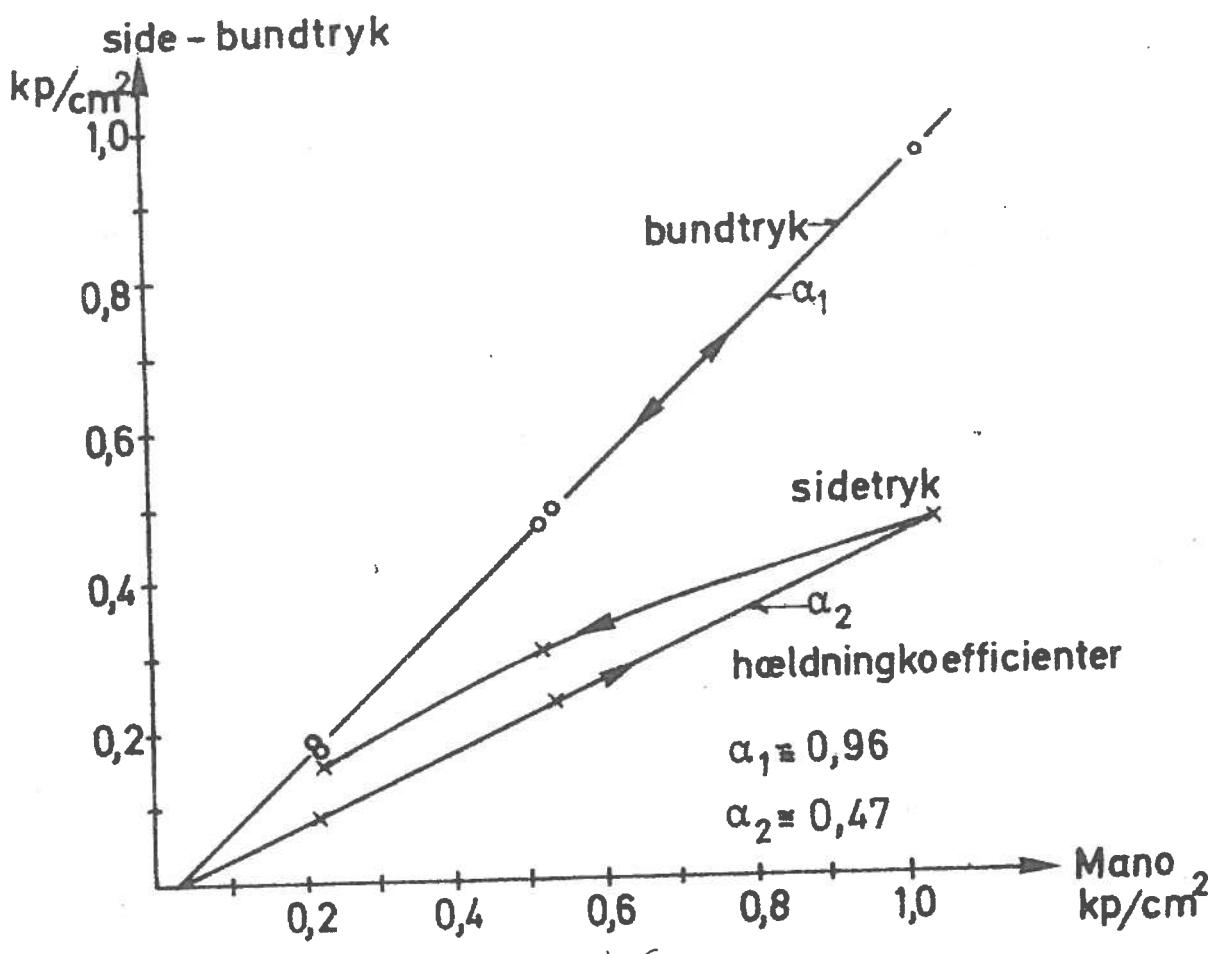
De nævnte beregninger gælder også for et uendeligt medium med en symmetriplan, idet symmetriplanen indtager samme plads i beregningerne som den stive væg.

For det tidligere behandlede eksempel gælder, når trykcellen anbringes i den position, der på fig. 2.4.1.a er mærket TC2,

at H er ca. 12 cm. Hvis 10% nøjagtighed ønskes på bestemmelsen af $\Delta\sigma$, kan opstillingen anvendes til celler, hvis radier er mindre end ca. 7 cm.

2.4.6 Afprøvning af opstilling.

Den opstilling, hvis dimensioner er nævnt i afsnit 2.4.1 har været benyttet til undersøgelse af trykceller i laboratoriet. Fig. 2.4.6.a viser resultater fra en afprøvning af selve opstillingen. Bundtryk og sidetryk er taget som gennemsnit af de henholdsvis tre og fire trykfølere, der anvendes i opstillingen. Det skal bemærkes, at der optræder en ret stor spredning på de enkelte trykføleres visning. De maksimale afvigelser fra middeltrykkene er ca. 15% ved sidetrykket og ca. 5% ved bundtrykket. Bundtrykket måles med trykfølerne ca. 4% lavere end manometertrykket. Da trykfølerne, som det fremgår af de tidlige afsnit giver for lavt tryk, kan man slutte, at trykket i et vandret snit i mediet ligger mellem de to ovennævnte værdier, og afvigelsen fra disse middeltal vil således maksimalt være 2%. Endvidere ses af samme fig., at sidetrykket er så stort i forhold til bundtrykket, at mediet må være meget nær den ønskede hviletrykstilstand.



Den store forskel på sidetrykkets opadgående og nedadgående gren samt den store spredning på trykfølernes visning tyder på, at der i mediet ved en belastningscyklus opbygges en del egenspændinger i mediet. Det kan dog ikke anses for påvist, at disse forhold skyldes mediets egenskaber og ikke opstillingens konstruktive udformning, og der har ikke været tid til at undersøge disse forhold nøjere, til trods for at dette ville være ønskeligt. Den manglende løsning af dette problem er særlig beklagelig, fordi den undersøgelse af visningens tværtryksfølsomhed, som er omtalt i afsnit 2.3, kræver en nøjagtigere bestemmelse af sidetrykket, end der indtil nu er opnået.

Fig. 2.4.6.b viser kalibreringskurven for en trykcelle. Det ses, at visningen er lineær og ca. 5% lavere end visningen ved luftkalibreringen.

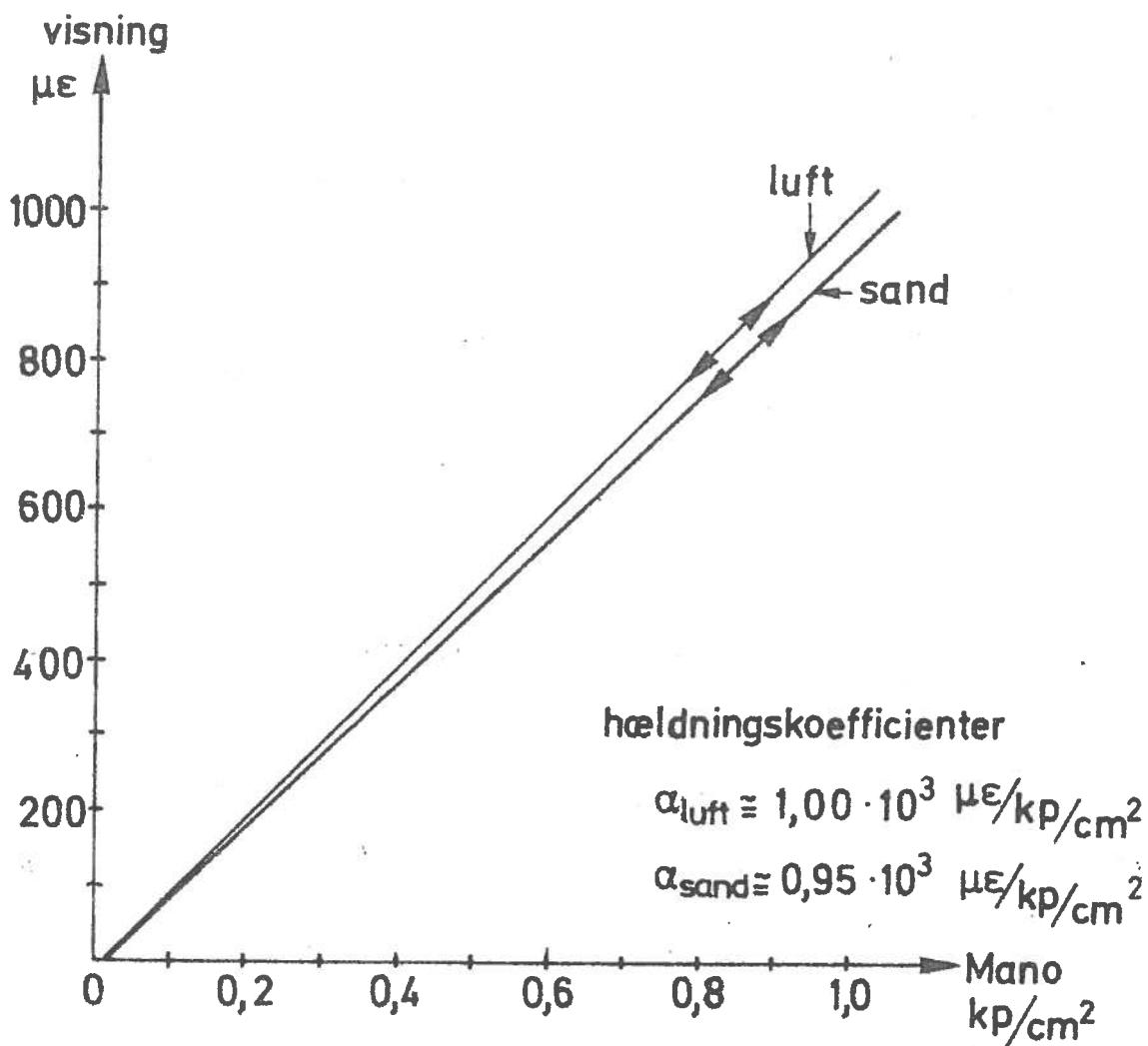


Fig. 2.4.6.b.

2.5 Konklusion.

Ved trykcellemåling i kornede medier er det af afgørende betydning, at trykcellens fysiske egenskaber er således afpasset, at målefejl bliver små. Der beskrives et udstyr til undersøgelse af fejlvæsningen for trykceller i et givet medium. Samtidig opstilles de krav, der må stilles til et sådant udstyr. Ved undersøgelse af trykceller, der skal anvendes til måling langs en stiv væg giver udstyret en kalibrering bedre end $\pm 2\%$. Udstyret rummer også mulighed for undersøgelse af trykceller beregnet til måling i det indre af mediet.

Litteratur.

- [1] V. Askegaard: "Measurement of pressure between a rigid wall and a compressible medium by means of pressure cells".
Acta Polytechnica Scandinavica, Ci 11, København 1961.
- [2] V. Askegaard: "Measurement of pressure in solids by means of pressure cells".
Acta Polytechnica Scandinavica, Ci 17, København 1963.
- [3] P.F. Hadala: "The effect of placement method on the response of soil stress gages".
U.S. Government research and development reports, nr. AD663797, Vicksburg, Mississippi, 1967.
- [4] D.H. Trollope and I.K. Lee: "The measurement of soil pressure".
International conference on soil mechanics and foundation engineering, vol. II p. 493, Paris 1961.
- [5] I.G. Plantema: "A soil pressure cell and calibration equipment".
International conference on soil mechanics and foundation engineering, vol. I p. 283, Zürich 1953.
- [6] S. Timoshenko: "Theory of elasticity".
2. udg. McGraw-Hill, New York 1959.
- [7] H. Lundgren og J. Brinch Hansen: "Geoteknik".
Teknisk Forlag, København 1965.
- [8] S. Timoshenko and S. Woinowsky-Krieger: "Theory of plates and shells".
2. udg. McGrawHill, New York 1959.
- [9] S. Gravesen: "Elastic semi-infinite medium bounded by a rigid wall with a circular hole".
Bygningsstatistiske Meddelelser nr. 3, 1959.
- [10] I. Boussinesq: "Application des potentiels a l'etude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques".
Gauthier-Villars. Paris 1885.

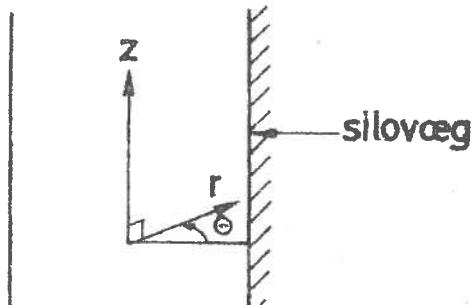
3. Tøjningsmåling på Kongens Bryghus.

<u>Indholdsfortegnelse.</u>	Side
Bogstavssymboler	35
3.1 Indledning	37
3.2 Forudgående målinger på Kongens Bryghus	37
3.3 Målemetode	39
3.4 Forforsøg	45
3.4.1 Fugtbeskyttelse	45
3.4.2 Krybning	47
3.4.3 Temperaturkalibrering	47
3.4.4 Friktionsforsøg	48
3.5 Forsøg	49
3.5.1 Montering	49
3.5.2 Målestasjonen	51
3.5.3 Indkøring af opstilling	52
3.5.4 Shuntkalibrering	53
3.5.5 Måleplan	55
3.6 Resultater	57
3.6.1 Udskrifter fra galvanometerskriveren	57
3.6.2 Usikkerhed	58
3.6.2.1 Temperaturens betydning for nulpunktsdriften	59
3.6.2.2 Grænsefrekvens.	64
3.6.3 Sammenfatning af resultater	65
3.7 Fortolkning	70
3.8 Konklusion	73
Litteratur	74
Appendiks	75

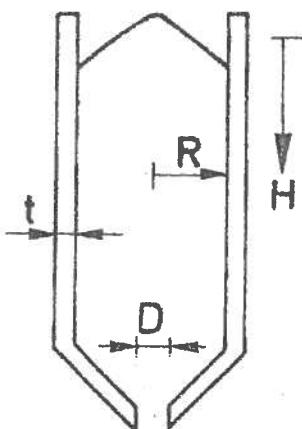
Bogstavssymboler.

<u>Symbol</u>	<u>Betydning</u>
E	Silovæggens elasticitetsmodul
F	Silorørets tværsnitsareal
t	Silovæggens tykkelse
U	Silorørets omkreds
p_h	Horisontaltryk
p_v	Vertikaltryk
p_w	Vægfriktionstryk (forskydningsspænding)
λ	p_h/p_v
$\tan\delta$	p_w/p_h
γ	Mediets rumvægt
ν	Poissons forhold for silovæggen

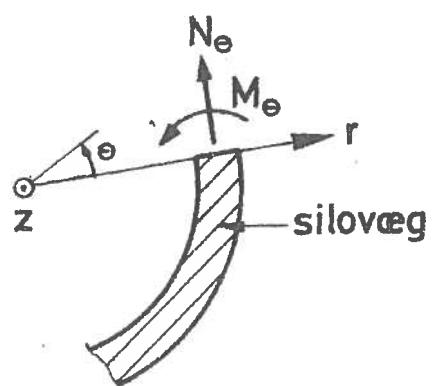
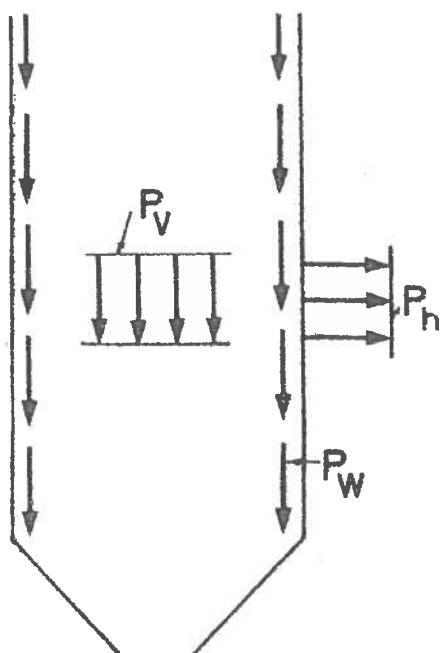
Koordinatsystem:



Geometriske størrelser:



Trykstørrelser og snitkræfter:



3.1 Indledning.

Dette kapitel er en rapport over en tøjningsmåling, som er foretaget på Kongens Bryghus i januar/februar og september/oktober 1969. Målingens formål er at skaffe oplysning om den belastning, silovæggen udsættes for under siloens tømning. Der er til målingen ydet støtte fra Tuborgfondet, og Kongens Bryghus har trods den driftsmæssige forstyrrelse stillet silo til disposition.

3.2 Forudgående målinger på Kongens Bryghus.

I efteråret 1967 blev der ved Laboratoriet for Bærende Konstruktioner udført et eksamensarbejde [1], hvis ene halvdel bestod i at undersøge trykcellers egnethed til silomåling. Under disse forsøg var otte trykceller anbragt i et silorør på Kongens Bryghus. Siloen er 40 m høj, har en diameter på 4,5 m og var fyldt med byg. Der blev udført 6 forsøg, hvorunder der blev aflæst 20.000 tryk, som analyseredes ved hjælp af EDB. Målingen viste for det første, at den nøjagtighed, hvormed cellen anbringes, er af afgørende betydning for resultatets pålidelighed. Hvis f.eks. en celles hældning med lodret er blot 1° , vil den under tømning registrere et tryk, som afviger ca. 50% fra det korrekte. For det andet visste målingen at trykket på en celle fluktuerede voldsomt under tømning, hvilket ses af fig. 3.2.a, der viser en såkaldt ganglinie for en trykcelle. En ganglinie fremkommer ved at afbilde det registrerede tryk som en funktion af kornoverfladens højde. Eksamensprojektets resultater er beskrevet i [2]. Af resultaterne kan konkluderes, at en celles tilstedevarsel medfører store trykomlejringer i dens nærhed. Det vil være naturligt at antage, at en væsentlig del af disse spændingsomlejringer er elastiske. I det følgende antydes, hvorledes en sådan antagelse medfører, at tømningstrykket på et givet sted på silovæggen afhænger af siloens form over og på målestedet. Fig. 3.2.b viser en del af en uendelig lang silo med en geometrisk uregelmæssighed, senere kaldet en bule. Når den del af mediet, der var lejret ved C, nærmer sig B, vil trykket ved B stige samtidig med at trykket ved A falder. Det vil være af interesse at undersøge, om sådanne trykomlejringer kan være af en størrelse, der kan få betydning for dimensionering af siloer.

Af eksamensprojektets resultater fremgår ikke om de påviste fluktuationer også findes for middeltrykket på arealer, der er langt

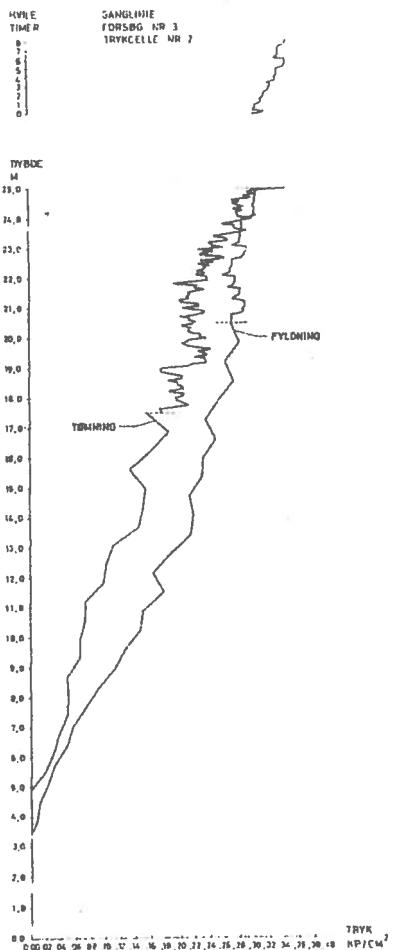


Fig. 3.2.a.

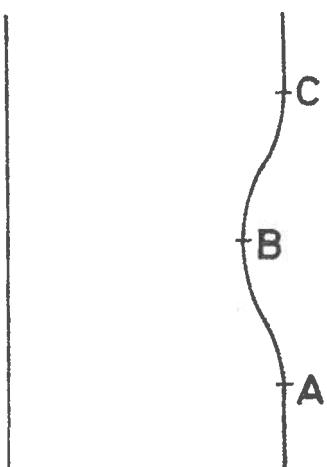


Fig. 3.2.b.

større end en trykcelles areal. Hvis noget sådant er tilfældet, vil der i silovæggen undertiden kunne opstå betydelige ekstraspændinger.

Formålet med de i dette kapitel beskrevne målinger er at få belyst ovennævnte spørgsmål, der mere konkret kan formuleres således:

- 1) Påvirkes trykfordelingen væsentligt, hvis silovæggens indvendige flade afviger fra den ønskede form?
- 2) Opstår der i silovæggen væsentlige spændingsfluktuationer?

3.3 Målemetode.

For at få svar på de spørgsmål, der er stillet i foregående afsnit, besluttedes det, at søge oplysning om væggens spændingstilstand ved måling med strain gages. Størrelsesordenen af de spændingstilvækster, der kommer ved fyldning af siloen skønnes i det følgende. Silorøret regnes fritstående og Janssens formel [4, p.4] lægges til grund for trykbestemmelsen:

$$p_h = \frac{\gamma F}{\tan \delta U} (1 - e^{-\frac{\tan \delta \lambda U H}{F}}) \quad (3.3.r)$$

Efter [4] kan i dette tilfælde skønnes følgende:

$$\gamma = 0,8 \text{ kp/cm}^3$$

$$\tan \delta = 0,41$$

$$\lambda = 0,40$$

Endvidere er siloens radius, $R = 2,25 \text{ m}$, og målestedets dybde under overfladen, H , er 21 m . Med disse talstørrelser fås horisontaltrykket på målestedet:

$$p_h \approx 0,21 \text{ kp/cm}^2$$

Tangentialspændingen, $\sigma_{\theta\theta}$, fås af følgende udtryk:

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{R p_h}{t}$$

Betonvæggen er 20 cm tyk og siloens radius er 225 cm, som indsat i ligningen giver:

$$\sigma_{\theta\theta} = 2,4 \text{ kp/cm}^2 \text{ (træk)} \quad (3.3.s)$$

Spændingen, σ_{zz} , i et vandret snit i silovæggen fås ved at betragte ligevægten af den øverste del af siloen:

$$2 \pi R t \sigma_{zz} + \pi R^2 p_v = \pi R^2 H \gamma$$

heraf fås, idet $p_v = \frac{P_H}{\lambda}$

$$\sigma_{zz} = \frac{R}{2t} (\gamma H - \frac{P_H}{\lambda})$$

Med ovennævnte talværdier indsat fås:

$$\sigma_{zz} = 6,5 \text{ kp/cm}^2 \text{ (tryk)} \quad (3.3.t)$$

Denne spænding vil være væsentlig mindre under de virkelige forhold, hvor silorøret er delvis indspændt i resten af siloen.

De spændinger, der skal undersøges ved målingen, kan betragtes som tillægsspændinger til de størrelser, der er fundet i (3.3.s og t), og når der tales om væsentlige spændingstilvækster, menes væsentlige i forhold til disse størrelser.

I betonsiloer er man specielt interesseret i revnedannelse. Det fremgår af ovennævnte, at en spændingsændring lettest vil fremkalde lodrette revner i betonen, da denne i et sådant snit i forvejen er trækpåvirket. Derfor har det ved disse undersøgelser størst interesse at undersøge ændringer i tangentialspændingen, $\sigma_{\theta\theta}$.

I det følgende beskrives, hvorledes spændingsændringer i silovæggen beregnes af de tøjningsændringer, der måles med strain gages. Det forudsættes, at silovæggen er bygget af et materiale, der kan betragtes som homogent, isotrop og lineærelastisk. Denne forudsætning regnes opfyldt med god tilnærmelse, fordi siloen ved en nøjere undersøgelse blev fundet revnefri. Under den nævnte forudsætning er spændingstilstanden i et punkt på en plan overflade kendt, når tøjningen er kendt i tre forskellige retninger. På en plan overflade er spændingen i en given retning kendt, når tøjning'en i denne samt den derpå vinkelrette retning er kendt [3]. Ela-

sticitetsteorien giver følgende udtryk for tangentialspændingerne på henholdsvis siloens inder- og yderside, når det forudsættes, at der kan ses bort fra væggens krumning, samt at $\sigma_{rr} \approx 0$ (se koordinatsystem side 35):

$$\begin{aligned}\sigma_{\theta\theta}^i &= \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_{\theta\theta}^i + \nu \epsilon_{zz}^i) \\ \sigma_{\theta\theta}^u &= \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_{\theta\theta}^u + \nu \epsilon_{zz}^u)\end{aligned}\quad (3.3.u)$$

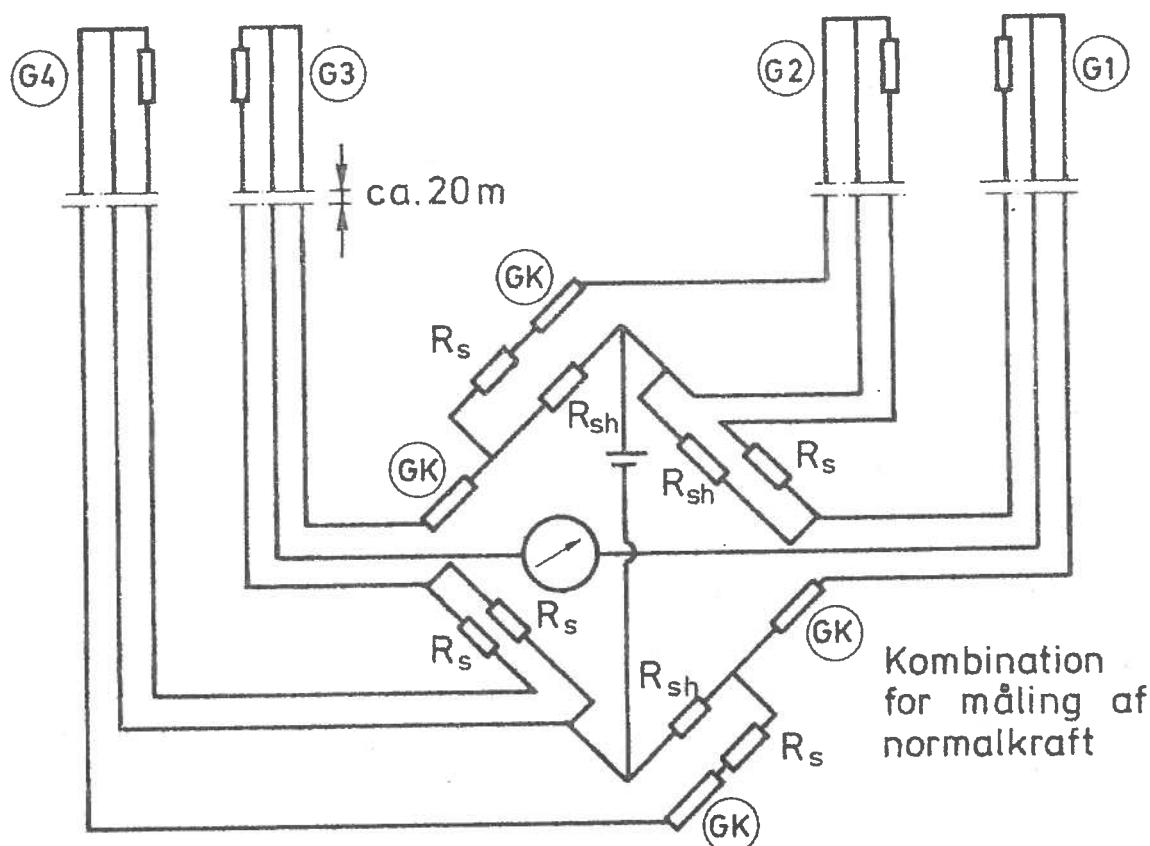
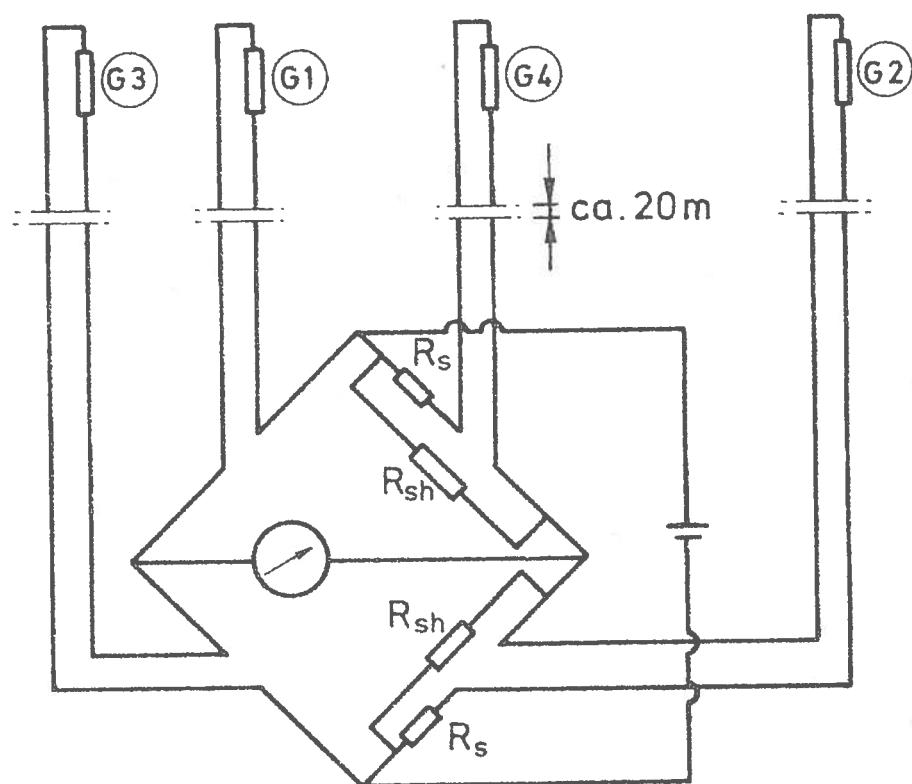
Af disse to størrelser kan dannes de to snitkræfter, der har størst interesse ved disse målinger, nemlig moment og normalkraft i et lodret snit:

$$\begin{aligned}M_\theta &= \frac{E t^2}{12(1-\nu^2)} [\epsilon_{\theta\theta}^u - \epsilon_{\theta\theta}^i + \nu(\epsilon_{zz}^u - \epsilon_{zz}^i)] \\ M_\theta &= \frac{E t}{2(1-\nu^2)} [\epsilon_{\theta\theta}^u + \epsilon_{\theta\theta}^i + \nu(\epsilon_{zz}^u + \epsilon_{zz}^i)]\end{aligned}\quad (3.3.v)$$

Når der i et målepunkt anbringes fire strain gages til måling af $\epsilon_{\theta\theta}^i$, $\epsilon_{\theta\theta}^u$, ϵ_{zz}^i og ϵ_{zz}^u kan man således ved passende sammenstning danne $\sigma_{\theta\theta}^i$, $\sigma_{\theta\theta}^u$, M_θ og N_θ , og man kan endvidere få de tilsvarende størrelser i et vandret snit. Men da hver af tøjningerne kun er nogle få mikrostrain og eventuelt fluktuerende, vil usikkerheden ved aflæsning og kombination af disse til spændinger og snitkræfter være så stor, at det vil være umuligt at afsløre de spændingsændringer, der er af interesse. I stedet dannes sådanne kombinationer i en Wheatstonebro, at hele det udtryk, som står i en af de kantede paranteser i ligning 3.3.v, fås som ét signal fra broen. Broernes opbygning fremgår af fig. 3.3.a. Ved anvendelsen af disse faste kombinationer er det fra målingens start bestemt i hvilke punkter, der skal måles moment, og i hvilke punkter, der skal måles normalkraft, og det vil ikke senere være muligt at få oplysninger om andre snitkræfter. Det bemærkes, at følsomheden for den bro, der mäter normalkraft kun er halv så stor som for den, der mäter moment.

For at få et stort signal og for at kunne sammenligne med de tidligere nævnte trykcellemålinger valgtes samme måledybde som ved disse, nemlig 21 m. For at få de største signaler og de bedste muligheder for teoretiske beregninger valgtes den del af væggen, som

Kombination
for måling af
moment



Gagemodstand 600Ω

$R_s = 742 \Omega$

$R_{sh} = 1085 \Omega$

GK = kompensationsgage

G1 : gage i θ -retningen på indvendig side	
G2 : " " z-retningen " " "	
G3 : gage i θ -retningen på udvendig side	
G4 : " " z-retningen " " "	

Fig. 3.3.a.

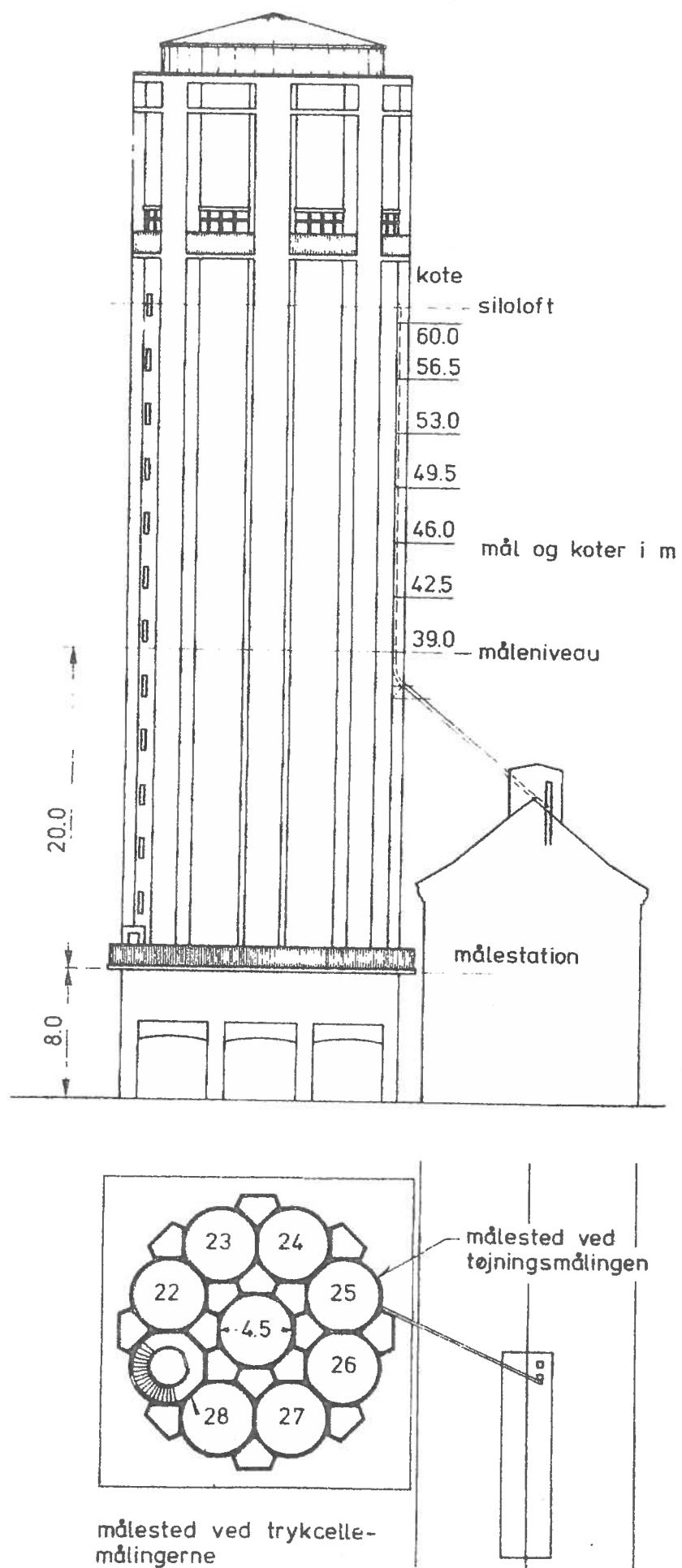


Fig. 3.3.b.

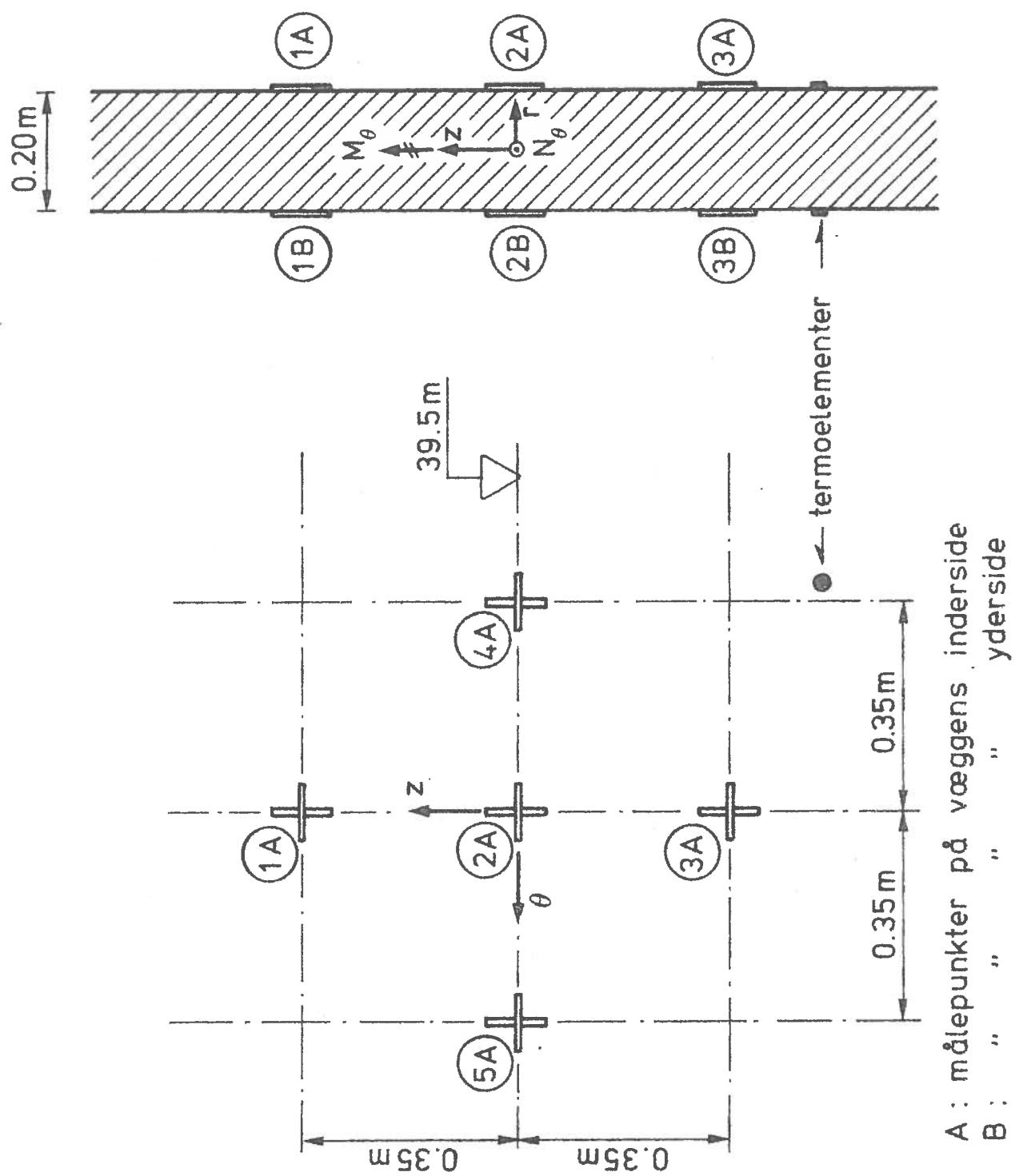


Fig. 3.3.c.

vender ud mod det fri. Målestedets placering fremgår af fig. 3.3.b.

Det var vanskeligt på forhånd at afgøre hvor mange målepunkter, der var nødvendige. Teoretisk set skulle et målepunkt være tilstrækkeligt til bestemmelse af tilfældige ekstraspændinger, men da det var planlagt efter nogle forsøg at bygge en kunstig bule på målestedet, ønskedes et lidt mere nuanceret billede af spændingstilstanden i silovæggen, end det ville være muligt at få ved kun et målepunkt. Derfor besluttedes det at etablere 5 målepunkter anbragt som vist på fig. 3.3.c.

Da strain gagenes visning er temperaturfølsom besluttedes det at måle silovæggens temperatur. Til dette formål anvendtes termoelementer anbragt som vist på fig. 3.3.c. Termoelementerne var af kobber-konstantantypen, hvis termielektromotoriske kraft er ca. $40 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$.

3.4 Forforsøg.

Da de forventede signaler var små, stilledes der store krav til opstillingens stabilitet. Der gennemførtes derfor laboratorieforsøg for at udvide kendskabet til gageinstallations egenskaber. Specielt undersøgtes fugtbeskyttelsen, krybningsegenskaberne samt temperaturstabilitet. Endvidere udførtes forsøg for at finde et egnet materiale til bygning af en bule på silovæggen. De her nævnte undersøgelser beskrives i det følgende.

3.4.1 Fugtbeskyttelse.

Til målingen anvendtes de på Afdelingen for Bærende Konstruktioner fremstillede BT-1 gages, hvis målelængde er 85 mm. Gagemodstanden er 600 ohm og gagefaktoren, k , er 2,25 ved pålimning med en opløsning af cellulosenitrat i methylethylketon, og 2,31 ved anvendelse af kontaktlimen Eastmann 910.

To mulige metoder for fugtbeskyttelse blev undersøgt. Den ene bestod i at lime gagen fast med Araldit 121N og dække den med plastelina. Den anden bestod i at gagen indkapsledes i aluminiumsfolie ved hjælp af kontaktlim, hvorefter den limedes fast og dækedes med Technovit 2060F tilsat 1% aerosil. Der tilsattes aerosil for at forhindre limen i at løbe på de lodrette vægge.

Efter ovennævnte retningslinier blev fremstillet to gageinstallationer, hver indeholdende tre gages. I begge tilfælde monte-

redes gagene på en $10 \times 10 \times 40$ cm betonklods. Gagenes visning blev registreret med en Budd strainindikator, og betonklodsens tøjning blev kontrolleret med et mekanisk ekstensometer, system Berry med 20 cm's målelængde. Efter 4 døgns udhårdning var gagenes så stabile, at nulpunktsflytningen var mindre end 1 $\mu\epsilon$ pr. døgn.

Senere blev betonklodserne med gageinstallationerne anbragt i et vandbad. Der måltes igen med strainindikator og ekstensometer. Desuden måltes denne gang gagenes overgangsmodstand til vand. Det viste sig at overgangsmodstanden for de gages, der var beskyttet med plastelina faldt fra ∞ (d.v.s. $> 10^{10}$ ohm) til ca. 1 megaohm, medens de gages, der var beskyttet med Technovit, havde uændret overgangsmodstand $> 10^{10}$ ohm, da forsøget sluttedes efter 30 døgn.

Efter disse forsøg besluttedes det at anvende Technovit som fugtbeskyttelse ved de egentlige forsøg. Samme beskyttelse kunne anvendes indvendigt, idet den giver tilstrækkelig mekanisk beskyttelse mod kornet, der glider forbi gagene.

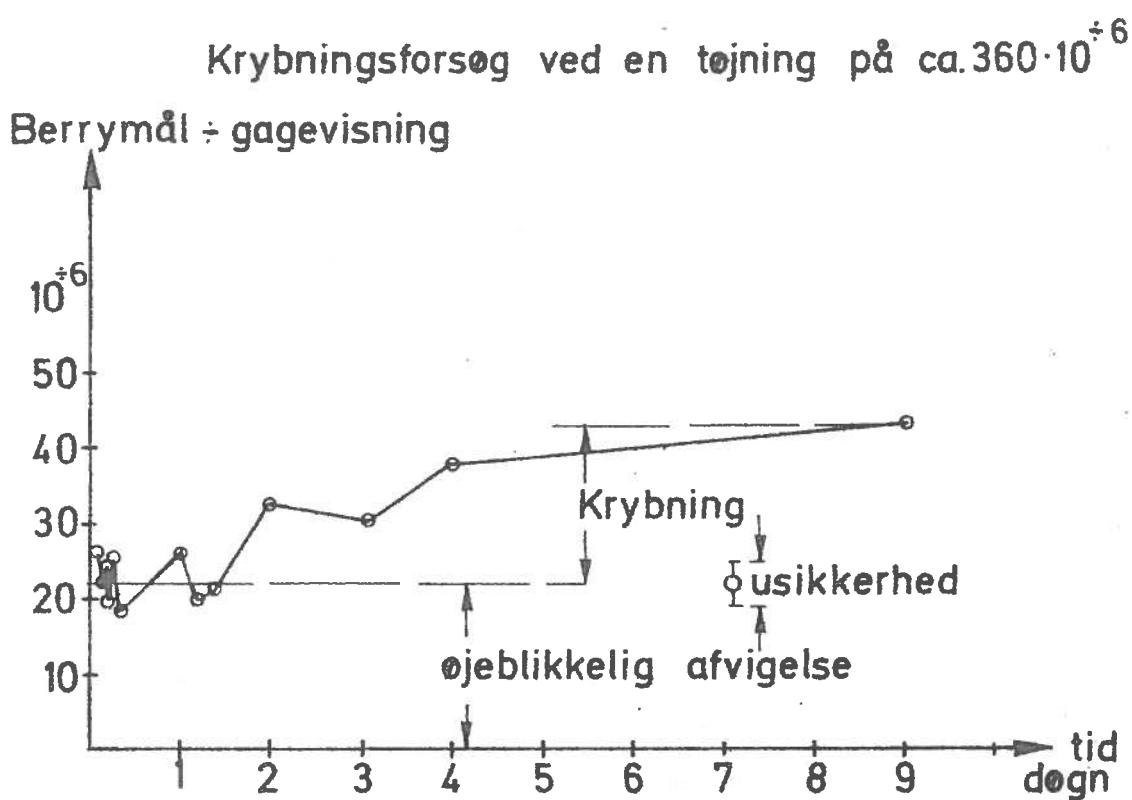


Fig. 3.4.2.a.

3.4.2 Krybning.

Den betonklods, på hvilken den Technovitbeskyttede gageinstallation var limet, anbragtes efter udtørring i en presse og belastedes med 10 tons. Der måltes sammenhørende værdier af tid, Berryvisning, strainindikatorvisning og temperatur. Forsøget blev afbrudt efter ni døgn og resultatet ses fig. 3.4.2.a. Det fremgår af figuren, at den relative krybning er ca. 6% på ni døgn. I de otte timer et forsøg i siloen vil vare, får krybningen ingen betydning. Den øjeblikkelige afvigelse tilskrives gageinstallations armerende virkning.

3.4.3 Temperaturkalibrering.

Det var bekendt, at den gagetype, der her er anvendt, har stor spredning på temperaturkoefficienten. Med henblik på en eventuel korrektion for temperaturens indflydelse blev det derfor anset for væsentligt at bestemme temperaturkoefficienten for hver enkelt af de gage, som skulle anvendes på siloen.

En sådan bestemmelse foretages ved at gagene ved hjælp af cellulosenitratlim anbringes på en stålstang, hvorpå der er fæstnet et tyndt lag polyethylen, der muliggør at gagene kan fjernes igen uden at beskadiges. Stålstanden med de pålimede gages anbringes i en plastikpose og sænkes ned i et vandbad. Lidt sili-

Gage nr.	Visningsændring $\mu\epsilon/\text{ }^\circ\text{C}$	Gage nr.	Visningsændring $\mu\epsilon/\text{ }^\circ\text{C}$
2	4,8	15	3,1
3	6,4	16	3,4
4	2,3	17	4,7
5	7,1	18	6,9
7	6,6	19	5,8
8	3,6	20	6,3
10	7,2	21	5,8
11	4,1	22	7,0
13	5,7	23	6,6
14	2,2	24	4,8

Tabel 3.4.3.a.

kagel fyldes i plastikposen for at nedsætte luftfugtigheden i posen. Efter at temperaturen i stålstangen er blevet stabil aflæses gagenes visning på en strainindikator, hvorefter vandet ved hjælp af knust is køles ned. Efter at en ny temperaturligevægt er indtruffet, foretages endnu en aflæsning. Til slut opvarmes vandet igen til en temperatur så nær den oprindelige som muligt, og en sidste aflæsning foretages. Resultatet af kalibreringen af de gages, der blev anvendt til september/oktober-målingen er vist i tabel 3.4.3.a, og det vil senere indgå i bestemmelsen af usikkerheden på målingen.

3.4.4 Friktionsforsøg.

Det var planlagt at bygge en kunstig bule i forsøgssiloen. Det væsentligste krav til det materiale, der skulle anvendes, var, at friktionen mellem korn og bule skulle være den samme som mellem korn og væg.

Der udførtes en serie sammenlignende forsøg, hvorunder en ring fyldt med en kornprøve fra siloen blev trukket hen over flader af følgende materialer: beton, sandblæst beton, Polyfilla, Technovit samt Technovit, hvorpå der var drysset sand før udhærdning. Polyfilla er et engelsk fremstillet cellulose spartelpulver solgt gennem Robert Fisch, EFTF, Danmark, og Technovit er en to-komponentlim fabrikeret af Kulzer & Co., Tyskland. Ved alle forsøg belastedes kornet således, at trykket på forsøgsfladen var omrent det samme som trykket på målestedet i siloen. Ved alle forsøg, undtagen hvor overfladen var ren Technovit, forekom indre brud i kornet, og der krævedes omrent den samme kraft for at fremkalde dette brud. Hvor overfladen var ren Technovit, blev ringen med korn trukket hen over fladen som et stift legeme, og dertil krævedes en væsentlig mindre kraft end ved de øvrige forsøg. I forsøgssiloen forekommer også brud i kornet ved væggen, hvilket ses af, at der ved tømning dannes en vulst langs perifrien på overfladen.

Bortset fra ren Technovit anses de ved forsøgene anvendte flader for egnede, og polyfilla blev foretrukket på grund af dette materiales lette bearbejdelighed.

3.5 Forsøg.

I dette afsnit beskrives arbejdet på målestedet. Først fortælles om montering af gages og etablering af måleopstilling. Senere beskrives hvorledes forsøgene udførtes.

3.5.1 Montering.

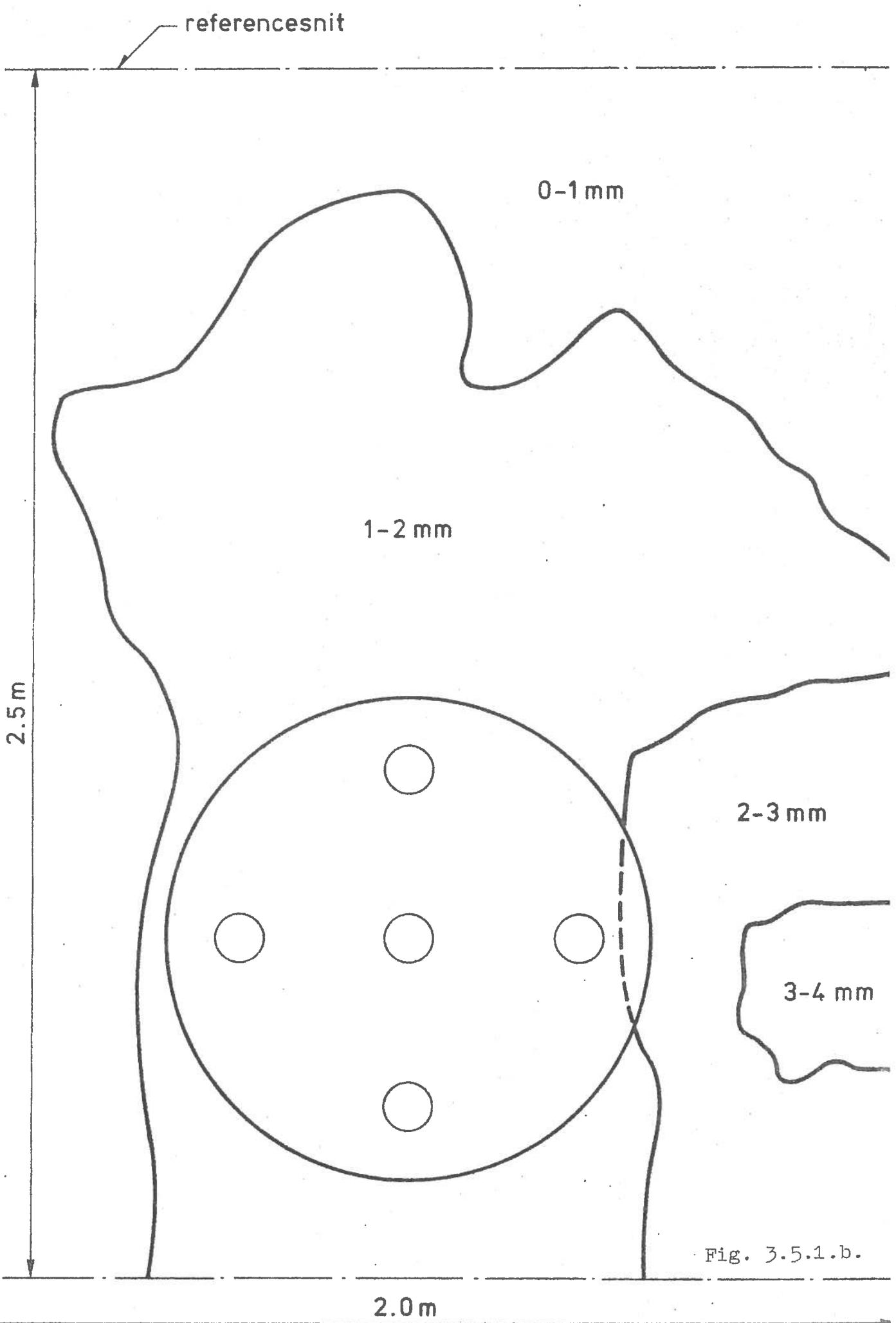
Udvendigt nåedes målestedet ved hjælp af et 20 m højt stilads. Indvendigt besørgedes transporten af en bådsmandsstol, idet kornet var tømt ud, indtil overfladen var i målestedets niveau.

På grund af de vanskelige arbejdsforhold i siloen blev så stor en del af arbejdet som muligt udført på laboratoriet. Således blev gagene på forhånd indkapslet i aluminiumsfolie og tilsluttet de kabler, der skulle forbinde dem til målestationen. For hver gage kontrolleredes modstand og overgangsmodstand til folien. Ved måling med en strainindikator kontrolleredes ved en let berøring af de enkelte gages, at disse var tilsluttet de rigtige ledninger i kablet.

Gagene blev monteret i siloen på en måde som fremgår af fig. 3.3.c. Det ses her, at målestedet udgøres af fem punkter, hvori der måles på væggens inder- og yderside. Det fremgår ligeført af figuren, hvor de to termoelementer er placeret. Ved september/oktober-målingen var de i tabel 3.4.3.a nævnte gages placeret, som beskrevet i tabel 3.5.1.a.

Målepunkt	Gagenummer			
	Indvendig		Udvendig	
	θ-retning	z-retning	θ-retning	z-retning
1	18	13	2	4
2	17	16	3	5
3	23	22	7	10
4	20	19	14	15
5	24	21	8	11

Tabel 3.5.1.a.



Ved hjælp af en skabelon, lodsnore og en lineal blev der foretaget en grov opmåling af silovæggens indvendige side i det område, hvor gagene var placeret. På grund af mediets lodrette bevægelse antages at det er frembringernes afvigelse fra lodlinien og ikke et tværsnits afvigelser fra den cirkulære form, der har betydning. På fig. 3.5.1.b er opmålingens resultat vist på en sådan måde, at frembringerens radiære forskydning er vist, idet denne forskydning er sat til nul i et vist snit kaldet referencesnit. Det ses, at der i måleområdet er afvigelser fra den teoretiske form på ca. 1-2 mm.

3.5.2 Målestationen.

Målestationen etableredes i en nabobygning til siloen. Stationens placering i forhold til målestedet fremgår af fig. 3.3.b. Fra gagene blev 10, ca. 30 m lange, kabler ført ned til målestasjonen, hvor Wheatstonebroerne opbyggedes, og hvor kompensationsgagene var anbragt. I huller i en aluminiumsblok anbragtes et loddested fra hver af de to termoelementer. Blokkens temperatur måltes med et termometer anbragt i et andet hul.

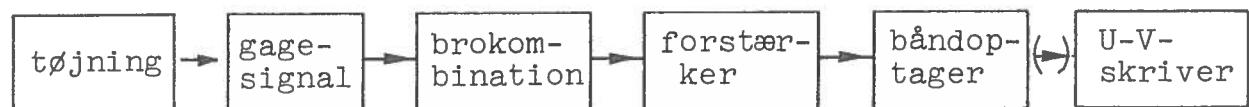


Fig. 3.5.2.a.

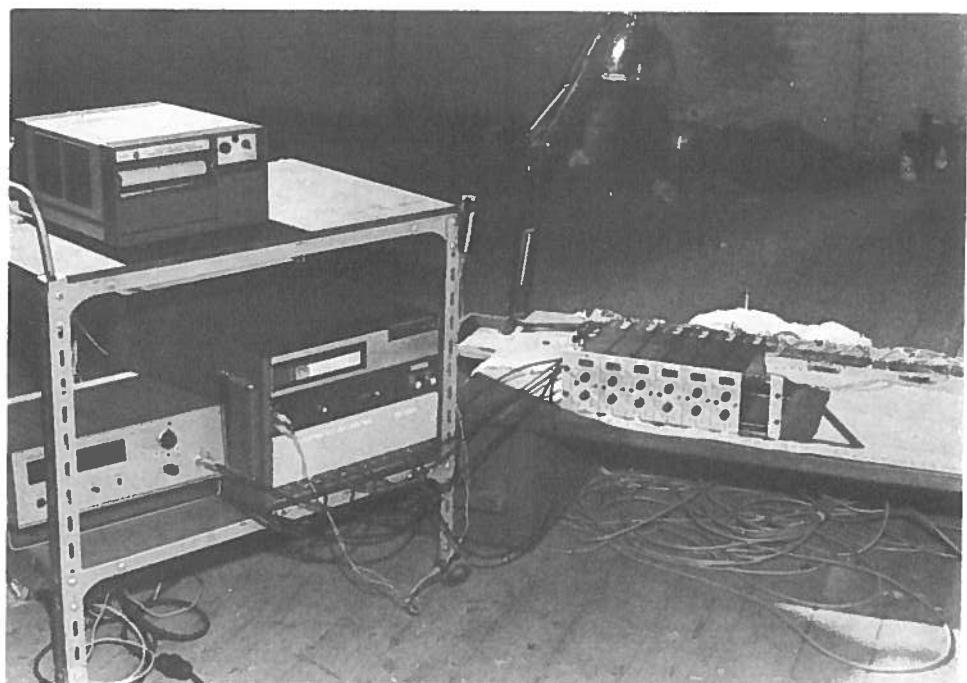


Fig. 3.5.2.b.

Wheatstonebroernes signal registreredes, som det antydes på fig. 3.5.2.a, ved at signalet forstærkedes i en Peekel type GRL 1 DC straingageforstørker, måleområde 1000 $\mu\epsilon$, og indspillede på en Philips ANA-LOG 7 båndoptager, måleområde 0,1 Volt. Herfra kunne signalet straks eller ved lejlighed afspilles på en CEC 5-12⁴ ultraviolet galvanometerskriver. Et fotografi af målestasjonen er vist fig. 3.5.2.b. Resultaterne fra de fem målepunkter registreredes samtidigt på fem forskellige kanaler med samme numre som målepunkterne.

3.5.3 Indkøring af opstilling.

Indledende målinger viste, at der i opstillingen undertiden forekom en nulpunktsdrift af uacceptabel størrelse. Derfor indspillede foruden selve signalet jævnligt en kort periode med kortsluttet indgang på forstærkeren (zero). Ved at måle visningen som en differens mellem disse to signaler opnåedes en korrektion for denne nulpunktsdrift.

Undertiden forstyrredes aflæsningerne af radiostøj udsendt fra forskellige sendere på siloens top. Ingeniør P. Mossing, Afdelingen for Bærende Konstruktioner, byggede et højfrekvensfilter til imødegåelse af denne gene. Et diagram af filtret, der anbragtes umiddelbart før forstærkeren, er vist fig. 3.5.3.a.

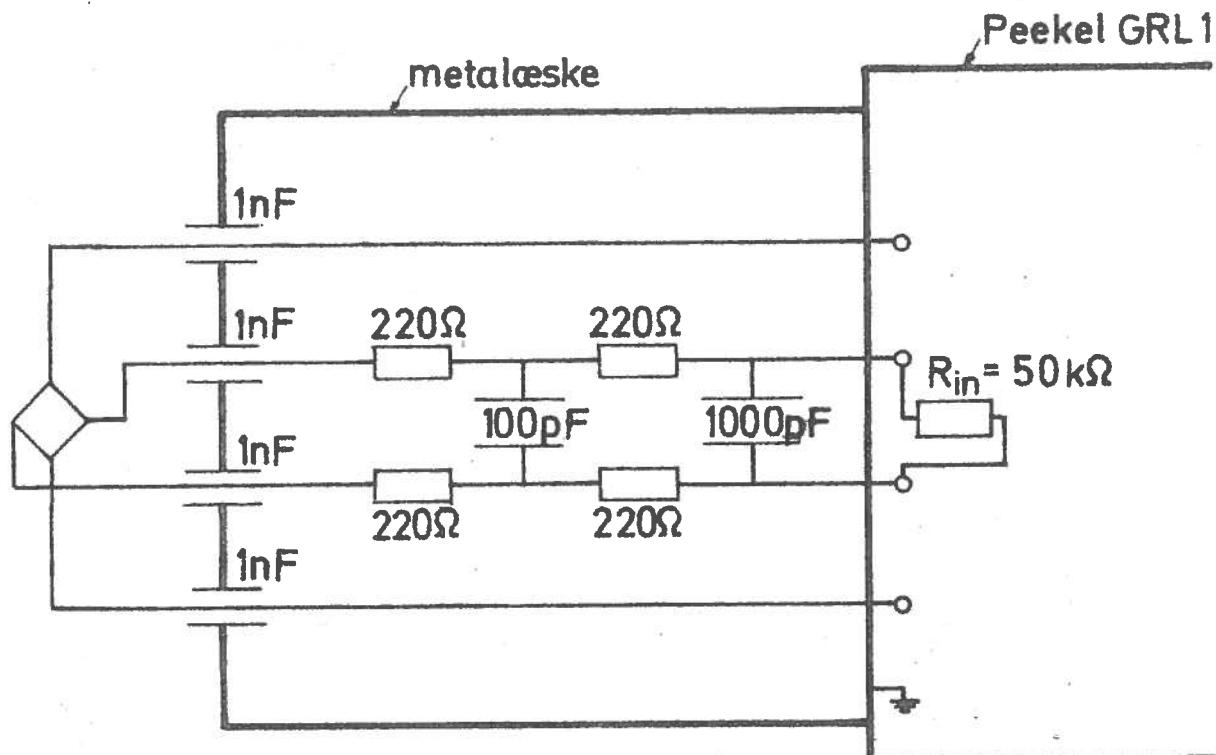


Fig. 3.5.3.a.

For at få overskuelige udskrifter afspillede signalerne 32 gange hurtigere end de indspillede. Indspilningshastigheden på båndoptageren var 15/16 tomme pr. sek. og afspilningshastigheden 30 tommer pr. sek.

3.5.4. Shuntkalibrering.

I dette afsnit gives omregningsfaktorer således, at aflæsninger i udskrifterne kan omsættes til snitkræfter eller til kantspændinger i målepunkterne.

Fig. 3.5.4.a viser udskriften fra en shuntkalibrering. En sådan foretages ved at ledningerne til de enkelte gages på skift er forbundet med en modstand, i dette tilfælde af størrelsen 15 megaohm. Shuntkalibreringen viser, at alle gages indgår på rette måde i Wheatstonebroerne, idet det kontrolleres, at de dertil bestemte signaler er reduceret svarende til faktoren $v = 0,2$, og at gagene på rette måde er anbragt i positive og negative brogrønne (sammenlign med fig. 3.3.a). Shuntkalibreringen viser desuden sammenhængen mellem visning på U-V--udskriften og tøjningsændringen i gagene. Den ved shuntkalibreringen simulerede tøjning i en gage fås af følgende udtryk:

$$\Delta R/R = k\epsilon, \text{ hvor } \Delta R \approx -R^2/R_{\text{shunt}}$$

Heraf fås, idet $k = 2,3$ og $R = 600$ ohm:

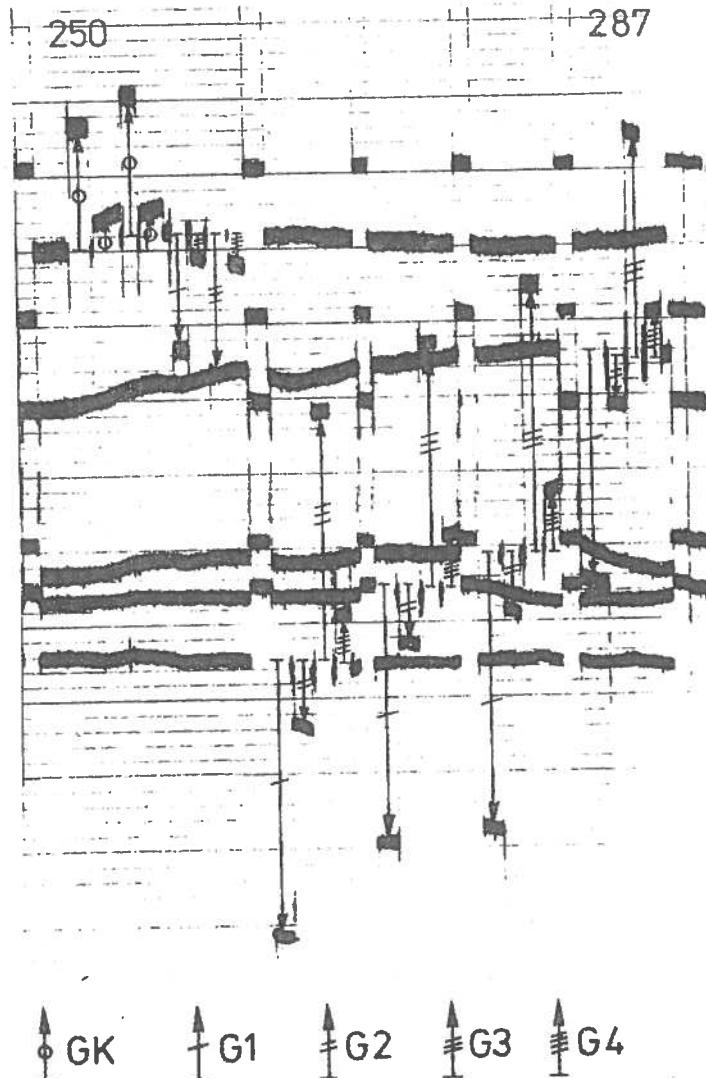
$$\epsilon_{\text{sim}} = -17,4 \mu\epsilon$$

Ved sammenligning med fig. 3.5.4.a ses, at når en gage, hvis signal ikke er reduceret får en tøjning på $1 \mu\epsilon$ fås på udskriften et udslag på 2 mm ved momentmåling og på 1 mm ved normalkraftmåling. Når det samlede brosignal efter dette målestokksforhold omsættes til $\mu\epsilon$ fås ifølge afsnit 3.3 henholdsvis moment og normalkraft af følgende udtryk:

$$M_\theta = \frac{E t^2}{12(1-v^2)} \quad (\text{aflæsning i } \mu\epsilon) \quad (3.5.4.r)$$
$$N_\theta = \frac{E t}{2(1-v^2)} \quad (\text{aflæsning i } \mu\epsilon)$$

kanal nr.

(1) (2) (3) (4) (5)



GK: Kompensationsgage.

G1: Gage i θ -retningen på indvendig side.

G2: Gage i z-retningen på indvendig side.

G3: Gage i θ -retningen på udvendig side.

G4: Gage i z-retningen på udvendig side.

Fig. 3.5.4.a.

I ovenstående udtryk indgår elasticitetsmodulen for betonen i silovæggen. Ved hjælp af et oversigtsskema indeholdende resultater fra den betonkontrol, der udførtes under siloens opførelse, og hvoraf det bl.a. fremgår, at vand/cementtallet var $0,45 - 0,60$ og cylinderstyrken σ_c^{28} var $325 - 450 \text{ kp/cm}^2$, har dr. techn. H. Krenchel, Afdelingen for Bærende Konstruktioner, skønnet, at elasticitetsmodulen på måletidspunktet var ca. $3,5 \cdot 10^5 \text{ kp/cm}^2$. Med vægtykkelsen, $t = 20 \text{ cm}$ og Poissons forhold 0,2 kan faktoren i ligning 3.5.4.r beregnes således, at følgende udtryk fremkommer:

$$M_\theta = 12 \text{ (aflæsning i } \mu\epsilon) 10^6 \text{ kp cm/cm} \quad (3.5.4.s.)$$

$$N_\theta = 3,6 \text{ (aflæsning i } \mu\epsilon) 10^6 \text{ kp/cm}$$

Der gælder følgende sammenhæng mellem snitkræfter og kantspænding i σ_{kant} i et lodret snit:

$$\sigma_{kant} = \frac{1}{t} N_\theta \pm \frac{6}{t^2} M_\theta$$

der med $t = 20$ cm kan skrives:

$$\sigma_{kant} = 0,05 N_\theta \pm 1,5 \cdot 10^{-2} M_\theta \text{ kp/cm}^2 \quad (N \text{ i kp/cm og } M \text{ i kp cm/cm}) \quad (3.5.4.t)$$

3.5.5 Måleplan.

Ved fyldning forstås perioden fra kornets overflade passerer målestedet til siloen er fuld. Ved tømning forstås perioden fra tømningens start til kornets overflade passerer målestedet. En fyldning eller en tømning varer ca. 8 timer, og man er mest interesseret i den datamængde, der stammer fra de perioder, hvor siloen er næsten fuld. Derfor måles der kontinuert den sidste time ved fyldning og den første time ved tømning. I den øvrige del af fyldnings- og tømningsperioderne måles i 5 minutter hver halve time. Temperaturen måles hver halve time. Således udførtes i alt ti forsøg (10 tømninger og 9 fyldninger) i perioden fra 11. september til 24. oktober 1969. Under de sidste fire forsøg var der i siloen bygget en kunstig bule, hvis form og placering fremgår af fig. 3.5.5.a. Der udførtes to forsøg, hvor bulens højde, h , var ca. 1,5 mm, og til sidst to forsøg, hvor bulehøjden var 6 mm. En oversigt over de udførte forsøg med oplysning om hvilke snitkræfter, der måltes i de enkelte målepunkter er vist på fig. 3.5.5.b.

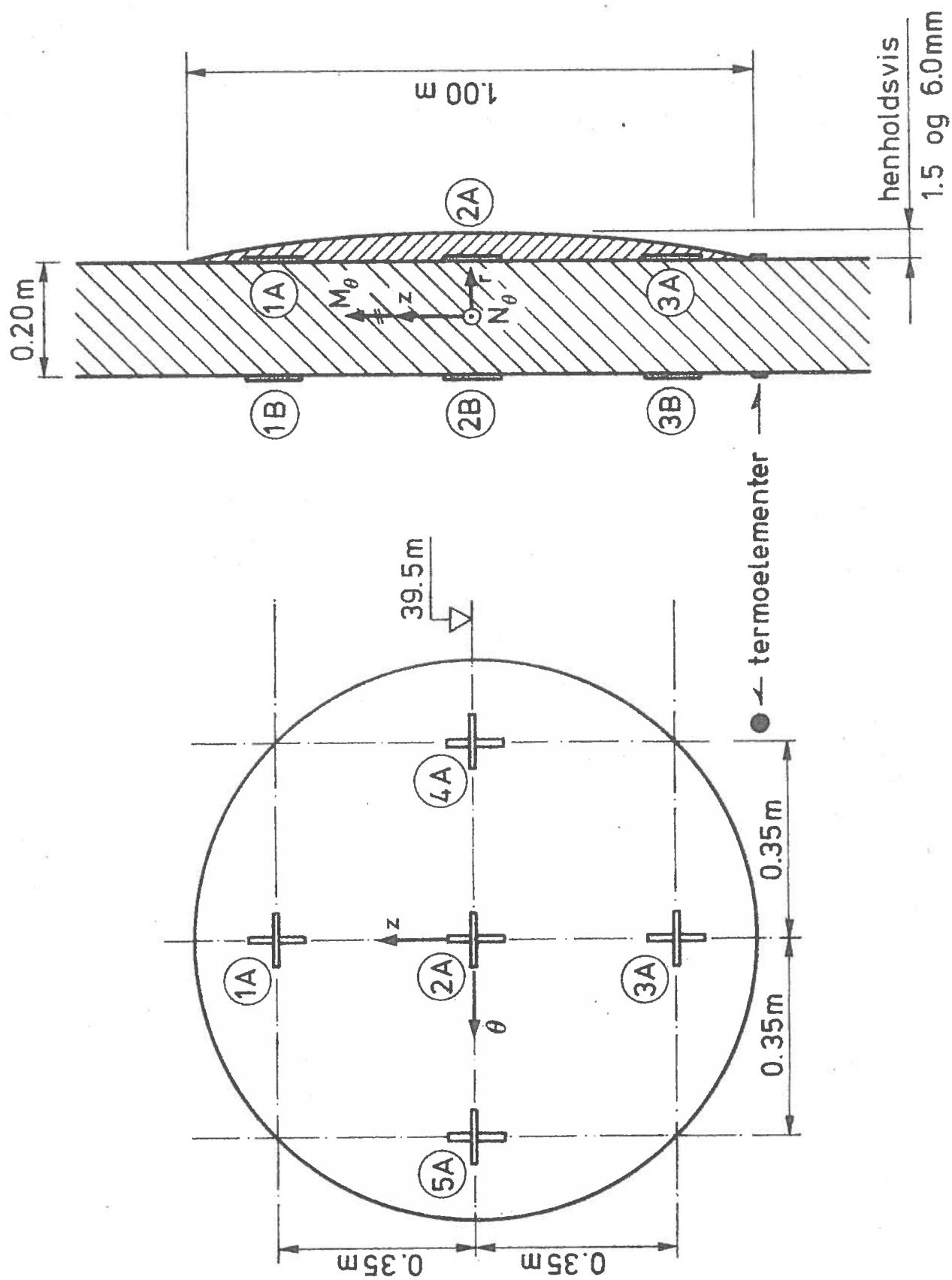


Fig. 3.5.5.a.

Forsøg nr.	Bulehøjde mm	Målepunkter til måling af: Moment	Normalkraft	Bemærkninger
1	0	1,2,3,4,5		***
2	0	1,2,3,4,5		
3	0	1,2,3,4,5		
4	0	2,3,4,5	1	
5	0	2,3,4,5	1	
6	0	2,3,4,5	1	
7	1,5	2,3,4,5	1	
8	1,5	2,3,4,5	1	
9	6,0	2,3,4,5	1	
10	6,0	1,2,3,4	5	

*** Kun måling under tømning

Fig. 3.5.5.b.

3.6 Resultater.

De første forsøg udførtes i januar/februar 1969, men denne forsøgsserie kunne ikke fuldføres, fordi der manglede korn i siloanlægget. Før september/oktober-målingen påbegyndtes, blev alle gages udskiftet, fordi man ikke kunne være sikker på, at fugtbeskyttelsen havde fungeret effektivt gennem så lang tid. Resultaterne fra januar/februar-målingen vil ikke blive gengivet. De viser overensstemmelse med tilsvarende forsøg i september/oktober-serien. I de følgende afsnit præsenteres måleresultaterne, ligesom der foretages en vurdering af usikkerheden.

3.6.1 Udskrifter fra galvanometerskriveren.

På fig. 3.6.1.a er vist en udskrift svarende til en kontinuert måleperiode. Det ses, hvorledes zero-målingen bryder den kontinuerte kurve på skift, begyndende med kanal 1, dernæst kanal 2 og så fremdeles. Dette anvendes til identifikation af de forskellige kanaler. Visningen måles fra zero-punktet til kurven.

Under forsøgene førtes en måleprotokol indeholdende de nødvendige oplysninger til identifikation af udskrifterne, temperaturmålinger samt iagttagelser gjort under forsøgene. Såvel udskrifter fra målebogen som udskrifter fra U-V-skriveren findes i appendiks.

Inden resultaterne betragtes nøjere diskuteses måleusikkerheden.

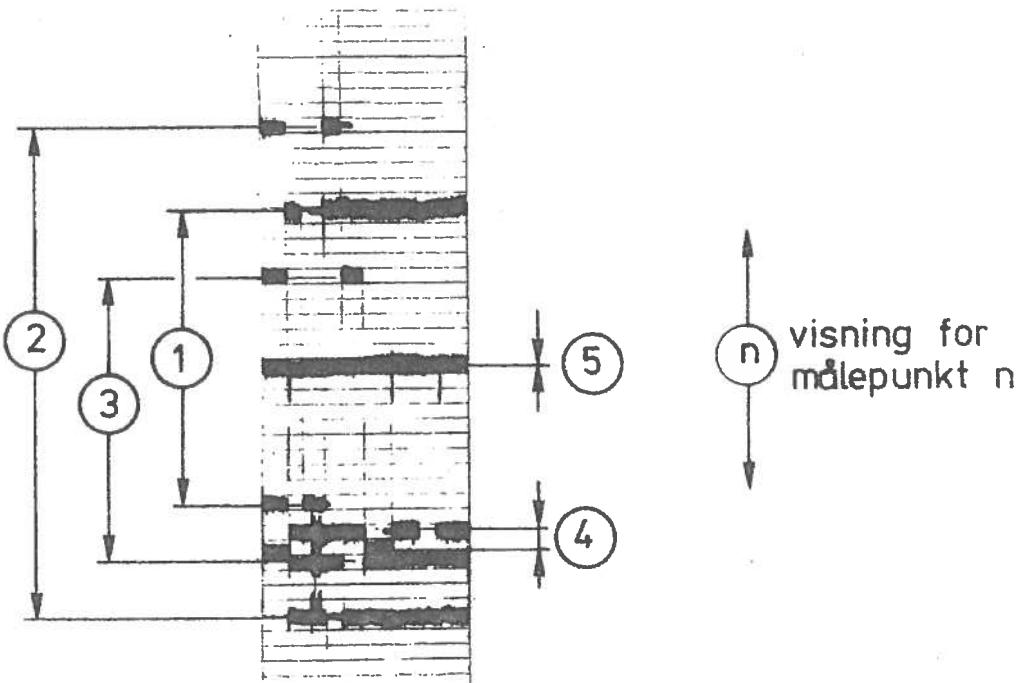


Fig. 3.6.1.a.

3.6.2 Usikkerhed.

De konklusioner, der søges draget på baggrund af måleresultaterne, er af en sådan karakter, at en usikkerhed på 10 til 20 % er tilladelig. Det skønnes derfor at der kan ses bort fra usikkerheder på bestemmelse af E og v . Ligeledes forudsættes det, at der kan ses bort fra, at straingagenes k -faktor er behæftet med en usikkerhed som følge af, at forholdet mellem gagelængde og største stenstørrelse i betonen er ca. 3:1. Endvidere ses det i målebogen (appendiks), at det ikke altid var muligt at undgå omsilering til naboceller under forsøgene. Som det senere fremgår, er det specielt resultaterne for den første del af tømningsperioden, der er af interesse, og ved denne periodes begyndelse er der kun to muligheder for fyldningstilstanden i nabocellen; den er enten tom (forsøg 4 og 6) eller halvfuld (forsøg 5 og 7). I måleområdets niveau er der i det første tilfælde ingen trykændring i nabocellen, og i det andet tilfælde er denne trykændring lille i perioden umiddelbart efter tømningens start. I en periode begrænset

af den senere beskrevne temperaturdrift kan der således ses bort fra nabocellens bidrag til snitkræfterne i måleområdet.

I forhold til centrum i silotværsnittet er centrene for ind- og udløb forskudt henholdsvis 38 cm og 35 cm. Det antages, at dette forhold ikke er af betydning for målingen.

Da de målte størrelser er meget små, bliver nulpunktsstabiliteten afgørende. Tidligere er vist, hvorledes betydningen af instrumenternes nulpunktsdrift er elimineret. Det helt overvejende bidrag til nulpunktsdriften kommer som følge af en ændring i temperaturen på målestedet. Et andet forhold, der begrænser resultaternes anvendelse, er, at der findes en grænsefrekvens, hurtigere end hvilken signaler ikke kan gengives. I de følgende afsnit diskuteses temperaturens betydning for nulpunktsdriften samt opstillingens grænsefrekvens.

3.6.2.1 Temperaturens betydning for nulpunktsdriften.

Ved nulpunktsdriften kan der ses bort fra bidrag som følge af temperaturændringer i de lange tilledninger, idet, som det ses på fig. 3.3.a, Wheatstonebroerne er indrettet således, at der i de positive grene er lige så mange lange ledninger som i de negative grene.

En visningsændring på en gage kan herefter sammensættes på følgende måde:

$$\Delta V = \epsilon_p + \epsilon_{\Delta t, \text{konstr}} + \epsilon_{\Delta t, \text{gage}} + \epsilon_{\Delta t, \text{lok.arm.}} \quad (3.6.2.1.r)$$

Det første bidrag, ϵ_p , er det tøjningsbidrag, som hidrører fra en belastningsændring, og det er det bidrag, der ønskes målt.

$\epsilon_{\Delta t, \text{konstr}}$ er den temperaturafhængige tøjningsændring. Den kan sammensættes af materialets uhindrede temperaturudvidelse og et bidrag der kan henføres til konstruktionens statiske ubestemthed.

$\epsilon_{\Delta t, \text{gage}}$ er en tilsvneladende tøjning, som skyldes, at gagen skifter modstand ved ændret temperatur. Dette bidrag er fundet ved kalibrering, som beskrevet i afsnit 3.4.3. Det sidste bidrag skyldes gagenes lokalt armerende virkning.

Betydningen af ovennævnte bidrag er skønnet på to måder, en teoretisk og en eksperimentel. Resultatet af disse skøn gives i det følgende.

Forudsætningerne for det teoretiske skøn er en lineær temperaturændring gennem silovæggen, at silovæggen er fuldt indspændt, hvor den møder nabocellerne, at temperaturtøjninger i lodret retning er små, samt at målestedet befinder sig langt fra siloens top og bund. Forudsætningerne om at silovæggen er fuldt indspændt, og om at temperaturtøjninger i lodret retning er små, er tilnærmelsesvis opfyldt, hvis temperaturændringerne alene skyldes ændringer i temperaturen på siloanlæggets ydervæg således, at hele kernen i siloanlægget forudsættes at have uændret temperatur. Forudsætningerne er derimod ikke opfyldt, hvis der i måleperioden forekommer væsentlige temperaturændringer i hele siloanlægget. Forudsætningen om den lineære temperaturændring gennem væggen kan regnes opfyldt, når der kun forekommer langsomme temperaturændringer på siloens overflade. Under forsøgene forekom imidlertid meget hurtige temperaturændringer i det øjeblik, mediets overflade passerede målestedet. Dette forhold skyldes, at luften over kornet ofte havde en lidt anden temperatur end kornet. Et sådant pludseligt temperaturskift resulterer i en meget kompliceret temperaturofordeling i silovæggen. I sådanne perioder gælder nedenstående beregninger ikke, og det har ikke været muligt at opstille andre relationer, som med rimelig nøjagtighed kunne anvendes.

I det følgende beregnes hvert af de tre sidste led i lighedning (3.6.2.1.r):

I: $\epsilon_{\Delta t, \text{konstr.}}$:

Ved et snit i symmetrilinien og anvendelse af moment og normalkraft i dette snit som overtallige, fås under anvendelse af ovennævnte forudsætninger følgende elasticitetsligninger til bestemmelse af bidraget fra konstruktionens statiske ubestemthed: (se systemskitse fig. 3.6.2.1.a).

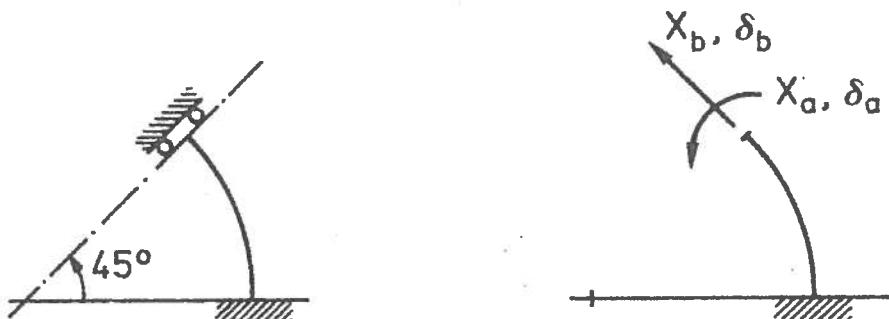


Fig. 3.6.2.1.a.

$$\delta_a = 0 = \delta_{ao} + \delta_{aa} X_a + \delta_{ab} X_b \quad (3.6.2.1.s)$$

$$\delta_b = 0 = \delta_{bo} + \delta_{ba} X_a + \delta_{bb} X_b$$

Belastningen er en opvarmning af silovæggen således, at temperaturændringen gennem denne er lineær, middeltemperaturen ændres Δt_m , og forskellen i temperatur på væggens sider ændres $\Delta t = \Delta(t_{indre} - t_{ydre})$.

Koefficienterne i elasticitetsligningerne kan nu beregnes:

$$\delta_{aa} = \frac{\pi}{4} \frac{R}{E' I} \quad \text{hvor } E' = \frac{E}{1-\nu^2}$$

$$\delta_{bb} = \frac{1}{8}(2+3\pi-8\sqrt{2}) \frac{R^3}{E' I}$$

$$\delta_{ab} = \delta_{ba} = - \frac{1}{4}(2\sqrt{2}-\pi) \frac{R^2}{E' I}$$

$$\delta_{ao} = - \frac{\pi}{4} \frac{\Delta t \beta R}{t}$$

$$\delta_{bo} = \frac{\sqrt{2}}{2} \beta \Delta t_m R + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \frac{R^2 \Delta t \beta}{t}$$

Løsning af ligningerne giver:

$$X_a = (+ 11,6 \frac{\Delta t_m}{R} + \frac{\Delta t}{t}) \beta E' I \quad (3.6.2.1.t)$$

$$X_b = - 116 \frac{\beta E' I}{R^2} \Delta t_m$$

Idet $X_a = M_\theta$ og $X_b = N_\theta$ fås disse snitkræfter ved indsættelse af talstørrelser i ligning 3.6.2.1.t. Med $E = 3,5 \cdot 10^5$ kp/cm², $\nu = 0,2$, $\beta = 1,0 \cdot 10^{-5}$, $t = 20$ cm og $R = 225$ cm fås:

$$\left. \begin{aligned} M_\theta &= + 128 \Delta t_m + 124 \Delta t \text{ kp cm/cm} \\ N_\theta &= - 5,7 \Delta t_m \text{ kp/cm} \end{aligned} \right\} \Delta t_m \text{ og } \Delta t \text{ i } {}^\circ\text{C} \quad (3.6.2.1.u)$$

II: $\epsilon_{\Delta t, gage}$:

I afsnit 3.4.3 er vist summen af den tilsyneladende tøjning og temperaturudvidelsen for stål. Temperaturudvidelseskoefficienten for stål er $1,2 \cdot 10^{-5}$ pr. ${}^\circ\text{C}$. Den tilsyneladende tøj-

ning for hver enkelt gage fås ved at trække denne størrelse fra de i afsnit 3.4.3 opgivne størrelser. Den tilsyneladende normal-kraft og det tilsyneladende moment fås ved at indsætte de til-syneladende tøjninger i ligningerne 3.3.v. En sådan udregning giver for de tre målepunkter på symmetrilinien et resultat, som vist i fig. 3.6.2.1.b.

Målepunkt	Tils.moment kp cm/cm t i °C	Tils.norm. kp/cm t i °C
1	-32 Δt _m + 94 Δt	-54 Δt _m + 5 Δt
2	+29 Δt _m + 94 Δt	-55 Δt _m - 4 Δt
3	+77 Δt	-45 Δt _m

Fig. 3.6.2.1.b.

III: $\epsilon_{\Delta t, \text{lok.arm.}}$:

Det forudsættes, at gageinstallationen er så stiv, at den kan påvirke konstruktionens tøjningsfordeling, altså at der findes det, man normalt kalder en lokalt armerende virkning. Hvis gageinstallationen er udført i et materiale, hvis temperaturudvidelseskoefficient afviger væsentligt fra konstruktionens, vil gagen ved en temperaturændring være i stand til at forstyrre tøjningsfordelingen i konstruktionen.

Gagens armerende virkning, A, tænkes angivet ved den relative tøjningsændring, der fremkommer på mediets overflade som følge af gagens tilstedeværelse. Temperaturens betydning kan således beskrives ved følgende udtryk:

$$\epsilon_{\Delta t, \text{lok.arm.}} = A(\beta_g - \beta_k) \Delta t_g \quad (3.6.2.1.v)$$

hvor β_g og β_k er temperaturudvidelseskoefficienterne for henholdsvis gageinstallationen og konstruktionen, og hvor Δt_g er temperaturændringen på målestedet. Ved måling af små signaler kan denne fejlkilde være større end den egentlige armerende virkning.

Ved disse målinger skønnes følgende størrelser $A = 5\%$, $\beta_g = 50 \cdot 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ og $\beta_k = 10 \cdot 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$. Heraf fås:

$$\epsilon_{\Delta t, \text{lok.arm.}} = 2 \cdot 10^{-6} \Delta t_g$$

Ved indsættelse i ligningerne 3.3.v ses, at der for moment- og normalkraft gælder følgende udtryk:

$$M_\theta = - 29 \Delta t \text{ kp cm/cm}$$

$$N_\theta = 17 \Delta t_m \text{ kp/cm}$$

Nulpunktsdriftens afhængighed af temperaturændringer kan nu beregnes som summen af et bidrag fra betonens uhindrede temperaturudvidelse og de tre bidrag, som er beregnet i det foregående. Resultatet er givet i fig. 3.6.2.1.c.

Målepunkt	Nulpunktsdrift	
	Moment kp cm/cm t i °C	Normalkraft kp/cm t i °C
1	96 Δt _m + 45 Δt	43 Δt _m + 5 Δt
2	157 Δt _m + 45 Δt	42 Δt _m - 4 Δt
3	128 Δt _m + 28 Δt	52 Δt _m

Fig. 3.6.2.1.c.

Det eksperimentelle skøn foretages ved, at der i målebogen udtages perioder, for hvilke visning og temperatur er registreret, men hvor belastningen har været uændret. I målebogen i appendiks er disse perioder mærket *. Det ses, at disse perioder er af 2-50 timers varighed, og hele siloens temperaturtilstand kan have ændret sig på en kompleks måde. For disse perioder er der foretaget en regressionsanalyse over nulpunktsdriftens temperaturafhængighed. Analysen er kun foretaget for moment i målepunkterne 2 og 3 og for normalkraft i målepunkt 1 således, at der er fundet det bedste skøn for koefficienterne α og β i følgende udtryk: $\Delta M = \alpha \Delta t_m + \beta \Delta t$ og $\Delta N = \alpha \Delta t_m$. Analysens resultat er vist i fig. 3.6.2.1.d.

Disse resultater skal sammenlignes med resultaterne i fig. 3.6.2.1.c. Selv om der langt fra er overensstemmelse, er størrelsesordenen af α dog den samme.

En korrektion af måleresultaterne må anses for umulig, dels fordi disse korrektioner er store, dels fordi bestemmelsen

Målepunkt	Koef.	Normalkraft		Moment	
		Middel kp/cm	Spredn. kp/cm	Middel kp cm/cm	Spredn. kp cm/cm
1	a	58	17		
2	a			94	14
	b			35	12
3	a			30	13
	b			-17	11

Fig. 3.6.2.1.d.

af korrektionerne er behæftet med stor usikkerhed. Resultatet af disse betragtninger anses dog for at være tilstrækkeligt pålidelige til fastsættelse af grænser for usikkerheden ved en given lille temperaturændring. Normalt vil det ved disse målinger ikke ske, at der forekommer temperaturændringer uden at middeltemperaturen ændres, og i betragtning af den usikkerhed, der er på bestemmelse af temperaturdriften, anses det for tilstrækkeligt at anvende én temperaturparameter, nemlig t_m .

På baggrund af ovennævnte betragtninger skønnes det at nulpunktsdriftens temperaturafhængighed kan udtrykkes på følgende måde. Ved måling af moment og normalkraft er nulpunktsdriften mindre end henholdsvis 20 kp cm/cm og 10 kp/cm for en temperaturændring mindre end $0,1^{\circ}\text{C}$, når der ses bort fra perioder, hvor temperaturen på målestedet ændres særdeles hurtigt.

3.6.2.2 Grænsefrekvens.

Den afgørende begrænsning for opstillingens registrering af hurtige svingninger fremkommer, fordi spejlgalvanometrene i galvanometerskriven har en egenfrekvens på 135 Hz. Dertil kommer, at de udskrifter, der foreligger, er afspillet 32 gange hurtigere, end de blev spillet ind. For de foreliggende udskrifter må således påregnes en grænsefrekvens på $135/32 = \text{ca. } 4 \text{ Hz}$. Dette anses for fuldt tilstrækkeligt, idet tidligere beskrevne dynamiske forhold i siloer har været væsentlig langsommere.

3.6.3 Sammenfatning af resultater.

En betragtning af samtlige forsøg viser, at første tømning indtager en særstilling ved at kornets vandprocent er 15 mod 12 i alle øvrige forsøg. Samtidig viste det sig, at der i dette tilfælde fremkom en anden tømningsmåde end ved de øvrige forsøg, idet der dannedes en udløbskegle i midten af overfladen, medens det ved alle øvrige forsøg var således, at bortset fra en vulst langs periferien var overfladens form uændret efter tømning. (Siloen var da halv fuld). I en anden silo med korn, hvis vandindhold var 15 %, konstateredes også en udløbskegle således, at der er grund til at antage, at udløbsmåden er betinget af kornets fugtighed. Da silotrykket formentlig hænger nøje sammen med udløbsmåden, lades første tømning ude af betragtning i det følgende.

Nulpunktsdriften ved temperaturændringer betyder, at resultaterne fra momentmåling kun kan sammenlignes inden for ca. $\frac{1}{2}$ -1 time og for normalkraftkurverne kun inden for ca. 5-10 minutter. I perioder, hvor kornoverfladen passerer målestedet, kan resultaterne ikke anvendes. En undtagelse udgøres af forsøg 10. Her ændredes temperaturen kun lidt i perioden fra tømningens start til kornoverfladen passerede målestedet.

Som antydet i afsnit 3.2 kan det antages, at væggeometriens indflydelse kan henføres til kornets bevægelse langs væggen således, at væggeometrien ikke har nogen indflydelse på trykfordelingen under fyldning og i hvile. Den spændingsomlejring, der ønskes undersøgt, kan således forventes at indtræffe i løbet af den første halve time efter tømningens start, idet den kornmængde, der under fyldning lejredes umiddelbart over bulen, i løbet af denne tid vil nå målestedet.

Interessen samler sig således om den datamængde, der opsamles fra tømningens start til sammenligning umuliggøres på grund af nulpunktsdrift. Denne datamængde er på mere overskuelig måde gengivet i figurerne 3.6.3.a, b og c.

Af de i appendiks viste udskrifter ses, at umiddelbart efter tømningens start iagttages undertiden et spring i snitkraftkurverne. Dette spring henføres til en spændingsomlejring som følge af den relative bevægelse mellem korn og væg. Endvidere ses, at inden for de korte perioder, hvor trykcellemålingerne

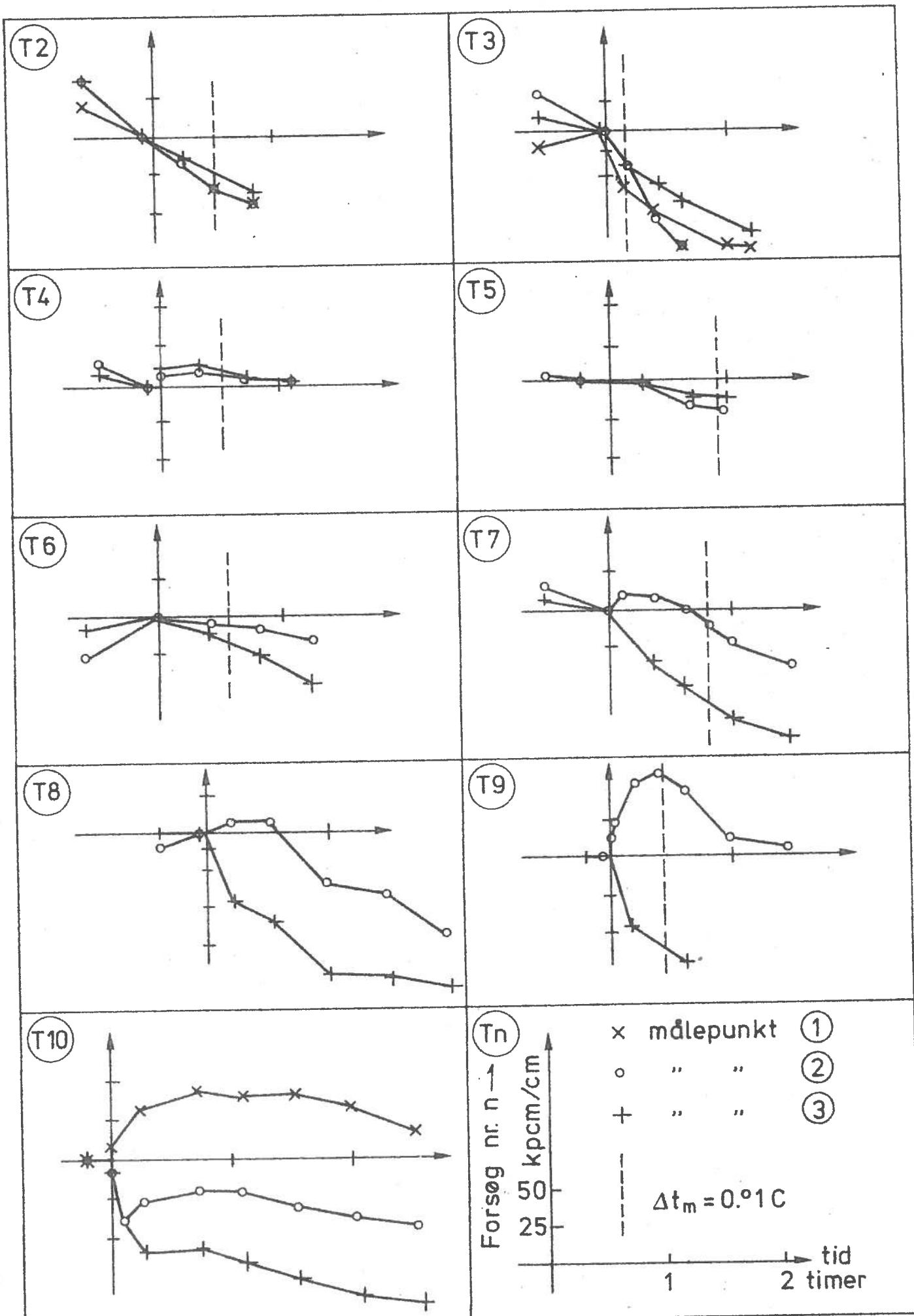


Fig. 3.6.3.a.

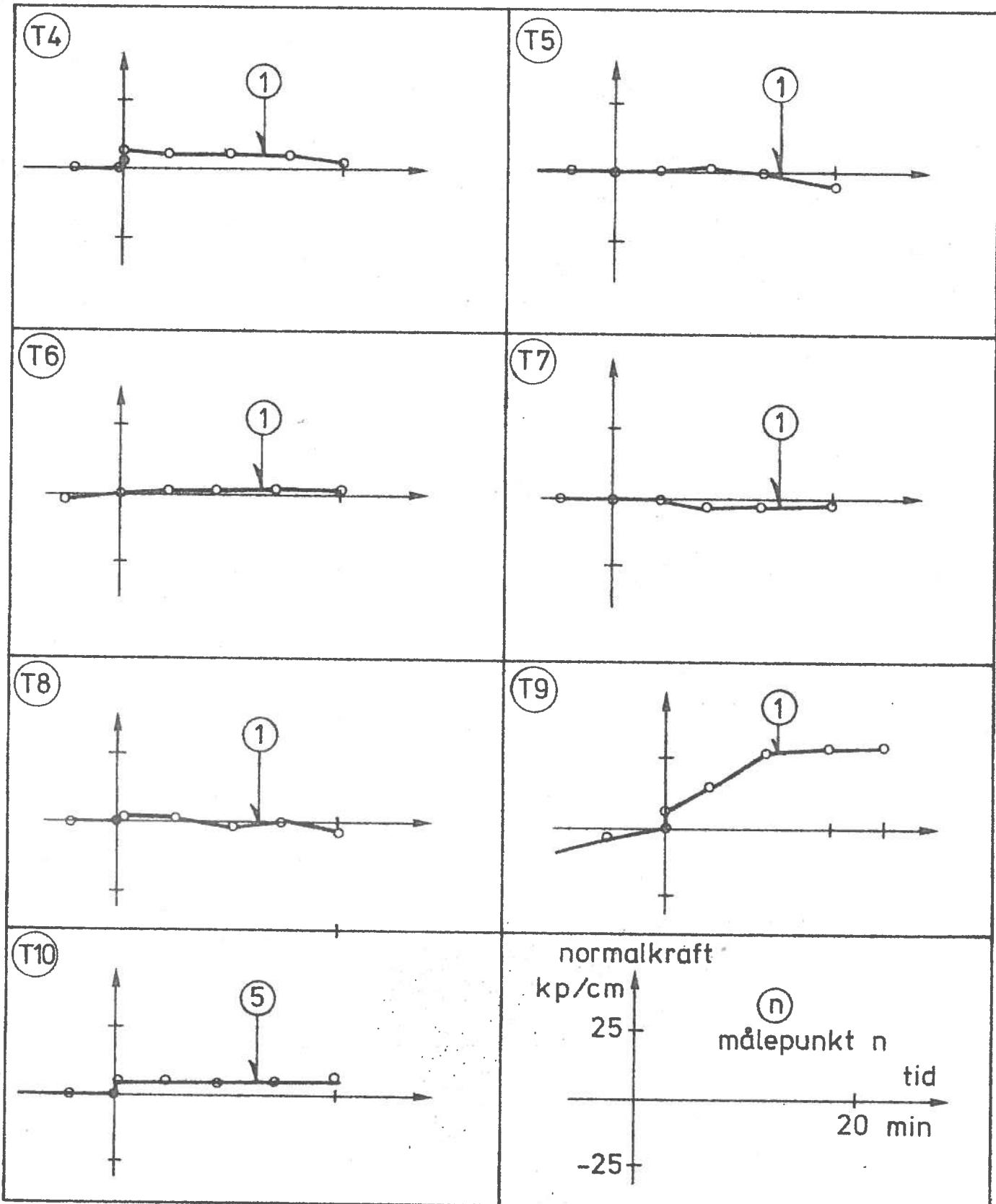


Fig. 3.6.3.b.

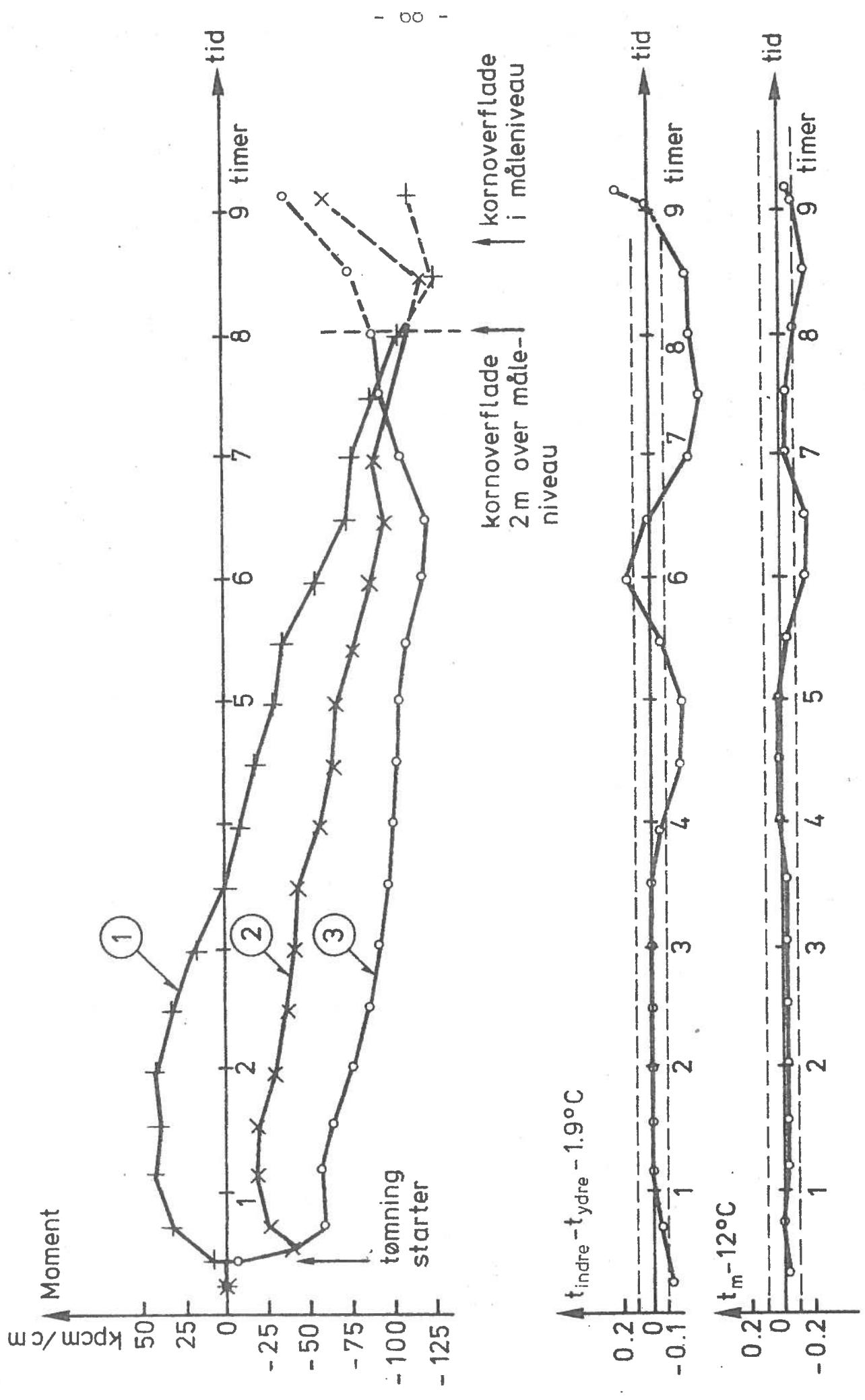


Fig. 3.6.3.c.

viste betydelige spring, fremkommer ikke væsentlige ændringer i væggens spændinger.

Før bulen blev bygget kunne ikke konstateres systematiske trykændringer i nogen periode under tømning. Nulpunktsdriften umuliggjorde en sammenligning over længere tid, og i den første periode efter tømnings start kunne trykændringer heller ikke forventes, idet opmålingen af silovæggen havde vist, at der kun forekom små afvigelser fra den teoretiske form.

Bulens betydning fremgår af fig. 3.6.3.a. Ved forsøgene 2, 3, 4, 5 og 6 forløber kurverne nogenlunde samlet, og indtil den stipede linie ikke langt fra aksen. Ved forsøg 7 og 8 og endnu mere udpræget ved forsøg 9 og 10 sker inden for den første halve time en sådan trykomlejring, at momentkurverne får hver sit forløb, og der iagttages signifikante udslag. Normalkraftkurverne synes at vise en tendens til trykstigning, når bulen findes, men resultaterne er for få og behæftet med for stor usikkerhed, til at noget sådant med sikkerhed kan siges.

Den store temperaturstabilitet i forsøg 10 gør det muligt at bestemme momenternes absolute størrelse, idet det antages, at silovæggen er ubelastet, når kornoverfladen er under målestedet. Mod slutningen af forsøget vokser usikkerheden, idet luften har en anden temperatur end kornet, og væggen påvirkes derfor af en temperaturændring, når kornet forsvinder. Denne påvirkning vil medføre en ubetydelig ændring i skalkonstruktionens tøjnings-tilstand på et sted, hvis afstand til kornoverfladen er større end ca. 2 m. På fig. 3.6.3.c vises måleresultatet, idet den del af kurverne, der svarer til at kornoverfladen er mindre end 2 m over målestedet, er stiplet for at antyde den forøgede usikkerhed på målingen. Af figuren fremgår, at de tre momenter i hviletilstanden er omtrent ens, hvilket bestyrker den antagelse, at uregelmæssigheder i væggeometrien er uden større betydning for trykfordelingen i fyldnings- og hviletilstanden. Bøjningsmomentet i hviletilstanden kan aflæses til ca. 100 kp cm/cm².

En tilsvarende fastsættelse af normalkraften har ikke været mulig, men i afsnit 3.3 er trækspændingerne som følge af normalkraften beregnet til 2,4 kp/cm².

Kantspændingerne i hviletilstanden kan herefter beregnes. Ved hjælp af ovenstående og ligning 3.5.4.t fås største kantspænding til 3,9 kp/cm².

Ved målepunkt 1 steg momentet ca. 50 kp cm/cm i tiden efter tømnings start, svarende til at største kantspænding er steget ca. $0,8 \text{ kp/cm}^2$ eller ca. 20 %. Ved målepunkt 3 er største kantspænding formindsket med en lignende størrelse.

De her omtalte momentforandringer må være forårsaget af en spændingsomlejring, der har medført en ekstra belastning af bulens øverste del og en aflastning af bulens nederste del.

3.7 Fortolkning.

I dette afsnit betragtes målingens resultater i forhold til siloforsøg og silodimensionering i almindelighed.

Udløbsmåden i siloer kan groft inddeltes i to klasser: én hvor silomediet samlet bevæger sig nedad (mass flow), og én, hvor der dannes en udløbssøjle således, at den del af mediet, der kom sidst ind, kommer først ud (funnel flow). Disse udløbsmåder er antydet på fig. 3.7.a. Bortset fra forsøg 1 tilhører udløbsmåden i siloen på Kongens Bryghus førstnævnte klasse. Da udløbsmåden må antages at have en afgørende betydning for resultatet af disse målinger, kan resultaterne fra Kongens Bryghus ikke overføres til siloer med funnel flow, derimod vil man i andre siloer med mass flow kunne forvente tilsvarende resultater.

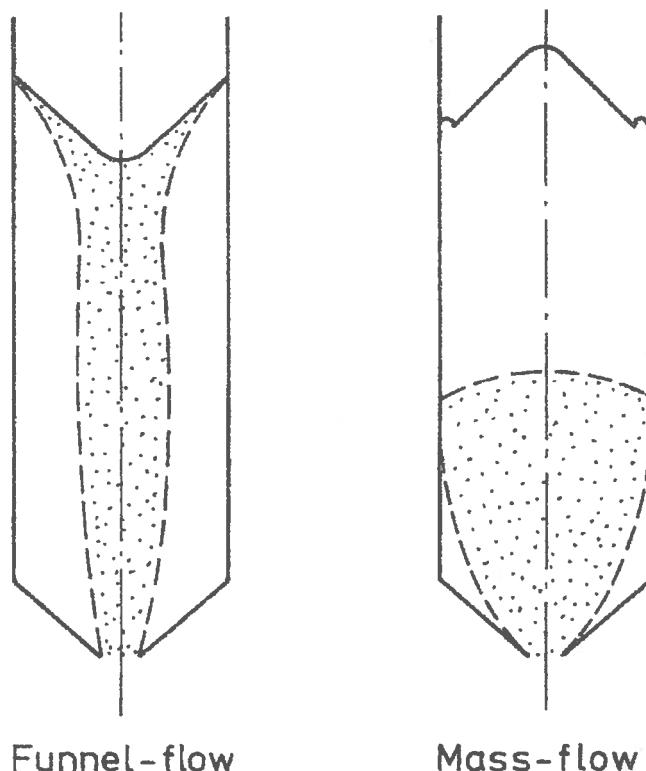


Fig. 3.7.a.

I målesiloen er væggen relativt tyk. I siloer med tyndere vægge vil den samme trykomlejring medføre større relative spændingsændringer i væggen.

Ved målingerne sås forholdsvis store ændringer i snitkræfterne som resultat af et indgreb på en lille flade, hvilket giver en fornemmelse af, at spændingsomlejringen i kornet har haft en betragtelig størrelse. For at få en lidt mere præcis angivelse af størrelsen af denne spændingsomlejring er denne beregnet ved hjælp af et EDB-program, som er beskrevet i [1]. Forudsætningerne for beregningen har været følgende:

- I. Siloen er fritstående.
- II. Betonen er et lineærelastisk, isotropt materiale med elasticitetsmodulen $E = 3,5 \cdot 10^5 \text{ kp/cm}^2$ og Poissons forhold $\nu = 0,2$. Betonen er urevnet.
- III. Belastningsændringen, som bulen fremkalder, har en form som vist på fig. 3.7.b.

Forudsætning I er rimelig, fordi bulens virkning er lokal og bulen er placeret relativt langt fra indspændinger. Også forudsætning II er rimelig set på baggrund af en undersøgelse af betonkvaliteten (se afsnit 3.5.4) og en inspektion på målestedet. Forudsætning III kan derimod være en grov tilnærmede til de virkelige forhold. Den valgte form giver samme snitkraftfordeling, som der måles, men er ellers tilfældigt valgt.

Beregningen viser at $\Delta p = 0,45 \text{ kp/cm}^2$, hvilket giver grund til at antage, at silotrykket i lokale områder har nået det passive tryks størrelse, og i andre områder beliggende neden for disse muligvis er faldet til det aktive tryks størrelse.

I silokonstruktioner ses ofte geometriske uregelmæssigheder. De kan tænkes frembragt ved at glideforskallingen har været for slap eller ved at den kører skævt og derefter rettes op. Sådanne uregelmæssigheder formodes at give anledning til spændingsomlejninger af samme eller større omfang end det, der konstateredes som følge af den bule, der blev bygget i siloen på Kongens Bryghus. Trykomlejninger af denne størrelse har betydning både for den videre siloforskning og for silodimensionering. For siloforskningen betyder disse målinger, at det vil være vanskeligt at sammenligne resultater fra tilsvareladende ens siloer, fordi

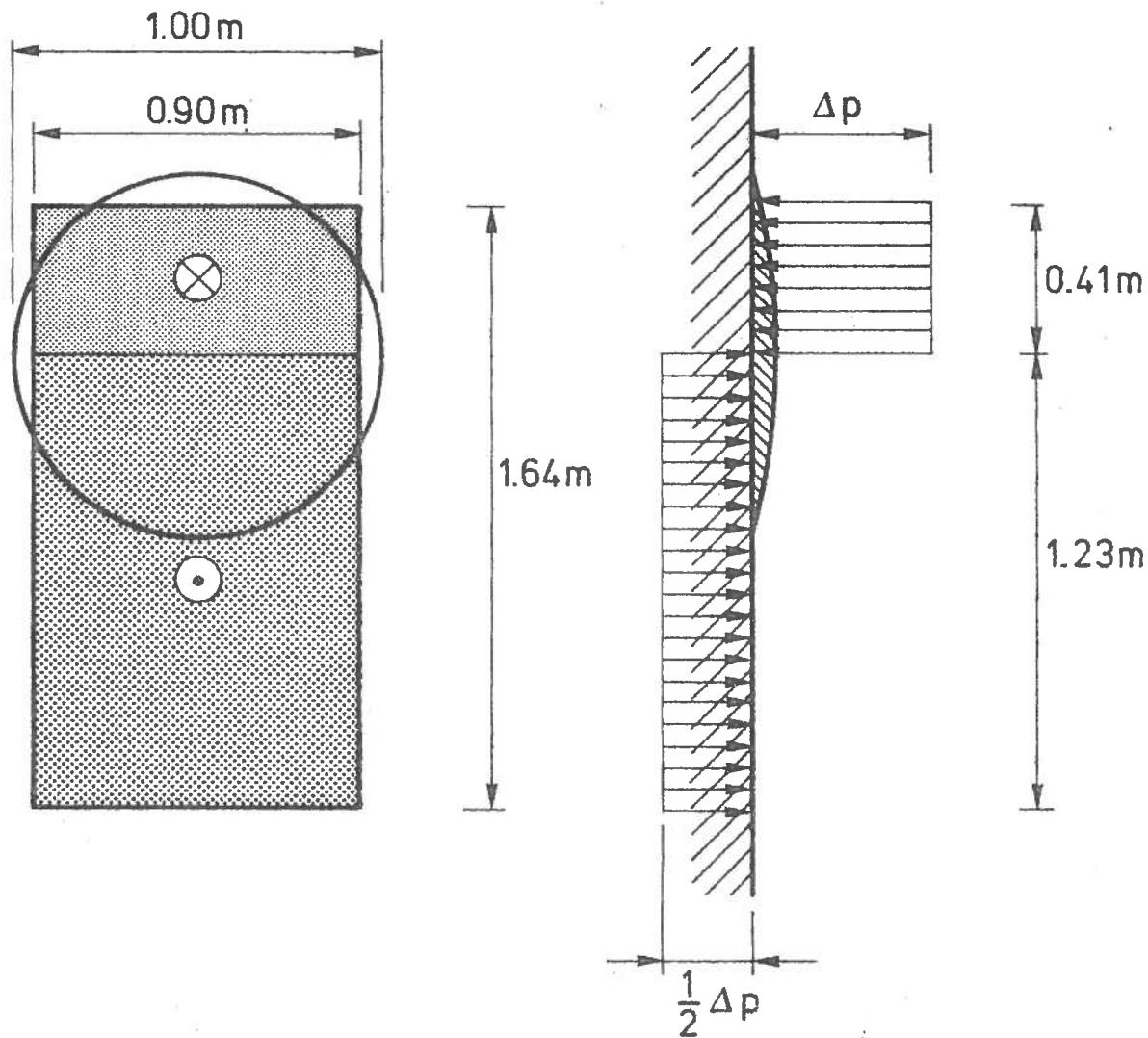


Fig. 3.7.b.

disse kan have forskellige geometriske uregelmæssigheder, der påvirker resultaterne, specielt for trykcellemålinger vil sådanne forhold være ødelæggende. For silodimensionering vil resultaterne have den betydning, at tillægsspændinger omkring geometriske uregelmæssigheder må anses for væsentlige sammenlignet med den dimensionsgivende belastning.

Spørgsmålet om geometriske uregelmæssigheders betydning for silotrykket er rejst i 1963 [5], men det her beskrevne arbejde er hidtil det eneste forsøg på at bestemme størrelsen af sådanne trykomlejringer. Arbejdets væsentligste resultat er, at det er vist, at geometriske uregelmæssigheder kan have en væsentlig betydning for trykket på en silovæg. Det vil være nødvendigt med nye undersøgelser for at fastslå inden for hvilke grænser, der bør påregnes ekstraspændinger og eventuelt hvilke tolerancer, der kan tillades ved opførelse af siloer.

3.8 Konklusion.

Ved tidligere udførte trykcellemålinger er der konstateret betydelige fluktuationer i trykket specielt under tømning. De her beskrevne forsøg viser, at tilsvarende fluktuationer ikke findes i snitkræfterne. Heraf konkluderes, at middeltrykket over et område vil være nogenlunde konstant inden for kortere perioder, hvis det pågældende område er væsentligt større end trykcellens areal.

Det var ikke muligt at konstatere systematiske ændringer i snitkræfterne i siloen før bulen blev indbygget. Nulpunktsdriften umuliggjorde en sammenligning gennem længere tid, og i den første periode var der, som det fremgår af forsøgene indtil bulen blev bygget, ingen systematiske ændringer i snitkræfterne. Noget sådant kunne ikke forventes, da opmålingen af silovæggen havde vist, at der i måleområdet var meget små afvigelser fra den teoretiske form.

Endelig viste målingen, at den kunstige bule fremkaldte væsentlige systematiske ændringer i snitkræfterne. Således blev momentet forøget med ca. 50%, hvilket svarer til ekstra kantspændinger på ca. 20%.

Litteratur.

- [1] M. Bergholdt og J. Nielsen. Eksamensprojekt.
Laboratoriet for Bærende Konstruktioner. 1967.
- [2] V. Askegaard, M. Bergholdt and J. Nielsen: "Problems in Connexion with Pressure Cell Measurements in Silos".
Bygningsstatistiske Meddelelser nr. 2, 1971..
- [3] C.C. Perry and H.R. Lissner: "The strain gage primer".
McGraw-Hill, New York 1962.
- [4] K. Pieper und F. Wenzel: "Druckverhältnisse in Silozellen".
Braunschweig 1964.
- [5] "Måling af silotryk (soyabønner og soyaskrå)".
Laboratoriet for Bygningsteknik, sag no. 14/63, 1963.

APPENDIKS.

Indhold.

Side

Målebog	76
Fotografier af udskrifter fra U-V-skriver	98

Bogstavssymboler.

Symbol Betydning

t_i	Temperatur på væggens indvendige side
t_u	" " " udvendige "
t_o	" i referenceblok
DVE	Enheder på digitalvoltmeter a 2,5 μ V.
Ident.tal	Identifikationstal (anvendes efter at båndoptagernes omdrejningstæller er ophørt med at fungere).

Tid	Tæller- enheder båndopt.	Temperatur			Dybde m	Bemærkninger
		t_i	t_u	t_o		
		DVE	DVE	°C		
15 ³⁰	203 - 218	-29	3	20,2		Dato: 10 sept. 1969
*						Forsøg 1, 11. sept. 1969 Vandindh. 15% (utørret)
5 ³⁵	225 - 238	-36	-49	20,1	2,8	Vejr: diset, overskyet
5 ⁴⁵	238 - 249	-36	-49	20,1		
6 ¹⁵	249 - 259	-36	-50	20,1		
6 ³⁰	259 -	-37	-49	20,1		
6 ³⁶	278					Tømning start
6 ⁴⁶	296	-37	-49	20,1		Tømningshast. 20t/time
7 ⁰⁰	325	-38	-48	20,1		
7 ¹⁵	355	-37	-47	20,1		
7 ¹⁷	- 360					
7 ³⁰	360 - 368	-37	-44	20,1		
7 ⁵⁷	368 - 378	-37	-43	20,1		
8 ¹⁶					5,6	
8 ²⁸	378 - 389	-32	-35	20,1		
8 ⁵⁷	389 - 400	-28	-26	20,1		Vejr: sol, diset
9 ²⁸	400 - 413	-32	-28	20,1		Digitalvoltm. ustabilt
9 ⁵⁷	413 - 425	-40	-36	20,1		
10 ⁰⁷	425 -	-40	-33			Driftsstop
10 ¹⁵						Tømning start. 40t/time
10 ¹⁷	- 444					
10 ²⁰					8,8	
10 ⁴²	444 - 453	-39	-27	20,1		
11 ¹²	453 - 462	-39	-22	20,1		
11 ⁴²	462 - 473	-39	-18	20,2		
12 ⁰⁸					13,8	
12 ¹²	473 - 483	-39	-18	20,3		
12 ⁴²	483 - 496	-38	-12	20,4		
13 ¹²	496 - 508	-38	-11	20,5		Vejr: sol
13 ⁴⁰						
13 ⁴³	508 - 523	-38	-9	20,5		
14 ¹²	523 - 534	-37	-7	20,6	17,8	

Tid	Tæller- enheder båndopt.	Temperatur			Dybde m	Bemærkninger
		t_i	t_u	t_o		
		DVE	DVE	°C		
14 ³⁰					20,0	
14 ³³	534 -	-37	-6			Tømning stop
14 ⁵⁰	568	-31	3	20,7		
14 ⁵⁵	- 573					
15 ⁰⁵		-31	-1	20,8		
						Forsøg 2, 15. sept. 1969
						Vandindh. 12% (tørret)
2 ⁴⁵	11 - 23	-8	-49	22,2		
2 ⁵⁰						Kanal 2 nulstilles
3 ⁰⁹	23 -	-8	-51	22,2		
3 ¹²	32				22,2	Fyldning start. 20t/time
3 ¹⁸	46	-3	-52			Fyldn. fra magasin
3 ³⁰	77	2	-52	22,1		
3 ⁴⁵	113	10	-55	22,1		
4 ⁰⁰	147	7	-53	22,1		
4 ⁰¹	- 154					
4 ²⁸	154 - 167	2	-50	22,1		
4 ⁵⁸	167 - 181	0	-55	22,1		Digitalvoltm. ustabilt
5 ³⁰	181 - 194	-3	-51	22,1		
5 ⁵⁸	194 - 206	-11	-57			
6 ²⁸	206 - 219	-14	-61	22,1		
6 ⁵⁸	219 - 230	-16	-58	22,2		
7 ²⁸	230 - 241	-18	-54	22,2		
7 ⁵⁸	241 - 251	-19	-50	22,2		
8 ²⁸	251 - 261	-21	-47	22,2		
8 ⁴⁵					12,9	
8 ⁵⁸	261 - 271	-22	-41	22,2		
9 ²⁸	271 - 282	-23	-38	22,2		
9 ⁵⁸	282 - 292	-24	-36	22,2		
10 ²⁸	292 - 302	-23	-30	22,2		

Tid	Tæller- enheder båndopt.	Temperatur			Dybde m	Bemærkninger
		t_i	t_u	t_o		
		DVE	DVE	°C		
10 ⁴⁵					9,3	
10 ⁵⁸	302 - 312	-24	-26	22,2		
11 ²⁸	312 - 322	-23	-22	22,2		
11 ⁵⁸	322 - 332	-24	-19	22,2		
12 ²⁸	332 - 342	-24	-13	22,3		
12 ⁴⁰					6,1	Driftsstop ca. 15min.
12 ⁵⁸	342 - 352	-23	-2	22,3		Digitalvoltm. ustabilt
13 ²⁸	352 - 362	-23	-5	22,3		
13 ⁴⁸					4,4	
13 ⁵⁸	362 - 372	-22	3	22,4		
14 ²⁵					3,4	
14 ⁴⁰	372 -	-20	19	22,5		Vejr:sol
14 ⁴⁵	383					Fyldning stop
14 ⁵⁰	- 394					
*						Dato: 15.sept.1969
19 ⁴⁵	394 - 404	-9	-34	22,8	2,8	
20 ⁰⁵	404 - 415	-9	-36	22,8		
20 ³⁵	415 -	-10	-41	22,8		
20 ⁴⁰	426					Tømning start
20 ⁵⁵	455	-10	-42	22,8		
21 ¹⁰	485	-10	-44	22,8		
21 ³⁰	- 521	-11	-46	22,8		
22 ⁰⁰	521 - 531	-11	-48	22,8		Kanal 5 på zero
22 ²⁰					6,0	
22 ³¹	531 - 541	-12	-50	22,8		
23 ⁰⁰	541 - 551	-12	-51	22,8		
23 ³⁰	551 - 561	-14	-54	22,8		
23 ⁵⁵					8,7	
24 ⁰⁰	561 - 571	-15	-54	22,8		
0 ³⁰	571 - 581	-16	-58			
1 ¹¹	581 - 591	-18	-62	22,8		
1 ³²	591 - 601	-18	-62	22,7		

Tid	Tæller- enheder båndopt.	Temperatur			Dybde m	Bemærkninger
		t_i	t_u	t_o		
		DVE	DVE	°C		
2 ⁰⁰	601 - 611	-19	-64	22,7	13,8	
2 ³⁰	611 - 621	-21	-66	22,7		
2 ⁵⁰						
3 ⁰⁰	621 - 631	-22	-66	22,6		
3 ³⁰	631 - 641	-23	-66	22,6		
4 ⁰³	641 - 651	-25	-67	22,5		
4 ³⁵	651 - 661	-27	-69	22,5		
5 ¹⁵	661 - 671	-29	-69	22,4		
5 ²⁵						
5 ⁴⁰	671 - 681	-30	-71	22,4		
6 ⁰⁵	681 - 691	-32	-72	22,4		
6 ³²	691 - 701	-33	-78	22,3		
7 ⁰⁰					21,1	
7 ⁰⁴	701 - 711	-33	-78	22,3		
7 ³²	711 -	-31	-76	22,2		
7 ³⁵	717					Tømning stop
7 ³⁷	- 722	-30	-76	22,2		
						Forsøg 3, 17. sept. 1969
						Vandindhold 12%
5 ³⁹	9 - 23	-34	-83	22,0	22,1	Kanal 3 justeres
5 ⁵⁰	23 - 28	-33	-81	22,0		
6 ⁰¹	28 -					
6 ⁰⁵	37	-35	-83	22,0		Fyldning start
6 ⁰⁹	- 50	-30	-81	22,0		Fyldning fra tørreri
6 ¹¹		-26	-80	22,0		
6 ²⁰	50 - 62	-25	-80	22,0		
6 ²³		-22	-82			
6 ³⁵	62 - 72	-26	-82	21,9		
7 ⁰⁰	72 - 83	-32	-83	21,9		

Tid	Tæller- enheder båndopt.	Temperatur			Dybde m	Bemærkninger
		t_i	t_u	t_o		
		DVE	DVE	°C		
7 ²⁸	83 - 93	-35	-84	21,9		
7 ⁵⁷	93 - 102	-37	-83	21,8		
8 ²⁸	102 - 112	-40	-85	21,8		
8 ⁵⁹	112 - 122	-43	-84	21,8		
9 ³⁰	122 - 133	-44	-84	21,8		
9 ⁵⁵					16,0	
9 ⁵⁹	133 - 142	-46	-86	21,7		Vejr:sol
10 ³⁰	142 - 152	-48	-82	21,7		
11 ⁰⁰	152 - 163	-49	-86	21,7		
11 ²⁹	163 - 173	-51	-81	21,7		
11 ⁵⁸	173 - 183	-53	-76	21,7		
12 ²⁵					12,0	
12 ³⁸	183 - 194	-53	-71	21,7		
13 ⁰⁰	194 - 204	-54	-72	21,7		
13 ²⁸	204 - 214	-56	-71	21,8		
13 ⁵⁹	214 - 224	-56	-63	21,8		
14 ²⁹	224 - 234	-57	-60	21,9		
14 ⁵⁹	234 - 244	-57	-53	21,9		
15 ¹⁵					7,3	
15 ³⁰	244 - 254	-56	-47	21,9		
15 ⁵⁹	254 - 264	-56	-18	21,9		Sol på målested
16 ²⁸	264 - 274	-56	-21	21,9		Kortvarigt driftsstopp
16 ⁵⁹	274 - 284	-54	-58	21,9		
17 ¹⁰					4,0	
17 ³⁰	284 -	-54	-63	21,9		
17 ³⁵					3,2	
17 ⁴⁶	320	-53	-66	21,9		
17 ⁵⁵	338					Fyldning stop
18 ⁰⁰	- 348	-53	-68	21,9		

*

Tid	Tæller- enheder båndopt.	Temperatur			Dybde m	Bemærkninger
		t_i DVE	t_u DVE	t_o °C		
5 ²⁰	348 - 361	-68	-124	20,6		Dato: 18 sept. 1969
5 ³²	361 - 366					Kanal 2 justeres
6 ⁰¹	366 -	-69	-126	20,6	2,8	
6 ⁰⁵	373	-71	-128	20,6		Tømning start
6 ¹⁵	393	-72	-130	20,5		
6 ³⁰	425	-72	-130	20,6		
6 ⁴⁵	454	-73	-127	20,5		
6 ⁵⁰	- 462					
7 ¹⁵	462 - 472	-75	-127	20,5		
7 ⁴⁵	472 - 484	-77	-129	20,4		Vejr:sol
8 ¹⁷	484 - 494	-79	-126	20,3		
8 ⁴⁵	494 - 504	-81	-124	20,3		
9 ⁰⁰					8,0	
9 ¹⁵	504 - 514	-82	-120	20,3		
9 ⁴⁵	514 - 524	-82	-114	20,3		
10 ¹⁵	524 - 534	-83	-111	20,2		
10 ⁴⁴	534 - 544	-84	-110	20,2		
11 ¹⁴	544 - 554	-83	-103	20,2		
11 ³⁵					12,7	
11 ⁴⁴	554 - 564	-84	-103	20,2		
12 ¹⁵	564 - 574	-84	-103	20,2		
12 ⁴⁵	574 - 584	-84	-104	20,3		
13 ¹⁶	584 - 593	-85	-100	20,3		
13 ⁴⁶	593 - 600	-86	-93	20,3		Signal afspillet
14 ⁰⁶	650 - 657	-85	-90	20,3		
14 ⁴⁰	657 - 667	-85	-77	20,3		
14 ⁵⁵					18,8	
15 ¹⁰	667 - 677	-84	-74	20,4		
15 ⁴⁰	677 - 687	-83	-64	20,4		
16 ¹⁰	687 - 697	-83	-37	20,4		
16 ²⁵					21,4	
16 ⁴⁷	697 -	-71	-73	20,4		
16 ⁵⁰	701	-70	-73			Tømning stop

Tid	Tæller- enheder båndopt.	Temperatur			Dybde m	Bemærkninger
		t_i	t_u	t_o		
		DVE	DVE	°C		
16 ⁵⁸	- 706					
17 ²⁰	00 - 09	-63	-78	20,4		
*						
5 ⁴⁵	9 - 20	-34	-104	18,7		Forsøg 4, 19. sept. 1969
6 ¹⁵	20 -	-36	-103	18,6		Vandindhold 12%
6 ²⁰	35					Justering kontrolleret
6 ³³	- 68	-28	-100	18,6		
7 ⁰⁰	68 - 79	-36	-97	18,5		
7 ³⁰	79 - 89	-42	-97	18,5		
8 ⁰⁰	89 - 99	-46	-90	18,5		
8 ³⁰	99 - 109	-49	-83	18,4		
9 ⁰⁰	109 - 120	-51	-76	18,4		
9 ¹⁵					16,6	
9 ³⁰	120 - 127	-52	-69	18,4		
10 ²⁸	127 - 137	-52	-62	18,4		
10 ⁵⁸	137 - 146	-53	-59	18,4		
11 ³²	146 - 157	-54	-57	18,5		
11 ⁵⁸	157 - 167	-53	-54	18,5		Vejr: sol, skyet
12 ²⁷					10,0	
12 ³³	167 - 178	-53	-56	18,6		
13 ²⁰	178 - 190	-54	-55	18,7		
13 ⁴⁶	190 - 201	-54	-53	18,7		
14 ¹⁵	201 - 211	-54	-53	18,8		
14 ²⁵					6,0	
14 ⁴⁶	211 - 221	-55	-44	18,9		
15 ¹⁵	221 - 232	-55	-41	18,9		
17 ¹⁴	232 - 246	-53	-47	19,0	4,7	Fyldning stop
18 ⁰⁰						Der var ikke mere korn
18 ³⁰	246 - 264					Etablering af brokom- bination til måling af normalkraft på kanal 1. Prøve

Tid	Tæller- enheder båndopt.	Temperatur			Dybde m	Bemærkninger
		t_i	t_u	t_o		
		DVE	DVE	°C		
6 ³⁸	264 - 278	-59	-81	18,0	3,1	Dato: 21. sept. 1969
6 ⁵⁰	278 - 287	-58	-78	18,0		Kanal 1 og 2 justeres
7 ²⁰	287 -	-59	-75	17,9		
7 ²⁷						Tømning start
7 ⁴⁰	330	-59	-74	17,9		Fra silo 25 til silo 24
7 ⁵⁵	361	-59	-72	17,9		Vejr: regnbyger
8 ¹¹	394	-58	-68	17,9		
8 ¹⁵	- 403					
8 ⁴⁵	403 - 421	-57	-61	17,9		
9 ¹⁶	421 - 431	-57	-56	17,9		
9 ⁴⁰	431 - 441	-56	-51	17,9		
10 ⁰⁵					8,1	
10 ¹⁰	441 - 451	-56	-51	17,9		
10 ⁵⁰	451 - 461	-55	-53	18,0		
11 ¹⁵	461 - 470	-54	-48	18,0		
11 ⁴⁶	470 - 481	-54	-46	18,0		
12 ⁰⁰					11,9	
12 ¹⁸	481 - 490	-54	-46	18,0		
12 ⁴⁷	490 - 501	-53	-46	18,1		
13 ¹⁵	501 - 511	-52	-41	18,1		
13 ⁴⁵	511 - 521	-50	-42	18,1		
14 ²²	521 - 531	-49	-40	18,2		
14 ³⁵					17,0	
14 ⁴⁸	531 - 541	-48	-33	18,2		
15 ¹⁶	541 - 551	-47	-31	18,2		
15 ⁵⁰	551 - 561	-45	-10	18,2		
16 ²⁰	561 - 571	-44	-38	18,2		
16 ³⁰					20,8	
17 ⁰⁵	571 - 583	-43	-44	18,2		
17 ¹⁰						Tømning stop
*						

Tid	Tæller- enheder båndopt.	Temperatur			Dybde m	Bemærkninger
		t_i	t_u	t_o		
		DVE	DVE	°C		
0 ⁵²	0 - 14	-26	-66	17,8		Forsøg 5, 22. sept. 1969
1 ⁰²	14 -	-27	-65	17,8		Vandindhold 12%
1 ⁰³	16					
1 ⁰⁶	- 31	-24	-65	17,7		Fyldning, tørreri til s25
1 ²⁵						Driftsstop
1 ³⁰	31 - 42	-12	-60	17,7		Driftsstop slut
2 ⁰⁴	42 - 52	-22	-59	17,7		
2 ³⁵	52 - 62	-25	-62	17,7		
3 ⁰⁴	62 - 74	-28	-61	17,7		
3 ³²	74 - 84	-28	-56	17,7		
4 ⁰⁷	84 - 95	-30	-48	17,7		Vejr: begyndende regn
4 ³²	95 - 104	-32	-40	17,7		
4 ⁵⁶					16,0	
5 ⁰¹	104 - 115	-33	-32	17,8		
5 ³¹	115 - 125	-33	-30	17,8		
6 ⁰⁰	125 - 135	-34	-28	17,9		
6 ³⁰	135 - 145	-34	-25	17,9		
7 ⁰⁰	145 - 155	-34	-26	18,0		
7 ¹⁵					12,6	Driftsstop
7 ³⁸	155 - 162	-33	-32	18,0		
8 ³⁴	162 - 172	-31	-45	18,0		
9 ⁰⁵	172 - 182	-30	-45	18,0		
9 ⁴³	182 - 194	-29	-42	18,0		
10 ¹⁰	194 - 203	-29	-42	17,9		Vejr: storm
12 ³⁰						Driftsstop slut
12 ⁴⁰	203 - 211	-29	-45	17,9		
13 ²⁵	211 - 217	-30	-40	17,9		
14 ²⁵	217 - 227	-30	-37	17,9		Vejr: skyet, sol
14 ³⁵					8,2	
15 ⁰⁰	227 - 237	-30	-38	18,0		
15 ³⁰	237 - 247	-30	-48	18,0		

Tid	Tæller- enheder båndopt.	Temperatur			Dybde m	Bemærkninger
		t_i DVE	t_u DVE	t_o °C		
16 ⁰⁰	247 - 256	-29	-19	18,0		
16 ²²					4,6	Driftsstop
16 ³⁰	256 - 267	-29	-29	18,0		
16 ⁴⁷						Driftsstop slut
17 ⁰⁴	267 - 276	-29	-51	18,0		
17 ²⁴					3,5	
17 ³⁵	276 -	-29	-52	18,0		
17 ⁴⁰	284					Fyldning slut
17 ⁴⁵	- 292	-29	-52	18,0		
*						Dato: 23. sept. 1969 Kanal 1 justeres
5 ⁵⁰	292 - 304	-49	-69	17,0		
6 ⁰⁷	304 -	-51	-70	17,0		
6 ¹⁵	320				2,9	Tømning start,
6 ²⁵	343	-51	-70	17,0		silo 25 til 24
6 ⁴⁴	382	-51	-69	17,0		
7 ⁰¹	- 416	-50	-68	16,9		
7 ²⁵	416 - 426	-50	-73	16,9		
7 ⁵⁵	426 - 437	-50	-71	16,9		
8 ²⁶	437 - 447	-50	-66	16,9		
8 ⁵⁷	447 - 457	-50	-58	16,9		Vejr: klart solskin
9 ⁰⁵					7,1	
9 ³⁰	457 - 467	-50	-48	16,9		
10 ⁰⁰	467 - 477	-49	-42	16,9		
10 ⁴²	477 - 490	-48	-40	16,9		
11 ²⁰	490 - 500	-46	-38	16,9		
12 ⁰⁰	500 - 510	-45	-36	17,0		
12 ¹²					12,8	
12 ²⁸	510 - 520	-43	-33	17,0		
13 ⁰²	520 - 530	-42	-31	17,0		

Tid	Tæller- enheder båndopt.	Temperatur			Dybde m	Bemærkninger
		t_i	t_u	t_o		
		DVE	DVE	°C		
14 ¹⁰	531 - 541	-39	-22	17,1		
14 ³⁰	541 - 551	-39	-21	17,2		
15 ⁰⁰	551 - 561	-38	-8	17,3		
15 ³⁰					18,9	
15 ³³	561 - 579	-37	-17	17,4		
16 ⁰⁰	579 - 589	-36	-18	17,4		
16 ²⁸	589 - 599	-35	-26	17,4		
16 ⁴⁰					21,0	
17 ⁰⁸	599 - 608	-29	-30	17,5		
17 ¹⁰						Tømning slut
17 ²⁵	608 - 619	-24	-32	17,5		
17 ⁴⁹	-9 - 00	-22	-34	17,5		
* 10 ⁰⁰	-20 - -9	-21	-36	16,7		Dato: 24. sept.
*						
						Forsøg 6, 25. sept. 1969
						Vandindhold 12%
5 ⁴⁵	00 - 13	-10	-40	17,5		
6 ⁰²	13 - 40	-10	-41	17,5	22,0	
6 ¹⁰						
6 ³⁰	40 - 52	8	-42	17,5		Fyldning,
7 ⁰⁰	52 - 64	0	-40	17,5		fra tørreri til silo 25
7 ³⁰	64 - 74	-3	-37	17,5		
8 ⁰⁰	74 - 84	-6	-37	17,5		
8 ³⁰	84 - 96	-8	-32	17,5		
9 ⁰⁰	96 - 107	-9	-30	17,5		
9 ³⁰	107 - 118	-10	-28	17,5		
9 ⁴²						
10 ⁰⁰	118 - 128	-11	-28	17,5	16,2	
10 ³⁰	128 - 138	-12	-28	17,5		
11 ⁰⁰	138 - 148	-12	-25	17,6		
11 ³⁰	148 - 158	-13	-20	17,6		

Tid	Tæller- enheder båndopt.	Temperatur			Dybde m	Bemærkninger
		t_i	t_u	t_o		
		DVE	DVE	°C		
12 ⁰⁰	158 - 168	-14	-22	17,7	11,1	Vejr:diset, svag sol
12 ³⁰	168 - 178	-15	-19	17,8		
12 ⁴²						
13 ⁰⁰	178 - 188	-15	-18	17,8		
13 ³⁵	188 - 198	-16	-13	17,9		
14 ⁰⁰	198 - 208	-16	-9	18,0		
14 ³⁰	208 - 218	-17	-9	18,0		
14 ⁴²						
15 ⁰⁰	218 - 228	-17	-9	18,0		
15 ³⁰	228 - 238	-17	-7	18,1		
16 ⁰⁰	238 - 250	-16	-8	18,2	7,6	Shuntkalibrering
16 ⁰⁵	250 - 287					
16 ³⁰	287 - 297	-16	-8	18,2		
16 ⁵⁴						
17 ⁰⁰	297 - 307	-15	-10	18,3		
17 ²⁹	307 -	-15	-13	18,3		
17 ³⁰	308					
17 ³³	- 318					
15 ³⁰	30 - 40					
15 ⁴⁰	40 - 48	-43	-41	15,3		
8 ⁵⁰	48 - 60	-63	-81	13,9	3,8	Ny båndoptager, 29.sept. Shuntkalibrering Dato: 29.sept. Dato: 30.sept.
8 ⁵⁵	60 - 62					
10 ⁰⁰	62 - 74	-38	-33	13,9		
*						
13 ⁵⁵	74 - 85	-18	18	15,7		
16 ¹⁰	85 - 96	-14	19	16,0		
16 ³⁵	96 -					
16 ⁴⁰	107	-14	16	16,0		
16 ⁵⁷	148	-12	14	16,0		
17 ²⁰	202	-11	12	16,0		

Dato: 8. okt. 1969

I siloen observeres en
ca. 5cm høj vulst langs
periferien

Tømning start

Tid	Tæller- enheder båndopt.	Temperatur			Dybde m	Bemærkninger
		t_i	t_u	t_o		
		DVE	DVE	°C		
17 ⁴⁰	240	-10	5	16,1		
17 ⁴⁴	- 253					
18 ¹⁰	253 - 263	-10	2	16,1		
18 ⁴³	263 - 276	-9	-1	16,2		
19 ¹⁵	276 - 287	-9	-6	16,3		
19 ⁴⁵	287 - 298	-8	-8	16,3		
19 ⁵⁷					9,1	
20 ¹⁵	298 - 308	-8	-12	16,4		
20 ⁴⁵	308 - 318	-9	-14	16,4		
21 ¹⁷	318 - 328	-10	-16	16,4		
21 ⁴⁵	328 - 338	-10	-18	16,5		
22 ¹⁷	338 - 348	-10	-19	16,5		
22 ⁴⁸	348 - 358	-11	-20	16,5		
23 ¹⁰					15,4	
23 ¹⁵	358 - 369	-12	-22	16,5		
23 ⁴⁵	369 - 380	-13	-24	16,5		
0 ¹⁵	380 - 390	-14	-24	16,5		dato: 9. okt.
0 ⁵⁰	390 - 400	-15	-26	16,5		
1 ¹⁵	400 - 410	-15	-26	16,5		
1 ⁴⁸	410 - 420	-17	-29	16,5		
2 ⁰⁰					21,0	
2 ¹⁵	420 - 430	-18	-29	16,5		
2 ³⁰	430 -	-13	-29	16,5		
2 ³¹	432					Tømning slut
2 ³⁵	- 440					
10 ¹⁰	440 - 452	-5	-19	16,4		
12 ⁰⁰						Kunstig bule monteres
9 ⁵⁵	452 - 462	-13	-45	16,9		Dato: 10. okt.
*						
*						

Tid	Tæller- enheder båndopt.	Temperatur			Dybde m	Bemærkninger
		t_i DVE	t_u DVE	t_o °C		
14 ⁰⁵	20 - 31	-14	-34	17,0		Forsøg 7, 10. okt. 1969
14 ¹⁷	31 - 43	-16	-36	17,0		Vandindhold 12%
15 ¹⁵	43 - 57	-17	-43	17,0		Kanal 2 justeres
15 ³²						
15 ³⁸	57 - 70	0	-44	17,1		Fyldning start, fra silo 22 til 25
16 ¹⁰	70 - 80	-5	-45	17,1		
16 ⁴⁰	80 - 90	-8	-45	17,1		
17 ¹⁰	90 - 100	-11	-45	17,1		
17 ⁴⁰	100 - 110	-13	-43	17,2		
18 ¹⁰	110 - 120	-15	-44	17,2		
18 ³²					15,5	
18 ⁴⁰	120 - 131	-16	-45	17,2		
19 ¹⁰	131 - 140	-18	-47	17,2		
19 ⁴⁰	140 - 151	-19	-50	17,2		
20 ¹⁰	151 - 160	-20	-53	17,2		
20 ⁴⁵	160 - 170	-21	-53	17,2		
21 ¹⁵	170 - 180	-22	-58	17,2		
21 ⁴⁵	180 - 190	-23	-57	17,1		
22 ¹⁷	190 - 200	-24	-56	17,1		
22 ⁴⁸	200 - 210	-26	-60	17,1		
23 ⁰²					4,9	
23 ¹⁶	210 - 220	-27	-64	17,0		
23 ⁴⁰	220 -	-27	-66	17,0		
23 ⁵⁵						Fyldning slut
24 ⁰⁰	- 267	-28	-72	17,0		

Tid	Tæller- enheder båndopt.	Temperatur			Dybde m	Bemærkninger
		t_i	t_u	t_o		
		DVE	DVE	°C		
0 ²⁵	267 -	-29	-72	17,0		Dato: 11. okt. 1969
0 ³⁰	278					Tømning start,
0 ⁴⁵	312	-29	-71	17,0		fra silo 25 til 26
1 ⁰⁰	342	-29	-70	17,0		
1 ¹¹					4,1	
1 ¹⁵	374	-29	-70	17,0		
1 ³⁰	403	-28	-69	17,0		
1 ³³	- 408					
2 ⁰⁰	408 - 418	-30	-62	17,0		
2 ³⁰	418 - 428	-29	-58	17,0		
3 ⁰⁰	428 - 438	-30	-57	17,0		
3 ³⁴	438 - 448	-30	-56	17,0		
3 ⁵⁵					9,7	
4 ⁰¹	448 - 458	-31	-55	17,0		
4 ³⁰	458 - 468	-31	-54	17,0		
5 ⁰⁶	468 - 478	-31	-55	17,0		
5 ³⁵	478 - 488	-31	-58	17,0		
6 ⁰⁰	488 - 498	-31	-61	17,0		
6 ¹⁵					14,5	
6 ³²	498 - 508	-31	-62	17,0		
7 ⁰⁴	508 - 518	-32	-65	17,0		
7 ³⁶	518 - 528	-32	-65	17,0		
8 ⁰⁰	528 - 538	-33	-67	17,0		
8 ³⁰	538 - 550	-33	-66	17,0	18,3	Driftsstopp ca. 8 ¹⁰ - 9 ¹⁰
9 ²²	550 - 560	-36	-61	17,0		
9 ⁴⁰					19,3	
9 ⁵⁵	560 - 570	-35	-59	17,0		
10 ¹⁰	570 - 576	-36	-58	17,0		
10 ⁴³	1 - 8	-35	-57	17,0		
10 ⁵⁰					22,1	
10 ⁵⁶						
11 ⁰⁴	8 - 18	-29	-55	17,0		Tømning slut

*

Tid	Tæller- enheder båndopt.	Temperatur			Dybde m	Bemærkninger
		t_i	t_u	t_o		
		DVE	DVE	°C		
						Forsøg 8, 12. okt. 1969 Vandindhold 12%
4 ⁴²	18 - 30	-25	-78	16,1		
4 ⁵⁵	30 -	-25	-78	16,1		
5 ⁰¹	45					
5 ⁰⁵	- 56	-3	-78	16,1		
5 ³⁰	56 - 66	5	-78	16,1		
6 ⁰⁰	66 - 78	-7	-80	16,1		
6 ³⁰	78 - 89	-11	-77	16,1		
7 ⁰⁰	89 - 101	-15	-73	16,0		
7 ³⁰	101 - 110	-19	-70	16,0		
8 ⁰⁰	110 - 120	-21	-66	16,0		
8 ¹⁶					15,3	
8 ³⁰	120 - 130	-22	-64	16,0		
9 ⁰⁰	130 - 140	-24	-67	16,0		
9 ³⁰	140 - 151	-25	-63	16,0		
10 ⁰⁰	151 - 160	-27	-62	16,0		
10 ⁰⁸					11,1	
10 ³⁰	160 - 170	-27	-61	16,0		
11 ⁰⁰	170 - 180	-28	-61	16,0		
11 ³⁰	180 - 190	-28	-61	15,9		
12 ⁰⁰	190 - 200	-29	-62	15,9		
12 ⁰⁸					6,6	
12 ³⁰	200 - 210	-29	-61	15,9		
13 ⁰⁰	210 - 220	-30	-57	16,0		
13 ³⁵	220 -	-31	-50	16,0		
13 ⁵⁰	254					Fyldning slut
13 ⁵³	- 261	-33	-44	16,0		
*						

Tid	Tæller- enheder båndopt.	Temperatur			Dybde m	Bemærkninger
		t_i	t_u	t_o		
		DVE	DVE	°C		
18 ³³	261 - 270	-30	-60	16,0		Dato: 12. okt. 1969
18 ⁴⁸	270 -	-30	-61	16,0	2,7	
18 ⁵²	278					Tømning start, fra silo 25 til 22
19 ⁰⁸	313	-29	-62	16,0		
19 ²⁵	347	-28	-62	16,0		
19 ⁵⁵	- 408	-29	-62	16,0		
20 ²⁵	408 - 418	-29	-64	16,0		
20 ³⁵					6,7	
20 ⁵⁵	418 - 428	-28	-63	16,0		
21 ²⁰	428 - 438	-28	-62	16,0		
21 ⁵⁵	438 - 448	-28	-60	16,0		
22 ³³	448 - 459	-28	-58	16,0		
23 ⁰⁰	459 - 468	-29	-59	15,9		
23 ¹¹					12,8	
23 ³⁰	468 - 478	-28	-60	15,9		
24 ⁰⁰	478 - 488	-29	-61	15,9		
0 ³⁵	488 - 498	-30	-63	15,9		
1 ⁰²	498 - 508	-30	-64	15,8		
1 ²³					18,0	
1 ³⁰	508 - 518	-31	-64	15,8		
2 ⁰⁰	518 - 528	-31	-63	15,8		
2 ³⁰	528 - 538	-32	-63	15,8		
2 ⁴²					21,0	
2 ⁵¹	538 - 548	-33	-63	15,8		
3 ¹⁴	ca. 600	-28	-63	15,8		Omdrejningstæller svigter
3 ¹⁶						Tømning slut
3 ¹⁷	ca. 610					
13 ⁵⁰	ca. 620	-13	-28	15,7		Dato: 13. okt. 14. okt. ombygges den kunstige bule

*

Tid	Ident. tal	Temperatur			Dybde m	Bemærkninger
		t_i DVE	t_u DVE	t_o °C		
12 ⁰⁰						Forsøg 9,15. okt. 1969
13 ¹⁵	0 - 1	-8	-26	14,9		Vandindhold 12%
13 ³⁰	1 - 2	-10	-27	14,9		Alle kanaler justeres
18 ⁴²	2 -	-5	-23	15,0		Slettet på båndet
18 ⁴⁷	3					Vejr: regn
18 ⁵⁷	- 4	24	-23	15,0		Vejr: skyet
19 ²⁵	4 - 5	21	-26	15,0		Fyldning start,
19 ⁵⁷	5 - 6	16	-27	15,0		fra silo 23 til 25
20 ²⁷	6 - 7	13	-28	15,0		
21 ⁰⁵	7 - 8	10	-27	15,0		
21 ¹⁵					17,0	
21 ³⁵	8 - 9	9	-28	15,0		
22 ⁰⁶	9 - 10	7	-34	15,0		
22 ³⁸	10 - 11	6	-37	15,0		
23 ⁰⁵	11 - 12	4	-42	15,1		
23 ¹⁵					12,4	
23 ⁴⁵	12 - 13	3	-44	15,1		
0 ⁰⁵	13 - 14	2	-43	15,1		
0 ³⁸	14 - 15	0	-42	15,1		
1 ⁰⁴	15 - 16	-1	-42	15,1		
1 ¹⁵					7,9	
1 ³⁷	16 - 17	-3	-44	15,1		
2 ⁰⁹	17 - 18	-4	-46	15,1		
2 ⁴¹	18 - 19	-5	-43	15,0		
2 ⁵⁵					4,1	
3 ⁰⁵	19 -	-7	-43	15,0		
3 ³⁰	20					Fyldning slut
3 ³⁵	- 21	-8	-44	15,0		
13 ⁴⁵	21 - 22	-19	-22	15,0		Dato: 16. okt.
*						

Tid	Ident. tal	Temperatur			Dybde m	Bemærkninger
		t _i DVE	t _u DVE	t _o °C		
16 ⁵⁰	0 -	-16	-24	15,1		Dato: 16. okt. 1969
17 ⁰⁰	1					
17 ¹⁰	2	-16	-27	15,1	2,8	Tømning start, fra silo 25 til 23
17 ³⁴	3	-14	-28	15,1		
18 ⁰⁰	4	-14	-30	15,1		
18 ⁰²	- 5					
18 ³⁰	5 - 6	-13	-32	15,2		
19 ⁰⁰	6 - 7	-13	-34	15,2		
19 ¹⁵					7,5	
19 ⁴⁷	7 - 8	-12	-37	15,3		
20 ¹⁹	8 - 9	-12	-40	15,3		
20 ⁴⁷	9 - 10	-12	-47	15,3		
21 ⁰³					11,3	Vejr: diset
21 ²⁰	10 - 11	-13	-47	15,3		
21 ⁴⁹	11 - 12	-13	-50	15,3		
22 ²¹	12 - 13	-14	-48	15,3		
22 ⁴⁹	13 - 14	-15	-48	15,3		
23 ⁰⁰					15,2	
23 ²⁰	14 - 15	-16	-53	15,3		
23 ⁵⁰	15 - 16	-17	-50	15,3		
0 ¹⁹	16 - 17	-17	-49	15,2		
0 ⁵⁰	17 - 18	-19	-51	15,2		
1 ²⁰	18 - 19	-19	-48	15,2		
1 ³⁰					20,5	
1 ⁵¹	19 - 20	-20	-47	15,2		
2 ¹⁹	20 -	-16	-50	15,2		
2 ²⁰	21					Tømning slut
2 ²⁴	- 22	-15	-47	15,2		
* 11 ⁵¹	22 - 23	-5	-32	14,9		Dato: 17. okt.
* 11 ²⁰	23 - 24	-9	-50	14,6		Dato: 18. okt.
* 17 ⁴⁸	24 - 25	-9	-49	14,7		Dato: 18. okt.
* 13 ⁰⁸	25 - 26	-18	-33	14,2		Dato: 19. okt.

Tid	Ident. tal	Temperatur			Dybde m	Bemærkninger
		t_i	t_u	t_o		
		DVE	DVE	°C		
10 ²⁹ 11 ¹⁵	26 - 27	-18	-38	14,0		Dato: 20. okt. Dato: 20. okt. Kablerne til kanalerne 1 og 5 ombyttes Alle kanaler justeres
* 12 ²⁶ 14 ¹⁰ 14 ²⁰	28 - 29 29 - 30 30 - 31	-20 -15	-29 -43	14,3 14,0		Dato: 20. okt. Dato: 21. okt. Shuntkalibrering
*						Forsøg 10, 22. okt. 1969 Vandindhold 12% Kanal 1 nulstilles
21 ⁵³ 22 ²⁵ 22 ²⁸ 22 ³⁴ 23 ⁰² 23 ³² 23 ⁴³ 0 ⁰² 0 ³³ 1 ⁰³ 1 ³¹ 1 ⁴² 2 ⁰⁴ 2 ³⁰ 3 ¹³ 3 ³³ 3 ⁴³ 4 ⁰⁵ 4 ³⁹ 5 ⁰⁵ 5 ³⁶ 5 ⁴⁵	0 - 1 1 - 2 - 3 3 - 4 4 - 5 5 - 6 6 - 7 7 - 8 8 - 9 - 9 - 10 10 - 11 11 - 12 12 - 13 - 13 - 14 14 - 15 15 - 16 16 - 17	-2 -3 -3 16 26 18 14 12 10 8 6 4 3 1 0 -2 -3 -3 -5	-28 -29 -29 -29 -29 -27 -27 -28 -28 -30 -32 -33 -34 -35 -38 -38 -40 -40	13,8 13,8 13,8 13,8 13,8 13,8 13,8 13,9 13,9 14,0 14,0 14,0 14,0 14,0 14,0 14,0 14,0 14,0 14,1 14,1	19,9 15,6 11,3 6,9	Fyldning start, fra silo 23 til 25 Dato: 23. okt.

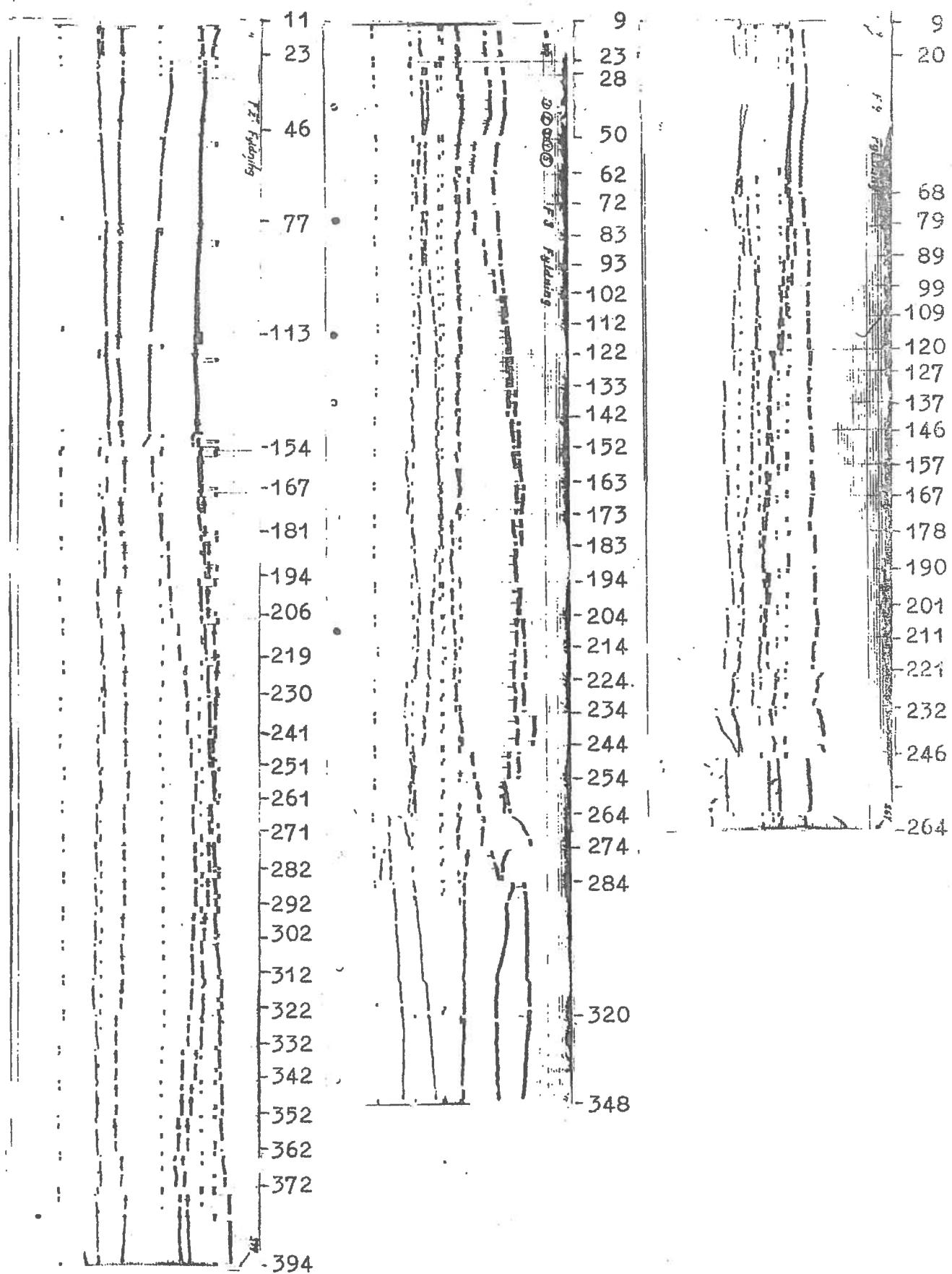
Tid	Ident. tal	Temperatur			Dybde m	Bemærkninger
		t_i	t_u	t_o		
		DVE	DVE	°C		
6 ⁰⁶	17 - 18	-6	-40	14,1		
6 ³⁹	18 -	-8	-42	14,1		
6 ⁵⁸	19	-8	-42	14,2		
7 ⁰⁹						
7 ¹⁵	20	-9	-44	14,2	3,8	Vejr: støvrégn
7 ³⁸						Fyldning slut
7 ⁴²	- 21	-10	-45	14,2		
15 ³⁶	21 - 22	-18	-45	14,0		
16 ⁰³	0 -	-19	-46	14,0		
16 ¹⁵	1					Tømning start,
16 ³⁰	2	-18	-46	14,0		fra silo 25 til 23
16 ³⁸						
16 ⁵⁵	3	-18	-47	14,0		
17 ²¹	- 4	-18	-47	14,0		
17 ⁴⁵	4 - 5	-18	-47	14,0		
18 ¹⁵	5 - 6	-18	-47	14,0		
18 ³⁷						
18 ⁴⁵	6 - 7	-18	-47	14,0		
19 ¹⁵	7 - 8	-18	-47	14,0		
19 ⁴⁵	8 - 9	-18	-46	14,0		
20 ¹⁵	9 - 10	-19	-45	14,0		
20 ³⁵						
20 ⁴⁵	10 - 11	-19	-45	14,0		
21 ¹⁵	11 - 12	-19	-47	14,0		
21 ⁴⁵	12 - 13	-19	-50	14,0		Vejr: støvrégn
22 ¹⁵	13 - 14	-20	-49	14,0		
22 ³⁶						
22 ⁴⁵	14 - 15	-20	-45	14,0		
23 ¹⁵	15 - 16	-21	-45	14,0		
23 ⁴⁵	16 - 17	-21	-46	14,0		
0 ¹⁵	17 - 18	-22	-47	14,0		
0 ²⁵						

* []

Tid	Ident. tal	Temperatur			Dybde m	Bemærkninger
		t_i DVE	t_u DVE	t_o °C		
0 ⁵⁰	18 -	-19	-48	14,0	22,0	Tømning slut
0 ⁵⁷	19 - 20	-17	-49	14,0		Dato: 24. okt.
10 ⁴²	20 -	-8	-36	13,7		Shuntkalibrering
10 ⁴⁷	21					
11 ⁰¹	- 22					

Målestok 1:3

Fyldning forsøg 2, 3 og 4



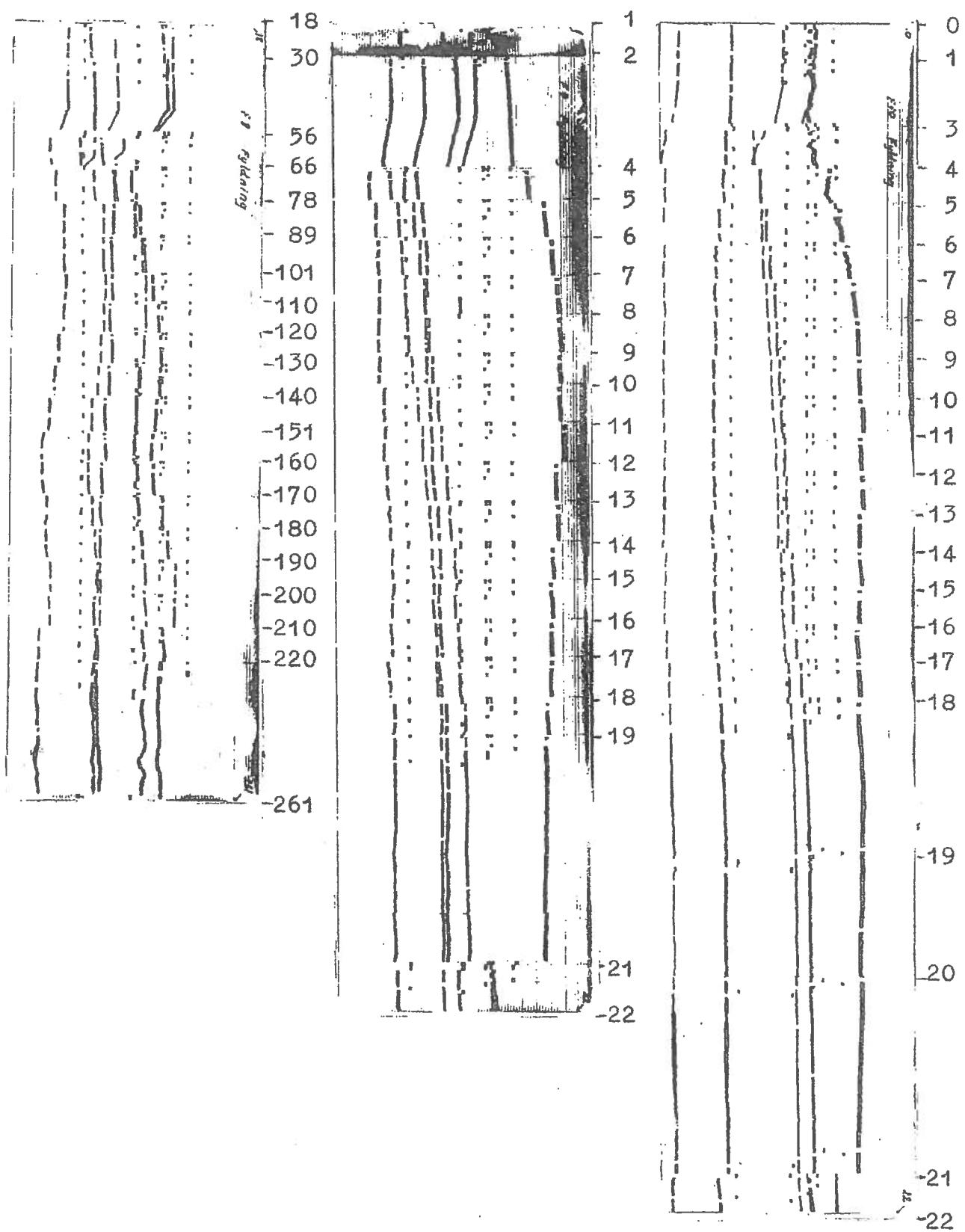
Målestok 1:3

Fyldning forsøg 5, 6 og 7

Bunnspryd F 2	Fyldning	Bunnspryd F 2
20	0	20
31	13	31
43	40	43
57	52	57
70	64	70
80	74	80
90	84	90
100	96	100
110	107	110
120	118	120
131	128	131
140	138	140
151	148	151
160	158	160
170	168	170
180	178	180
190	188	190
200	198	200
210	208	210
220	218	220
228	228	
238	238	
250	250	
267	287	
	297	
	307	
	318	

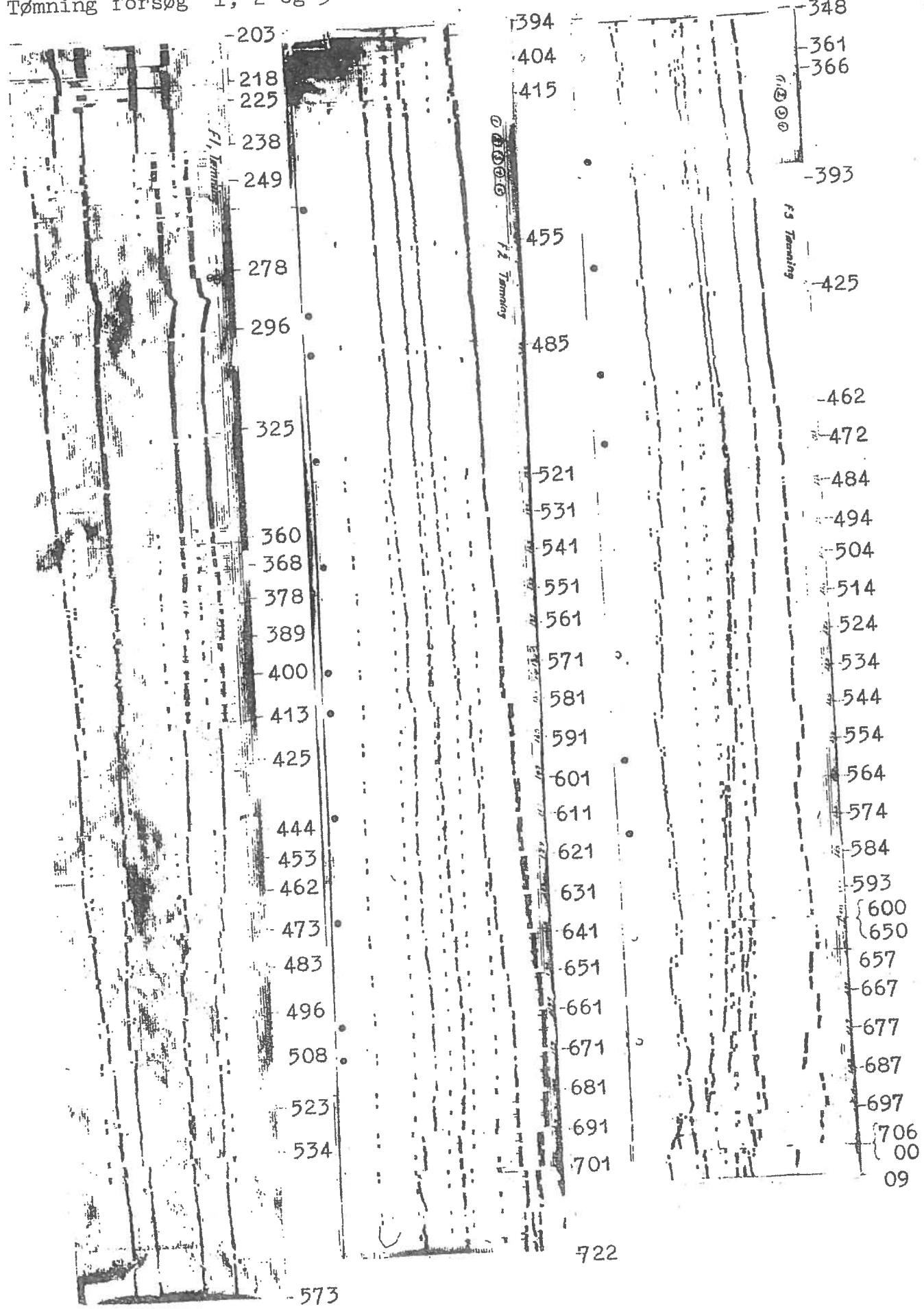
Målestok 1:3

Fyldning forsøg 8, 9 og 10



Målestok 1:3

Tømning forsøg 1, 2 og 3

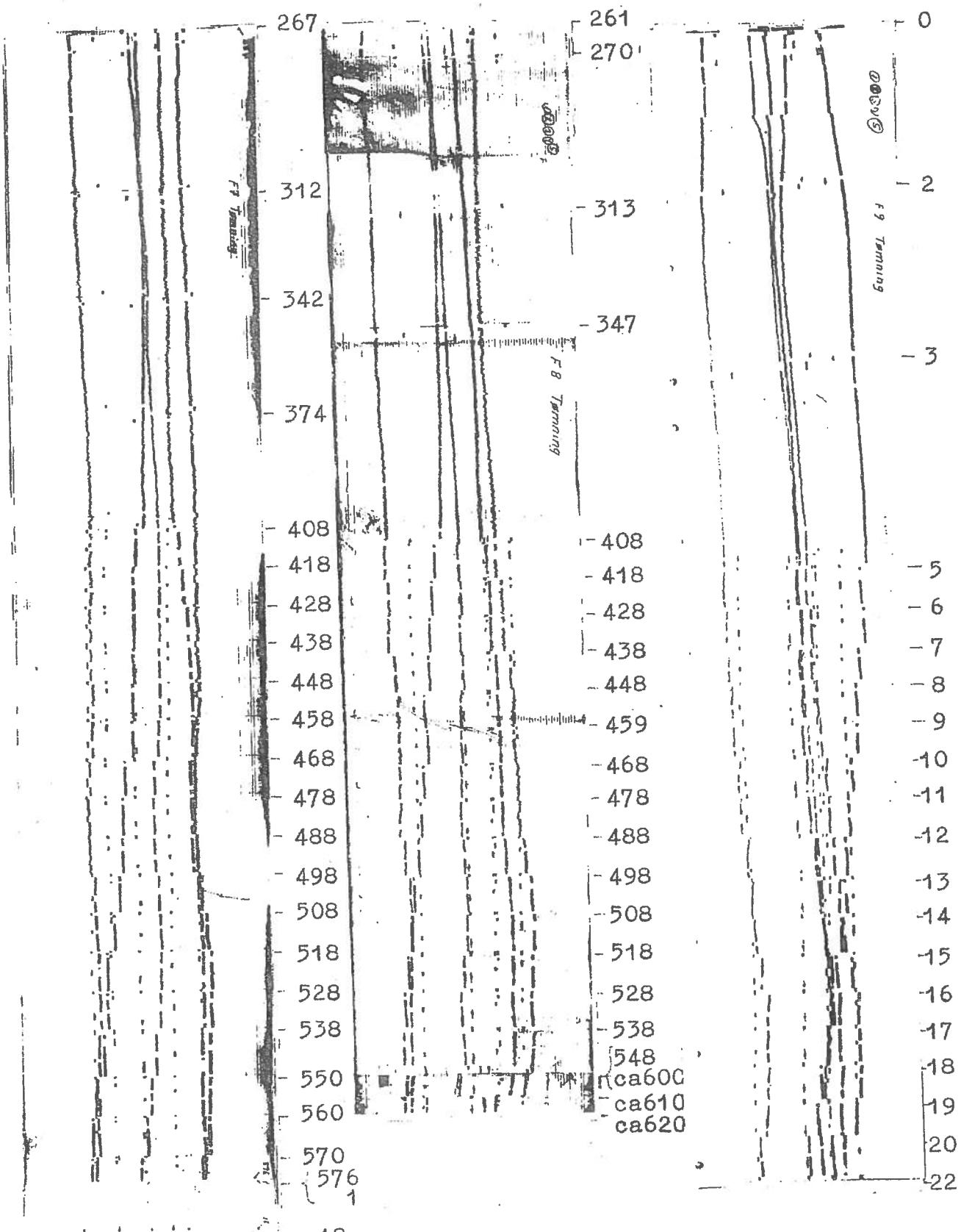


Målestok 1:3

Tømning forsøg 4, 5 og 6

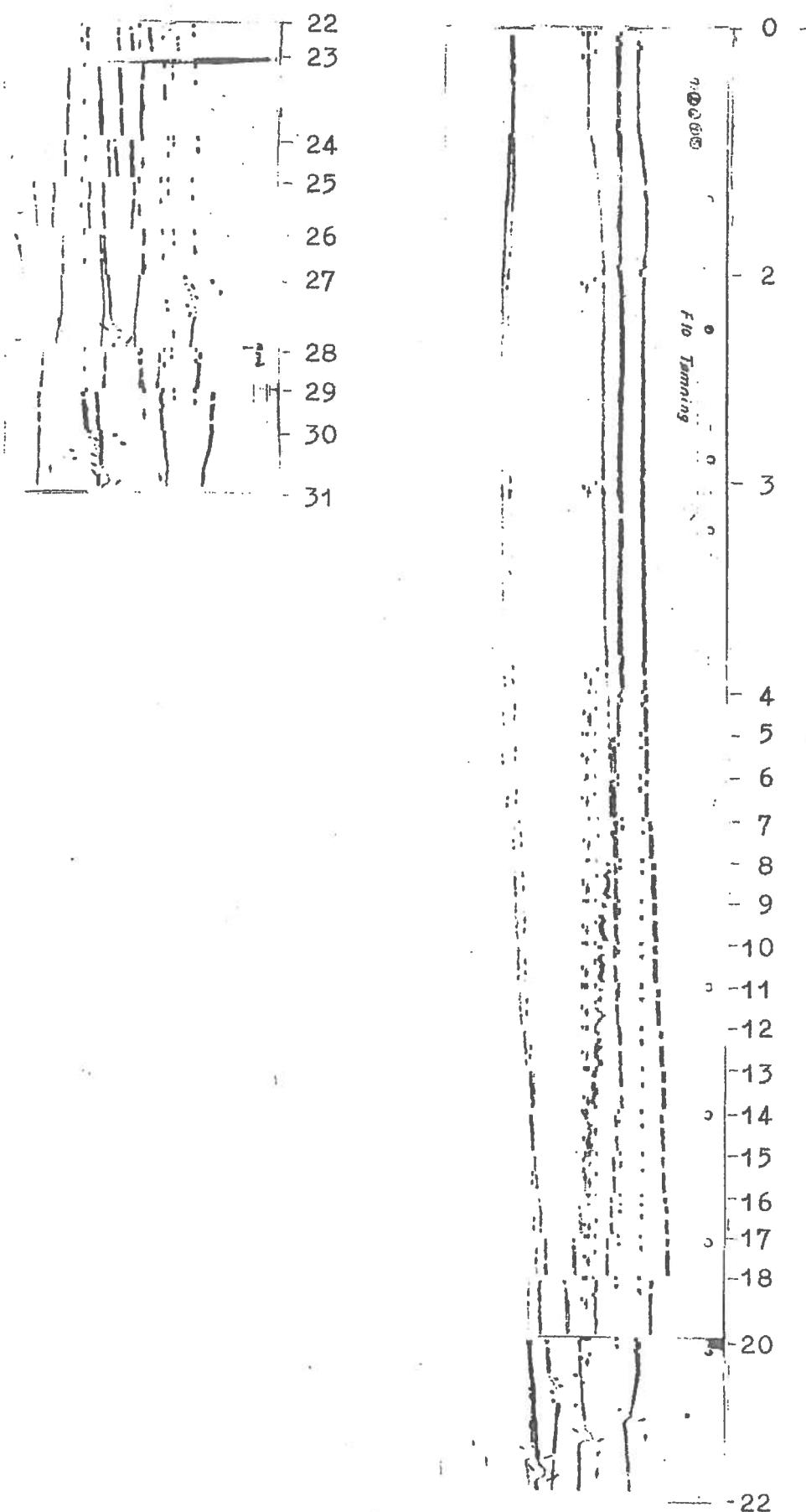
Målestok 1:3

Tømning forsøg 7, 8 og 9



Målestok 1:3

Tømning forsøg 9 og 10



4. Silomodeller.

	Side
<u>Indholdsfortegnelse.</u>	
Bogstavssymboler	106
4. Silomodeller	107
4.1 Modellove	107
4.1.1 Centrifugalmetoden	108
4.1.2 Webers forslag	109
4.1.3 Rochas forslag	110
4.2 Opfyldelse af modelkravene	111
4.3 Konklusion	115
Litteratur	116

Bogstavssymboler.

<u>Symbol</u>	<u>Betydning</u>
E	Elasticitetskoefficient
g	Tyngdeacceleration
g_J	Jordens tyngdeacceleration
H	Modellens højde
R	Centrifugens radius
n	Skalaforhold for massekræfter
t	Tid
γ_i	Accelerationsvektor
σ_{ij}	Spændingskomposanter
ϵ_{ij}	Tøjningskomposanter
v	Poissons forhold
φ	Frikitionsvinkel
ρ	Massefylde

4. Silomodeller.

En forudsætning for, at modelmålinger har nogen kvantitativ værdi, er, at der eksisterer en modellov således, at resultaterne kan overføres til konstruktioner af naturlig størrelse. I siloforskningen findes mange eksempler på modelforsøg, men der gøres som regel ikke rede for resultaternes anvendelighed. I dette kapitel opstilles modellovene for tre silomodeller og mulighederne for opfyldelse af modellovene diskuteres.

4.1 Modellove.

Som i [1] defineres en model på følgende måde: "Hvis der mellem legemerne A og B er en entydig afbildningsfunktion, og både spændings- og tøjningstensoren i et vilkårligt punkt til en vilkårlig tid i et vilkårligt af legemerne kan bestemmes på grundlag af kendskab til spændings- og tøjningstensoren i det tilsvarende punkt til den tilsvarende tid i det andet legeme, er de to legemer modeller af hinanden".

Ved siloundersøgelser har såvel spændings- som tøjnings- tilstanden interesse. I det følgende benævnes de under ét som tilstanden.

Hovedinteressen samler sig om tilstanden i silomediet. Silovæggen tænkes ikke undersøgt. Krav til modelsilovæggens stivhed udelades, idet den regnes ueftergivelig i forhold til mediet.

Silomediet vil ofte være et kornet medium, men forudsat at de betragtede områder er store i forhold til største korndiameter, kan mediet med god tilnærmede forudsættet være et kontinuum.

Forudsat at spændings- og tøjningsgradienter er uden betydning for de konstitutive ligninger, at der er samme temperaturfordeling i model og prototype, og at modellen er geometrisk beligedannet med prototypen regnes tilstanden i mediet at være bestemt af nedennævnte betingelser.

I. Udgangstilstanden.

II. Bevægelsesligningerne: $\sigma_{ij,j} + q_i = \rho \gamma_i$, hvor q_i er massekraften, ρ er massefylden og γ_i er accelerationsvektoren.

III. Randbetingelser i flytninger eller spændinger, specielt er vægfriktionen af betydning.

IV. Konstitutive relationer som funktioner af spændinger og tøjninger.

V. Kompatibilitetsbetingelser.

Det forudsættes, at tyngdekraften er eneste massekraft. Det gælder da, at $q_i = \rho g_i$, hvor g_i er tyngdeaccelerationen.

Betingelserne I til V udgør et ligningssystem, hvis løsning er entydig og lig tilstanden i mediet. Ved at vælge passende skalaforhold for de forskellige størrelser kan under mere eller mindre specielle forudsætninger opnås, at ligningssystemet bliver identisk for model og prototype således, at løsningen for modellen under hensyntagen til den nævnte samling af skalaforhold også kan anvendes for prototypen og omvendt. En sådan samling af skalaforhold kaldes en modellov. Af ovenstående fremgår også, at hvis en model fremstilles i overensstemmelse med en given modellov, kan observationer på modellen ved hjælp af modelloven oversættes til prototypen.

I det følgende vises tre modellove, der har mulighed for anvendelse på silomodeller.

4.1.1 Centrifugalmetoden.

Centrifugalmetoden bygger direkte på de i 4.1 nævnte generelle forudsætninger. Det ses af ligningssystemet I til V at nedenstående målestoksforhold er en modellov.

$$\sigma_{ij}^M = \sigma_{ij}^P$$

$$\epsilon_{ij}^M = \epsilon_{ij}^P$$

$$\frac{\rho^M g_i^M}{\rho^P g_i^P} = \frac{l^P}{l^M} \quad (4.1.1.r)$$

$$\frac{\rho^M \gamma_i^M}{\rho^P \gamma_i^P} = \frac{l^P}{l^M}$$

Endvidere kræves, at de konstitutive ligninger er ens for medierne i model og prototype, samt at randbetingelserne er i overensstemmelse med modelloven, hvilket kræver, at udgangstilstanden er den samme, og at ydre kræfter påføres i overensstemmelse med $\sigma_{ij}^M = \sigma_{ij}^P$.

Af kravet til massekræfterne fremgår, at produktet af massefylden og tyngdeaccelerationen for modellen skal vokse med samme faktor som målestokken formindskes.

Tidsmålestokken fås af den sidste ligning i (4.1.1.r), idet accelerationsenheden er en længdeenhed divideret med kvadratet på en tidsenhed. Resultatet bliver

$$\frac{t^M}{t^P} = \frac{l^M}{l^P} \sqrt{\frac{\rho^M}{\rho^P}}$$

Det er nærliggende at tænke sig samme materiale anvendt i model og prototype. De to sidste udtryk i (4.1.1.r) lyder da:

$$\frac{g_i^M}{g_i^P} = \frac{l^P}{l^M}$$

$$\frac{t^M}{t^P} = \frac{l^M}{l^P}$$

Ændringen i tyngdefeltet tænkes opnået i en centrifuge. Den her givne generelle modellov findes udledt i [1].

4.1.2 Webers forslag.

Betingelsen om det ændrede tyngdefelt kan undgås ved foruden de øvrige forudsætninger i afsnit 4.1 at gøre den forudsætning, at medierne i både model og prototype kan beskrives som et elastisk-plastisk materiale med Coulombs brudbetingelse. De constitutive ligninger lyder da:

Før brud: $\sigma_{ij} = E k(\epsilon_{ij}, v)$, hvor

$$k(\epsilon_{ij}, v) = \frac{\lambda}{E} \delta_{ij} \epsilon_{rr} + \frac{2\mu}{E} \epsilon_{ij}, \text{ hvor}$$

$$\lambda = \frac{Ev}{(1-2v)(1+v)} \text{ og } \mu = \frac{E}{2(1+v)}$$

(4.1.2.r)

Ved brud: $\tau_f = f \sigma_f$, hvor

$$f = \tan \phi \text{ og } \sigma_f = 2\sigma_1 \sin^2(45^\circ - \frac{\phi}{2}), \text{ hvor}$$

σ_1 er største hovedspænding

Med ligning (4.1.2.r) indsat i ligningssystemet I til V i afsnit 4.1 ses, at følgende samling af skalaforhold er en modellov.

$$\sigma_{ij}^M = \frac{l^M}{l^P} \frac{\rho^M}{\rho^P} \sigma_{ij}^P$$

$$\epsilon_{ij}^M = \epsilon_{ij}^P$$

$$\frac{E^M}{E^P} = \frac{l^M}{l^P} \frac{\rho^M}{\rho^P}, \quad v^M = v^P \text{ og } \varphi^M = \varphi^P$$

$$\frac{t^M}{t^P} = \sqrt{\frac{l^M}{l^P}}$$

Endvidere kræves at randbetingelser er i overensstemmelse med den her givne modellov.

De væsentlige forskelle mellem de to nævnte metoder er, at centrifugemetoden stiller krav til tyngdefeltet, medens den her beskrevne metode kræver, at mediets konstitutitive ligninger er på formen (4.1.2.r).

Hvis der kan ses bort fra elastiske deformationers betydning, kan der ses bort fra kravene til E og v i modelloven. Der vil da være mulighed for anvendelse af samme medium i model og prototype.

De i dette afsnit beskrevne modelkrav er med et andet udgangspunkt opstillet af Weber [2].

4.1.3 Rochas forslag.

Rocha [3] har gjort en anden forudsætning om de konstitutive ligninger, nemlig at de for mediet i prototypen kan skrives på formen:

$$\sigma_{ij}^P = F(\epsilon_{ij}^P)$$

og for mediet i modellen på formen:

$$\sigma_{ij}^M \frac{1}{\alpha} = F(\epsilon_{ij}^M \frac{1}{\beta})$$

hvor α og β er konstanter.

Med disse udtryk indsæt i ligningssystemet I til V i afsnit 4.1 ses, at følgende samling skalaforhold er en modellov:

$$\sigma_{ij}^M = \alpha \sigma_{ij}^P$$

$$\epsilon_{ij}^M = \beta \epsilon_{ij}^P$$

$$\frac{t^M}{t^P} = \sqrt{\frac{l^M}{l^P}}$$

$$\frac{l^M}{l^P} = \alpha \frac{\rho^P}{\rho^M}$$

Endvidere kræves, at randbetingelserne er i overensstemmelse med ovennævnte modellov.

4.2 Opfyldelse af modelkravene.

I forrige afsnit er beskrevet tre muligheder for fremstilling af silomodeller. I dette afsnit skal kort diskuteres mulighederne for at opfylde modelkravene.

Generelt:

Fælles for de tre forslag er opfattelsen af mediet som et kontinuum. En betingelse for at denne opfattelse er korrekt, er at de områder, der betragtes, er store i forhold til kornene i mediet. Et kritisk område er udløbet. Forestiller man sig, at stilles det krav, at udløbets diameter, D, er mindst m gange så stort som største korndiameter, d, vil m afhænge af geometriske forhold, som udløbets udformning og om kornene er mere eller mindre afrundede. Weber har udført nogle forsøg [2], og resultaterne viser, at for hans modelforslag kræves $m = ca. 40$, og noget lignende må forventes at gælde for de øvrige modeller.

Mulighederne for i almindelighed at anvende forskellige medier i model og prototype må anses for små med det kendskab, man i dag har til de konstitutive ligninger for kornede medier. En findeling af mediet kan dog tillades, hvis en sådan ikke ændrer mediets konstitutive ligninger.

Et andet fælles krav er, at de konstitutive ligninger er uafhængige af tiden. Dette krav kan dog modificeres, idet der i den statiske tilstand ikke stilles krav til tidsskalaen. Der er altså mulighed for at studere sådanne problemer som sætning

og krybning i hviletilstanden, når man kender den måde, hvorpå tiden indgår i de konstitutive ligninger.

Endelig skal nævnes, at man ofte ser en glat (gennemsigtig) plade erstatte en symmetriplan i modellen. De forstyrrelser, dette indgreb medfører, må siges at være så lidt belyst, at undersøgelser er påkrævet.

Centrifugalmetoden:

Det til centrifugalmetoden nødvendige tyngdefelt tænkes opnået i en centrifuge. Centrifugens accelerationsfelt er ikke homogen, men har følgende udseende i det fig. 4.2.a viste koordinatsystem:

$$(\gamma_r, \gamma_\theta) = (\ddot{r} - r(\dot{\theta})^2, 2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}) \quad (4.2.r)$$

hvor differentiation med hensyn til tiden er antydet med en prik.

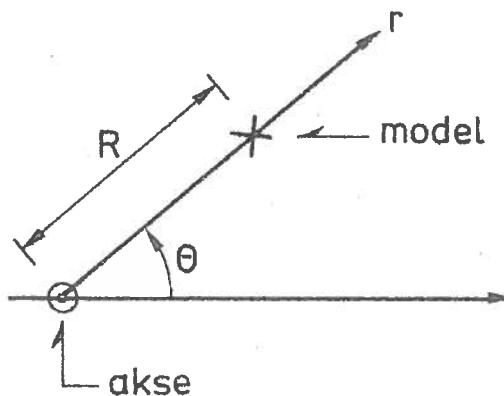


Fig. 4.2.a.

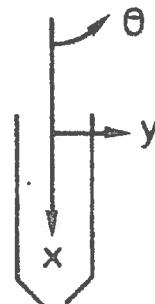


Fig. 4.2.b.

Når vinkelhastigheden er konstant og mediet er i hvile i modellen er $\ddot{r} = \dot{r} = \ddot{\theta} = 0$, således at accelerationen af mediet er givet ved

$$(\gamma_r, \gamma_\theta) = (-r(\dot{\theta})^2, 0)$$

I dette udtryk kan $-\gamma_r = r(\dot{\theta})^2 = g^M$ betragtes som et tyngdefelt for modellen. I det lokale koordinatsystem, som er vist på fig. 4.2.b og som har begyndelsespunkt i (R, θ) og x-aksen pegende i r 's retning og y-aksen vinkelret på denne, er accelera-

tionen da udtrykt ved $(\gamma_x, \gamma_y) = (0,0)$ svarende til, at mediet er i hvile i det lokale koordinatsystem.

For en given modelhøjde, H , må r have en vis størrelse for at tyngdefeltet kan betragtes som homogen. Ses bort fra jordens tyngdeacceleration og kaldes afstanden fra centrum til modellens top, R , fås følgende forhold mellem modellens minimale og maksimale tyngdekræfter:

$$\frac{g_{\min}^M}{g_{\max}^M} = \frac{R}{R+H} = 1-\alpha$$

Da endnu ingen silomodeller er udført efter dette princip, findes ikke direkte erfahringsgrundlag for fastsættelse af en tilladelig værdi for α . Ved undersøgelser af en skrånings stabilitet har P.J. Avgherinos [4] anvendt $\alpha = 0,1$, hvilket svarer til afvi gelser på $\pm 5\%$ fra det ønskede tyngdefelt.

I tømningssituationen bevæger mediets partikler sig. For silomodeller vil sådanne bevægelser overvejende foregå i r 's retning. Idet det forudsættes, at der kan ses bort fra accelerationer i det lokale koordinatsystems y -retning, fås følgende accelerationsfelt for en partikel i bevægelse i modellen:

$$(\gamma_r, \gamma_\theta) = (\ddot{r}-r(\dot{\theta})^2, 2\dot{r}\dot{\theta})$$

I dette udtryk repræsenterer $r(\dot{\theta})^2$ igen den ønskede for gelse af tyngdeaccelerationen i det lokale system, \ddot{r} kan betrag tes som accelerationen, \ddot{x} , målt i det lokale koordinatsystem, medens $2\dot{r}\dot{\theta}$ giver anledning til en massekraft i tværgående retning af størrelsen $k_y = -\rho 2\dot{r}\dot{\theta}$. Forholdene kan således i det lokale system udtrykkes på den måde, at accelerationen for en partikel er givet ved $(\gamma_x, \gamma_y) = (\ddot{x}, 0)$, og at partiklen som ønsket er underkastet en tyngdekraft af størrelsen $-\rho r(\dot{\theta})^2$, men at der opstår en forstyrrende massekraft, k_y , som ikke eksisterer i prototypen.

For at se hvorledes denne kraft afhænger af den anvendte centrifuge, betragtes modellens tyngdefelt som en konstant n gange så stor som jordens tyngdefelt, g_J . Idet der ses bort fra bi draget fra jordens tyngdefelt gælder da, at $r(\dot{\theta})^2 = n g_J$ og oven nævnte tværkraft kan skrives:

$$k_y = -\rho 2\dot{r} \frac{n g_J}{r}$$

Denne kraft bliver for en given model mindre, når der anvendes en centrifuge med større radius. Tverrkraften er størst i nærheden af udløbet, hvor partiklernes hastighed er størst. Her vil den for en given partikel kunne nå en størrelse på 5-10% af tyngdekraften eller mere, afhængig af udløbshastighed og centrifugeradius. Der foreligger endnu ingen forsøg, der viser betydningen af disse tverkræfter.

Foruden problemerne med etablering af et homogent tyngdefelt, må der forudsæses en del vanskeligheder af måleteknisk art, når der skal måles i et sådant forøget tyngdefelt.

Centrifugalmetoden er anvendt på statiske modeller [4], [5] og [6], men endnu ikke på dynamiske, og selv om der må forudsæses et stort udviklingsarbejde før metoden kan give anvendelige resultater, må den betragtes med stor interesse, fordi der ikke stilles krav til de konstitutive ligningers form, hvilket er meget væsentligt, fordi de konstitutive ligninger er ukendte for de fleste af de medier, der skal undersøges, og for andres vedkommende ikke kan indpasses i de forudsætninger, der gøres af Weber og Rocha.

Weber:

Den type modelforsøg, som fremkommer ved Webers forudsætninger, er rigt repræsenteret i siloforskningen, hvor forudsætningerne kun sjældent gøres til genstand for diskussion.

Forudsætningen om de konstitutive ligningers form udelukker undersøgelser af medier, der ikke er kohæsionsløse.

Selv for kohæsionsløse medier er forholdene uafklarede, idet der mangler undersøgelser for at fastslå, om det er tilladeligt at se bort fra elastiske deformationer.

Der foreligger ingen sammenligninger mellem resultater opnået i model, og resultater opnået i tilsvarende fuldkala forsøg.

Rocha:

Roscoe viser [7], hvorledes Rochas betingelse om ligedannethed for de konstitutive ligninger kan opfylles ved at anvende samme jord i model og prototype men med forskellig konsolideringsgrad, idet man skal gå frem på en nærmere beskrevet måde, hvis grundlag er critical-state teorien [8]. Det er imidlertid således, at denne metode i bedste fald kan give et skalaforhold på 1:5, hvilket betyder en væsentlig begrænsning i anvendelserne.

4.3 Konklusion.

Det kan konkluderes, at af de tre viste modellove har kun centrifugalmetoden generel interesse. Når der ses bort fra kavet til den maksimale kornstørrelse, som gælder for alle tre modeltyper, kan den anvendes for ethvert materiale. Der må dog forudsættes en række eksperimentelle vanskeligheder som følge af, at der måles i det forøgede tyngdefelt, ligesom betydningen af det inhomogene tyngdefelt må undersøges.

Weber's metode har kun mulighed for anvendelse på cohæensionsløse medier og selv i dette tilfælde kræves en undersøgelse af, om det er tilladeligt at se bort fra elastiske deformationer. En sådan undersøgelse vil kunne foretages ved sammenligning med målinger udført i en centrifuge.

Rocha's metode kan anvendes for ethvert medium, for hvilket de konstitutitive ligninger kan bringes på den i afsnit 4.1.3 nævnte form. Indtil videre er det dog kun lykkedes at skabe mulighed for skalaforhold mellem 1:1 og 1:5, hvilket er utilstrækkeligt for silomodelle.

Det er særdeles vigtigt for siloforskningen, at problemerne vedrørende modellovene afklares. Det synes som om den eneste mulighed består i udvikling af centrifugalmetoden, der også kan anvendes til at fastslå, om det i specialtilfælde kan være tilladeligt at benytte Weber's metode. Centrifugalmetoden vil endvidere i udstrakt grad kunne anvendes til modelforsøg inden for geoteknikken.

Litteratur.

- [1] V. Askegaard: "Spændings- og tøjningsmålinger på modeller og konstruktioner".
Forelæsningsnotater nr. 2, Laboratoriet for Bærende Konstruktioner, 1969.
- [2] J. Weber: "Étude théorique et experimentale de la similitude".
Annales des Ponts et Chaussées, nr. 1, 1968, p. 25.
- [3] M. Rocha: "The possibility of solving soil mechanics problems by use of models".
International conferences on soil mechanics and foundation engineering. Vol. 1, London 1957, p. 183.
- [4] P.J. Avgherinos: "Centrifugal testing of models made of soil".
Doktorafhandling ved Cambridge Universitet, december 1969.
- [5] E. Hoek: "The desing of a centrifuge for the simulation of gravitational force fields in mine models".
Journal of the South African Institute of mining and metallurgy, nr. 9, 1965, p. 455.
- [6] "Forsøg med model af foldetag".
Afdelingen for Bærende Konstruktioner, sag nr. 27/69, 1969.
- [7] K.H. Roscoe: "Soils and model tests".
Journal of strain analysis, vol. 3, nr. 1, 1968, p. 57.
- [8] K.H. Roscoe: "The critical state concept and the use of short-wave length radiation to study the onset and maintenance of flow in granular materials".
University Department of Engineering, Cambridge 1968.

5. Dimensioneringsgrundlaget.

<u>Indholdsfortegnelse.</u>	Side
Bogstavssymboler	118
5. Dimensioneringsgrundlaget	119
5.1 Udløb	119
5.2 Silotryk - teori	122
5.3 Silotryk - forsøg	123
5.4 Siloberegning	124
5.4.1 Tyske normer	125
5.4.2 Kommentarer til de tyske normer	126
5.5 Konklusion	130
Litteratur	131

Bogstavssymboler.

<u>Symbol</u>	<u>Betydning</u>
F	Silørørets tværnitsareal
U	Silørørets omkreds
p_h	Horisontaltryk
p_v	Vertikaltryk
p_w	Vægfriktionstryk (forskydningsspænding)
λ	p_h/p_v
$\tan\delta$	p_w/p_h
γ	Mediets rumvægt

5. Dimensioneringsgrundlaget.

I dette kapitel beskrives de resultater, der har størst betydning for dimensionering af siloer. Med henblik på fastlægelse af horizontaltrykkets størrelse, betragtes teoretiske og eksperimentelle resultater. Til sidst diskuteses dimensioneringsgrundlaget med udgangspunkt i de tyske normer og de foregående kapitler. Hele kapitlet må betragtes som et diskussionsbidrag og litteratur er kun refereret i det omfang, det har været nødvendig for diskussionen. En mere systematisk beskrivelse af siloforskningens udvikling gives i [1] og [2], der indeholder henholdsvis 68 og 130 litteraturhenvisninger. Endvidere henvises til bidrag på Materials Handling Conferencen i Boston, Mass. 21.-23. oktober 1968 [3], hvor der fremkom en række væsentlige bidrag.

5.1 Udløb.

I de senere år har der vist sig forøget interesse for studiet af siloers udløbsmåde. De vigtigste årsager hertil er, dels at det er kostbart, hvis der forekommer driftsstop, fordi indholdet i en silo ikke vil løbe ud, eller hvis en del af varen er fordærvet, fordi den kom først ind og sidst ud, dels at en mængde målinger har vist, at tømningstilstanden kan være dimensionsgivende for silovæggen. I denne afhandling studeres udløbsbilledet udelukkende med henblik på dets sammenhæng med trykket. De vigtigste undersøgelser af udløbsmåder er foretaget af Kvapil [4], [5] og [6], Deutch og Clyde [7] samt Jenike og Johanson [8] [9], [10] og [11]. Alle modelforsøg er udført efter Webers metode, og som det er beskrevet i kapitel 4. er der grund til at tage resultaterne med et vist forbehold. I det følgende gengives den del af resultaterne, som efter iagttagelser på store siloer, kan antages at have generel betydning.

På fig. 5.1.a er vist en skitse af en silo, hvori der straks efter udløbets start dannes en kanal af materiale i vægelse (II), medens mediet langs siloens sider (I) ligger stille. Under visse omstændigheder breder kanalen sig ud mod siloens sider, men der gives også eksempler på, at den er stabil således, at udløbet standser, når kanalen er tom, hvilket forårsager et driftsstop. Det er karakteristisk, at denne type udløb normalt

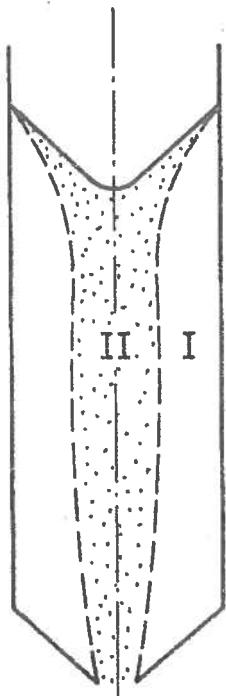


Fig. 5.1.a.

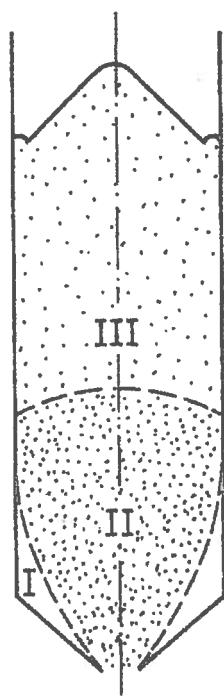


Fig. 5.1.b.

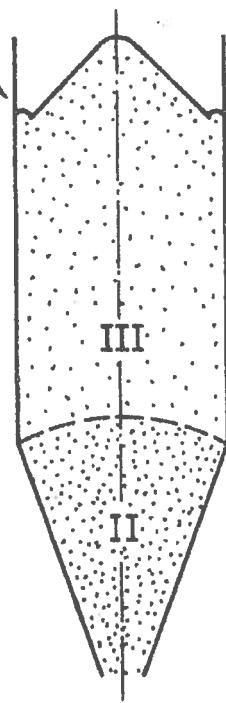


Fig. 5.1.c.

vil medføre, at den del af mediet, der blev fyldt først i, kommer sidst ud, og at der dannes en udløbststrakt på mediets overflade. Udløbsmåden benævnes ofte "funnel-flow".

På fig. 5.1.b er skitseret et tømningsforløb, som er karakteriseret ved tre zoner, der alle dannes i løbet af kort tid efter tømningens start. Når udløbet langs siloens sider findes en zone med materiale, der ikke bevæger sig (I). I området over udløbsåbningen findes en zone (II), hvor mediet er i bevægelse og i indre brud. Endelig findes der i den øverste del af siloen en zone (III) i hele siloens bredde. Her synker mediet ned som et stift legeme, idet det glider langs siloens sider. Overfladen vil, bortset fra en vulst langs væggen se ud som da fyldningen sluttede. Denne udløbsmåde benævnes "mass-flow".

Den tredje fig., fig. 5.1.c er en skitse af en silo, der har en udløbskegle med så stejle sider, at ovennævnte zone I bortfalder. Ellers er forholdene helt identiske med hvad, der

er beskrevet vedrørende fig. 5.1.b, og om disse to former for udløb kan siges, at mediet stort set kommer ud af siloen i samme rækkefølge, som det bliver fyldt ind.

Hvorvidt den ene eller den anden type udløb indtræder og hvilken udstrækning de forskellige zoner får, afhænger af siloens geometri og mediets fysiske egenskaber. Der er i den nævnte litteratur givet kvantitative oplysninger om de forskellige zoners udbredelse, men resultaterne er ikke medtaget, fordi alle forsøg er udført i forholdsvis små siloer, og skalaforholdets betydning, som nævnt, endnu ikke er afklaret.

Under udløb konstateres ofte dynamiske fænomener således, at nedsynkningen foregår i større eller mindre ryk. Årsagen her til kan være et tilløb til brodannelse i mediet. Der kan endog opstå hulrum, som fyldes ved en sammenstyrtnings.

Det er muligt at ændre udløbsbilledet ved at ændre de geometriske forhold. Sådanne ændringer er beskrevet af M. og A. Reimbert [12], Kvapil og Tanaka [13], Johanson [14] og Theimer [15]. På fig. 5.1.d er vist eksempler på sådanne indgreb. Reimberts aflastningsrør fungerer på den måde, at kun den del af mediet, der befinder sig i røret samt et tyndt lag øverst i mediet, er i bevægelse, medens hele den øvrige del af mediet er i ro. Hullerne i røret må nøje afstemmes efter mediets egenskaber

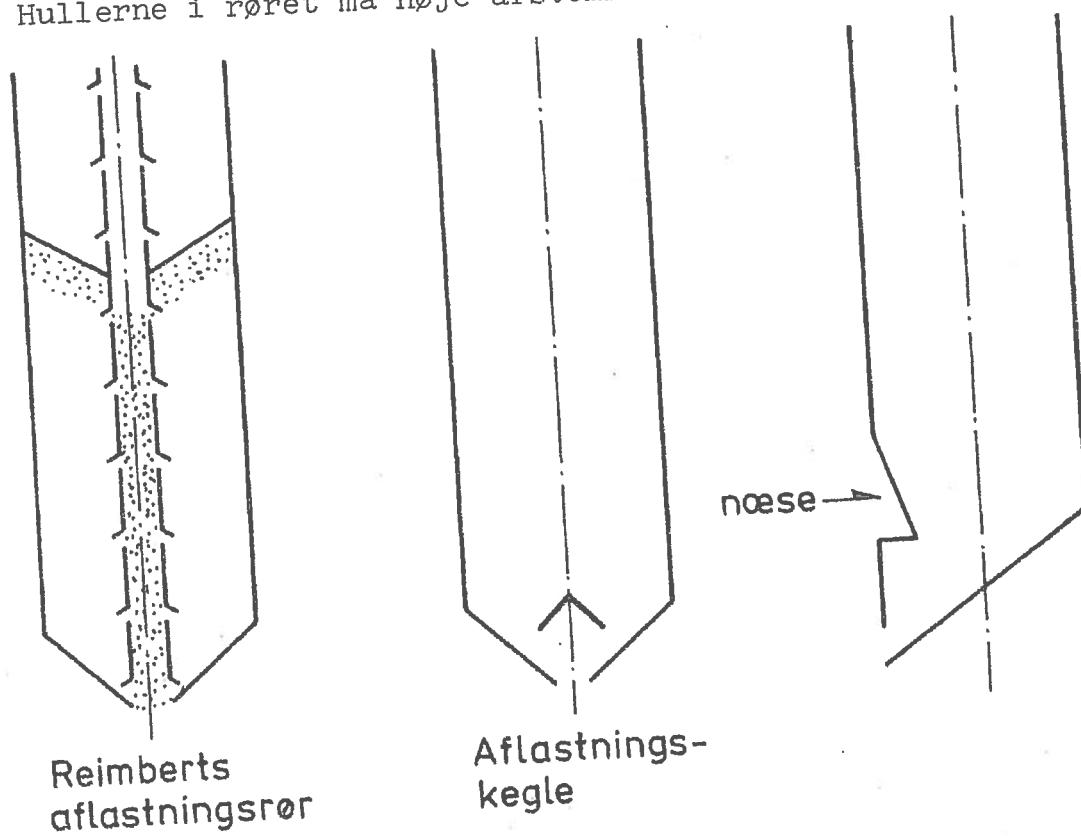


Fig. 5.1.d.

for at sikre, at mediet kun strømmer gennem de øverst beliggende huller ind i aflastningsrøret. Trykmålinger i siloer, hvor Reimberts aflastningsrør er blevet installeret har vist, at trykket ikke vokser under tømning.

Medens Reimberts aflastningsrør således indbygges for at opnå en gunstig trykfordeling, foretages de to på fig. 5.1.d i midten og til højre viste indgreb for at mindske tendensen til brodannelse og for at få en mere hensigtsmæssig udløbsmåde således, at den del af mediet, der fyldes først i kommer først ud. Det sidstnævnte er ofte et krav ved siloer, der skal indeholde medier, som ikke tåler længere tids opbevaring

5.2 Silotryk - teori.

Silotryk er af mange forskere gjort til genstand for en teoretisk behandling. En teori, der er i overensstemmelse med forsøgsresultaterne for fyldning og hvile, er Janssens teori [16]. Forudsætningerne for denne er, at vertikaltrykket, p_v , er ensformigt fordelt over siloens tværsnit, samt at λ og $\tan\delta$ er konstanter. Ved at betragte ligevægten af en infinitesimal skive af silomediet fås en differentialligning, hvis løsning giver

$$p_v = \frac{p_h}{\lambda} = \frac{p_w}{\lambda \tan\delta} = \frac{\gamma F}{\tan\delta \lambda U} \left(1 - e^{-\frac{\tan\delta \lambda U H}{F}} \right)$$

(5.2.r)

Når denne teori ikke gælder for tømningstrykket, skyldes det sandsynligvis, at forudsætningen om den jævne fordeling af vertikaltrykket ikke længere er tilstrækkelig godt opfyldt.

Der er vist betydelig interesse for at opstille en teori, som på tilfredsstillende måde beskriver trykfordelingen under tømning, men forholdene er stadig uafklarede. En del af vanskelighederne ligger i at finde en egnet brudfigur. Idet det må betragtes som rimeligt at forudsætte at udløbsmåden er en særdeles væsentlig parameter ved bestemmelsen af trykforholdene under tømning, overføres således hele usikkerheden vedrørende udløbsfiguren til den teoretiske bestemmelse af trykket.

Det må anses for et væsentligt fremskridt, når Jenike og Johanson [2] og [17] har opstillet en teori, der knytter sig til en udløbsmåde, som ofte iagttages, nemlig "mass-flow". Teo-

rien forudsiger store horisontaltrykstigninger ved overgangen mellem zonerne II og III (5.1.b og 5.1.c) og i den nederste del af siloen. Der findes endnu ingen teori, der knytter sig til "funnel-flow", men eventuelle trykstigninger i dette tilfælde må formodes at optræde i den del af siloen, hvor zone II indsnævres (fig. 5.1.a).

Hvis det forudsættes, at udløbsbilledet i siloens nederste del ikke afhænger af beliggenheden af mediets overflade men kun afhænger af siloens diameter, udløbsåbningen og mediets egenskaber, vil trykstigninger i henhold til ovennævnte teori kunne observeres over midten, under midten eller i bunden af siloen, alt efter dennes højde.

Roscoe [18] har vist at brud i silomedier normalt vil udvikles i tynde brudzoner, og at kornene i den største del af mediet vil bevare deres indbyrdes sammenhæng. Dette betyder, at dele af mediet vil kunne betragtes som stive legemer, hvilket peger i retning af at anvende en elastisk-plastisk beregning af trykket, når lokale geometriske uregelmæssigheder medfører deformation af disse stive legemer. En sådan teori synes bekræftet af målingen på Kongens Bryghus (kapitel 3).

5.3 Silotryk - forsøg.

Forsøgsresultater kan deles i to grupper. Den ene udgøres af måleresultater fra trykcellemålinger, og den anden af spændingsmålinger på silovæggen.

Trykcellemålinger viser for tømning ofte en stor spredning, se f.eks. Afdelingen for Bærende Konstruktioner, sag 14/63 [19], Pieper/Mittelmann/Wenzel [20], Deutsch og Schmidt [21] og Bergholdt og Nielsen [22]. Det er ikke ualmindeligt, at den ene dobbelt så stort tryk som den anden. Ved målinger på Kongens Bryghus ([22] og kapitel III) er det vist, at en sådan spredning kan forekomme på grund af små unøjagtigheder ved cellernes anbringelse eller ved små geometriske uregelmæssigheder i silovæggens geometri. I det første tilfælde er resultatet en fejlmåling, medens der i det andet tilfælde er tale om, at belastning en på silovæggen forøges lokalt.

Spændingsmålinger i silovægge udføres ofte på den måde,

at spændingerne måles på armeringsjernene i et revnet snit. Dette har den ulempe, at det statiske system er ændret ved revnens fremkomst således, at spændingsfordelingen er en anden end den, der medførte revnedannelsen.

For begge grupper gælder, at for tømningssituations er resultaterne ofte forskellige for tilsvareladende ens siloer.

Systematiske forsøg er udført af bl.a. Pieper og Wenzel [1] og M. og A. Reimbert [13]. På grundlag af disse målinger kan siges, at for fyldning og hvile beskrives tilstanden med god tilnærmedelse af Janssens teori [16]. Under tømning kan der undtiden opstå trykstigninger på 200% eller mere [1], [13] og [21]. Trykstigningerne kan ikke alene henføres til ét af de tidlige nævnte tømningsbilleder. Det er vist, at disse trykstigninger kan begrænses eller elimineres ved et såkaldt aflastningsrør, se fig. 5.1.d [13].

Siloer med indbyggede næser, som vist på fig. 5.1.d, kan under tømning blive utsat for store trykstigninger i området omkring næsen. Der er i dette område målt trykstigninger på 8-10 gange hviletrykket [15]. Det er muligt, at næsen er en så stor geometrisk uregelmæssighed, at silotværsnittet i dette niveau må betragtes som udløbszone (zone II fig. 5.1.c) således, at trykstigninger må forventes i dette område efter Jenikes teori.

Ved tøjningsmålingen på Kongens Bryghus blev under tømning konstateret store relative trykstigninger som følge af en lille ændring i væggens geometri. Af forsøgene kan konkluderes, at selv meget små lokale uregelmæssigheder i en silos geometri kan give sig udslag i væsentlige trykstigninger.

5.4 Siloberegning.

Der findes adskillige forslag til fastsættelse af den dimensioneringsgivende belastning på silovægge f.eks. [23], [24] og [25]. Det mest kendte er antageligt de tyske normer, som i det følgende vil danne grundlaget for en række kommentarer, som fremsættes på baggrund af de foregående kapitler og afsnit. Før disse kommentarer gives i afsnit 5.4.1 en meget kortfattet beskrivelse af hovedpunkterne i normforslaget.

5.4.1 Tyske normer.

Gyldighedsområde:

Normerne gælder for prismatiske og cylindriske beholdere, der indeholder et kornet eller støvformet medium uden kohæsion eller med lille kohæsion. Desuden behandles som specialtilfælde siloer indeholdende støvformede partikler med lufttilførsel samt fodersiloer, hvor indholdet er en blanding af vand og organiske stoffer.

Lastberegning:

Først beskriver normerne, hvorledes materialekonstanterne skal findes. Her hæfter man sig ved, at der er indført to værdier for hver af konstanterne tan δ og λ , én til anvendelse ved beregning af fyldningstrykket og én ved beregning af tømningstrykket. Den beskrevne fremgangsmåde fører til forøget horizontaltryk under tømning således, at den procentvise stigning er størst i siloens øverste del.

Med de angivne materialekonstanter beregnes trykfordelingen ud fra Janssens formler, som angivet i (5.2.r).

Dimensionsgivende lasttilfælde:

For horizontaltryk, p_h , og vægfriktionstryk, p_w , er tømningstilstanden dimensionsgivende, medens fyldningstilstanden er dimensionsgivende lasttilfælde for vertikaltrykket, p_v .

Lastforøgende omstændigheder:

Der nævnes i normerne følgende lastforøgende omstændigheder:

I. Brodannelse. Der angives regler for beregning af trykket på siloens bund.

II. Excentrisk tømning. I normerne beskrives en beregningsmetode, der fører til øget horizontaltryk på den nederste del af væggen i den side af siloen, der har stor afstand til udløbet, og mindsket p_h på den øvrige del af væggen. Denne beregningsmetode anvendes kun, hvis den er ugunstigere for konstruktionen end den normale metode.

III. Lufttilførsel. Der angives regler for beregning af en forøget belastning.

Lastformindskende omstændigheder:

Der nævnes i normerne følgende lastformindskende omstændigheder:

- I. Den nederste del af siloen. Ved tømning formindskes horisontaltrykket på den nederste del af silovæggen. Trykket beregnes således, at fra et punkt i en afstand fra silobunden på 1,2 gange cellediameteren dog højst 0,75 gange silohøjden varierer trykket retlinet til det ved siloens bund har samme størrelse som fyldningstrykket.
- II. Speciel tømningsanordning. Hvis mediet kan tømmes ud således, at kun den øverste del er i bevægelse, medens resten af mediet er i hvile, kan siloen beregnes for hviletrykket alene.

Specialtilfælde:

Det beskrives, hvorledes de to specialtilfælde homogeniseringssiloer og gærfodersiloer beregnes.

Temperaturpåvirkninger:

Der forudsæs temperaturpåvirkninger dels stammende fra, at indholdet har en anden temperatur end silovæggen dels som følge af vejrliget. Påvirkningerne regnes små ved hensigtsmæssig geometrisk udformning og for jernbetonsiloers vedkommende ved at tillade revner med lille vidde. Hvis der ikke kan tillades revner i en jernbetonsilo, kræves en speciel beregning for temperaturpåvirkninger.

5.4.2 Kommentarer til de tyske normer.

Generelt:

Et væsentligt grundlag for de tyske normer er en forsøgsserie udført af Pieper og Wenzel [1]. Disse forsøg er udført i en ca. 3 meter høj modelsilo bestående af et antal selvstændigt ophængte ringe, hvis udseende fremgår af fig. 5.4.2.a.

I lyset af målingen på Kongens Bryghus må det frygtes, at de geometriske uregelmæssigheder for en model, som er bygget efter dette princip, vil have en sådan størrelse, at de vil medføre en betydelig trykomlejring.

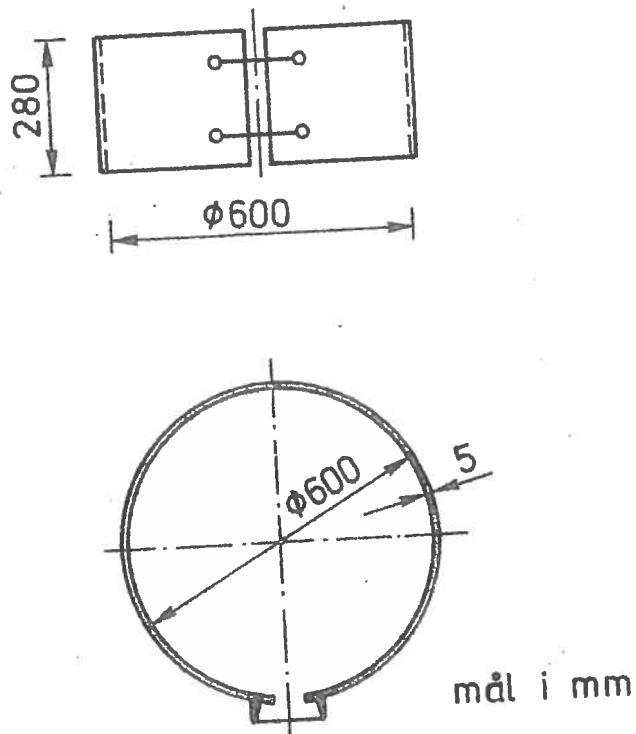


Fig. 5.4.2.a.

Forsøgssiloen har en størrelse, der er op til ca. 20 gange mindre end de siloer, der bygges i praksis. I kapitel 4., der beskriver modellovene, er vist, at resultaterne fra en sådan model ikke uden nye undersøgelser af modellovenes gyldighed kan overføres til store siloer.

Selv om det viser sig, at resultaterne kan overføres til prototyper, dækker resultaterne kun siloer med et bestemt forhold mellem højde og radius, ligesom kun én udløbsmåde er observeret. Modellen giver således resultater, der kun kan tænkes at repræsentere en lille brøkdel af de siloer, der bygges.

Gyldighedsområde:

Normerne gælder ikke for medier, der er i besiddelse af en væsentlig kohæsion, og der gives ikke kriterier for, hvor stor kohæsionen skal være, for at den er væsentlig. Denne begrænsning skyldes sandsynligvis mangel på forsøgsresultater fra siloer med kohæsive medier. Da målinger på eksisterende siloer som regel ikke giver mulighed for systematiske ændringer af de parametre, som trykket kan tænkes at afhænge af, vil det være af væsentlig betydning at udvikle en teknik, der muliggør modelmålinger. Af kapitel 4 fremgår, at målinger i et forøget omfang vil være den eneste mulighed for sådanne model-

målinger.

Lastberegning:

Selv om målinger har vist, at nogle siloer ikke bliver udsat for store tømningstryk er det i almindelighed ikke muligt på forhånd at afgøre, om der i en given silo vil opstå store tømningstryk. Som det også fremgår af afsnit 5.2 giver forsøgsresultaterne ikke grundlag for opstilling af et mere detaljeret beregningsforslag end det i normerne givne. Den i normerne angivne beregningsmåde fører til, at de relative trykstigninger er størst i den øverste del af siloen. Dette virker ikke hensigtsmæssigt, idet der, som det fremgår af afsnit 5.2 ikke er grund til at antage, at trykstigninger i overvejende grad skulle optræde i den øverste del af siloen. For meget høje siloer er der derimod grund til at antage, at de største trykstigninger forekommer i den nederste del af siloen.

Lastforøgende omstændigheder:

Nyere undersøgelser [26] har vist, at lastforøgelser ved excentrisk udløb undertiden fordeles på en anden måde end antydet i normerne. Det har vist sig, at også den vægdel, der ligger nærmest udløbet, kan blive udsat for trykstigninger.

I normerne savnes en kommentar til forskellige former for geometriske uregelmæssigheder, der griber forstyrrende ind i udløbsbilledet. Som omtalt i afsnit 5.2 og 5.3 kan der i sådanne tilfælde opstå væsentlige trykstigninger. Da de foreliggende undersøgelser ikke giver grundlag for nogen detaljeret beregningsmåde eller teori foreslås følgende:

- I. Vertikaltrykket beregnes, som om der ikke var nogen geometrisk uregelmæssighed.
- II. Hvor den geometriske uregelmæssighed er således udformet, at den under tømning lokalt tvinger mediet til at ændre form, regnes den påvirket af det passive tryk.
- III. Hvor den geometriske uregelmæssighed er således udformet, at den under tømning lokalt tillader mediet at ændre form, regnes den påvirket af det aktive tryk, hvis dette er ugunstigere for konstruktionen end det på sædvanlig måde beregnede horisontaltryk.

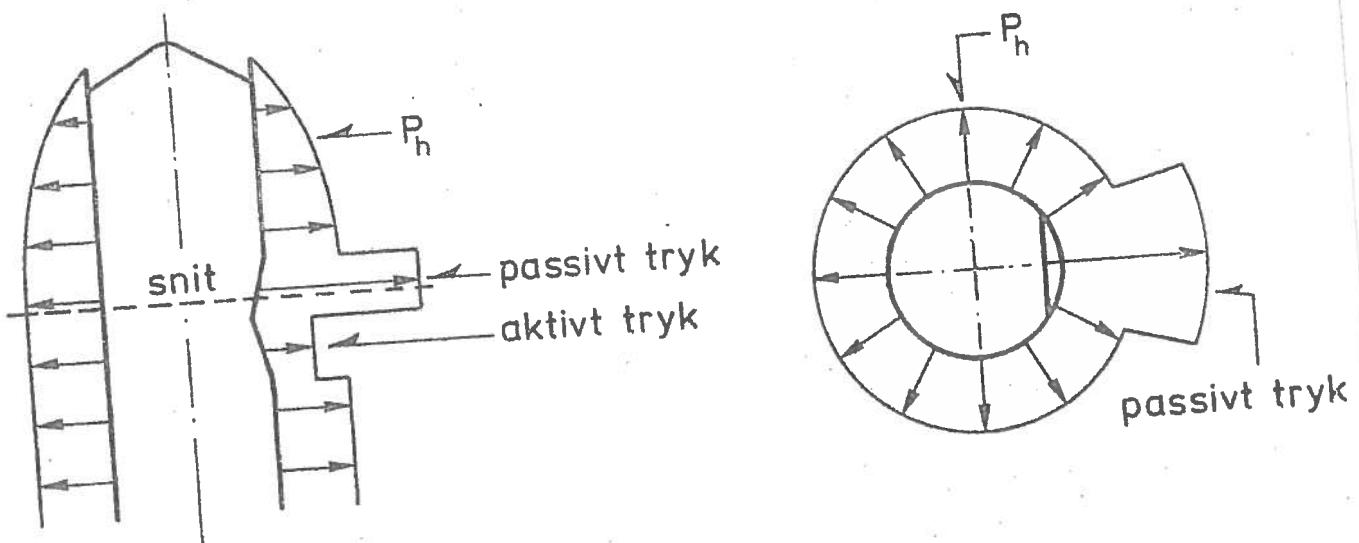


Fig. 5.4.2.b.

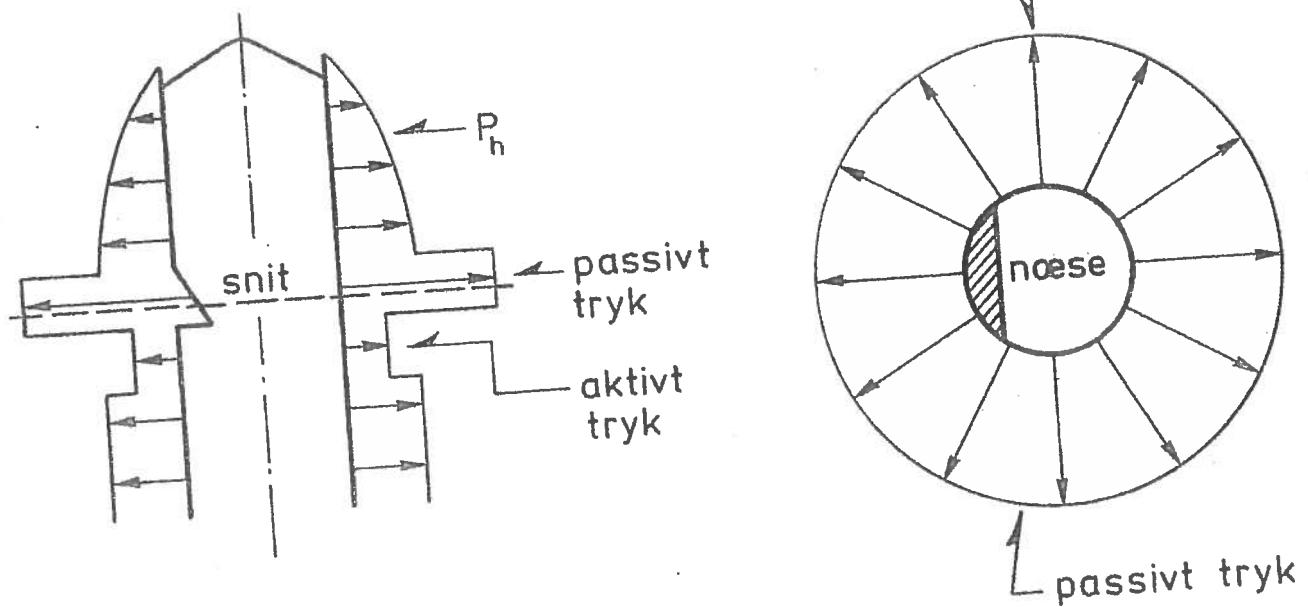


Fig. 5.4.2.c.

IV. Hvis den geometriske uregelmæssighed er så stor, at den kan påregnes at påvirke udløbsbilledet i hele tværsnittet, regnes det passive tryk at opstå i hele tværsnittet. Hvis det er til ugunst for konstruktionen regnes den neden for en sådan uregelmæssighed at være påvirket af det aktive tryk som følge af, at mediet dér tillades at ændre form.

På fig. 5.4.2.b og fig. 5.4.2.c antydes belastningen omkring en bule eller en næse.

Det må endvidere forventes, at genstande ophængt i siloen i lodret retning vil blive belastet med indtil flere gange vertikaltrykket, p_v .

Lastformindskende omstændigheder:

I tilknytning til ovenstående kan blandt de lastformindskende omstændigheder nævnes, at vægdele, der ligger nedenunder geometriske fremspring, vil være mindre hårdt belastet.

Der må sættes spørgsmålstejn ved udløbets gunstige indvirkning på trykket i siloens nederste del. I mange siloer vil udløbstragten eller materiale, der ikke bevæger sig kunne betragtes som en geometrisk uregelmæssighed, der kan forventes at give væsentlige trykstigninger, som beskrevet i afsnit 5.2.

Temperaturpåvirkninger:

Der savnes en beskrivelse af, hvor store temperaturændringer, der kan opstå som følge af vejrligets ændringer.

5.5 Konklusion.

Når der ses bort fra påvirkninger som følge af geometriske uregelmæssigheder, kan de tyske normer betragtes som et tilfredsstillende udtryk for det erfaringsgrundlag, der findes på nuværende tidspunkt. Normernes begrænsninger giver dog ønske om forøget forskning på følgende områder:

- I. Trykfordelingen i kohæsive medier.
- II. Klarlæggelse af alle årsager til de store tømningstryk.
- III. Fastsættelse af temperaturbelastninger.

Litteratur.

- [1] K. Pieper und F. Wenzel: "Druckverhältnisse in Silozellen".
Braunschweig 1964.
- [2] A.W. Jenike and J.R. Johanson: "Bins Loads".
ASCE, Journal of the Structural Division, nr. ST4, 1968,
p. 1011.
- [3] Materials Handling Conference, Boston, Mass. 1968.
ASME, Journal of Engineering for Industri, nr. 2, maj
1969.
- [4] R. Kvapil: "Theorie der Schüttgutbewegung".
VEB Verlag Technik, Berlin 1959.
- [5] R. Kvapil: "Besondere Probleme der Gravitationsbewegung
von Schüttgütern".
Aufbereitungstechnik, nr. 10 og 12 1964, p. 544 og 642.
- [6] R. Kvapil: "Probleme des Gravitationsflusses von Schütt-
gütern".
Aufbereitungstecknik, nr. 3 og 4, 1964,p. 139 og 183.
- [7] G.P. Deutsch and D.H. Clyde: "Flow and pressure of
granular materials in silos".
ASCE, Journal of the engineering mechanics division,
v93 No. EM6, 1967, p. 103.
- [8] A.W. Jenike, P.J. Elsey, R.H. Wooley: "Flow properties
of bulk solids".
Proceedings of the American Society for Testing Materials,
Bd 60, 1960, p. 1168.
- [9] A.W. Jenike: "Why bins don't flow".
ASME, Mechanical Engineering, maj 1964, p. 40.

- [10] J.R. Johanson: "Stress and velocity fields in the gravity flow of bulk solids".
ASME, Journal of Applied Mechanics, 1964, p. 499.
- [11] J.R. Johanson: "Effect of initial pressures on flowability of bins".
Boston kongressen [3, p. 395].
- [12] M. et A. Reimbert: "Silos, Traité théorique et pratique", Eyrolles, 1956.
- [13] R. Kvapil und T. Tanaka: "Bunker und Silos mit Schild".
Aufbereitungstechnik, nr. 2, 1965, p. 45.
- [14] J.R. Johanson: "The placement of inserts to correct flow in bins".
Powder Technologie 1967/68, p. 328.
- [15] O.F. Theimer: "Ablauf fördernde Trichterkonstruktionen von Silozellen".
Aufbereitungstechnik, nr. 10, 1969, p. 553.
- [16] H.A. Janssen: "Versuche über Getreidedruck in Silozellen".
Zeitschrift Verein Deutscher Ingenieure, 1895, p. 1045.
- [17] A.W. Jenike and J.R. Johanson: "On the Theory of Bin Loads".
Boston kongressen [3, p. 339].
- [18] K.H. Roscoe: "The Critical State concept and the use of Short-Wave Length Tradition to study the Onset and Maintenance of Flow in Granular Materials".
University Department of Engineering, Cambridge, 1968.
- [19] "Måling af silotryk (soyabønner og soyaskrå)".
Laboratoriet for Bygningsteknik, sag nr. 14/63, 1963.

- [20] K. Pieper/G. Mittelmann/F. Wenzel: "Messungen des horizontalen Getreidedruckes in einer 65 m hohen Silozelle". Beton- und Stahlbetonbau, nr. 11, 1964, p. 241.
- [21] G.P. Deutsch and L.C. Schmidt: "Pressures on Silo Walls". Boston kongressen [3, p. 450].
- [22] M. Bergholdt og J. Nielsen: "Eksamensprojekt". Laboratoriet for Bærende Konstruktioner, 1967.
- [23] "Lasten in Silozellen". DIN 1055, Blatt 6, 1964.
- [24] S.S. Safarian: "Design Pressure of Granular Materials in Silos". ACI Journal, August 1969, p. 647.
- [25] ACI Committee 313: "Bin Wall Design and Construction". ACI Journal, nr. 7, 1968, p. 507.
- [26] K. Pieper: "Investigation of silo loads in measuring models". Boston kongressen [3, p. 370].

Structural Research Laboratory
Technical University of Copenhagen, Denmark

REPORTS

- | | | |
|-------|---|--------------|
| R 1. | Askegaard, Vagn and P. Thoft-Christensen:
Spændingsoptiske lag og tøjningsmålere. 1967. | Out of print |
| R 2. | Møllmann, H.: The Principle of Virtual Work
for Continuous Systems Derived by a Direct
Method. 1968. | |
| R 3. | Askegaard, Vagn: Production and Application
of Model Materials with Desired Physical
Constants. 1968. | |
| R 4. | Møllmann, H.: The Analysis of Shallow Cables.
1968. | |
| R 5. | Dyrbye, Claës: Damped Vibrations of Slender
Beams. 1968. | Out of print |
| R 6. | Møllmann, H.: Analysis of Plane Prestressed
Cable Structures. 1969. | |
| R 7. | Nielsen, Leif Otto: Beregning af bjælker og
rammer dynamisk påvirket ud over det elastiske
område. 1968. | Out of print |
| R 8. | Bræstrup, Mikael W.: On the Theory of Plastic
Plates. 1969. | Out of print |
| R 9. | Nielsen, Leif Otto: Uniqueness Problems and
Minimum Principles in the Dynamic Theory of
Plasticity. 1969. | Out of print |
| R 10. | Byskov, Esben: Two Nearly Polygonal Holes.
Mathematical Crack Problems. 1969. | |
| R 11. | Bræstrup, Mikael W.: The Cosserat Surface
and Shell Theory. 1970. | Out of print |
| R 12. | Askegaard, Vagn: Anvendelse af modelanalyse.
1970. | |
| R 13. | Solnes, Julius: The Spectral Character of
Earthquake Motions. 1970. | Out of print |
| R 14. | Bræstrup, Mikael W.: Yield Lines in Discs,
Plates and Shells. 1970. | Out of print |
| R 15. | Møllmann, H.: Beregning af hængekonstruktioner
ved hjælp af deformationsmetoden. 1970. | Out of print |
| R 16. | Byskov, Esben: The Calculation of Stress
Intensity Factors Using the Finite Element
Method with Cracked Elements. 1970. | |

- R 17. Askegaard, V.. Grundlaget for adhæsion. 1970.
- R 18. Summaries of Lecture Notes on Experimental Stress Analysis. 1970.
- R 19. Sørensen, Hans Christian: Forskydning i jernbetonbjælker. 1970.
- R 20. Sørensen, Hans Christian: Forskydningsforsøg med 12 jernbetonbjælker med T-tværsnit. 1971.
- R 21. Møllmann, H.: Analysis of Hanging Roofs Using the Displacement Method. 1971. Out of print
- R 22. Haurbæk, Poul E.: Dæmpede svingninger i spændbetonbjælker. Svingningsforsøg med simpelt understøttede bjælker. 1971.
- R 23. Bræstrup, M.W.: Yield-line Theory and Limit Analysis of Plates and Slabs. 1971.
- R 24. Dyrbye, Claës: Pendulum Vibrations. 1971.
- R 25. Møllmann, H.: Analytical Solution for a Cable Net over a Rectangular Plan. 1971.
- R 26. Nielsen, J.: Silotryk. 1972.